Implementation af en EBIT baseret kapitalstruktur model.

Navn: Lars Rosenkvist

Studium: Cand.merc.(mat.)

Eksamenstern/afleveringsdato: 04/10/2010

Vejleders navn: Kristian Miltersen

Antal anslag: 53065

Indholdsfortegnelse

1. Indledning. 2

2. Goldstein, Ju og Leland: An EBIT Based Model of Dynamic Capital Struture 2

3. Ændring af model. 11

4. Metode til løsning af maksimeringsproblem 12

5. Hvad betyder ændringen af modellen for løsningen. 16

6. Undersøgelse af hvordan gearing kan variere inden for modellen. 20

7. Valg af virksomheder. 23

8. Implicit udledning af drift og volatilitet på EBIT. 24

9. Konklusion 31

10. Litteraturliste 33

11. Bilag. 33

1. Indledning.

Når man læser artikler om EBIT-modeller, er det en udbredt antagelse, at modellens drift afhænger af den kupon, der udbetales til gældsejerne. En anden antagelse i de samme artikler er, at virksomhedens værdi ikke afhænger af dens kapitalstruktur forstået som fordelingen mellem gæld og aktiekapital. Da drift og virksomhedsværdi er meget tæt forbundne, synes disse to antagelser at stride mod hinanden. Jeg vil i denne opgave fjerne den første af de to antagelser, da det umiddelbart er denne, der ikke er meningsfuld. Dette har den konsekvens, at modellens drift ikke længere er endogent givet, men i stedet skal angives exogent.

Idet modellens drift nu skal angives exogent, er det interessant at betragte empirisk data og forsøge at estimere drift og volalitet ud fra regnskabsdata. Jeg har valgt at betragte tre store danske virksomheder: Vestas, der er med i C20-indekset og B&O en gammel og velanset virksomhed, samt Parken Sport og Entertainment (PSE), der har fyldt meget i mediebilledet siden selskabets børsnotering og især i den senere tid er blevet kritiseret kraftigt for at være gearet alt for højt. Jeg vil se, om jeg enten kan afvise eller bekræfte, om dette er sandt.

Resten af specialet er struktureret som følger: Jeg vil først gennemgå den valgte EBIT-model introduceret i Goldstein, Ju og Leland (2001), hvorefter jeg i afsnit 3 argumenterer for, at nogle af de bagvedliggende antagelser er forkerte, og jeg giver et forslag til mere realistiske antagelser. I afsnit 4 gennemgår jeg den metode, jeg ville bruge til at løse den oprindelige model numerisk, og herefter udledes løsningen af den modificerede model. I afsnit 5 ser jeg nærmere på, hvad de ændringer, jeg gennemgår i afsnit 3, betyder for løsningen af modellen. Med afsæt i en artikel af Ilya A. Strebulaeev (2007) undersøges i afsnit 6, hvordan gearingen kan variere indenfor EBIT-modellen. I afsnit 7 redegøres for valget af virksomheder til empiri-delen, og afsnit 8 indeholder de empiriske resultater. Endelig rundes specialet af med en konklusion.

2. Goldstein, Ju og Leland: An EBIT Based Model of Dynamic Capital Struture

Jeg vil i dette speciale tage udgangspunkt i artiklen An EBIT Based Model of Dynamic Capital Structure af Goldstein, Ju og Leland (GJL). Artiklen omhandler en Earnings Before Interest and Taxes model, i daglig tale bedre kendt som EBIT. Da dette udtryk også benyttes på vil vi fremover bruge denne forkortelse i stedet for det danske "indtjening før renter og skatter". Jeg vil i dette afsnit gennemgå, hvorledes GJL prisfastsætter de forskellige krav der er på virksomhedens EBIT. Virksomheden udsteder gæld med kupon C.

Modellen bygger på at afveje fordelene ved at have gæld, da dette jo giver et skattefradrag i EBIT svarende til de renter man betaler, mod de omkostninger, der er i forbindelse med at en virksomhed går fallit. Virksomheden udsteder gæld og lover at betale gældsejerne en evig kuponrente C, så længe værdien af virksomheden er større end værdien af gælden herefter omtalt som V_B. Falder værdien af virksomheden under V_B, vælger aktionærerne ikke at betale den lovede kuponrente, og virksomheden går dermed fallit og overgår til gældsejerne. Hvis virksomheden i stedet stiger til en fastsat værdi V_U, indfrier aktionærerne al gæld i virksomheden for at udstede en ny og større gæld med tilhørende højere renter, som dermed giver et større skattefradrag. Grunden til, at gælden skal indfries, før en ny udstedes, er, at modellen ikke kan håndtere flere gældsklasser.

Det antages, at udviklingen i EBIT følger processen

Formel 1

$$\frac{d\delta_t}{\delta_t} = \mu dt + \sigma dz,$$

hvor μ er den forventede drift på udviklingen i EBIT, og σ er volatiliten i EBIT.

Denne model har blandt andet den egenskab, at den er homogen af 1. grad, hvilket betyder, at hvis der er prisfastsat et krav på $f(\delta) = P$, så er prisen $f(2\delta) = 2P$. Det er en vigtig egenskab, da det ellers ville have betydning, om man opgjorde en virksomhed i euro eller i danske kroner. En anden ting, der følger af denne egenskab, er, at hvis virksomheden værdi når V_U, skal den finde en ny optimal kuponrente samt V_U og V_B. Da er alle værdier lig $\gamma = V_U / V_0$ større end til tid 0. Altså optimal kupon $C_{U0} = \gamma\, C_0$ og $V_{UB} = \gamma\, V_B$.

Det antages, at efter-skat-renten, r, er konstant 5 %, og at μ< r. I hele opgaven vil jeg omtale en prisindtjeningsratio defineret ved $\left(1-\tau_{Corp}\right)(1-\tau_{Div})\frac{1}{r-\mu}$. Når denne ganges på δ_t, fås værdien af en fuldstændig egenkapitalsfinansieret virksomhed, som er tilstandsvariablen i GJL's model.

Da vores betalinger er uafhængige af tid, skal de opfylde den ordinære differentielligning (ODE).

Formel 2

$$\mu V F_V + \frac{\sigma^2}{2} V^2 F_{VV} + P - rF = 0,$$

hvor V er værdien af virksomheden, og F er kravet, vi vil prisfastsætte. P er den løbende udbetaling til det krav F, og r er den risikofri rente.

Notationen F_V betyder at kravet er differentieret 1 gang med hensyn til V og F_{VV} at der differentieret 2 gange med hensyn til V.

Den generelle løsning til

Formel 3

$$\mu V F_V + \frac{\sigma^2}{2} V^2 F_{VV} - rF = 0,$$

har formen

Formel 4

$$F = A_1 V^{-y} + A_2 V^{-x},$$

hvor

$$x = \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) + \sqrt{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)^2 + 2r\sigma^2}\right],$$

$$y = \frac{1}{\sigma^2}\left[\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right) - \sqrt{\left(\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right)^2 + 2r\sigma^2}\right],$$

og A_1 og A_2 er konstanter. Der findes ved at løse den specifikke løsning, der opfylder grænsebetingelserne. Den generelle løsning tager ikke højde for mellemliggende betalinger.

Er P hele EBIT, er løsningen:

Formel 5

$$F^{\delta} = V.$$

Er kravet i stedet kuponrenten C, er den bestemte løsning til ODE'en:

Formel 6

$$F^{C} = \frac{C}{r}.$$

Nu definerer vi to krav, $P_B(V)$ og $P_U(V)$, der udbetaler 1, hvis værdien af virksomheden rammer henholdsvis V_B, hvis virksomheden går fallit, og V_U hvis virksomheden indløser al gæld og udskriver ny og større gæld.

Vi ved fra den generelle løsning, at disse krav har formen

Formel 7

$$P_B(V) = A_1 V^{-y} + A_2 V^{-x},$$

$$P_U(V) = A_1 V^{-y} + A_2 V^{-x}.$$

Tager vi højde for grænsebetingelserne $P_B(V_U)=0$, $P_B(V_B)=1$ og $P_U(V_B)=0$, $P_U(V_U)=1$ får vi

Formel 8

$$P_B(V) = \frac{V_U^{-x}}{\Sigma} V^{-y} - \frac{V_U^{-y}}{\Sigma} V^{-x},$$

Formel 9

$$P_U(V) = \frac{V_B^{-x}}{\Sigma} V^{-y} - \frac{V_B^{-y}}{\Sigma} V^{-x},$$

hvor Σ er defineret som $\Sigma = V_B^{-y} V_U^{-x} - V_U^{-y} V_B^{-x}$.

Vi kan nu prisfastsætte alle periode-0-krav i GJL ved hjælp af $P_B(V)$ og $P_U(V)$.

Ønsker vi at prisfastsætte kravet i hele EBIT så længe virksomheden er solvent ,det vil sige mens virksomhedens værdi er mellem V_B og V_U, ved vi fra Formel 4 og Formel 5, at det har formen:

Formel 10

$$V_{solv}^{0}(V) = V + A_1V^{-y} + A_2V^{-x},$$

med grænsebetingelserne $V_{solv}^{0}(V_B) = 0$, og $V_{solv}^{0}(V_U) = 0$.

Sætter vi ind, får vi løsningen

Formel 11

$$V_{solv}^{0}(V) = V - P_U(V)V_U - P_B(V)V_B.$$

På samme måde prisfastsættes $V_{int}^{0}(V)$ som er retten til kupon betalingerne i periode 0:

Formel 12

$$V_{int}^{0}(V) = \frac{C}{r}[1 - P_B(V) - P_U(V)],$$

og kravet i EBIT det øjeblik virksomhedens værdi rammer V_B og går fallit er:

Formel 13

$$V_{def}^{0}(V) = P_B(V)V_B.$$

Modsat, hvis værdien rammer V_U, og virksomheden refinansieres, og al gæld indfries, og der udstedes ny og højere gæld er:

Formel 14

$$V_{res}^{0}(V) = P_U(V)V_U,$$

Som det ses summerer $V_{solv}^{0}(V) + V_{def}^{0}(V) + V_{res}^{0}(V)$ op til V, så værdien af EBIT er altså uafhængig af kapitalstrukturen. Det er kun fordelingen af denne, der påvirkes.

Hvis vi antager at der er fuldt skattefradrag på rentebetalingen uanset om indtjeningen er højere eller lavere end denne, får vi at kravene i periode 0 efter den første refinansiering opfylder følgende:

- Værdien af gældsejernes krav på EBIT i periode 0 er:

Formel 15

$$d^0(V) = (1-\tau_i)V^0_{int}(V) + \ (1-\alpha)(1-\tau_{eff})V^0_{def}(V).$$

- Værdien af aktieejernes krav på EBIT i periode 0 er:

Formel 16

$$e^0(V) = (1-\tau_{eff})\left[V^0_{solv}(V) - V^0_{int}(V)\right],$$

hvilket også kan skrives som,

Formel 17

$$e^0(V) = (1-\tau_{eff})E^Q_0\left[\int_0^T e^{-rs}(\delta_s - C)ds\right],$$

hvor T er tiden indtil enten V_U eller V_B rammes

- Værdien af statens krav på EBIT i periode 0 er:

Formel 18

$$g^0(V) = \tau_{eff}\left[V^0_{solv}(V) - V^0_{int}(V) + (1-\alpha)V^0_{def}(V)\right] + \ \tau_i V^0_{int}(V),$$

- Værdien af EBIT til fallitomkostninger i periode 0 er:

Formel 19

$$bc^0 = \alpha V^0_{def}(V).$$

Bemærk, at disse fire krav ikke summerer til værdien af virksomheden, men kun til $V - P_U(V)V_U$, hvilket skyldes, at vi stadig mangler at fordele de fremtidige perioders krav på EBIT ud til kravholderne. Hvis de fremtidige perioders krav skaleres op med faktor γ, skal $P_U(V)V_U$ fordeles mellem de forskellige krav i samme forhold, som de bliver i periode 0.

Vi vil senere udlede, hvordan kravet på de mellemliggende betalinger til aktionærerne ændrer sig, hvis virksomheden mister noget af sit skattefradrag.

Definer nu e(v) som værende kravet på alle mellemliggende betalinger til aktieejerne i alle perioder, og definer vi på tilsvarende måde d(V), g(V) og bc(V). Forholdene vil grundet homogeniteten i modellen være ens, altså

Formel 20

$$\frac{e(V_0)}{e^0(V_0)} = \frac{d(V_0)}{d^0(V_0)} = \frac{g(V_0)}{g^0(V_0)} = \frac{V_0}{V_0 - V_U^0 P_U(V_0)} = \frac{1}{1 - \gamma P_U(V_0)}.$$

Det betyder, at de mellemliggende betalinger til aktieejerne for alle perioder kan skrives som

Formel 21

$$e(V_0) = \frac{e^0(V_0)}{1 - \gamma P_U(V_0)}.$$

Her skal det understreges, at dette ikke er det totale krav fra aktieejerne. Der vil ved fremtidige refinansieringer komme penge ind fra udstedelse af ny gæld, som er større end det, der skal betales for at indløse gammel gæld. De penge skal dels fordeles til aktieejerne, dels benyttes til omkostninger ved refinansieringen. For at finde ud af hvor stor en del af de fremtidige gældsudskrivninger der skal betales til henholdsvis omkostninger og aktieejerne, finder vi først værdien af gældsudskrivelsen i periode 0. Her antages det, at gæld indfries til kurs pari. Således kan gældsværdien findes som summen af de mellemliggende betalinger $d^0(V_0)$ og nutidsværdien af at få hovedstolen tilbage, hvis V_U rammes. Vi kan derfor skrive værdien af gæld i periode 0:

Formel 22

$$D^0(V_0) = d^0(V_0) + P_U(V_0)D^0(V_0)$$

$$\Leftrightarrow D^0(V_0) = \frac{d^0(V_0)}{1 - P_U(V_0)}.$$

Denne tilførsel af kapital skal som sagt bruges til omkostninger og udbetalinger til aktieejerne i forholdet q og (1 - q). Den totale omkostning bliver som følge af homogeniteten derfor

Formel 23

$$\mathrm{RC}(\mathrm{V}_{0-}) = \mathrm{qD}^0(\mathrm{V}_0)[1 + \gamma\mathrm{P}_\mathrm{U}(\mathrm{V}_0) + \cdots] \\ = \frac{\mathrm{qD}^0(\mathrm{V}_0)}{1 - \gamma\mathrm{P}_\mathrm{U}(\mathrm{V}_0)}.$$

Det totale krav fra aktieejerne lige før første gældsudskrivelse bliver derfor summen af de mellemliggende betalinger til gæld og aktiekapital minus rekonstrueringsomkostninger:

Formel 24

$$\mathrm{E}(\mathrm{V}_{0-}) = \frac{\mathrm{e}^0(\mathrm{V}_0) + \mathrm{d}^0(\mathrm{V}_0) - \mathrm{qD}^0(\mathrm{V}_0)}{1 - \gamma\mathrm{P}_\mathrm{U}(\mathrm{V}_0)}.$$

Efter gældsudskrivelse er kravet fra aktieejerne

Formel 25

$$\mathrm{E}(\mathrm{V}) = \gamma\mathrm{P}_\mathrm{U}(\mathrm{V})\mathrm{E}(\mathrm{V}_{0-}) + \mathrm{e}^0(\mathrm{V}) - \mathrm{P}_\mathrm{U}(\mathrm{V})\mathrm{D}^0(\mathrm{V}_0).$$

GJL antager at netto udbetaling er afhængig af kuponen, der betales til gældsejerne, og at dens ratio i forhold til virksomhedens værdi er konstant:

Formel 26

$$\frac{\delta}{\mathrm{V}} = 0{,}035 + 0{,}65\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}_0}.$$

Dette medfører at driften i EBIT er lig renten fratrukket udbetalingsgraden, altså $\mu = r - 0{,}035 - (1 - \tau_c)\frac{C}{V_0}$.

Jeg vil nu se på hvordan aktionærernes krav på EBIT ændrer sig, hvis skattefradraget formindskes, i tilfælde af, at virksomhedens værdi falder under et givent niveau, V_*.

Vi ved fra formel 4, at kravet er på formen:

Formel 27

$$e^0(V) = \begin{cases} A_1 V^{-y} + A_2 V^{-x} - K(V - {}^{C}/_{r}), & V < V_*, \\ B_1 V^{-y} + B_2 V^{-x} - (KV - {}^{HC}/_{r}), & V \geq V_*, \end{cases}$$

hvor $K = (1 - \tau_{eff})$, $H = (1 - \varepsilon\tau_{eff})$, og $0 \leq \varepsilon \leq 1$. Hvis ε=0 så mister virksomheden hele sit skattefradrag, når værdien falder under V_*. Er ε lig 1, er K lig H, og modellen reduceres til formel 17.

Med de fire grænsebetingelser:

$$\begin{aligned} e^0(V_U) &= 0, \\ e^0(V_B) &= 0, \\ e^0(V_{*\uparrow}) &= e^0(V_{*\downarrow}), \\ e_V^o(V_{*\uparrow}) &= e_V^o(V_{*\downarrow}), \end{aligned}$$

definerer vi konstanterne

$$c_1 = V_B^{-y}, \qquad c_2 = V_B^{-x},$$

$$c_3 = V_U^{-y}, \qquad c_4 = V_U^{-x},$$

$$c_5 = V_*^{-y}, \qquad c_6 = V_*^{-x},$$

$$\Sigma = c_1 c_4 - c_2 c_3,$$

giver det

$$B_1 = \frac{\left(H\frac{C}{r} - KV_B\right)c_4 + K\left(V_U - \frac{C}{r}\right)c_2}{\Sigma} + \frac{(K-H)\frac{C}{r}c_2\left(x\frac{c_3}{c_5} - y\frac{c_4}{c_6}\right)}{(x-y)\Sigma},$$

$$B_2 = \frac{\left(H\frac{C}{r} - KV_B\right) - B_1 c_1}{c_2},$$

$$A_1 = B_1 - \frac{x(K-H)\frac{C}{r}}{(y-x)c_5},$$

$$A_2 = B_2 - \frac{y(K-H)\frac{C}{r}}{(x-y)c_6}.$$

3. Ændring af model.

Jeg har valgt at lave en ændring til modellen i GJL, således at driften i EBIT ikke længere er endogent givet, men skal gives som et input. Det skyldes, at jeg mener GJL 's antagelser er forkerte. Jeg vil først gennemgå deres antagelser og argumenter for model, og bagefter vil jeg komme ind på, hvad jeg mener, er forkert, og hvad jeg har valgt at gøre i stedet.

GJL siger, at udbetalingsgraden afhænger af den valgte kupon.

Følgende eksempel er fra Goldstein, Ju, & Leland, 2001 side 496. Antag, at en virksomhed har EBIT lig 100 og en prisindtjeningsratio på 20, hvilket betyder, at det samlede krav på EBIT er lig 2000. Vi antager, at virksomhedsskatten er 35 %. Da virksomheden kan trække renteudgifterne fra i skat, bliver SKATs krav på EBIT derfor $0{,}35 \times (100 - C)$.

GJL antager, at der udbetales 35 i dividende, og den samlede udbetaling bliver derfor

Formel 28

$$\begin{aligned}\delta &= [\mathrm{C} + 0{,}35 \times (100 - \mathrm{C}) + 35] \\ &= 70 + 0{,}65\mathrm{C}\end{aligned}$$

Med en prisindtjeningsratio på 20 bliver udbetalingsratioen:

Formel 29

$$\frac{\delta}{\mathrm{V}_0} = 0{,}035 + 0{,}65\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}_0}.$$

Det antages at denne herefter holdes konstant

Formel 30

$$\frac{\delta}{\mathrm{V}} = 0{,}035 + 0{,}65\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}_0}$$

For det første mener jeg, at antagelsen om, at der udbetales 35 i dividende til aktionærerne, er forkert: Aktionærerne modtager alt, hvad der er tilbage af EBIT efter kupon og skat, så længe virksomheden er solvent. Det ses tydeligst på formel 24 i Goldstein, Ju, & Leland, 2001 som er ækvivalent med min formel 17.

Hvis man ønsker at fastholde, at aktionærerne kun modtager 35 i dividende og lader resten af EBIT være i virksomheden, skal modellen udvides med en dimension, der holder styr på, hvor mange penge der er i virksomheden som frie midler. Hvis der for eksempel er frie midler i virksomheden, og EBIT bliver lavere end kuponen, vil aktionærerne vælge at benytte de frie midler til at dække kravet fra gældsejerne i stedet for at indskyde flere penge i virksomheden.

For det andet vil den beskrevne udbetalingsratio gøre, at værdien af virksomheden ikke længere er uafhængig af kapitalstrukturen i virksomheden, da driften i EBIT direkte afhænger af, hvor meget der betales i rente til gældsejerene.

En anden mindre ændring, som følger lidt af at driften nu gives som input i stedet for endogent er, at grænsen hvor skattefradraget formindskes, nu er $\frac{C}{r-\mu}$ i stedet for 17C som angivet i GJL.

4. Metode til løsning af maksimeringsproblem

Jeg ønsker at vise, hvordan virksomhedens værdi ser ud fra aktionærernes synspunkt. Det vil sige. Hvordan ser værdien ud før gældudskrivelse ved valg af forskellige kuponrenter og refinansieringspunkter. Dette leder mig videre til en beskrivelse af den metode, jeg har benyttet til at finde refinansieringspunkterne.

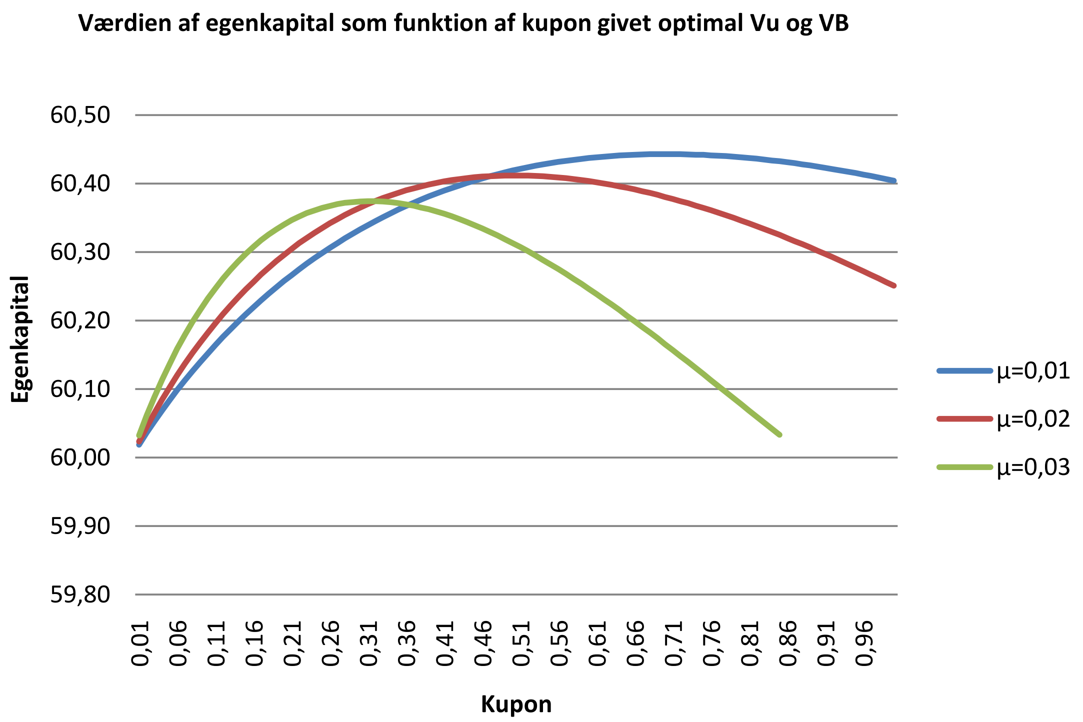
Jeg regner på et basisscenarie, hvor input er som i nedenstående tabel.

Tabel 1

Navn / tegn	Beskrivelse	Værdi
V_0	Værdien af virksomheden ved første gældsudskrivelse	100
Div tax / τ_D	Skat på dividende betalinger	0,20
Corp Tax / τ_C	Virksomhedsskat	0,25
Inc tax / τ_I	Indkomstskat	0,35
Rate / r	Risikofri rente efter skat	0,05
Alpha / α	Omkostninger ved fallit eks. advokat sælar og lign.	0,05
Tax loss / ε	Hvor meget af skattefradraget der forsvinder når EBIT falder under	0,50

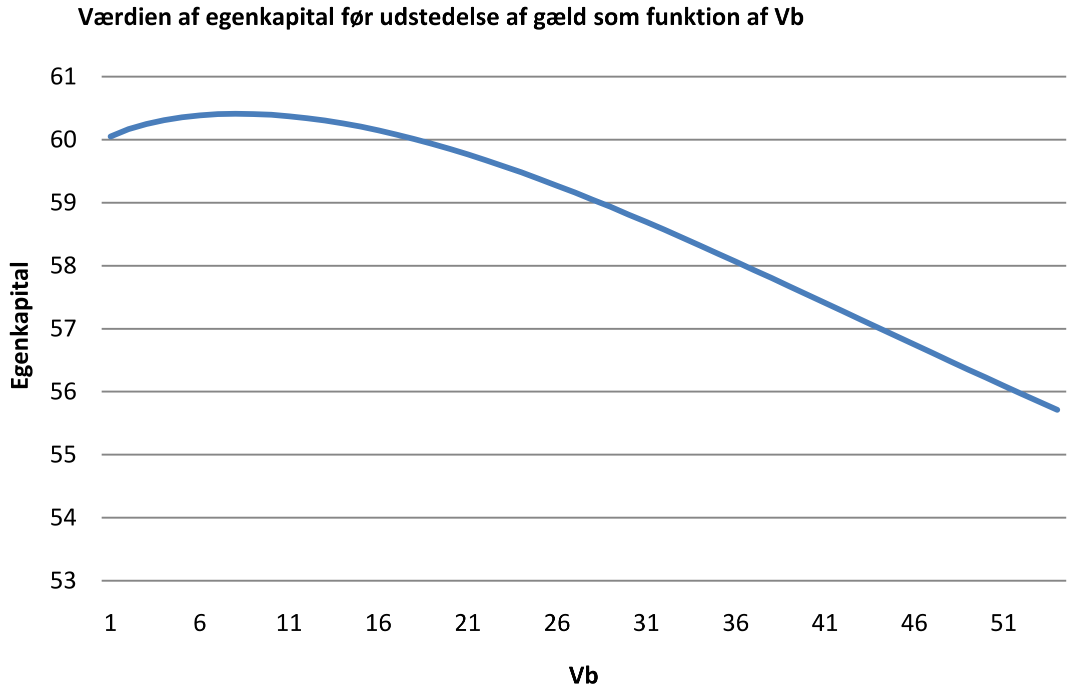
	den lovede kuponrente	
Q	Omkostninger ved udstedelse af gæld	0,01
Kupon / C	Den lovede kuponrente til gældsejerne	Variabel
Volatilitet / σ	Volatilitet på EBIT. Hvis anden værdi brugt er det angivet hvilken	0,25
Drift / μ	Driften på EBIT.	0

Figur 1

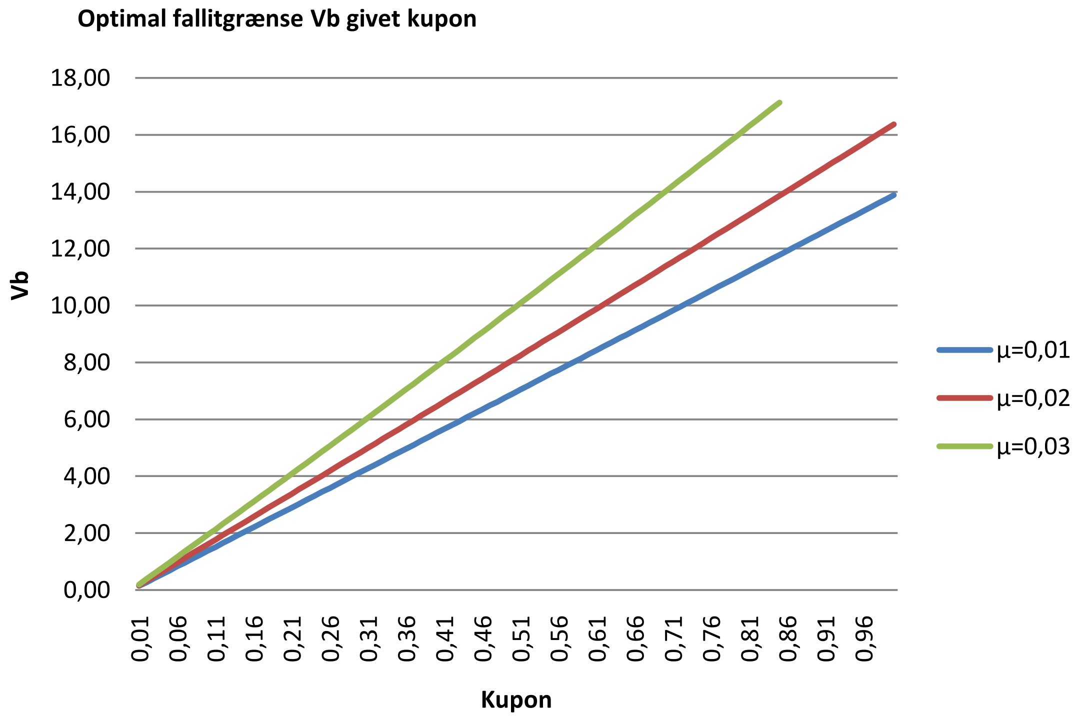


Som det fremgår af grafen, er den lovede kuponrente til gældsejerne lavere for virksomheden med lav drift. Det skyldes blandt andet, at EBIT for virksomheden med høj drift er lavere end EBIT for virksomheden med lav drift. For eksempel er EBIT dobbelt så stor for virksomheden med drift på 0,01 som for virksomheden med drift på 0,03 ved gældsudstedelsestidspunktet.

Figur 2

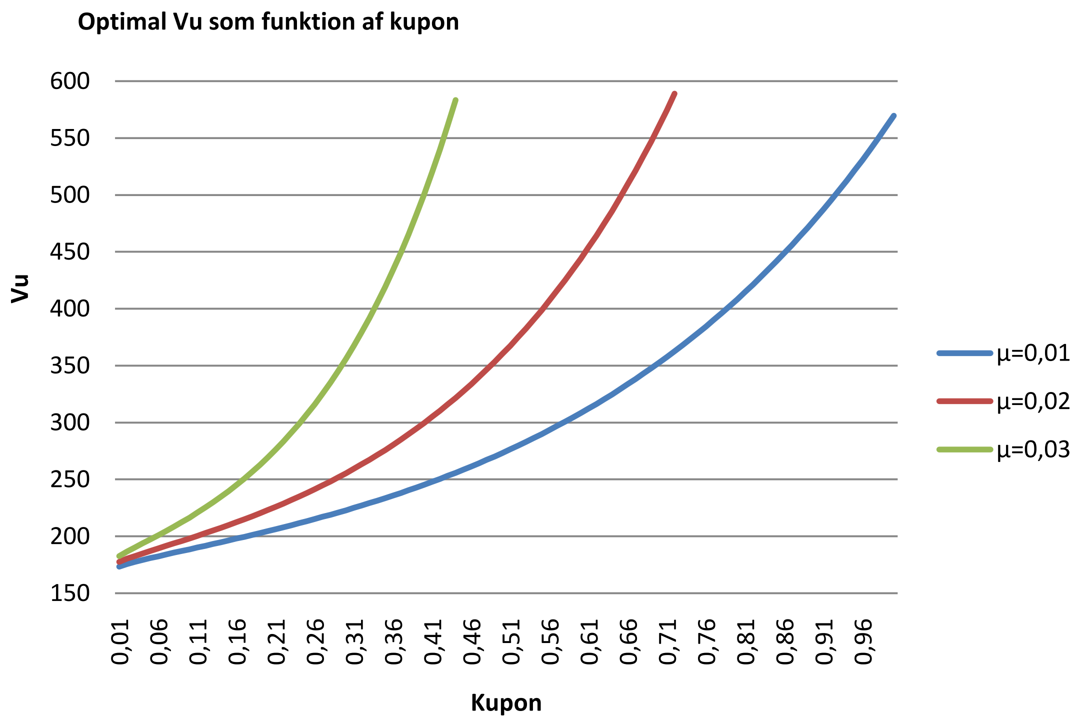


Figur 3



Det ses, at V_B er lineær i kuponrenten.

Figur 4



Det ses, at V_U vokser eksponentielt som funktion af kuponrenten, og det giver - som jeg kommer ind på senere - en udfordring, når jeg vil afprøve modellen på empirisk data.

Jeg vil nu forklare, hvordan jeg har valgt at kode optimeringsproblemet, der afgør hvordan virksomhedens optimale kapitalstruktur ser ud.

Jeg har grebet det an på to forskellige måder: I første del lader jeg Excel løse optimeringsproblemet ved hjælp af det indbyggede værktøj til løsning af optimeringsproblemer (solver), hvilket jeg senere har brugt som test af min egen kode. Efterfølgende regner jeg på en given kupon, og her har jeg selv kodet løsningen. Det skyldes, at jeg i det efterfølgende har vendt problemet om, og forsøger at finde volatilitet og drift i EBIT. Jeg har uden held forsøgt at få Excel til at løse dette problem. I stedet har jeg på den empiriske del valgt at sige, at kuponrenten er givet for virksomheden, og så forsøger jeg at finde et sæt af volatilitet og drift, der giver den mindste kvadrerede afvigelse i forhold til de observerede værdier, hvilket jeg vender tilbage til senere.

Metoden jeg benytter til at finde $V_{U,}$ hedder Golden Section Search og er en metode til at finde minimum af en funktion. Maksimeringsproblemet løses ved at minimere funktionen med modsat fortegn. Metoden stammer fra Numerical Recipies side 492. Det er en C++ kode jeg har oversat til VBA kode.

Der er et minimum af en funktion f i et interval [A; C] hvis A < B < C og f(B) < f(A) og f(B) < f(C). Antag, at B er en brøldel af afstanden mellem A og C helt præcist at:

$$\frac{B-A}{C-A} = W \text{ og } \frac{C-B}{C-A} = 1 - W, \;\; 0 \leq W \leq 1.$$

Antag endvidere, at det næste gæt X er yderlige en brøkdel Z fra B således at

$$\frac{X-B}{C-A} = Z, \;\; 0 \leq Z \leq 1.$$

Hvis f(X) < f(B) afkortes søgeintervallet til [B; C] med længden 1-W og X som nyt benchmark. Hvis f(X) > f(B) afkortes søgeintervallet til [A; X] med længden W + Z.

Z vælges således, at længden af de to intervaller er ens, altså W + Z = 1 - W ⥱ Z = 1 - 2W. Vi har nu fundet den optimale Z givet W. Skal W findes på samme måde som Z må vi benytte samme beslutningsregel på W og Z, hvilket medfører, at $\frac{Z}{1-W} = Z$, som sammen med Z=1 - 2W giver $W^2 - 3W + 1 = 0$. Løsning til denne ligning er $W = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \approx 0{,}38197$. Derfor er det første gæt B 0,38197 af afstanden mellem A og C fra A og $1 - W \approx 0{,}61803$ af afstanden fra C. De to forhold udgør det gyldne snit, som har givet navn til metoden.

5. Hvad betyder ændringen af modellen for løsningen.

Jeg vil her genskabe resultaterne fra GJL tabel 2, hvor de viser, hvad der sker, hvis man ændrer på input en variabel ad gangen. Jeg har valgt at genskabe tabel 2 under flere forskellige scenarier for også at vise, hvad mine ændringer af modellen betyder.

I første scenarie har jeg regnet, hvordan modellen ser ud, hvis jeg regner den helt efter GJL model. dvs. at driften i EBIT er givet endogent af modellen og er $\mu = \mathrm{r} - 0{,}035294 - (1 - 0{,}25)\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V}_0}$, og at skattefradraget halveres, hvis virksomhedens værdi bliver mindre end 17 gange den lovede kuponrente. De 17 gange kuponrenten stammer fra, at GJL antager, at virksomhedens prisindtjeningsratio er 17. Bemærk, at den drift, jeg benytter, er anderledes end den, GJL benytter. Det skyldes dels, at jeg har en anden virksomhedsskat end GJL og dels, at jeg regner med virksomheden har de 17 i prisindtjeningsratio, som GJL siger, der regnes med, og ikke de 20 de rent faktisk har brugt i eksemplet. Det antages at der stadig udbetales 35 i dividende.

I scenarie 2 har jeg regnet med en drift på 0 men stadig med de 17 gange kuponrenten som grænse for, hvor når virksomheden mister en del af sit skattefradrag.

I scenarie 3 har jeg regnet med, at driften er givet endogent igen, men at værdien hvor virksomheden mister noget af sit skattefradrag er givet ved $\frac{C}{r-\mu}$.

Til sidst har jeg i scenarie 4 opstillet en tabel med de forudsætninger der er redegjort for i afsnit 3. Driften er altså uafhængig af kuponrente og skatteniveau, og værdien hvor virksomheden mister noget af sit skattefradrag er givet ved $\frac{C}{r-\mu}$.

Scenarie 1: GJL's model

	µ	Optimal Kupon	Refinansiering	Fallit	Gearing	Credit spread	Recovery rate	Skattefordel af gæld
BASE	0,0045	1,39	234,36	16,85	26,4	92,7	59,4	1,7
$\tau_D = 0{,}15$	0,0112	0,47	742,19	6,35	9,4	20,3	64,3	0,1
$\tau_D = 0{,}25$	0,0020	1,69	186,52	18,28	31,7	134,6	52,2	4,4
$\tau_C = 0{,}20$	0,0150	0,34	1142,43	4,55	6,7	12,2	60,1	0,0
$\tau_C = 0{,}30$	-0,0003	1,73	186,78	18,71	32,3	143,2	49,3	4,4
ε = 0,3	0,0048	1,32	237,06	17,76	25,4	83,9	65,2	1,6
ε = 0,7	0,0030	1,57	229,32	14,56	29,1	107,4	46,5	1,9
σ = 0,23	0,0035	1,50	223,94	18,58	28,7	82,2	60,3	1,9
σ = 0,27	0,0050	1,30	245,14	15,29	24,3	104,5	58,7	1,6
α = 0,03	0,0032	1,53	232,99	19,76	28,8	98,8	79,0	1,9

α = 0,10	0,0058	1,18	237,47	12,29	22,8	80,9	53,7	1,5
r = 0,04	-0,0047	1,25	242,93	15,56	27,6	128,0	52,7	1,6
r = 0,06	0,0132	1,53	227,44	18,04	25,3	65,4	66,3	1,8

Scenarie 2: Drift givet endogent, og værdi hvor virksomheden mister noget af skattefradraget er givet ved 17 C.

	μ	Optimal Kupon	Refinansiering	Fallit	Gearing	Credit spread	Recovery rate	Skattefordel af gæld
BASE	0	1,67	275,93	20,39	30,8	115,3	61,6	1,6
$\tau_D = 0{,}15$	0	0,39	779,86	5,31	7,7	23,8	65,2	0,0
$\tau_D = 0{,}25$	0	2,14	223,52	23,35	38,8	169,2	54,6	4,3
$\tau_C = 0{,}20$	0	0,23	1157,98	3,14	4,6	14,5	61,1	0,0
$\tau_C = 0{,}30$	0	2,17	221,50	23,40	39,1	172,1	50,7	4,5
ε = 0,3	0	1,57	277,21	21,18	29,4	102,9	67,2	1,5
ε = 0,7	0	1,94	273,82	18,17	34,9	135,7	48,4	1,8
σ = 0,23	0	1,80	263,34	22,56	33,7	103,6	62,3	1,7
σ = 0,27	0	1,55	288,59	18,43	28,3	127,3	60,9	1,4
α = 0,03	0	1,87	275,24	24,30	34,3	121,5	81,7	1,8
α = 0,10	0	1,36	277,43	14,29	25,6	101,4	55,6	1,3
r = 0,04	0	1,61	289,41	19,74	34,5	143,7	53,2	1,9
r = 0,06	0	1,72	265,20	20,88	27,9	87,9	69,9	1,4

Scenarie 3: Drift givet endogent, og værdi hvor virksomhed mister noget af skattefradraget ved $\frac{C}{r-\mu}$.

	μ	Optimal Kupon	Refinansiering	Fallit	Gearing	Credit spread	Recovery rate	Skattefordel af gæld
BASE	0,0074	1,17	285,86	18,09	23,2	60,6	72,9	1,3

$\tau_D = 0{,}15$	0,0128	0,26	825,27	4,83	5,2	4,4	88,6	0,0
$\tau_D = 0{,}25$	0,0017	1,74	228,56	22,01	33,0	130,7	60,9	3,6
$\tau_C = 0{,}20$	0,0135	0,16	1219,26	3,00	3,1	2,2	84,9	0,0
$\tau_C = 0{,}30$	0,0015	1,76	226,30	22,11	33,5	134,5	56,5	3,8
ε = 0,3	0,0063	1,12	290,02	19,27	22,5	49,0	80,1	1,2
ε = 0,7	0,0035	1,49	276,40	16,05	28,1	98,9	53,4	1,5
σ = 0,23	0,0046	1,35	269,71	20,56	26,6	61,2	72,1	1,4
σ = 0,27	0,0064	1,11	301,33	16,37	21,6	73,8	71,0	1,1
α = 0,03	0,0039	1,45	289,05	22,91	28,2	71,8	94,1	1,4
α = 0,10	0,0076	0,95	280,34	12,05	18,8	60,3	64,1	1,0
r = 0,04	-0,0032	1,06	303,23	16,76	24,4	96,9	64,3	1,1
r = 0,06	0,0143	1,39	271,76	19,82	23,6	44,3	78,5	1,4

Scenarie 4: Drift givet endogent og værdi hvor virksomheden mister noget af skattefradraget er givet ved $\frac{C}{r-\mu}$.

	μ	Optimal Kupon	Refinansiering	Fallit	Gearing	Credit spread	Recovery rate	Skattefordel af gæld
BASE	0	1,35	278,99	18,74	25,8	87,2	67,9	1,3
$\tau_D = 0{,}15$	0	0,29	656,80	4,49	5,8	15,6	73,5	0,0
$\tau_D = 0{,}25$	0	1,78	225,57	22,04	33,5	137,8	60,2	3,6
$\tau_C = 0{,}20$	0	0,17	838,64	2,65	3,4	9,4	69,4	0,0
$\tau_C = 0{,}30$	0	1,80	223,47	22,12	33,8	140,7	55,9	3,8
ε = 0,3	0	1,26	280,75	19,51	24,5	72,3	74,5	1,2
ε = 0,7	0	1,59	276,23	16,58	29,5	112,6	52,4	1,5
σ = 0,23	0	1,46	266,02	20,89	28,3	77,2	69,0	1,4
σ = 0,27	0	1,24	292,04	16,82	23,6	97,6	66,8	1,2
α = 0,03	0	1,52	278,84	22,78	29,1	87,3	90,4	1,4
α = 0,10	0	1,09	279,45	12,73	21,1	82,0	60,4	1,0

r = 0,04	0	0,96	298,27	15,98	22,6	82,1	66,3	1,1
r = 0,06	0	1,77	264,85	21,09	28,5	91,6	69,1	1,4

Det ses på de fire scenarier, at de ligger meget tæt på hinanden og ændrer man på et enkelt input reagerer de fire modeller ens. Generelt kan man sige, at gearing og credit spreads i mine scenarier er større end i GJL's model, men det, tror jeg, skyldes, at driften i EBIT i min model er lavere end GJL's. I afsnit 4 har vi set, at en virksomhed med højere drift vil vælge en lavere kuponrente og dermed lavere gearing. Det er interessant at se, at når skatten går ned og det være sig enten virksomhedsskatten eller dividende skatten - så falder den optimale kupon kraftigt og værdien hvor virksomheden indfrier alt gæld for at udskrive ny og større gæld, stiger kraftigt. Det skyldes, at når skatten, der betales er lav, er fordelen ved at udstede gæld også tilsvarende mindre.

Der er altså ikke noget, der ud fra mine resultater taler for den en ene model frem for den anden, og det er derfor et spørgsmål om at vælge den model, hvor man har det bedst med forudsætningerne.

Det skal dog nævnes at vælger man min model, er det nemmere at se effekten af at ændre i et input, da driften kan holdes fast bliver løsningen ikke også ændret af en ændring i kuponen som det er tilfældet i GJL's model.

6. Undersøgelse af hvordan gearing kan variere inden for modellen.

Jeg tager først ideen fra Strebulaev 2007, hvor han simulerer en hel økonomi. Derefter regner han den gennemsnitlige gearingsratio ud. Denne sammenligner han så med den gearing, en optimal struktureret virksomhed måtte have.

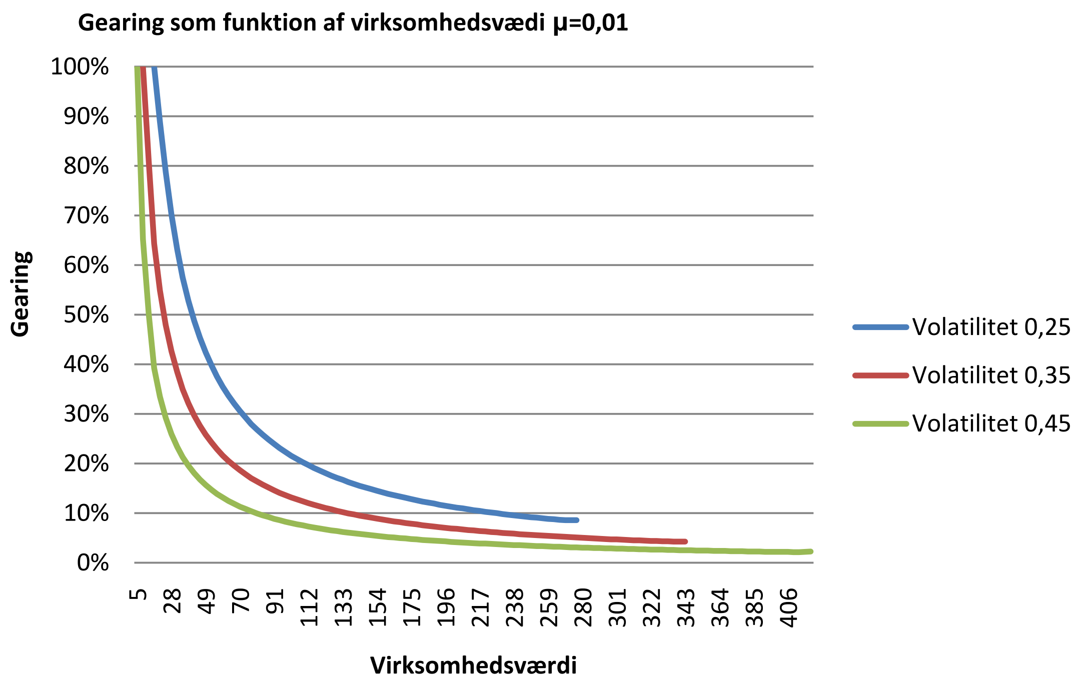
I stedet for at simulere en hel økonomi har jeg valgt at krydse tre forventede EBIT-drifter med tre spredninger. For de ni forskellige virksomheder finder jeg den optimale gearing og de tilhørende refinansieringspunkter. Jeg vil så se på, hvordan virksomhedernes gearing udvikler sig, når deres værdi ændrer sig i spændet fra V_B til V_U.

Tabel 2 Optimal kuponrente med tilhørende refinansieringspunkter

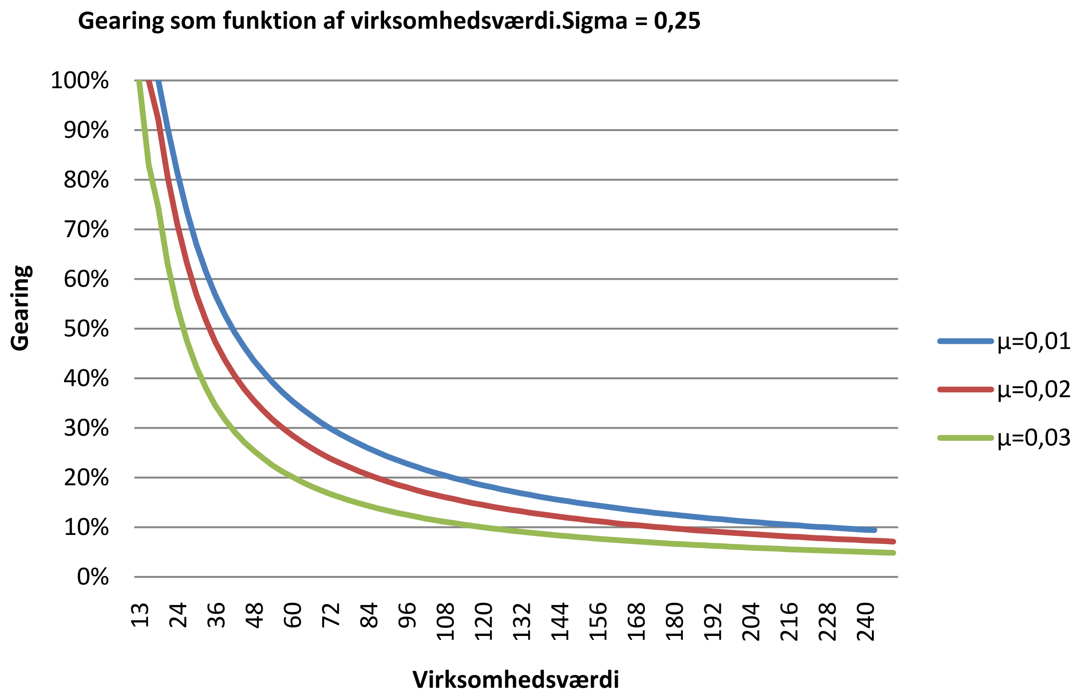
σ	μ=0,01			μ=0,02			μ=0,03		
	C	V_U	V_B	C	V_U	V_B	C	V_U	V_B
0,25	1,09	284,33	17,54	0,83	289,76	15,73	0,56	294,78	12,96
0,35	0,70	353,20	9,70	0,50	362,57	8,13	0,31	370,99	6,11
0,45	0,45	423,55	5,40	0,30	436,49	4,21	0,18	450,42	2,88

Som det ses i Tabel 2 vælger virksomheder med samme forventede drift i EBIT men forskellige volatiliteter også forskellige kuponer og refinansieringspunkter. Ikke overraskende er den optimale kupon lavere, når volatiliteten stiger. Mere overraskende er det, at hvis to virksomheder har samme volatilitet men forskellig forventet vækst i EBIT, vil den med lav drift vælge en højere kupon end den anden virksomhed. Dette fænomen kan forklares ved, at virksomheden med den højeste vækst har mere at tabe ved at gå fallit og derfor vælger en lavere kuponbetaling for at undgå dette. Med andre ord. Hvis en virksomhed i fremtiden har mulighed for at lave investeringer, der vil øge indtjeningen og dermed virksomhedens værdi da vil den vælge en lavere gearing, for ikke at gå fallit inden den får den mulighed i fremtiden. Dette forklarer også, hvorfor en virksomhed ikke vælger at stoppe deres kuponbetaling, fordi EBIT fra tid til anden er negativ, som modellen ellers forskriver.

Figur 5



Figur 6



Som det ses på både figur 5 og 6, varierer gearingen for en virksomhed mellem 2 og 100 %. Når virksomhedens gearing nærmer sig de 100 %, er virksomheden ved at gå fallit og den overgår til gældsejerne. Virksomhederne er optimalt gearet ved værdi 100. Der er altså muligt inde for denne model at observere alle tænkelige gearinger.

Et af Strebulaevs resultater er, at den gennemsnitlige gearing er lavere over tid end ved refinansieringspunkterne. Dette kan også ses på mine grafer: Virksomhederne er kun optimalt gearet ved værdi 100. Stiger værdien af virksomheden, falder gearingen, og omvendt vil gearingen stige, hvis værdien af virksomheden falder. Har alle virksomheder forventet vækst i EBIT, vil det kun være de uheldige virksomheder, der er blevet mindre værd end ved sidste refinansiering (dvs. den har fået større negative chok end deres tilvækst). Gearingen vil altså falde, indtil virksomheden når værdien V_u og refinansieres, og gearingen igen kommer tilbage til oprindeligt niveau. Dette forklarer også, hvorfor den empiriske gearing er lavere end den teoretiske gearing. Da teoretisk gearing jo kun beregnes ved refinansieringspunkterne.

7. Valg af virksomheder.

Det har i hele arbejdet med dette speciale været bestemt, at jeg skulle afprøve den implementerede model på empirisk data. Jeg besluttede mig for at kigge på tre danske virksomheder udvalgt efter forskellige kriterier. Parken Sport og Entertainment er i efterhånden længere tid blevet kritiseret for at have en for høj gearing og derfor var et naturligt første valg af virksomhed.

Vestas er efter min mening en af de mest spændende virksomheder, der er i Danmark, da de arbejder med at løse den problematik, at vores energibehov der bliver ved med at stige, samtidig med at forsille brændstoffer, som hidtil har været brugt til at frembringe energi, er ved at være brugt op. Dette gjorde sammen med at Vestas er repræsenteret i C20 indekset, at jeg valgte den som virksomhed nummer to.

B&O er en stor, velanset, gammel og velfunderet dansk virksomhed, der har rygte for at være forsiktig som virksomhed nummer tre.

Oprindeligt havde jeg valgt Bryggerigruppen, da jeg under arbejdet med at finde data, var faldet over en fondsbørsmeddelelse fra Royal Unibrew, om at de vil øge deres rentebærende gæld fra 2 gange EBITDA til tre gange fordi: "Med henblik på at optimere Royal Unibrews gennemsnitlige kapitalomkostning (WACC) og herigennem øge aktionærernes afkast er det besluttet at tilpasse koncernens kapitalstruktur" Fondsbørsmedelelse RU-43-2007 Desværre var det ikke muligt at finde de regnskabstal jeg havde brug for i Thompson ONE Banker.

8. Implicit udledning af drift og volatilitet på EBIT.

Jeg vil i dette afsnit undersøge om man implicit kan udlede drift og volatilitet i EBIT ved at betragte EBIT, den kuponrente virksomhederne har betalt og dens gearing.

Jeg har hentet regnskabstal for de tre danske virksomheder Vestas, Parken Sport og Entertainment (PSE) og B&O. Jeg har hentet data for de sidste 10 år.

Hvis der et år er negativ EBIT, er året udeladt, da modellen ikke kan håndtere situationen: Værdien af virksomheden bliver negativ, når EBIT er det, og værdien kommer derfor under V_B, og da er det ifølge modellen optimalt at lade virksomheden gå fallit.

For PSE er desuden udeladt år, hvor rentebetalingen var større end 30 procent af EBIT. I dette tilfælde ville modellen ikke konvergere. Det skyldes som beskrevet i afsnit 4 at V_u vokser eksponentielt med kuponrenten.

For alle tre virksomheder gælder i øvrigt at jeg kun har valgt 4 års data at regne på, da det ellers tog for lang tid at foretage beregningerne.

Jeg har benyttet, at modellen er skalerbar ved at skalere værdien af virksomhederne ned til 100. Dette er gjort for dels at gøre tallene mere sammenlignelige og dels for at området, hvor der skal ledes efter løsningen til modellen, er ens for de tre virksomheder, og endelig for at spare CPU tid.

Skaleringen foregår på følgende måde: Først beregnes prisindtjeningsration. Med denne regnes nu den tilsvarende gældsløse virksomhedsværdi ud. Denne skaleres så ned til værdi 100 og med den samme skalar nedjusteres den betalte kupon, så den passer til en virksomheds værdi på 100. Med de observerede EBIT og kuponbetalinger, forsøger jeg herefter at finde den drift, μ, og volatilitet, σ, der minimerer summen af de kvadrerede afvigelser mellem observerede gearingsratio og den beregnede.

Med udgangspunkt i Vestas regnskabstal fra 2009, vil jeg vise, hvordan jeg skalerer tallene ned. Selskabet har en EBIT på 6127,976 og en prisindtjeningsratio på 20. Regnet som $(1-0{,}25)(1-0{,}20)\frac{1}{0{,}05-0{,}02}=20$ svarende til en drift på 0,02, giver det en virksomhedsværdi på 183839,3. For at få værdien skaleret ned til 100, laver jeg en skalar defineret ved 100 / 183839,3 = 0,000544. Denne ganger jeg så på den betalte kupon 104,2426 for at få den justeret ned, så den passer til en virksomhedsværdi på 100. Den reducerede kuponbetaling bliver derfor 0,056703.

For at et reducere beregningstiden, har jeg valgt at reducere problemet ved at sige, at der kun skal regnes afvigelser for nogle valgte kombinationer af drift og volatilitet.

Når man ser på regnskabsdata for de tre virksomheder. Ser man hvorfor, PSE har været nødsaget til at udføre den netop overståede aktie emission, hvorfra 90 % af overskuddet herfra er gået til at nedbringe virksomhedens gæld. Det er også lykkedes at nedbringe gælden fra 2,1 mia. til 1,4 mia. kr.. Der har dog i pressen været flere ytringer om at dette ikke er nok Steven Brooker fra SEB Enskilda, mener at gælden skal helt ned på 600 - 800 mio. kr.. Som det ses i understående tabel, har PSE procentvis af deres EBIT meget større rentebetalinger end de to andre virksomheder.

Tabel 2 Regnskabstal i mio. DKK.

	PSE			Vestas			B&O		
År	Aktiver	Gæld	Gearing	Aktiver	Gæld	Gearing	Aktiver	Gæld	Gearing
2009	2909,1	2117,3	73%	***47102,5***	***2613,9***	***6%***	2560,3	378,1	15%
2008	3193,6	2079,2	65%	***39089,4***	***916,7***	***2%***	2794,6	441,9	16%
2007	***2377,8***	***1136,7***	***48%***	***30886,7***	***1118,5***	***4%***	***2943,8***	***276,4***	***9%***
2006	***1250,1***	***501,5***	***40%***	***26045,1***	***1300,6***	***5%***	***2886,3***	***283,2***	***10%***
2005	***1168,5***	***359,8***	***31%***	21982,5	3672,9	17%	***2761,5***	***247,4***	***9%***
2004	***1142,1***	***402,1***	***35%***	21749,9	4332,1	20%	***2740,6***	***316,9***	***12%***
2003	924,9	256,7	28%	10349,5	1845,5	18%	2572,3	372,5	14%
2002	832,9	262,9	32%	9417,7	1971,2	21%	2375,9	447,5	19%
2001	359,1	0,4	0%	7027,0	624,0	9%	2301,5	502,3	22%

2000	248,1	25,3	10%	4391,6	803,1	18%	2144,0	391,6	18%

År	PSE			Vestas			B&O		
	EBIT	Kupon	Kupon i pct af EBIT	EBIT	Kupon	Kupon i pct af EBIT	EBIT	Kupon	Kupon i pct af EBIT
2009	-146,5	100,3	-68%	***6128,0***	***104,2***	***2%***	-494,7	30,6	-6%
2008	107,9	61,3	57%	***5390,2***	***67,1***	***1%***	191,5	26,6	14%
2007	***152,0***	***44,1***	***29%***	***3397,3***	***96,9***	***3%***	***541,9***	***16,4***	***3%***
2006	***77,6***	***19,9***	***26%***	***1474,9***	***274,5***	***19%***	***444,4***	***12,7***	***3%***
2005	***74,5***	***19,4***	***26%***	-945,4	233,2	-25%	***405,3***	***18,2***	***4%***
2004	***58,4***	***17,8***	***30%***	-77,4	292,4	-378%	***360,9***	***20,4***	***6%***
2003	27,5	15,5	57%	545,4	144,9	27%	314,6	24,5	8%
2002	79,0	7,1	9%	556,1	112,8	20%	255,4	32,6	13%
2001	22,3	0,2	1%	2962,0	112,0	4%	291,4	67,2	23%
2000	23,5	5,4	23%	919,6	53,4	6%	367,8	30,6	8%

For PSE og B&O er årene 2004 - 2007 brugt til at kalibrere modellen, for Vestas er det årene 2006-2009. Regnskabstallene er fremhævet med fed og kursiv for de år der brugt. Med at kalibrere modellen mener jeg finde det sæt af drift og volatilitet i EBIT, der minimerer den kvadrerede sum af afvigelser, der er mellem empirisk gearing og modellens.

Nedenstående tabel er en illustration af, hvordan beregningen af afvigelsen er sat op i Excel. Tallene er for PSE med en drift på 0,01 og en volatilitet på 0,15.

Tabel 3 Kalibrering i Excel.

År	EBIT	Virksomheds værdi	Kupon	Reduceret kupon	V_U
2007	152,01	2251,97	44,07	1,93	244,41
2006	77,62	1149,88	19,93	1,71	213,20
2005	74,48	1103,39	19,43	1,74	216,37
2004	58,44	865,70	17,77	2,03	262,02
	V_B	Gæld	Aktiekapital	Gearing	Kvadrerede

					afvigelse	
2007	35,98	24,48	37,10	40%	0,006	
2006	31,86	21,79	39,78	35%	0,002	
2005	32,35	22,12	39,45	36%	0,003	Sum
2004	37,76	25,63	35,94	42%	0,004	0,015

Den kombination af drift og volatilitet der minimerer den kvadrerede afstand mellem gearing observeret og beregnet i modellen, er:

Tabel 4 og volatilitet ifølge model

PSE		Vestas		B&O	
μ	σ	μ	σ	μ	σ
0,01	0,15	0,04	0,15	-0,065	0,55

Det ser ikke godt ud for B&O, da der er en negativ drift på EBIT, hvorimod modellen giver en positiv drift på EBIT for de to andre selskaber, altså en forventning om øget indtjening i fremtiden. Hvad kan så være grunden til at B&O har en negativ drift i EBIT ifølge modellen? Kigger man på regnskabstallene i Tabel 2 har B&O kun en rentebetaling på 3 % af EBIT. Det tyder på, at virksomheden er mere moden forstået på den måde, at det er længe siden, B&O valgte deres optimale kapitalstruktur. Modsat både PSE og Vestas, ændrer B&O ikke særligt meget på deres gæld. Det ser ud til, at PSE og Vestas aktivt forsøger at tilpasse deres kapitalstruktur til deres virksomhed, hvorimod B&O mere passivt lader deres kapitalstruktur ændre sig. Derfor må det være således at gearingen i PSE og Vestas er tættere den optimale gearing end B&O. Derfor er det jo tænkeligt at B&O rent faktisk er ved at nå en værdi, hvor den skal refinansieres. Det betyder, at der er et uudnyttet potentiale i B&O aktien, da skattefradraget til rentebetalinger ikke er så stort, som det kunne være. Desuden er der udsigt til at aktionærerne snart får tilført værdi fra gældsejerene, hvis virksomheden når refinansieringspunktet. Ser man på regnskabstallene for B&O i årene efter dem, der er kalibreret model på, kan man jo også se at gælden er blevet øget, hvilket indikerer, at virksomheden i denne model har nået værdien V_U og er blevet refinansieret. Ser man på virksomheden som potentiel investor i virksomhedsobligationer, og tror på denne model er gælden bedre beskyttet i B&O end i for eksempel PSE. Det er måske ikke så svært at se udfra regnskabstallene alene, da gearingsprocenten i PSE er væsentligt højere. Dette samme gælder, hvis man ser på rentebetalingen i pct. af EBIT. Det omvendte kan så siges om PSE.

Hvis jeg nu forfølger udtalelsen fra Steven Brooker og laver to kopier af PSE, men i stedet for de nuværende 2,1 mia. i gæld lader vi den ene have 1,4 mia., som gælden er nedbragt til efter deres aktieemmision. Den virksomheder kalder vi PSE_1,4. Den anden lader vi have 700 mio. kr i gæld, som Steven Brooker foreslår, denne kaldes PSE_0,7. Det antages, at kuponbetalingen falder i samme grad som gælden. Som det ses på den efterfølgende tabel, vil PSE stadig ligge med den højeste kupon i procent af EBIT, selvom de fik nedbragt deres gæld til 700 mio. kr. De vil dog ligge i samme niveau som Vestas og B&O.

Tabel 5 Regnskabstal i mio. DKK. for afarter af PSE

	PSE			PSE_1,4			PSE_0,7		
År	EBIT	Kupon	Kupon i pct af EBIT	EBIT	Kupon	Kupon i pct af EBIT	EBIT	Kupon	Kupon i pct af EBIT
2009	-146,5	100,3	-68%	-146,5	66,9	-46%	-146,5	33,4	-23%
2008	107,9	61,3	57%	107,9	40,9	38%	107,9	20,4	19%
2007	***152,0***	***44,1***	***29%***	***152,0***	***29,4***	***19%***	***152,0***	***14,7***	***10%***
2006	***77,6***	***19,9***	***26%***	***77,6***	***13,3***	***17%***	***77,6***	***6,6***	***9%***
2005	***74,5***	***19,4***	***26%***	***74,5***	***13,0***	***17%***	***74,5***	***6,5***	***9%***
2004	***58,4***	***17,8***	***30%***	***58,4***	***11,8***	***20%***	***58,4***	***5,9***	***10%***
2003	27,5	15,5	57%	27,5	10,4	38%	27,5	5,2	19%
2002	79,0	7,1	9%	79,0	4,7	6%	79,0	2,4	3%
2001	22,3	0,2	1%	22,3	0,2	1%	22,3	0,1	0%
2000	23,5	5,4	23%	23,5	3,6	15%	23,5	1,8	8%

	PSE			PSE_1,4			PSE_0,7		
År	Aktiver	Gæld	Gearing	Aktiver	Gæld	Gearing	Aktiver	Gæld	Gearing
2009	2909,1	2117,3	73%	2909,1	1411,562	49%	2909,1	705,781	24%
2008	3193,6	2079,2	65%	3193,6	1386,148	43%	3193,6	693,074	22%
2007	***2377,8***	***1136,7***	***48%***	***2377,8***	***757,8213***	***32%***	***2377,8***	***378,9107***	***16%***
2006	***1250,1***	***501,5***	***40%***	***1250,1***	***334,354***	***27%***	***1250,1***	***167,177***	***13%***
2005	***1168,5***	***359,8***	***31%***	***1168,5***	***239,8567***	***21%***	***1168,5***	***119,9283***	***10%***

2004	***1142,1***	***402,1***	***35%***	***1142,1***	***268,044***	***23%***	***1142,1***	***134,022***	***12%***
2003	924,9	256,7	28%	924,9	171,1367	19%	924,9	85,56833	9%
2002	832,9	262,9	32%	832,9	175,248	21%	832,9	87,624	11%
2001	359,1	0,4	0%	359,1	0,234	0%	359,1	0,117	0%
2000	248,1	25,3	10%	248,1	16,854	7%	248,1	8,427	3%

Nedenunder ses drift og volatilitet for de tre varianter af PSE:

Tabel 6 Drift og volatilitet for de tre varianter af PSE ifølge model

PSE		PSE_1,4		PSE_0,7	
μ	σ	μ	σ	μ	σ
0,01	0,15	0,02	0,30	0,01	0,25

Her er resultaterne for PSE og PSE_0,7, der er mest bemærkelsesværdige: Hvis vi ser på figur 6, er det virksomheden med den højeste volatilitet, som har den højeste gearing, og her er det altså omvendt.

Det ser også lidt voldsomt ud at PSE_1,4 har dobbelt så stor drift og volatilitet som PSE. Det er der dog ingen selvmodsigelse i, hvis effekten af at driften er steget, er større end effekten af større volatilitet.

Jeg tester de implicitte volatiliter og drifte ved at se, hvilken gearing de fem virksomheder ville have, hvis de havde den drift og volatilitet, mine beregninger er kommet frem til.

Tabel 7 Sammenligning af gearing givet implicit drift og volatilitet med observeret.

	μ	σ	Kupon	Gearing ifølge model	Gennemsnitlig gearing i de fire år.
PSE	0,01	0,15	1,75	36,14	38,48

PSE_1,4	0,02	0,3	0,64	13,19	18,53
PSE_0,7	0,01	0,25	1,09	21,88	12,83
Vestas	0,04	0,15	0,56	11,77	4,13
B&O	-0,065	0,55	1,37	15,84	9,93

Det ser ud til at hvis man ser på en virksomhed, der meget aktivt tilpasser deres kapitalstruktur til deres indtjening eller lige har optimeret, kan modellen benyttes til at udlede drift og volatilitet implicit ligesom vi kender det fra Black-Scholes optionsprismodel, der benyttes til at udlede implicit volatilitet på aktiekursen ud fra prisen på eksempelvis en call-option på aktien. Yderligere ser ud til, at det er korrekt, at PSE har en alt for høj gearing. Jeg kalibrerede modellen på fire år, hvor PSE betalte en kupon på gennemsnitlig 28 % af EBIT. Modellen giver, at PSE skal have en gearing på 36 %, og ser vi på den faktiske gearing er den 38 %, og det virker derfor som om, PSE er meget tæt på at være optimalt struktureret ifølge denne EBIT model. Men i de efterfølgende år har PSE fordoblet deres gæld, uden at deres indtjening er fulgt med. Derfor er deres gearing steget fra 38 % til hele 73 %. Jeg vil tilslutte mig Steven Brooker: Selvom PSE har reduceret deres gæld fra 2,1 mia. kr. til 1,4 mia.kr. ved hjælp af en aktieemission, er det for lidt, og de er nødt til at reducere deres gæld til det halve. Der er forlydender om at Nordea, som er PSE's bank, for at lade PSE forsætte i foråret 2010, lagde krav om gælden skulle nedbringes først ved den netop gennemførte aktieemission, og hvis det lykkedes PSE's fodboldklub FCK at kvalificere sig til Champions League, skulle en stor del af indtægterne herfra bruges til at nedbringe gælden yderligere. Om dette er sandt vil vise sig, når PSE fremlægger deres regnskab næste gang.

Hvis man vil bruge modellen til at udlede drift og volatilitet, må det så være et kriterium, at man vælger nogle år hvor kuponen er nogenlunde den samme andel af EBIT alle år og ikke som jeg har gjort med Vestas, hvor der i de fire år, jeg regner på, er et år, hvor kuponen som procent af EBIT er 19 % og 1, 2 og 3 % i de tre de andre. Med andre ord skal man altså regne på år, der er nogenlunde ens, hvilket gør, at man må stille sig selv spørgsmålet, om en enkelt observation ikke er nok til at udlede volatilitet og drift, hvis bare denne observation er der hvor virksomheden lige har optimeret sin kapitalstruktur. Problemet ses for B&O's data, hvor refinansieringen ligger for langt væk fra de år, jeg regner på. Tager jeg i stedet regnskabsåret 2008, hvor B&O har en gearing på 15,8 %, vil en drift på 0,015 og en volatilitet på 0,3 ifølge modellen give en gearing på 15,2 %. Men det giver jo så et andet problem nemlig antallet af mulige løsninger er uendeligt, med mindre man ligger en restriktion på enten volatilitet eller drift, hvilket igen en helt ny model, som skal estimeres og undersøges nærmere.

9. Konklusion

Når jeg har fortalt folk at mit speciale handler om hvordan en virksomhed optimalt skal fordele finansieringen mellem gæld og aktiekapital, har de næsten alle sagt at det lyder da relevant i sådan en krisetid, som vi i øjeblikket befinder os i. Jeg mener at det er den, tankegang der har ført os ud i krisen, da folk jo hurtigt glemmer, at der er noget der hedder risiko i de perioder, hvor hjulene bare kører, og aktiekurserne drøner i vejret. Derfor får jeg også næsten knopper, når der i medierne er en eller anden, der tuder over, at han har tabt hele sin opsparing, fordi han har investeret alt, hvad han ejede og havde i en aktie i håb om, at de havde ramt netop den aktie, der var en guldfugl. Ved at satse hele sin opsparing på én aktie, overtræder man flere simple regler, som alle investorer burde overholde: 1) Sats ikke flere penge, end du har råd til at tabe, 2) spred dine investeringer og 3) lad være med at købe varm luft. Det sidste kan denne model måske være med til at hjælpe med at undgå.

I disse dage tales der om, at virksomhedsskatten skal sættes ned. Det vil, som det ses i scenarie 4, have en enorm indvirkning på virksomhedernes optimale kapitalstruktur. Den optimale kupon falder fra 1,67 til 0,23, hvis virksomhedsskatten sænkes fra 25 % til 20 %. Samtidig forsvinder skattefordelen ved gæld, dvs. at skattefradraget ikke længere er større end omkostningerne ved at udstede gæld. Jeg tror dog ikke, at vi vil se, at danske virksomheder ikke længere har gæld, da der vil være et behov for at rejse kapital til investeringer.

Det er i denne opgave lykkedes at vise, at hvis du har en virksomhed, som lige er blevet refinansieret, er det muligt implicit bestemme drift og volatilitet. Jeg vil dog anbefale, at hvis man ønsker at benytte modellen fremadrettet, skal resultaterne testes af i en større simulering i stil med den, Strebulaev udfører i sin artikel. Jeg tænker, at man skal simulere flere virksomheders EBIT med forskellige drifter og volatiliteter i en længere periode for på dem at regne en optimal kapitalstruktursti. På denne kan man så forsøge at udlede drift og volatilitet på samme måde, som jeg har gjort det på empirisk data.

Jeg kan konkludere, at det ud fra min model ser ud til, at Parken Sport og Entertainment var optimalt gearet i årene 2004 til 2007, men siden da er gælden fordoblet, og det er langt mere end indtjeningen kan bære. Selvom gælden igen er blevet nedbragt, er den dog stadig for høj og bør være i nærheden af de 600 mio. kr. gælden er i gennemsnit i 2004-2007, da indtjeningen er på samme niveau nu som dengang.

For Vestas og B&O ser det anderledes ud: Begge virksomheder er lavere gearet end modellen foreskriver. Så selvom det på regnskabstallene ser ud til, at Vestas aktivt tilpasser deres kapitalstruktur til deres indtjening, gør de det altså for konservativt. Med hensyn til B&O ser det ud til, at de tilpasser deres kapitalstruktur, som modellen foreskriver, nemlig ved at vente til virksomhedsværdien når V_U for så at geare op, så gearingen kommer på samme niveau, som da de udstedte gæld første gang. Gennemsnitligt har de altså lavere gearing end modellens optimale gearing. B&O er således et godt eksempel på resultatet fra Strebulaev, som jeg genskabte i afsnit 6.

10. Litteraturliste

Robert Goldstein, Nengjiu Ju, Hayne Leland (2001): An EBIT-Based Model of Dynamic Capital Structure. The Journal of Business, Vol. 74 No. Side 483 - 512.

Ilya A. Strebulaev (2007): Do Tests of Capital Structure Theory Mean What They Say? The Journal of Finance Vol. LXII No. 4 August 2007 side 1747- 1787..

William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Veeterling, Brian P. Flannery (2007) Numerical Recipies Third Edition Side 492 - 496.

Online artikel bragt i Børsen den 17-08-2010 Nordea snupper Parkens fodboldmillioner: http://borsen.dk/nyheder/finans/artikel/1/189051/nordea_snupper_parkens_fodboldmillioner.html

11. Bilag.

VBA kode af funktionerne til beregning

```
Function Pu(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

Dim x As Double

Dim y As Double

Dim sigma1 As Double

'Dim my As Double

'my = rate - (corp_tax / per) - (1 - corp_tax) * (c / V)


  x = (1 / sigma ^ 2) * ((my - (sigma ^ 2 / 2)) _

    + Sqr((my - (sigma ^ 2 / 2)) ^ 2 + 2 * rate * sigma ^ 2))
```

```
    y = (1 / sigma ^ 2) * ((my - (sigma ^ 2 / 2)) _
        - Sqr((my - (sigma ^ 2 / 2)) ^ 2 + 2 * rate * sigma ^ 2))

    sigma1 = (vb ^ -y * vu ^ -x) - (vu ^ -y * vb ^ -x)

        Pu = -((vb ^ -x / sigma1) * V ^ -y) + (vb ^ -y / sigma1) * V ^ -x
End Function

Function Pb(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Dim x As Double
Dim y As Double
Dim sigma1 As Double
'Dim my As Double
'my = rate - (corp_tax / per) - (1 - corp_tax) * (c / V)

    x = (1 / sigma ^ 2) * ((my - (sigma ^ 2 / 2)) _
        + Sqr((my - (sigma ^ 2 / 2)) ^ 2 + 2 * rate * sigma ^ 2))

    y = (1 / sigma ^ 2) * ((my - (sigma ^ 2 / 2)) _
        - Sqr((my - (sigma ^ 2 / 2)) ^ 2 + 2 * rate * sigma ^ 2))

    sigma1 = (vb ^ -y * vu ^ -x) - (vu ^ -y * vb ^ -x)
```

```
    Pb = ((vu ^ -x / sigma1) * V ^ -y) - ((vu ^ -y / sigma1) * V ^ -x)
End Function

Function V_solv(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Dim x1 As Double
Dim x2 As Double

x1 = Pu(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, per)
x2 = Pb(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, per)
  V_solv = V - (x1 * vu) - (x2 * vb)
End Function

Function V_int(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
      V_int = (c / rate) * (1 - Pu(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my) - Pb(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my))
End Function

Function V_def(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
  V_def = Pb(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my) * vb
End Function

Function V_res(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
```

```
    V_res = Pu(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my) * vu
End Function


Function debt0(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Dim efftax As Double


efftax = 1 - (1 - corp_tax) * (1 - div_tax)


    debt0 = ((1 - inc_tax) * V_int(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)) _
    + ((1 - alpha) * (1 - efftax) * V_def(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q,
my))
End Function


Function equity0(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Dim efftax As Double
Dim x As Double
Dim y As Double
Dim sigma2 As Double
Dim H As Double
Dim K As Double
Dim c1 As Double
Dim c2 As Double
Dim c3 As Double
```

```
Dim c4 As Double

Dim c5 As Double

Dim c6 As Double

Dim B1 As Double

Dim B2 As Double

Dim A1 As Double

Dim A2 As Double

Dim vtl As Double

'Dim my As Double


'my = rate - (corp_tax / per) - (1 - corp_tax) * (c / V)


'vtl er værdien hvor virksomheden mister noget af sit skatte skjold ebit < c

vtl = c / (rate - my)


    x = (1 / sigma ^ 2) * ((my - (sigma ^ 2 / 2)) _

        + Sqr((my - (sigma ^ 2 / 2)) ^ 2 + 2 * rate * sigma ^ 2))


    y = (1 / sigma ^ 2) * ((my - (sigma ^ 2 / 2)) _

        - Sqr((my - (sigma ^ 2 / 2)) ^ 2 + 2 * rate * sigma ^ 2))


   efftax = 1 - (1 - corp_tax) * (1 - div_tax)
```

```
K = (1 - efftax)

H = (1 - tax_loss * efftax)


c1 = vb ^ -y

c2 = vb ^ -x

c3 = vu ^ -y

c4 = vu ^ -x

c5 = vtl ^ -y

c6 = vtl ^ -x


sigma2 = (c1 * c4) - (c2 * c3)


B1 = ((H * (c / rate) - K * vb) * c4 / sigma2) + (K * (vu - c / rate) * c2 / sigma2) _

  + ((K - H) * (c / rate) * c2 * (x * (c3 / c5) - y * (c4 / c6))) / ((x - y) * sigma2)


B2 = (H * (c / rate) - (K * vb)) / c2 - (B1 * (c1 / c2))


A1 = B1 - (x * (K - H) * (c / rate)) / ((y - x) * c5)


A2 = B2 - (y * (K - H) * (c / rate)) / ((x - y) * c6)
```

```
If V >= vtl Then _
    equity0 = (A1 * (V ^ -y)) + (A2 * (V ^ -x)) + K * (V - (c / rate))

If V < vtl Then _
    equity0 = B1 * (V ^ -y) + B2 * (V ^ -x) + (K * V - H * (c / rate))
End Function

Function goverment0(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q)
Dim efftax As Double

    efftax = 1 - (1 - corp_tax) * (1 - div_tax)
    goverment0 = efftax * (V_solv(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my) - V_int(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q)) + inctax * V_int(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q) + (1 - alpha) * efftax * V_def(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
End Function

Function bankruptcy0(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q)
Dim efftax As Double

efftax = 1 - (1 - corp_tax) * (1 - div_tax)
    bankruptcy0 = alpha * V_def(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
```

```
End Function


Function debt(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Dim p1 As Double
Dim d0 As Double
    d0 = debt0(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
    p1 = Pu(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

  debt = d0 / (1 - p1)
End Function


Function Reconstruct(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Dim gamma As Double
gamma = vu / V
  Reconstruct = q * debt(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my) / (1 - gamma * Pu(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my))
End Function


Function Equitybefore(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Dim gamma As Double
Dim e0 As Double
Dim DB As Double
Dim d0 As Double
```

```
Dim p1 As Double

      gamma = vu / V

      e0 = equity0(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

      d0 = debt0(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

      'DB = debt(V, c, vu, Vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q)

      p1 = Pu(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

   DB = d0 / (1 - p1)


   Equitybefore = (e0 + d0 - (q * DB)) / (1 - (gamma * p1))

End Function


Function EquityClaim(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

Dim gamma As Double

gamma = vu / V

   EquityClaim = Equitybefore(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my) -
((1 - q) * debt(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my))

End Function
```

VBA kode der finder V_U og V_B.

```
Function boundries_Vu1(V, c, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my, ax As Double,
cx As Double)

Dim vu, vb, fejl, temp As Double
```

```
vu = golden(V, c, V / 5, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my, ax, cx)

vb = findvb1(V, c, vu, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)


fejl = 1

Do While fejl > 0.001


temp = Equitybefore(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

   vu = golden(V, c, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my, ax, cx)

   vb = findvb1(V, c, vu, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

fejl = Abs(Equitybefore(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my) - temp)


Loop

boundries_Vu1 = vu

End Function


Function findvb1(V, c, vu, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

Dim test, i, vb As Double


test = 0

For i = 0.1 To 50 * V

vb = Equitybefore(V, c, vu, i / V, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

If vb > test Then findvb1 = i / V
```

```
If vb > test Then test = vb

Next i


End Function


Function f_gold(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

    f_gold = -Equitybefore(V, c, vu, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)

End Function


Function golden(V, c, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my, ax As Double, cx As Double)

Dim r, con, bx As Double

r = 0.61803399

con = 1 - r

bx = con * (cx - ax) + ax

Dim x0, x1, x2, x3 As Double


x0 = ax

x3 = cx


Dim f1, f2 As Double

If (Abs(cx - bx) > Abs(bx - ax)) Then _

    x1 = bx _
```

```
    : x2 = bx + con * (bx - ax) _

If (Abs(cx - bx) <= Abs(bx - ax)) Then _
    x2 = bx _
    : x1 = bx - con * (cx - bx)

f1 = f_gold(V, c, x1, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
f2 = f_gold(V, c, x2, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
Do While (Abs(x3 - x0) > 0.00001 * (Abs(x1) + Abs(x2)))
    If f2 < f1 Then _
    x0 = x1 _
    : x1 = x2 _
    : x2 = r * x2 + con * x3 _
    : f1 = f2 _
    : f2 = f_gold(V, c, x2, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
     If f2 >= f1 Then _
     x3 = x2 _
     : x2 = x1 _
     : x1 = r * x1 + con * x0 _
     : f2 = f1 _
     : f1 = f_gold(V, c, x1, vb, sigma, div_tax, inc_tax, corp_tax, rate, alpha, tax_loss, q, my)
```

```
Loop

If f1 < f2 Then _
   golden = x1

If f1 >= f2 Then _
   golden = x2
End Function
```