

Empirisk undersøgelse af CDS-Bond Basis

af

Thomas Chr. Vasehus

AFHANDLING

*Master of Science in Business Administration
and Management Science*

(Cand. merc. mat.)



15. august 2011

Vejleder: Jens Dick Nielsen

Anslag: 115.157

Executive summary This thesis is an empirical investigation of the theoretical equivalence of credit default swap prices and credit spreads in the corporate bond market called The CDS-Bond Basis.

For the period 2005-2009 I document the significant negative trend in the CDS-Bond Basis during the financial crisis, for both High Yield and Investment Grade companies. I use intensity models to present closed form solutions for the corporate bond and the CDS-contract and fit these solutions to actual market data to extract measures of default and liquidity-risk.

I find that the liquidity measure for the credit spread rises steeply in the beginning of the financial crisis and settles at remarkably high levels during the crisis. Thus the rise in the corporate bond liquidity measure is found to be the main driver of the negative CDS-Bond Basis. Through regressions analysis of the CDS-Bond Basis and the liquidity measure, I find that this measure of corporate bond illiquidity is significantly positively related to market volatility and negatively related to the spot rate of interest and the state of the economy.

Further I find evidence of counterparty risk in the CDS-market, which in times of crisis expands the negative development in the CDS-Bond Basis. Also, a correlation between company creditrating and the measure of liquidity suggests a tendency of flight to quality in the corporate bond market.

Finally, I perform a robustness check of my data and assumptions, which support my choice of data, but incurs that an introduction of liquidity in the CDS-spread would give rise to strictly non-negative values of the liquidity measure.

Preface I would like to thank my supervisor Jens Dick-Nielsen for providing me with valuable material, fruitful sparring and qualified guidance throughout the entire process.

Copenhagen, August 2011

Thomas Christian Vasehus

Indhold

1	Indledning	6
1.1	Baggrund og motivation	8
2	Definitioner	10
2.1	Credit Default Swaps	10
2.2	Virksomhedsobligationer	11
2.3	CDS-Bond Basis	12
2.3.1	Basis afvigelser	13
3	Modellering af virksomhedsobligation og CDS-kontrakt	15
3.1	Valg af model	15
3.1.1	Kort introduktion til intensitetsmodeller	16
3.2	Modellen	17
3.3	Virksomhedsobligationen	21
3.4	CDS-kontrakten	23
3.5	Lukkede løsninger	25
3.5.1	Lukket løsning for virksomhedsobligation	34
3.5.2	Lukket løsning for CDS-kontrakten	35
4	Data og programmer	37
4.1	CDS-data	37
4.2	Obligationsdata	38
4.3	Rente-data	39
4.4	Gennemgang af programmer	40
4.4.1	Kreditspændet	41
4.4.2	Model 1	42
4.4.3	Model 2	43
5	Analyse	44
5.1	Case Study - Ford Motor	44
5.1.1	Fords kreditspænd og CDS-Bond Basis	45
5.1.2	Fords fallit og likviditetsrisiko	48
5.2	Analyse af CDS-Bond Basis før, under og efter finanskrisen . .	50
5.2.1	Kreditspænd og CDS-præmie på selskabsniveau	51
5.2.2	Kreditspænd og CDS: CDS-Bond Basis udvikling . . .	54
5.2.3	Model 1: Fallit- og likviditetskomponenter	56

5.2.4	Delkonklusion	63
5.3	Regressionsanalyse	63
5.3.1	Regressionsmodeller	66
5.3.2	Likviditetskomponenten	67
5.3.3	CDS-Bond Basis	69
5.3.4	Sammenfattende regressionsresultater	71
6	Robusthedstjek	72
6.1	Obligationsdata	72
6.2	Modelantagelser	77
7	Diskussion	80
7.1	Fejlkilder	82
8	Konklusion	83
9	Appendiks	85
9.1	Appendiks 1 - Lukkede løsninger med CIR-likviditet	85
9.2	Appendiks 2 - Lukket løsning for risiko- og likviditetsfri obligation	86
9.3	Appendiks 3 - Lukket løsning for likviditetsfri obligation	87
9.4	Bilag 1- CD med Data og Programmer	88
9.4.1	Data	88
9.4.2	R-programmer	88
9.4.3	SAS-programmer	88
	Litteraturliste	89

1 Indledning

Denne afhandling er en empirisk undersøgelse af sammenhængen mellem kreditspændet på virksomhedsgæld og præmierne på Credit Default Swaps, også kaldet CDS-Bond Basis, i perioden 2005 til 2009. Under den finansielle krise i 2007-2009 brød CDS-Bond Basis med hvad, der tidligere blev opfattet som en ingen-arbitrage sammenhæng og blev stærkt negativt. For at undersøge hvad der drev denne negative udvikling, anvendes intensitetsmodeller til at ekstrapolere mål for fallit og likviditetsrisiko fra virksomhedsobligationer og CDS-kontrakter. Endvidere anvendes regressionsmodeller til at fastlægge hvilke faktorer, der påvirker udviklingen i CDS-Bond Basis.

Finanskrisen i 2007-2009 var præget af stor turbulens og manglende likviditet på de finansielle markeder. De svage markedsforhold kombineret med en risikabel krediteksponering fik adskillige banker til at måtte dreje nøglen om i såvel USA som i Europa, og da Lehman Brothers i september 2008 smed håndklædet i ringen, sendte dette finansielle chokbølger gennem den internationale finansverden. Udover massive kursfald på aktiemarkedet, steg kreditspændet for virksomhedsgæld til nye højder. Modpartsrisiko fik en helt ny betydning, da banker og finanshuse blev nervøse for at handle med hinanden. Dermed frøs de internationale finansmarkeder og finansieringsomkostningerne steg.

Selskaber med høj kreditvurdering, der forud for krisen var udstyret med AAA-rating og næsten blev betragtet som risikofrie, oplevede kraftige stigninger i kreditspændet.

I kølvandet på krisen er markedets fokus på kreditrisiko og krediteksponering steget betydeligt, men til trods for den store opmærksomhed er det fortsat et temmeligt uudforsket område.

Formålet med denne afhandling er at undersøge udviklingen i forholdet mellem spændet for Credit Default Swaps og kreditspændet for virksomhedsobligationer kaldet CDS-Bond Basis under finanskrisen. Jeg viser, at dette spænd inden krisen opfyldte en simpel ingen-arbitrage relation og lå omkring nul, mens at det i takt med at krisen tog til, blev markant negativt over en

længere periode. Der udledes, at den negative udvikling for CDS-Bond Basis primært kan henledes til en kraftigt voksende likviditets komponent i kreditspændet for virksomhedsobligationen.

Derudover tydeliggøres en stærk sammenhæng mellem den kraftige vækst i likviditetskomponenten og volatiliteten såvel på det selskabsspecifikke plan som på det overordnede makroniveau, mens antallet af udstedte selskabsobligationer påvirker likviditetsmålet for disse. Endvidere findes signifikante sammenhænge, der underbygger en *flight to quality* tendens i obligationsmarkedet samt viser en sammenhæng mellem likviditet og antallet af selskabernes udstedte obligationer.

Afhandlingen er opbygget som følger:

Kapitel 2: Introduktion af Credit Default Swaps og virksomhedsgæld, samt opstilling af CDS-Bond Basis sammenhængen.

Kapitel 3: Præsentation af to intensitetsmodeller, hvoraf Model 1 bruges til at analysere data og Model 2 bruges til at teste modelantagelserne.

Kapitel 4: Inddragelse af empiriske data og gennemgang af matematiske programmer.

Kapitel 5: Dybtgående analyse af udviklingen i CDS-Bond Basis ud fra Model 1

Kapitel 6: Test af de bagvedliggende antagelser for Model 1 og udvælgelse af data.

Kapitel 7 & 8: Diskussion og konklusion af opgavens resultater.

1.1 Baggrund og motivation

Fokus på kreditspændet i virksomhedsgæld og udviklingen i CDS-Bond Basis er steget i takt med den kraftige vækst i CDS-markedet. CDS-kontrakterne har åbnet døren for nye måder at undersøge kreditspændet på, da de giver markedet et håndfast mål for kreditrisiko i obligationsmarkedet.

Samtidig har det længe været anerkendt, at kreditspændet for virksomhedsgæld afhænger af flere faktorer end blot sandsynligheden for fallit og omkostningerne derved. Da virksomhedsgæld udstedes i begrænsede mængder og handelsaktiviteten er meget svingende, er det oplagt at likviditet er en anden faktor, der påvirker kreditspændet. Men hvor stor en andel disse faktorer hver især repræsenterer, er der delte meninger om.

I denne afhandling antages det, inspireret af [Longstaff, Mithal & Neis (2005)], at CDS-kontrakten er 100 pct. likvid og dermed et perfekt mål for fallitsandsynligheden i obligationsmarkedet. Denne tilgang har dog både praktiske og teoretiske komplikationer.

I den praktiske anvendelse danner dette modelsetup nemlig negative mål for likviditeten. Mens underkendelse af eksisterende illikviditet i CDS-kontrakten vil medføre for lave mål for likviditeten i obligationen.

Udover dette har flere økonomer kritiseret tilgangen og argumenteret for, at CDS-præmien også påvirkes af illikviditet. [Bühler & Trapp (2009)] anvender også intensitetsmodeller i deres undersøgelse af likviditet- og fallitrisikos effekt på kreditspænd og CDS-præmie, men inkorporerer likviditetsrisiko i CDS-kontrakten. Dette medfører, at de finder konsistente positive mål for likviditetskomponenten i virksomhedsobligationen, og endvidere konkluderer de, at underkendelsen af likviditet i CDS-præmien konkret medfører negative mål for likviditeten i obligationen.

[Yan & Tang (2007)] finder, at såvel *søge-friktioner* som *adverse selection* påvirker likviditeten i CDS-kontrakterne og endvidere priserne for disse. Konkret finder de, at likviditetspræmien i CDS-kontrakter i gennemsnit står for 13,2 basispunkter, og at likviditetsrisikoen er prissat udover likviditetspræmien og står for 10,9 basispunkter.

På baggrund af disse undersøgelser opstilles der en model, der inkorporeerer likviditet i CDS-kontrakten, samt modellerer likviditeten i obligationen ud fra den strengt positive Cox-Ingersol Ross-proces ¹. I opgavens afsluttende robusthedstjek vil resultaterne fra de to modeller blive sammenlignet og effekten af udvidelsen diskuteret.

Motivationen for valget af analyse af CDS-Bond Basis bunder hovedsageligt i en interesse for samspillet mellem virksomhedsgæld og CDS-kontrakter. Trods de ovennævnte undersøgelser er CDS-Bond Basis et relativt uudforsket område. Denne afhandling er skrevet ud fra et ønske om at bidrage til de eksisterende undersøgelser og hjælpe til at skabe en bedre forståelse af de underliggende markedskræfter.

¹Herefter CIR-proces.

2 Definitioner

I dette afsnit gives en introduktion til Credit Default Swaps, virksomhedsgæld og sammenhængen mellem disse, betegnet "CDS-Bond Basis".

2.1 Credit Default Swaps

En Credit Default Swap er et afledt aktiv, hvis betalingsstrømme afhænger af kreditværdigheden på en underliggende referenceenhed. CDS-kontrakter handles OTC og gør det muligt at handle kreditrisiko, hvilket gør det nemmere for markedsaktører at justere deres krediteksponering efter behov ².

Markedet for Credit Default Swaps nåede, efter flere år med kraftig vækst en samlet brutto markedsværdi i december 2008 på 5116 mia. USD, hvoraf Single-Name³ CDS-kontrakter udgjorde 3263 mia. USD. I kølvandet på finanskrisen er markedet dog faldet en del tilbage, og i december 2010 udgjorde markedsværdien af udestående Credit Default Swaps 1351 mia. USD, hvoraf single-name CDS-kontrakter stod for i alt 884 mia. USD⁴.

Jeg tager i denne afhandling udelukkende udgangspunkt i Single-Name CDS-kontrakter, og i resten af opgaven vil disse blive referet til som CDS-kontrakten.

CDS-kontrakten kan illustreres således:

- Protection buyer (PB) betaler en løbende præmie for sikring indtil fallit eller kontraktens udløb.
- Hvis fallit indtræffer får PB en compensation fra protection seller (PS).

²Det kan være sværere at erhverve eksponering gennem almindelig handel med virksomhedsobligationer, da disse er mindre likvide. [Alexander, Edwards & Ferri (2000)] viser at store dele af udstedte selskabsobligationer bliver holdt til udløb, hvilket tynger likviditeten for disse. Derfor kan det være svært at erhverve betydelig eksponering for kreditrisiko. Samtidig er kortsalg af virksomhedsgæld en besværlig affære, og selv hvis kortsalg er muligt i en repo-kontrakt, er det ofte med kort løbetid og ekstra omkostninger.

³Single-Name CDS kontrakter er kontrakter afledt af en enkelt underliggende reference enhed, modsat eksempelvis *Basket Default Swaps*, der tager udgangspunkt i en større gruppe.

⁴Kilde: Bank of International Settlements: "<http://www.bis.org/statistics/derstats.htm>".

- Præmien angiver spændet for CDS-kontrakten og anskues dermed at være prisen på CDS-kontrakten.

CDS-kontrakten kan derfor betragtes som en forsikring, der kompenserer køber for tab i forbindelse med fallit - da en investor, der ejer en obligation kan købe en CDS-kontrakt på denne, og dermed være fuldstændig hedget imod fallit. Det er dog værd at bemærke, at en CDS-køber typisk søger forsikring mod fallit af en modpart, men idet der ikke kræves, at køber er i besiddelse af reference enheden, kan køber også spekulere i fallit eller blot søge en vis krediteksponering.

Afslutningsvis bør det bemærkes, at der er andre kreditbegivenheder end fallit, som kan give anledning til betaling fra PS. Almindeligvis defineres en CDS-kontrakts kreditbegivenheder, enten som fallit af referenceenheden, eller hvis referenceenheden ikke er i stand til at imødegå sine finansielle forpligtelser. Udover det, har visse CDS-kontrakter også gældsrestrukturering som en kreditbegivenhed. Definitionen af restrukturering er typisk hvis referenceenheden har oplevet en forringelse i sin kreditværdighed, og dermed forhandler ændringer i gældsforpligtelserne for at undgå insolvens. I denne afhandling betegnes en kreditbegivenhed udelukkende som en fallitbegivenhed.

2.2 Virksomhedsobligationer

Når virksomheder skal rejse kapital til at finansiere nye investeringer eller sikre deres overlevelse, er udstedelse af virksomhedsgæld en oplagt metode. Fra et selskabsmæssigt synspunkt kan udstedelsen af gæld være attraktiv, da den indebærer skattefradrag af rentebetalingerne. Dette skal dog sammenholdes med det faktum, at en øget gældsbyrde genererer en ekstra fast omkostning for selskabet, hvilket kan øge risikoen for fallit i turbulente tider, og det er derfor op til det enkelte selskab at finde det gældsniveau, der optimerer forholdet mellem fallitrisiko og skattefradrag.

Det amerikanske marked for virksomhedsgæld udgjorde i juni 2009 6778 mia. USD, hvoraf størrelsen af det samlede amerikanske obligationsmarked (samlet udestående gæld) udgjorde 31.172 mia.⁵

⁵Kilde: Bank for International Settlements via Asset Allocation Advisor. Original BIS data as of March 31, 2009; Asset Allocation Advisor compilation as of November 15, 2009.

En virksomhed sælger obligationer mod at yde en fast kupon betaling og en tilbagebetaling af hovedstolen ved obligationens udløb. Prisen på virksomhedsobligationen afhænger af sandsynligheden for at virksomheden er i stand til at tilbagebetale hovedstolen ved udløb, og hvor likvide de udstedte virksomhedsobligationer er. Likviditeten i virksomhedsobligationerne afhænger typisk af mængden af udstedte obligationer samt den daglige handelsvolumen.

Helt konkret og ganske intuitivt vil en virksomhed med illikvide obligationer, stor fremtidig usikkerhed og høj sandsynlighed for fallit, få en lavere pris for sine virksomhedsobligationer end en mere stabil og sikker virksomhed.

Virksomhedsobligationens kreditspænd, som bruges i udregningen af CDS-Bond Basis, er defineret som forholdet mellem størrelsen af virksomhedsobligationens *yield*⁶ og den risikofrie rente. Kreditspændet afspejler dermed den risikopræmie en investor kræver for at investere i risikofyldt virksomhedsgæld frem for at investere "risikofrit". Kreditspændet for virksomhedsgæld vil derfor typisk være positivt⁷ og anses ofte i praksis for at være lig størrelsen på CDS-præmien. Det er denne noget simplificerede tilgang, der danner grundlag for CDS-Bond Basis.

2.3 CDS-Bond Basis

CDS-Bond Basis er konkret defineret som:

$$Basis = CDS_{præmie} - Obligation_{Kreditspænd}$$

Da CDS-kontrakten fuldstændig hedger kontraktkøber mod fallit på obligationen, og kreditspændet afspejler risikopræmien for virksomhedsobligationen burde dette spænd almindeligvis være tæt på nul. Hvis CDS-Bond Basis afviger fra nul burde der i teorien eksistere en arbitrage mulighed. Når der forekommer basis afvigelser, kan det enten være positivt ved, at CDS-præmien overstiger kreditspændet eller negativt, når kreditspændet for virksomhedsobligationen overstiger CDS-præmien.

⁶Yield kan oversættes til den effektive rente.

⁷Kreditspændet kan dog, alt efter valget af "risikofri" rente, også blive negativt.

Den bedste måde at beskrive ingen-arbitrage sammenhængen er ved eksemplificering:

Negative Basis Arbitrage: Hvis der eksisterer en negativ basis sammenhæng i markedet, og CDS-præmien er mindre end kreditspændet for obligationen, kan en investor rejse finansiering til den risikofrie rente, købe den underliggende obligation og forsikring på denne samt realisere et risikofrit afkast.

Positive Basis Arbitrage: Modsat - hvis spændet er positivt burde der også være mulighed for arbitrage, men den praktiske udnyttelse af denne er noget mere kompliceret og omkostningsfuld, da det kræver et *reverse-repo* salg af obligationen.

Almindeligvis burde investorer derfor udnytte disse afvigelser til at skabe ekstraordinær profit, indtil afvigelserne er udlignet. Flere undersøgelser peger dog på, at dette ikke altid er muligt i praksis, og at der ofte eksisterer længerevarende afvigelser fra denne simple sammenhæng.

2.3.1 Basis afvigelser

Selvom ingen-arbitrage tilgangen er intuitiv, findes der flere kontraktspecifikationer og markedsforhold, der medfører mindre generelle basis afvigelser. De overordnede drivkræfter bag disse er typisk transaktionsomkostninger, likviditetsmæssige forskelle mellem CDS-kontrakter og virksomhedsobligationer, optioner i obligationer samt valget af referencerente.

Udover dette finder [Blanco, Brennan & Marsh (2005)] at Basis sammenhængen mere skal ses som en ligevægtsbetingelse end en gældende markedsrelation. De finder, at der ofte eksisterer kortvarige afvigelser, da CDS-markedet er den primære platform for handel med kreditrisiko. CDS-kontrakter fører dermed an i den såkaldte *price discovery process* for kreditrisiko. Mere præcist vil priserne i CDS-markedet hurtigere reagere på ændringer i markedsforholdene, og den forsinkede reaktion i obligationsmarkedet vil dermed generere konstante mindre afvigelser i såvel positiv som negativ retning.

Forud for den finansielle krise var markedet præget af de mindre og rela-

tivt konstante basis afvigelser, som dem [Blanco, Brennan & Marsh (2005)] analyserer. Under den seneste finanskriser var der dog store udsving og længerevarende afvigelser i CDS-Bond Basis. Denne afhandling undersøger hvilke faktorer, der drev disse afvigelser under finanskrisen.

3 Modellering af virksomhedsobligation og CDS-kontrakt

I dette afsnit defineres prisudtrykket for virksomhedsobligation og CDS-kontrakt og dernæst udledes lukkede løsninger for disse. Teoretisk inspiration er fundet i [Lando (2004)] og [Riccardo Rebonato (1996)].

Forud for modelleringen gives en kort oversigt over kapitlets indhold:

Afsnit 3.1: Beskrivelse af baggrund for valg af model og kort gennemgang af intensitetsmodelleringen, der danner grundlaget for den matematiske modellering.

Afsnit 3.2: Præsentation af modellerne og deres bagvedliggende antagelser samt motivationen bag valget af processer.

Afsnit 3.3 & 3.4: Opstilling af betalingsstrømme og prisudtryk for virksomhedsobligation og CDS-kontrakt.

Afsnit 3.5: Fastlæggelse af lukkede løsninger for virksomhedsobligation og CDS-kontrakt.

3.1 Valg af model

Prisfastsættelse af kreditderivater tager udgangspunkt i estimation af kreditværdigheden af den underliggende reference enhed eller virksomhed. Valget af model har stor effekt på de endelige resultater, da alle modeller er baseret på antagelser og simplificering af virkeligheden.

De mest kendte modeller til modellering af kreditrisiko er strukturelle- og intensitetsmodeller.

De strukturelle modeller tager udgangspunkt i et Black Scholes Merton setup, hvor værdien af virksomhedens aktiver følger en geometrisk brownsk bevægelse, og hvor gæld og egenkapital prisfastsættes som afledte funktioner af denne. Konkurs defineres som tidspunktet, hvor værdien af virksomhedens aktiver rammer en vis barriere, der bestemmes ud fra værdien af gælden.

Modsat betragter intensitetsmodeller ikke på samme måde, som de strukturelle modeller, hvad der driver fallit, men afhænger i stedet af en fallitintensitet, der er påvirket af eksogene variable. Samtidig haves, at de strukturelle

modeller estimerer fallitsandsynligheden ud fra virksomhedens kapitalstruktur, mens intensitetsmodeller anvender markedsddata til at estimere fallit.

I denne afhandling tages udgangspunkt i intensitetsmodeller, dels på grund af deres evne til at tilpasse sig observeret data, dels på grund af deres store medgørlighed.

3.1.1 Kort introduktion til intensitetsmodeller

For at kunne prisfastsætte virksomhedsobligationen og CDS-kontrakten gives en kort introduktion til, hvorledes fallit modelleres i intensitetsmodellerne.

I intensitetsmodeller afhænger fallit af fallitintensiteten, som er påvirket af eksogene variable. Der tages i denne afhandling udgangspunkt i et setup med dobbelt stokastiske Poisson processer, også kaldet Cox processer. Dette setup er praktisk at arbejde med i forbindelse med prisfastsættelse.

Cox processen er en dobbelt stokastisk proces med λ og X som stokastiske variable:

- Der defineres processen X af tilstandsvariable i R^d
- Der defineres en ikke-negativ funktion $\lambda : R^d \rightarrow R$
- Mål: At konstruere Poisson proces N_t , hvor $\lambda(X_t)$ er en intensitetsfunktion for fallit, som afhænger af processen af tilstandsvariable.

Fallit defineres som første gang Poisson processen springer, og dermed er det kun tidspunktet for det første spring for N_t , der er interessant. Det gælder derfor, at:

$$N_T = \begin{cases} 0 & \text{hvis } \tau > t \\ 1 & \text{hvis } \tau \leq t \end{cases}$$

$$P(N_{t+\Delta t} = 1 | N_t = 0) = \lambda \Delta t \quad (1)$$

hvor λ er Poisson fordelt og springet dermed en sjælden begivenhed.

Lad G_t indeholde information om tilstandsvariablens udvikling op til tid t og H_t indeholde information om Poisson processens udvikling op til tid t . F_t indeholder således både information om tilstandsvariablene og Poisson processen.

$$\begin{aligned} G_t &= \sigma\{X_s : 0 \leq s \leq t\} \\ H_t &= \sigma\{N_s : 0 \leq s \leq t\} \\ F_t &= G_t \vee H_t \end{aligned}$$

Fallittidspunkt Da fallittidspunktet, τ , defineres som første gang Poisson processen springer haves, at

$$\tau = \inf\{t : \int_0^t \lambda(X_s) ds \geq E_1\}$$

hvor E_1 er en tilfældig eksponentiel variabel med middelværdi 1 og uafhængig af G_t . Således er E_1 uafhængig af de tilstandsvariable, som påvirker fallit.

Ud fra definitionen på fallit kan vi fastlægge den risikoneutrale fallitintensitetsproces som:

$$\begin{aligned} Q(\tau > T | G_t) &= Q\left(\int_0^T \lambda(X_s) ds < E_1 | g_T\right) \\ &= \exp\left(-\int_0^T \lambda(X_s) ds\right) \end{aligned} \tag{2}$$

Da der i prisfastsættelsen af virksomhedsobligationen og CDS-kontrakten tages udgangspunkt i deres forventede risikoneutrale betalingsstrømme er ovenstående modellering af fallitintensiteten meget fleksibel og vil blive brugt hyppigt i prisfastsættelsen.

3.2 Modellen

I forsøget på at finde den model, der bedst replikerer CDS-Bond Basis under krisen, tages i denne afhandling udgangspunkt i to intensitetsmodeller.

Begge modeller har samme fundamentale setup, og det der adskiller dem fra hinanden er måden hvorpå likviditeten modelleres, og hvordan den inddrages.

Indledningsvis introduceres følgende tre stokastiske processer:

$$\begin{aligned} r_t &= \textit{Risikofrie rente} \\ \gamma_t &= \textit{Likviditetsproces} \\ \lambda_t &= \textit{Fallitintensitet} \end{aligned}$$

Det antages, at de tre processer er uafhængige af hinanden⁸. Her repræsenterer, γ , likviditetsmålet, der afspejler det merafkast en investor kræver for at investere i risikofyldt virksomhedsgæld, udover præmien for fallitrisiko, fremfor at investere "risikofrit". Dette kunne eksempelvis være skattefordele ved at handle statsobligationer eller en kompensation for mindre likviditet i markedet for virksomhedsobligationer. Fallitintensiteten, λ , er intensiteten af den Poisson proces, der driver fallit, og sandsynligheden for fallit er voksende med intensiteten.

Ud fra renten defineres værdien af en risikofri nulkuponobligation, $D(T)$ som:

$$D(T) = E \left[\exp \left(- \int_0^T r_t dt \right) \right] \quad (3)$$

I denne afhandling defineres ikke en specifik proces for rentestrukturen, da der betragtes empiriske data og derfor hentes rentestrukturen direkte fra markedet.

Fallitintensiteten antages at følge en CIR-proces, og λ 's risikoneutrale dynamik er derfor givet ved:

$$d\lambda = (\alpha - \beta\lambda)dt + \sigma\sqrt{\lambda}dZ_\lambda \quad (4)$$

hvor α, β og σ er positive konstanter, og Z_λ er en brownsk bevægelse. Forholdet mellem processen, λ , og konstanten, α , bestemmer i hvilken retning

⁸Dette er en kraftig simplificering, men ifølge [Longstaff, Mithal & Neis (2005)], har det ikke betydelig effekt på de empiriske resultater.

udviklingen "trækkes", og processen vil gå mod et langsigtet-ligevægtsniveau, i form af, α . Dynamikken besidder dermed den såkaldte *mean-reversion* egenskab i driften, mens støjleddets afhængighed af, λ , tillader varierende volatilitet for forskellige størrelser af, λ . CIR-dynamikken medfører endvidere, at fallitintensiteten kun kan antage positive værdier.

Likviditetsprocessen modelleres på følgende to måder:

1. I den første model antager jeg, at likviditetsprocessen for virksomhedsobligationen følger en standard brownsk bevægelse, mens CDS-kontrakter antages at være 100 pct. likvide, og dermed uden likviditetsmål.

Likviditetsprocessen for virksomhedsobligationens risikoneutrale dynamik, γ , er derfor givet ved:

$$d\gamma = \eta dZ_\gamma$$

hvor, η , er en positiv konstant mens, Z_γ , er en brownsk bevægelse. Det er værd at bemærke, at der ud fra denne proces er en positiv sandsynlighed for negative likviditetsmål. Dette er nødvendigt for at modellen er i stand til at matche en positiv basisudvikling når CDS-kontrakten antages fuldt likvid.

2. I Model 2 antages det i stedet, at likviditetsprocessen for virksomhedsobligationen følger en CIR-proces. Denne udvidelse medfører, at likviditetsprocessen nu er strengt positiv og *mean-reverting*. I undersøgelsen af [Longstaff, Mithal & Neis (2005)] konkluderes, at der i kreditspændet for virksomhedsobligationen er en tydelig *mean-reverting* tendens i *non-default* komponenten⁹, mens der ikke er nogen økonomisk forklaring på, at der skulle eksistere negative mål for denne. Yderligere udvides Model 1 ved at indføre et likviditetsmål i CDS-kontrakten. Motivationen bag denne udvidelse er, at flere empiriske undersøgelser har vist, at præmien for CDS-kontrakten indeholder flere faktorer end blot fallitrisiko. Specielt viser [Bühler & Trapp (2009)], som tidligere

⁹*Non-default* komponenten afspejler i [Longstaff, Mithal & Neis (2005)]'s setup alt hvad kreditspændet indeholder udover fallitrisiko.

nævnt, at underkendelsen af illikviditet i CDS-præmien konkret medfører negative mål for likviditeten i obligationen. En underkendelse af likviditetsmålet i CDS-præmien medfører for høje mål for fallitrisiko, og hvis dette kombineres med et lavere kreditspænd (som i et positivt CDS-Bond Basis) kan der opstå negative mål for likviditeten.

Likviditetsmålet i CDS-kontrakten modelleres dog ikke som en selvstændig proces, men som en andel af den CIR-proces der driver likviditeten i virksomhedsobligationen.

Likviditetsprocessen for virksomhedsobligationens risikoneutrale dynamik, γ , er givet ved:

$$d\gamma = (\xi - \delta\gamma)dt + \mu\sqrt{\gamma}dZ_\gamma$$

hvor ξ, δ og μ er positive konstanter og, Z_γ , er en brownsk bevægelse, mens likviditetsprocessen for CDS-kontrakten defineres som en andel, Ω , af likviditeten for virksomhedsobligationen.

Motivationen bag denne modellering af likviditet i CDS-kontrakten er en antagelse om, at likviditeten i de finansielle markeder til en vis grad er korreleret over de forskellige finansielle produkter. Dermed burde en øget likviditet i virksomhedsobligationen ligeledes medføre en stigning i likviditeten i CDS-kontrakten, mens andelen, Ω , bunder i at illikviditeten i CDS-markedet er betydeligt mindre end den i obligationsmarkedet¹⁰.

[Bühler & Trapp (2009)] anvender størrelsen af bid-ask spændet som mål for likviditeten i deres undersøgelse. Dette ville have været mere retvisende, men den type data har der ikke været adgang til i denne afhandling.

Modellens udvidelser er et forsøg på at øge modellens evne til at afspejle virkeligheden, men disse udvidelser er ikke "gratis", da den øgede modelmæssige kompleksitet medfører et øget antal parametre til estimationen.

¹⁰Kilde: [Murgoci: Lecture Notes (2011)]

3.3 Virksomhedsobligationen

Prisudtrykket for virksomhedsobligationen fastsættes ud fra nutidsværdien af obligationens fremtidige betalingsstrømme. Disse betalinger skal tilbage-diskonteres med en valgt renteprocess, men da prisen for virksomhedsobligationen også indebærer likviditets- og fallitrisiko, skal værdien af betalingerne også justeres for dette. Processerne der driver disse mål er sammen med renten defineret i afsnit 3.2.

Med udgangspunkt i de tre processer for r_t, γ_t, λ_t kan virksomhedsobligationen dermed defineres, som summen af tre typer betalinger: Den forventede værdi af de halvårige kuponbetalinger, den forventede værdi af betalingen af hovedstolen, og den forventede værdi af recovery-betalingen i tilfælde af fallit. Da disse betalinger indebærer kredit- og likviditetsrisiko fra det underliggende selskab skal de diskonteres hårdere end den risikofri rente, og som det fremgår af nedenstående udtryk, diskonteres de tre betalinger også med fallit- og likviditetsmål¹¹.

1. Den forventede værdi af kuponbetalingerne opstilles som følger: Kuponbetalingen $c(t)$ diskonteres med den likviditetsjusterede rente og udbetales indtil enten fallittidspunktet, τ , eller tid til udløb, T , alt afhængigt af hvad der sker først.

¹¹I de følgende udregninger benyttes at $E(X) = E(E(X|Y))$ og at $e^{-\int_0^T r(X_s)ds}$, mens der mindes om at G_T indeholder alt information om X_s til og med T .

$$\begin{aligned}
& E \left[\int_0^T \exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) * c(t) * 1_{\tau > T} dt \right] \\
&= E \left[\int_0^T E \left[\exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) * c(t) * 1_{\tau > T} | G_T \right] dt \right] \\
&= E \left[\int_0^T \exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) * c(t) * E[1_{\tau > T} | G_T] dt \right] \\
&= E \left[\int_0^T \exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) * c(t) * \exp \left(- \int_0^t \lambda(X_s) ds \right) dt \right] \\
&= E \left[\int_0^T c(t) * \exp \left(- \int_0^t r(X_s) + \gamma(X_s) + \lambda(X_s) ds \right) dt \right]
\end{aligned} \tag{5}$$

Således udbetales den fallit-, likviditets- og rentejusterede kuponbetaling indtil fallit eller obligationsudløb.

2. Tilbagebetalingen af hovedstolen er en engangsbetaling ved udløb, der kun sker når fallit udebliver i perioden.

$$\begin{aligned}
& E \left[\exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) * 1 * 1_{\tau > T} \right] \\
&= E \left[E \left[\exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) 1_{\tau > T} \middle| G_T \right] \right] \\
&= E \left[\exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) E[1_{\tau > T} | G_T] \right] \\
&= E \left[\exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) \exp \left(- \int_0^T \lambda(X_s) ds \right) \right] \\
&= E \left[\exp \left(- \int_0^T r(X_s) + \gamma(X_s) + \lambda(X_s) ds \right) \right]
\end{aligned} \tag{6}$$

3. Recovery-betalingen, $(1 - \omega)$, er den andel af hovedstolen, der tilbagebetales ved fallit. Hvis obligationsejere får udbetalt recovery-betaling

får de derfor ikke hovedstolen retur¹².

$$\begin{aligned}
& E [\exp(-(r(X_s) + \gamma(X_s))) * (1 - \omega) * 1_{\tau < T}] \\
&= E \left[\int_0^T \exp(-(r(X_s) + \gamma(X_s)ds)) * (1 - \omega) * 1_{\tau < T} | G_T \right] \\
&= E \left[\int_0^T \exp(-(r(X_s) + \gamma(X_s)ds)) * (1 - \omega) * \exp\left(-\int_0^t \lambda(X_s)ds\right) * \lambda \right] \\
&= E \left[(1 - \omega) * \int_0^T \exp\left(-\int_0^t (r(X_s) + \gamma(X_s) + \lambda(X_s)ds)\right) * \lambda \right]
\end{aligned} \tag{7}$$

Hvis disse tre betalinger samles, haves prisen for en virksomhedsobligation som:

$$\begin{aligned}
CB(c, w, T) = & E \left[c \int_0^T \exp\left(-\int_0^t r(X_s) + \lambda(X_s) + \gamma(X_s)ds\right) dt \right] \\
& + E \left[\exp\left(-\int_0^T r(X_t) + \lambda(X_t) + \gamma(X_t)dt\right) \right] \\
& + E \left[(1 - w) \int_0^T \lambda(X_s) \exp\left(-\int_0^t r(X_s) + \lambda(X_s) + \gamma(X_s)ds\right) dt \right]
\end{aligned} \tag{8}$$

Her ses, at udtrykkets første led er nutidsværdien af obligationens forventede kuponbetalinger, c . Det andet led er nutidsværdien af den ventede hovedstolsbetaling, mens det sidste led er nutidsværdien af recovery-betalingen i tilfælde af fallit.

3.4 CDS-kontrakten

I modelleringen af CDS-kontrakten tages udgangspunkt i de samme processer for r , λ og γ , men som beskrevet ovenfor, vil likviditeten i CDS-kontrakten

¹²Her benyttes, at tætheden for τ er givet ved: $\lambda(X_s) \exp\left(-\int_0^t \lambda(X_s)ds\right)$

modelleres på følgende to måder.

Først antages, at kontrakten er 100 pct. likvid og at dens betalingsstrømme derfor ikke påvirkes af illikviditet. Dermed kan der ses bort fra målet for likviditet.

I det andet setup antages, at *search & bargaining* og *markedsfriktioner* skaber en grad af illikviditet for CDS-kontrakten. Denne faktor vil dog stadig være betydelig mindre end den for virksomhedsobligationen og vil derfor blot blive modelleret som en andel af illikviditeten i virksomhedsobligationen.

Løsningen, der udledes her, vil ikke være påvirket af illikviditet.

Når CDS-kontrakten prisfastsættes, findes den præmie, der giver den forventede værdi af kontrakten værdi nul. Altså opstilles udtrykkene for købers (PB¹³) og sælgers (PS¹⁴) betalingsben, hvor PB betaler en fast periodisk præmie på, s , for at modtage betaling, ω , fra PS i tilfælde af fallit. Disse udtryk sættes lig hinanden, og der isoleres for præmiebetalingen.

På samme måde som i definitionen af virksomhedsobligationen, defineres CDS-kontraktens to betalingsstrømme:

1. Da PB betaler en fastlagt løbende præmie, s , indtil et eventuelt fallitidspunkt eller tid til udløb, modelleres denne betaling ligesom kuponbetalingen for virksomhedsobligationen blot uden målet for likviditet:

$$\begin{aligned}\pi_{PB} &= E \left[\int_0^T s * \exp \left(- \int_0^t r(X_s) ds \right) * 1_{\tau > T} dt \right] \\ &= E \left[\int_0^T s * \exp \left(- \int_0^t r(X_s) + \lambda(X_s) ds \right) dt \right]\end{aligned}$$

π_{PB} angiver således den forventede værdi af de løbende præmiebetalinger diskonteret med den kreditrisikojusterede rente.

¹³Protection buyer

¹⁴Protection seller

2. Recovery-betalingen, som PS betaler ved fallit, er givet nedenfor, og udledningen er analog til recovery-betalingen for virksomhedsobligationen, hvor der dog igen ses bort fra likviditeten:

$$\begin{aligned}\pi_{PS} &= E[\omega * \exp(-r(X_s)) * 1_{\tau < T}] \\ &= E\left[\omega * \int_0^T \lambda(X_s) \exp\left(-\int_0^t (r(X_s) + \lambda(X_s)ds)\right)\right]\end{aligned}\tag{9}$$

Da det i udtrykket for virksomhedsobligationen antages, at obligationen har en recovery på $(1 - \omega)$, betegner ω her andelen, som PS skal betale PB i tilfælde af fallit.

For at finde den fair CDS-præmie sættes π_{PB} og π_{PS} lig hinanden, og der isoleres for præmiebetalingen, s . Dette medfører følgende udtryk for CDS-kontrakten:

$$s = \frac{E\left[w \int_0^T \lambda(X_s) \exp\left(-\int_0^t r(X_s) + \lambda(X_s)ds\right) dt\right]}{E\left[\int_0^T \exp\left(-\int_0^t r(X_s) + \lambda(X_s)ds\right) dt\right]}\tag{10}$$

Dermed findes løsningen for en fair CDS-præmie, hvor en markedsaktør i teorien vil være indifferent om denne er køber eller sælger.

3.5 Lukkede løsninger

I dette afsnit udledes de lukkede løsninger for virksomhedsobligation og CDS-kontrakt givet i ligning 8 og 10. Indledningsvis præsenteres tre fordringer. Ud fra disse tre fordringer kan alle betalingstyper for både virksomhedsobligation og CDS-kontrakt replikeres.

For at undgå at skulle løse forventede værdier for flere stokastiske variable kan disse ved hjælp af antagelsen om uafhængighed mellem r, λ og γ først og fremmest håndteres hver for sig. Samtidig tages rente-processen for givet

i modelleringen, og ved at betinge med informationen om denne kan forventningstegnet udelades. Dermed haves de to første fordringer, som værende de to forventede værdier på højresiden af ligningstegnet i ligning 11.

$$E \left[\exp \left(- \int_0^t r(X_s) + \lambda(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) dt \right] = D(T) E \left[\exp \left(- \int_0^t \lambda(X_s) dt \right) \right] E \left[\exp \left(- \int_0^t \gamma(X_s) dt \right) \right] \quad (11)$$

Baseret på de tre udtryk på højresiden af ovenstående ligning kan de løbende kupon- og præmiebetalinger og hovedstolsbetalingen modelleres, og dermed mangler blot udtrykket for recovery-betalingen. Udfra samme uafhængighedsbetingelse kan den sidste fordring nu findes, som værende den sidste forventning på højresiden af ligning 12.

$$E \left[\lambda \exp \left(- \int_0^t r(X_s) + \lambda(X_s) + \gamma(X_s) ds \right) dt \right] = D(T) E \left[\exp \left(- \int_0^t \gamma(X_s) dt \right) \right] E \left[\lambda(X_s) \exp \left(- \int_0^t \lambda(X_s) dt \right) \right] \quad (12)$$

For at kunne opstille de lukkede løsninger for virksomhedsobligationen og CDS-kontrakten skal de tre nedenstående fordringer først løses.

1. $E \left[\exp \left(- \int_0^T \lambda(X_s) dt \right) \right]$
2. $E \left[\exp \left(- \int_0^T \gamma(X_s) dt \right) \right]$
3. $E \left[\lambda(X_s) \exp \left(- \int_0^T \lambda(X_s) dt \right) \right]$

Fordring 1 Først betragtes fallitintensiteten, λ , der som tidligere antaget følger en CIR-proces:

$$E \left[\exp \left(- \int_0^T \lambda(X_s) dt \right) \right] \quad (13)$$

Udgangspunktet er dermed, at prisfastsætte en nul kuponobligation i en CIR-model. Da CIR-processen oprindeligt blev fremstillet til at modellere rentestruktur, vil udledningen baseres på et ingen-arbitrage argument mellem obligationer.

Betragtes, λ , som dynamikken for den korte rente, og prisen for en obligation, P , der kun afhænger af λ , tiden t og tiden til udløb T , kan dynamikken i P opstilles som:

$$dP = \mu(\lambda, t, T)dt + v(\lambda, t, T)dZ_\lambda \quad (14)$$

Det følger af Itô's lemma, at den af λ afledte prisfunktion, P , har stokastisk differentiale.

$$\begin{aligned} dP = & \left(\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial \lambda} \mu_\lambda + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial \lambda^2} \sigma_\lambda^2 \right) dt \\ & + \frac{\partial P}{\partial \lambda} \sigma_\lambda dZ_\lambda \end{aligned} \quad (15)$$

Her vides fra Itô's Lemma, at den underliggende proces og de afledte processer af denne har samme støjkilde. I forbindelse med ingen-arbitrage argumentet ønskes derfor at opstille en lokal risikofri portefølje, Π , bestående af to obligationer med løbetiden, T_1 , og, T_2 . Dette gøres ved hjælp af porteføljevægten, θ :

$$\Pi(t, \lambda) = P(t, T_1) + \theta P(t, T_2) \quad (16)$$

Fra ligning 15 ses, at begge obligationer er eksponeret med andelen $\frac{\partial P}{\partial \lambda}$ af støjen $\sigma_\lambda dZ_\lambda$. For at opnå en risikofri portefølje ønskes det dermed at vælge θ således, at støjen fra $P(t, T_1)$ og $P(t, T_2)$ udligner hinanden.

Hvis driftsleddet i ligning 15 sættes lig $\mu(t, T)$, er det i følgende ligning tydeligt, at et valg af $\theta = -\frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda}$ netop eliminerer støjleddene:

$$d\Pi(t, \lambda) = \mu(t, T_1) + \frac{\partial P(t, T_1)}{\partial \lambda} \sigma_\lambda dZ_\lambda - \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} * (\mu(t, T_1) + \frac{\partial P(t, T_2)}{\partial \lambda} \sigma_\lambda dZ_\lambda)$$

Dermed er udviklingen i den momentant risikofrie portefølje givet ved:

$$d\Pi(t, \lambda) = dP(t, T_1) - \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} dP(t, T_2) \quad (17)$$

Da denne portefølje er lokalt risikofri, skal den give det risikofrie afkast for, at der ikke eksisterer muligheder for arbitrage i markedet. Dermed haves det, at udviklingen i denne må svare til renteutviklingen, som indledningsvis blev defineret som, λ :

$$d\Pi(t, \lambda) = \lambda(t)\Pi(t, \lambda)dt \quad (18)$$

Sættes ligning 17 lig 18 fås følgende:

$$dP(t, T_1) - \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} dP(t, T_2) = \lambda(t) \left[P(t, T_1) - \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} P(t, T_2) \right] dt$$

Da støjleddet i den lokalt risikofrie portefølje udgår, afhænger ændringen i $P(t, T_1)$ og $P(t, T_2)$ kun af driftsleddene $\mu(t, T_1)$ og $\mu(t, T_2)$. Substitueres disse fås:

$$\begin{aligned} \mu(t, T_1)dt - \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} \mu(t, T_2)dt &= \lambda(t) \left[P(t, T_1) - \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} P(t, T_2) \right] dt \\ \Leftrightarrow \mu(t, T_1)dt - \lambda(t)P(t, T_1) &= \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} \mu(t, T_2)dt - \lambda(t) * \frac{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} P(t, T_2)dt \end{aligned} \quad (19)$$

Afslutningsvis divideres der igennem med $\frac{\partial P(t, T_1)}{\partial \lambda}$:

$$\frac{\mu(t, T_1) - r(t)P(t, T_1)}{\partial P(t, T_1)/\partial \lambda} = \frac{\mu(t, T_2) - r(t)P(t, T_2)}{\partial P(t, T_2)/\partial \lambda} = \lambda^* \quad (20)$$

Forholdet λ^* givet i ligning 20 skal gælde for alle valg af tid til udløb, og er populært kendt som *markedets pris for risiko*. Hvis vi indsætter driften og volatiliteten fundet ved hjælp af af Itô's Lemma i ligning 15:

$$\frac{\left(\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial \lambda} \mu_\lambda + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial \lambda^2} \sigma_\lambda^2\right) - \lambda P}{\frac{\partial P}{\partial \lambda} \sigma_\lambda} = \lambda^*$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial \lambda} (\mu_\lambda - \sigma_\lambda \lambda^*) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial \lambda^2} \sigma_\lambda^2 - \lambda P = 0 \quad (21)$$

Her genkendes $(\mu_\lambda - \sigma_\lambda \lambda^*)$, som en parallelforskydning af den almindelige drift, P , til den risikoneutrale, Q . Derfor indfører vi den risikoneutral drift og volatiliteten fra CIR-processen. Yderligere vil vi istedet for at tage udgangspunkt i tidens udvikling betragte tiden til udløb, hvorfor $\frac{\partial P}{\partial t} \rightarrow -\frac{\partial P}{\partial T}$. Således:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 P}{\partial \lambda^2} \sigma^2 \lambda + \frac{\partial P}{\partial \lambda} (\alpha - \beta \lambda) - \frac{\partial P}{\partial T} - \lambda P = 0 \quad (22)$$

For at løse denne partielle differentialligning tages udgangspunkt i følgende løsningsform:

$$P(t, T) = A(T) \exp(B(T)\lambda) \quad (23)$$

Hvortil de afledte findes som:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P}{\partial \lambda} &= A(T) B(T) \exp(B(T)\lambda), \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \lambda^2} = A(T) B(T)^2 \exp(B(T)\lambda) \\ \frac{\partial P}{\partial T} &= (A'(T) + A(T) B'(T)\lambda) \exp(B(T)\lambda) \end{aligned} \quad (24)$$

hvor $A'(T)$ og $B'(T)$ svarer til $\frac{\partial A(T)}{\partial T}$ og $\frac{\partial B(T)}{\partial T}$.

Disse indsættes i funktionsudtrykket for PDE'en i ligning 22, hvilket resulterer i følgende udtryk:

$$\begin{aligned} &A(T) B(T) \exp(B(T)\lambda) (\alpha - \beta \lambda) + A(T) B(T)^2 \exp(B(T)\lambda) \frac{\sigma^2}{2} \lambda \\ &- (A'(T) + A(T) B'(T)\lambda) \exp(B(T)\lambda) - \lambda A(T) \exp(B(T)\lambda) = 0 \end{aligned} \quad (25)$$

Da målet er at fastlægge de udtryk for $A'(T)$ og $B'(T)$, der løser ligningen er det oplagt først at forkorte med $\exp(B(T)\lambda)$, og derefter opdele ligningen i to - en uafhængig af λ , og en afhængig af λ :

$$\begin{aligned}
& (A(T)B(T)\alpha - A'(T)) + (A(T)B(T)^2 \frac{\sigma^2}{2} \lambda - A(T)B(T)\beta\lambda + \\
& \quad - A(T)B'(T)\lambda - \lambda A(T)) = 0 \\
\Leftrightarrow & (A(T)B(T)\alpha - A'(T)) + (\lambda A(T))(B(T)^2 \frac{\sigma^2}{2} - B(T)\beta - 1 - B'(T)) = 0
\end{aligned} \tag{26}$$

Eftersom PDE'en skal gælde for alle værdier af λ , skal begge led i ligning 26 være lig nul. Dette medfører følgende to ordinære differentialligninger:

$$\begin{aligned}
A'(T) &= A(T)B(T)\alpha \\
B'(T) &= B(T)^2 \frac{\sigma^2}{2} - B(T)\beta - 1 = 0
\end{aligned} \tag{27}$$

Disse to ordinære differentialligninger har randbetingelserne $A(0) = 1$ og $B(0) = 0$, og løses ved almindelig integration, hvilket giver følgende:

$$\begin{aligned}
A(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2})}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - (\beta + \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2})/(\beta - \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2})}{1 - (\beta + \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2})/(\beta - \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2})e^{\sqrt{2\sigma^2 + \beta^2}t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}} \\
B(t) &= \frac{\beta - \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2}}{\sigma^2} + \frac{2\sqrt{2\sigma^2 + \beta^2}}{\sigma^2(1 - (\beta + \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2})/(\beta - \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2})e^{\sqrt{2\sigma^2 + \beta^2}t})}
\end{aligned}$$

Dermed er løsningen for fallitintensiteten nu fastlagt.

Af omfangsmæssige årsager vil jeg udelade de følgende udledninger af de partielle differentialligninger, da fremgangsmåden er analog med den ovenstående udledning.

Fordring 2 Nu betragtes likviditetsmålet, γ :

$$E \left[\exp \left(- \int_0^T \gamma(X_s) dt \right) \right] \quad (28)$$

I opgavens videre modellering kan γ enten følge en almindelig stokastisk differentialligning ¹⁵ eller en CIR-proces. Løsningen for SDE'en vises her mens udledningen af CIR-processen er analog med udledningen af Fordring 1, og løsningen fremgår af Appendiks 9.1.

SDE'en har som tidligere vist følgende risikoneutrale dynamik:

$$d\gamma = \eta dZ_\gamma \quad (29)$$

Det følger af Itô's lemma, at den af η afledte prisfunktion, V , har stokastisk differentiale:

$$d\gamma = \left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \gamma^2} \eta^2 \right) dt + \frac{\partial V}{\partial \gamma} \eta dZ_\gamma \quad (30)$$

Udledningen af den partielle differentialligning er baseret på et ingen-arbitrage argument, der minder om det for fallitintensiteten, og udledningen af denne henvises til læseren. Det kan vises, at PDE'en er givet ved:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial^2 V}{\partial \gamma^2} \eta^2 - \frac{\partial V}{\partial t} - \gamma V = 0 \quad (31)$$

Hvortil der tages udgangspunkt i følgende løsningsform:

$$V(\gamma, T) = C(T) \exp(L(T)\gamma) \quad (32)$$

De afledte udtryk bliver derved:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 V}{\partial \gamma^2} &= C(T) L(T)^2 \exp(L(T)\gamma) \\ \frac{\partial V}{\partial T} &= (C'(T) + C(T) L'(T)\gamma) \exp(L(T)\gamma) \end{aligned}$$

¹⁵Herefter SDE.

Indsættes disse i ligning 31 fås følgende:

$$\begin{aligned} \frac{\eta^2}{2}(C(T)L(T)^2 \exp(L(T)\gamma) - (C'(T) + C(T)L'(T)\gamma) \exp(L(T)\gamma) \\ - \gamma C(T) \exp(L(T)\gamma)) = 0 \end{aligned} \quad (33)$$

Dette forkortes og der opdeles efter led afhængige af γ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{\eta^2}{2}(C(T)L(T)^2) - C'(T) \right) - (C(T)L'(T)\gamma - \gamma C(T)) = 0 \\ \Leftrightarrow \left(\frac{\eta^2}{2}(C(T)L(T)^2) - C'(T) \right) - (C(T)\gamma(L'(T) + 1)) = 0 \end{aligned} \quad (34)$$

I og med PDE'en i ligning 34 skal gælde for alle værdier af γ , er de ordinære differentialligninger givet ved:

$$L'(T) = -1 \quad (35)$$

$$C'(T) = \frac{\eta^2}{2}C(T)L(T)^2 \quad (36)$$

med grænsebetingelserne $L(0) = 0$ og $C(0) = 1$ løses $L'(T)$ og $C'(T)$ ved simpel integration, hvor det ved substitution ind i udtrykket for $V(\gamma, t)$ fås, at $L(T) = -T$, mens $C(T)$ bliver:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial T} = \frac{\eta^2}{2}CT^2 \Leftrightarrow \frac{\partial C}{C} = \frac{\eta^2}{2}T^2 \partial T \\ \Leftrightarrow \ln(C) = \frac{\eta^2}{6}T^3 \Leftrightarrow C(T) = \exp\left(\frac{\eta^2 T^3}{6}\right) \end{aligned} \quad (37)$$

Således udelades $L(T)$ og i stedet defineres løsningen af PDE'en, som:

$$V(\gamma, T) = C(T) \exp(-\gamma T) \quad (38)$$

I det andet tilfælde hvor γ følger en CIR-process med den risikoneutrale dynamik:

$$d\gamma = (\eta - \delta\gamma)dt + \sigma\sqrt{\gamma}dZ_\gamma$$

Kan løsningen findes fuldstændig analog til udledningen for fallitintensiteten som:

$$C(T) \exp(L(T)\gamma)$$

hvor:

$$C(t) = \exp\left(\frac{\eta(\delta + \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2})}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - (\delta + \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2})/(\delta - \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2})}{1 - (\delta + \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2})/(\delta - \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2})e^{\sqrt{2\sigma^2 + \delta^2}t}}\right)^{\frac{2\eta}{\sigma^2}}$$

$$L(t) = \frac{\delta - \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2}}{\sigma^2} + \frac{2\sqrt{2\sigma^2 + \delta^2}}{\sigma^2(1 - (\delta + \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2})/(\delta - \sqrt{2\sigma^2 + \delta^2})e^{\sqrt{2\sigma^2 + \delta^2}t})}$$

Fordring 3 Den sidste fordring, der skal bearbejdes for at kunne fastlægge de lukkede løsninger for virksomhedsobligationen og CDS-kontrakten er:

$$E \left[\lambda(X_s) \exp \left(- \int_0^T \lambda(X_s) dt \right) \right] \quad (39)$$

Udtrykket afhænger af fallitintensiteten, λ , og tiden, T . Hvis udtrykket defineres som $W(\lambda, T)$, kan man analogt til udledningen af den første fordring vise, at $W(\lambda, T)$ opfylder følgende partielle differentialligning:

$$\frac{\sigma^2}{2} \lambda \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda^2} + (\alpha - \beta \lambda) \frac{\partial W}{\partial \lambda} - \lambda W - \frac{\partial W}{\partial T} = 0 \quad (40)$$

Vi betragter løsningen:

$$W(\lambda, T) = \exp(B(T)\lambda)(G(T) + H(T)\lambda) \quad (41)$$

Hvorafter de afledte er givet ved:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \lambda} &= (B(T)G(T) + B(T)H(T)\lambda + H(T)) \exp(B(T)\lambda)H(T) \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \lambda^2} &= (\lambda B(T)H(T) + B(T)G(T) + 2H(T))B(T) \exp(B(T)\lambda) \\ \frac{\partial W}{\partial T} &= B'(T)\lambda \exp(B(T)\lambda)(G(T) + H(T)\lambda) + \exp(B(T)\lambda)(G'(T)H'(T)) \end{aligned}$$

Her er beregninger udeladt, men hvis de afledte indsættes i ligning 40 kan løsningerne for $B(t)$, $G(t)$ og $H(t)$ fastlægges:

$$\begin{aligned}
B(t) &= \frac{\beta - \phi}{\sigma^2} + \frac{2\phi}{\sigma^2(1 - \kappa^{\phi t})} \\
G(t) &= \frac{\alpha}{\phi}(e^{\phi t} - 1)\exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2}t\right)\left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}+1} \\
H(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi) + \phi\sigma^2}{\sigma^2}t\right)\left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}+2} \\
\text{hvor } \phi &= \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2} \\
\kappa &= \frac{\beta + \phi}{\beta - \phi}
\end{aligned}$$

Hvor $B(t)$ genkendes som værende det samme som i Fordring 1.

3.5.1 Lukket løsning for virksomhedsobligation

Indføres de tre ovenstående fordringer¹⁶ i udtrykket for virksomhedsobligationen givet i ligning 8, fremkommer følgende lukkede løsning:

$$\begin{aligned}
CB(c, w, T) &= c \int_0^T A(t)e^{B(t)\lambda}C(t)D(t)e^{-\gamma t}dt \\
&\quad + A(T)e^{B(T)\lambda}C(T)D(T)e^{-\gamma T} \\
&\quad + (1 - w) \int_0^T e^{B(t)\lambda}C(t)D(t)(G(t) + H(t)\lambda)e^{-\gamma t}dt
\end{aligned} \tag{42}$$

¹⁶Med γ der følger en SDE

hvor

$$\begin{aligned}
A(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}} \\
B(t) &= \frac{\beta - \phi}{\sigma^2} + \frac{2\phi}{\sigma^2(1 - \kappa e^{\phi t})} \\
C(t) &= \exp\left(\frac{\eta^2 t^3}{6}\right) \\
G(t) &= \frac{\alpha}{\phi}(e^{\phi t} - 1) \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2} + 1} \\
H(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi) + \phi\sigma^2}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2} + 2} \\
\phi &= \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2} \\
\kappa &= \frac{\beta + \phi}{\beta - \phi}
\end{aligned}$$

3.5.2 Lukket løsning for CDS-kontrakten

Når der ses bort fra likviditeten i CDS-kontrakten er denne kun baseret på fordring 1 og 3, og hvis løsningerne for disse fordringer indføres i udtrykket givet i ligning 10, haves den lukkede løsning for CDS-kontrakten som værende:

$$s = \frac{w \int_0^T \exp(B(t)\lambda) D(t) (G(t) + H(t)\lambda) dt}{\int_0^T A(t) \exp(B(t)\lambda) D(t) dt} \quad (43)$$

hvor

$$\begin{aligned}
A(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}} \\
B(t) &= \frac{\beta - \phi}{\sigma^2} + \frac{2\phi}{\sigma^2(1 - \kappa e^{\phi t})} \\
G(t) &= \frac{\alpha}{\phi}(e^{\phi t} - 1)\exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}+1} \\
H(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi) + \phi\sigma^2}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}+2} \\
\phi &= \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2} \\
\kappa &= \frac{\beta + \phi}{\beta - \phi}
\end{aligned}$$

4 Data og programmer

Da det matematiske fundament er udledt og de lukkede løsninger for virksomhedsobligationen og CDS-kontrakten er opstillet, indledes analysen ved en præsentation af valget af data. Efterfølgende gives en kort gennemgang af opsætningen af de programmer, som de lukkede løsninger er inkorporeret i.

Analysen af CDS-Bond Basis udviklingen tager først og fremmest udgangspunkt i udviklingen under finanskrisen. Finanskrisen er som tidligere nævnt specielt interessant, da der var markante længerevarende basis afvigelser. For at opnå et ordentligt sammenligningsgrundlag er analyseperioden udvidet at begynde primo 2005 til ultimo 2009. Dermed kan de ekstreme udsving i CDS-Bond Basis i perioden 2007-09 sammenlignes med den mere konjunkturmæssige "normale"periode fra 2005-2007.

Helt konkret betragtes ugentlige data fra 5. januar 2005 til 23. december 2009, og alt anvendt data er vedlagt i Bilag 1.

4.1 CDS-data

Selskabsmæssigt tages der udgangspunkt i komponenterne fra de to nordamerikanske CDX-indeks: Investment Grade og High Yield. Baggrunden for valget af disse, er hovedsageligt, at de giver mulighed for at analysere CDS-Bond Basis for to forskellige kreditklasser.

Investment Grade indekset består af 125 nordamerikanske Investment Grade selskaber. I markedstermer bliver et selskab betegnet som et Investment Grade selskab, hvis dets kreditvurdering hos Standard & Poor's er BBB- eller højere eller hos Moody's er BBB(lav) eller højere. Investment Grade indekset består dermed af en bred vifte af stabile selskaber med høj sandsynlighed for at kunne imødegå deres finansielle forpligtelser og marginal risiko for fallit (ihvertfald forud for finanskrisen).

High Yield indekset er sammensat af 100 nordamerikanske High Yield selskaber. High Yield selskaber er defineret som selskaber, der ikke er Investment Grade, og består dermed af selskaber, der er mere volatile og har en lavere kreditværdighed. Helt konkret skal disse selskaber betale en højere effektiv rente på deres udstedte obligationer for at kunne kompensere inve-

storer for den øgede kreditrisiko - deraf navnet High Yield.

Hvis man sammenligner komponenterne i de to indeks, er der en tydelig brancheopdeling: Hvor Investment Grade indekset blandt andet består af industrikonglomerater som Alcoa og Caterpillar, er High Yield indekset mere præget af meget konjunkturafhængige selskaber, som bilproducenterne Ford og GMAC, og adskillige store hotelkæder.

Der er indsamlet ugentlige CDS-data for CDS-kontrakter med 5-årig løbetid for hvert af disse selskaber i perioden 5. januar 2005 til 23. december 2009 fra Datastream med CMA som udbyder. På baggrund af en kort undersøgelse af handelsvolumen på mine valgte obligationsdata er alle data indsamlet fra onsdagstransaktioner, da disse har den tungeste volumen.

4.2 Obligationsdata

Obligationsdata er hentet fra databaserne TRACE og Mergent FISD på Wharton Research Data Services (WRDS). Daglige priser og renter er beregnet ud fra SAS-programmer udarbejdet af vejleder Jens Dick Nielsen, og vedlagt i Bilag 1.

Ud fra de valgte CDX-indeks er alle obligationsdata indsamlet for samtlige af kontraktens underliggende selskaber i perioden. Da der i modellen skal kunne sammenlignes udviklingen i CDS-præmien og kreditspændet for virksomhedsobligationen, er det vigtigt, at de CDS-kontrakter og obligationer, der betragtes, har den samme tid til udløb. Da der dog ikke eksisterer obligationer med 5 år til udløb for hver enkelt periode, er der til hvert tidspunkt, for hvert selskab, indsamlet et sæt af obligationer. Hele den modelmæssige inkorporering af obligationsdata beskrives i gennemgangen af programmet i afsnit 4.4.

For at sikre et betydeligt datagrundlag har det været nødvendigt at indsamle alle obligationsdata for samtlige selskaber i perioden. Dette medfører, at der også inddrages en betydelig mængde obligationer med optionaliteter, som ikke er prisen fastsat i modellen. Dette har været nødvendigt for at undgå et meget tyndbenet datagrundlag, og effekten af dette undersøges i det afsluttende robusthedstjek af data i afsnit 6.1.

I et forsøg på at sortere de værste uregelmæssigheder fra datasættet, fjernes alle de obligationer, der har en lavere effektiv rente end en tilsvarende obligation med samme løbetid og treasury-renten. Dette fjerner de obligationer, der gennem deres optionaliteter, anses som mere sikre investeringer end investeringer i treasury-renten.

Selvom alle obligationsdata inddrages, er der stadig stor variation i mængden af udstedte obligationer og handelen med disse for virksomhederne i de to CDX-indeks. Det har derfor været nødvendigt at sortere de selskaber fra, der har gennemsnitligt mindre end to obligationsobservationer per tidsperiode. Udover dette renses alle finansielle virksomheder fra datasættet, idet de har en markant anderledes kapitalstruktur end industriselskaber og agerer modpart i CDS-kontrakter, hvilket korrelerer dem med andre selskabers finansielle tilstand.

Efter reduktion af data haves ialt 35 Investment Grade selskaber og 29 High Yield selskaber til analysen.

4.3 Rente-data

Igennem hele denne afhandling vil USD rente-swaps blive anvendt som referencerente. Reference-renten bruges til at beregne diskonteringsfaktorer til modellerne og indgår som risikofri-rente til beregningen af kreditspændet. Valget af swap-renten er primært baseret på en dybtgående undersøgelse af [Hull, Predescu & White (2004)], der finder at swap-renten kun ligger 10 basispunkter over markedets faktiske finansieringsomkostninger, mens den ellers hyppigt anvendte treasury-rente angiveligt ligger betydeligt under markedets finansieringsomkostninger og blandt andet er påvirket af skattemæssig særbehandling.

Selvom swaps indeholder en smule kreditrisiko er de frie for likviditetsproblemer, mens de bliver *quoted* med en konstant tid til udløb, hvilket passer godt til det modelmæssige setup. Samtidig er swap-renten, ifølge [Bai & Collin-Dufresne (2010)], den børsmæglere på Wall Street oftest anvender som referencerente når de udnytter CDS-Bond basis arbitrage.

Swap-renterne er hentet med 1, 2, 3, 4, 5, 7 og 10 år til udløb for hele den

valgte tidsperiode. Data er hentet fra *The Federal Reserves* hjemmeside ¹⁷, hvor renten er beregnet som handelsdagens gennemsnitlige niveau. Missing-værdier er lineært interpoleret.

Dog anvendes treasury-renten, som beskrevet i afsnit 4.2 om obligations-data, til at rense de mest udslagsgivende obligationer med optionaliteter fra. Treasury-rente data er hentet med 1, 2, 3, 5, 7 og 10 år til udløb for hele den valgte tidsperiode fra samme kilde som swap-rente data.

4.4 Gennemgang af programmer

I dette afsnit gennemgås de programmer, der danner grundlag for analysen. Alle programmer er lavet i statistik-programmet R, og koden er vedlagt i Bilag 1.

Indledningsvis præsenteres de konstante parametre, som indgår i modeleringen gennemgået i kapitel 3.

Recovery-rate: Valget af recovery-rate har stor effekt på de endelige resultater, og den antages at være konstant over perioden. Da dette er en betydelig simplificering af virkeligheden - især under finanskrisen - er det såvidt muligt forsøgt at finde den recovery-rate, der bedst repræsenterer hele den valgte tidsperiode for de to kreditklasser

[Duffie & Singleton (1999)] finder, at der er en relativ stor variation i obligationers recovery-rate, men at den ligger i et niveau omkring 50 pct. for seniorgæld. Selvom [Duffie & Singleton (1999)]'s estimat afspejler almindelige markedstilstande 10 år forinden den periode der analyseres, antages det at deres resultater afspejler niveauet fra før finanskrisen. I finanskrisen dykkede raten dog til et betydeligt lavere niveau, og ifølge et investornotat fra Moody's lå recovery-raten i 2008 og 2009 omkring 20-30 pct. ¹⁸. Udover dette finder Moody's også indikationer på en stærk negativ korrelation imellem fallitintensiteter og recovery-rater.

¹⁷www.federalreserve.gov/releases/h15/data.htm

¹⁸"Corporate Default and Recovery Rates, 1920-2009" Moody's Investor Service, Feb 2010.

Der er derfor valgt forskellige recovery-rater for komponenterne i de to CDX-indeks. For Investment Grade selskaberne antages en konstant obligations recovery-rate på 35 pct. Denne er valgt, da omkring halvdelen af observationerne er fra før finanskrisen. Således vil CDS-kontrakten betale en recovery på 65 pct. af hovedstolen. For High Yield selskaberne antages en recovery-rate på 20 pct., da fallitsandsynligheden for disse steg kraftigt under krisen.

Tidsskridt: I implementeringen af de to modeller er de kontinuerte løsninger fra afsnit 3.5 blevet diskretiseret. Begge kontrakter er diskretiseret i forhold til deres betalingsstrømme, og CDS-kontrakten, der har kvartalsmæssige præmiebetalinger er derfor blevet diskretiseret derefter, mens obligationen har halvårige betalinger og er blevet tilpasset dertil.

Omega, Ω : I Model 2 indgår Ω , som andelen af obligationens likviditetsproces, der indgår i CDS-præmien. I opgavens afsluttende robusthedstjek af modelantagelserne forsøges, at finde det Ω , der bedst afspejler andre teoretiskeres resultater. Der forsøges med 5 og 10 pct.

4.4.1 Kreditspændet

Udregningen af kreditspændet er en smule kompleks. Da kreditspændet skal sammenlignes med CDS-præmien kræves det, at kreditspændet regnes ud fra en obligation med samme konstante tid til udløb, som CDS-kontrakten. Da dette ikke findes findes forskellen mellem hvert enkelte obligations faktiske yield og samme obligations risikofrie yield. Udfra de individuelle obligationers kreditspænd udføres en regression til hver tidsperiode, hvoraf kreditspændet for obligationen med 5 år til udløb estimeres.

Fremgangsmåden i programmet *Kreditspænd* er som følger:

1. Først opstilles den lukkede løsning for den risikofrie virksomhedsobligation. Udtrykket for denne tager udgangspunkt i det samme setup som den lukkede løsning angivet i afsnit 3.5, men hvor fallitintensitet og likviditetsmål sættes lig nul, mens recovery-betalingen udgår¹⁹.

¹⁹Se Appendiks 2

2. For hver enkelt obligationsobservation prisfastsættes en risikofri obligation med samme kupon og tid til udløb, og ud fra prisen findes den risikofrie yield.
3. Derefter fratrækkes den risikofrie yield fra den faktiske obligations yield, og der findes et kreditspænd for hver obligation, men med varierende tid til udløb.
4. For at fastlægge kreditspændet med konstant 5 år til udløb (ligesom CDS-kontrakten), udføres en lineær regression over kreditspændet til hver enkelt periode med tid til udløb som eneste forklarende variabel, og ud fra denne regression findes så den fittede yield ved 5-årig løbetid ved hjælp af R's predict-funktion.

Ovenstående kreditspænd er sammenholdt med en simpel modeluafhængig fremgangsmåde, hvor jeg finder den risikofrie yield med samme tid til udløb som den underliggende obligation, og trækker denne fra obligationens faktiske yield. Derefter udføres samme lineære regression, og der haves et konstant 5-årigt kreditspænd til alle tidspunkter. Resultaterne for de to fremgangsmåder er stort set identiske, og resultaterne fra den første metode er anvendt i de videre beregninger.

4.4.2 Model 1

Programmerne anvender de udledte lukkede løsninger for virksomhedsobligationen og CDS-kontrakten til at ekstrapolere mål for fallit og likviditet. I Model 1 følger likviditeten i virksomhedsobligationen en SDE, og der indgår ikke et mål for illikviditeten i CDS-kontrakten.

1. Først indlæses data for swap- og treasury-renten. Swap-renten er valgt som modellens risikofrie rente og bruges som diskontering. Der opstilles en funktion, der udfra swap-renten, tidspunkt, tid til udløb og tidskridt danner en vektor med diskonteringsfaktorer til CDS-kontraktens og virksomhedsobligationens betalingsstrømme. Treasury-renten bruges, som gennemgået i afsnit 4.3 Rente-data, til at rense ud i obligationsdatasættet.
2. For et valgt selskab indlæses data for CDS-præmien og virksomhedsobligationerne.

3. Udtrykkene for $A(t)$, $B(t)$, $C(t)$, $G(t)$, og $H(t)$ defineres som funktioner og de lukkede løsninger for CDS-kontrakten og virksomhedsobligationen opstilles.
4. Til selve optimeringsprocessen vælges trialværdier for α, β, σ og η , der bestemmer dynamikken for de underliggende processer, der driver fallit og likviditet.
5. Der opstilles funktionen `Implied.lambda`, der til hvert tidspunkt giver det λ , der minimerer forskellen mellem den estimerede- og den observerede CDS-præmie.
6. Der opstilles funktionen `Bond.Afv`, der udregner den gennemsnitlige RMS^{20} for antallet af omkransende obligationer til hvert tidspunkt ud fra de i (5) estimerede λ .
7. Finder et γ til hvert tidspunkt, der minimerer den udregnede `Bond.Afv` for antallet af omkransende obligationer til hvert tidspunkt.
8. Endeligt udregnes den globale RMS, der er summen af afvigelserne for hele periode for de estimerede λ og γ .
9. Den globale afvigelse minimeres ved hjælp af R's indbyggede `Optim`-funktion. Denne søger over valget af trial værdier indtil den finder det sæt, der giver de værdier for λ og γ , der minimerer den globale afvigelse.

4.4.3 Model 2

De indledende skridt i Model 2 er som udgangspunkt de samme som dem for Model 1 bortset fra, at der nu defineres udtryk for de nye funktioner $C(t)$ og $L(t)$, mens der vælges trialværdier for $\alpha, \beta, \sigma, \xi, \delta$ og μ .

Inddragelsen af likviditet i CDS-præmien gør optimeringsprocessen en anelse mere kompleks. Nu indgår både λ og γ i begge de lukkede løsninger, og derfor kan der ikke først ekstrapoleres λ fra CDS-kontrakten og derefter γ fra obligationsudtrykket. Nu opstilles en fælles kvadratafgivelse for både CDS-kontrakt og obligation, der kun afhænger af λ og γ . Til hvert tidspunkt anvendes `optim`-funktionen derfor til at bestemme de λ og γ , der minimerer

²⁰Root-mean-square $\sim$ Kvadratet af den gennemsnitlige kvadratrodsafvigelse.

afvigelsen. Samtidig minimeres den globale afvigelse igen over de valgte parametre for $\alpha, \beta, \sigma, \xi, \delta$ og μ .

5 Analyse

Med udgangspunkt i de lukkede løsninger for virksomhedsobligationen og CDS-kontrakten fra afsnit 3.5 laves en dybdegående analyse af udviklingen i CDS-Bond Basis før, under og efter finanskrisen.

CDS-Bond Basis modelleres ud fra de estimerede kreditspænd over for den amerikanske swap-rente og de observerede CDS-præmier. Dette basis undersøges ved at udlede de risikoneutrale størrelser for fallit og likviditet og fra disse beregnes størrelsen af de faktiske fallit- og intensitetskomponenter. Afslutningsvis udføres regressioner på selskabernes individuelle basis størrelser og likviditetskomponenter med forskellige forklarende variable for likviditet, modpartsrisiko og fallitsandsynlighed både på selskabs- og makroniveau.

For overskuelighedens skyld er der forud for den overordnede analyse opstillet et dybtgående eksempel med udgangspunkt i den amerikanske bilproducent Ford Motor. Ford er specielt interessant, da selskabet fik en ekstraordinær hård medfart under finanskrisen og tangerede fallit, idet selskabet var nødsaget til at bede den amerikanske regering om finansiel støtte. Fremgangsmåden og de bagvedliggende beregninger er de samme, som bruges senere, og case studiet giver et godt indblik i de mekanismer, der driver såvel obligations- som CDS-markedet.

5.1 Case Study - Ford Motor

Ford blev grundlagt i 1906 og er siden da vokset til at være en af de helt store spillere både på det amerikanske og det globale bilmarked. I 1990'erne var selskabet understøttet af en stærkt voksende amerikansk økonomi og lave benzinpriser, hvilket resulterede i en galoperende udvikling i aktiekursen.

I 2005 fik piben dog en anden lyd, da ratingbureauet Standard & Poors så sig nødsaget til at sænke både Fords og konkurrenten General Motors

kreditrating til *junk status* ²¹. Standard & Poors begrundede den lave kreditvurdering med selskabernes faldende markedsandele, stigende benzinpriser og den amerikanske økonomis aldrende arbejdsstyrke samt høje omkostninger til sundhedssektoren.

Forud for analysen præsenteres et hurtigt overblik over de finansielle begebenheder for Ford i den undersøgte periode:

- Maj 2005: Standard & Poors sænker Fords kreditvurdering.
- December 2006: Ford hæver sin lånekapacitet til 25 mia. USD med stort set alle selskabets aktiver for at sikre kreditlinjen.
- Januar 2007: Ford præsenterer et tab på 12,6 mia. USD for 2006. Det største tab i selskabets historie, og ventes ikke at være i stand til at vende bundlinje udviklingen for år 2009.
- Juni 2007: Ford leverer et overraskende overskud i regnskabet for andet kvartal, men selskabet taber stadig penge i det vigtige hjemmemarked, Nordamerika.
- November 2008: Koncerndirektører fra de tre største amerikanske bilproducenter Ford, Chrysler og General Motors beder den amerikanske kongres om finansiell hjælp.
- Januar 2010: Ford trodser den dårlige økonomi, leverer resultatet for 2009 med det første overskud i fire år og forventer et overskud i 2010.

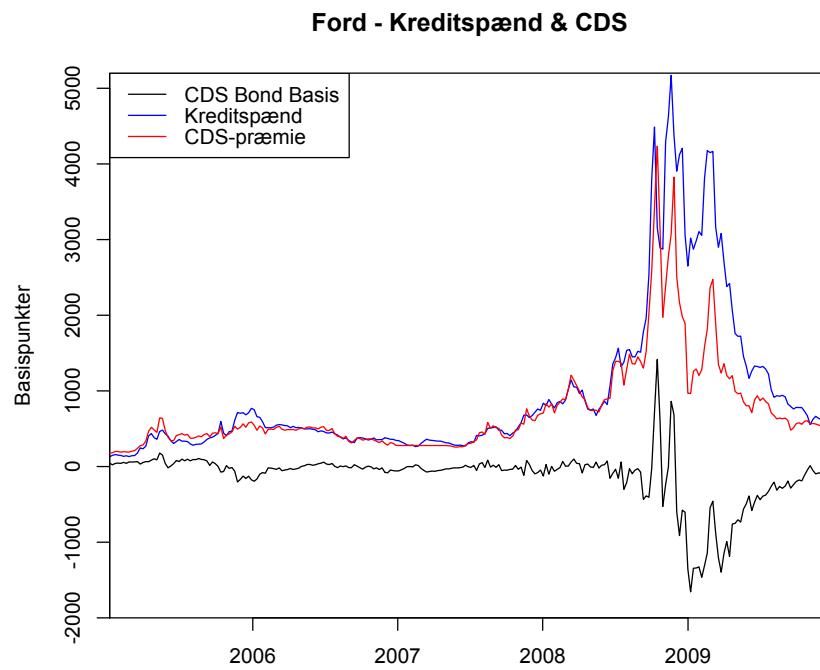
Fords finansielle situation fra januar 2005 til december 2009 analyseres ved udelukkende at betragte CDS-præmien og kreditspændet.

5.1.1 Fords kreditspænd og CDS-Bond Basis

Et selskabs kreditspænd er defineret i afsnit 2.2 som værende forskellen på den risikofyldte selskabsrente og den risikofrie rente, mens CDS-Bond Basis er selskabets CDS-præmie minus kreditspændet.

Fords kreditspænd, CDS-præmie og CDS-Bond Basis fremgår af Figur 1.

²¹Kilde: "<http://www.washingtonpost.com/wp-dyn/articles/A41573-2005May6.html>".



Figur 1: Udviklingen i CDS-præmie, kreditspænd og CDS-Bond Basis for Ford i perioden januar 2005 til december 2009.

I Figur 1 er det tydeligt, at selskabet er præget af en høj volatilitet og usikkerhed i perioden 2005-2008. Selvom udsvingene i den første periode blegner i forhold til dem under finanskrisen, er de stadigvæk markante under normale markedsforhold. Både kreditspænd og CDS-præmie varierer om et niveau på 400 basispunkter. Da disse er gode mål for selskabets finansielle tilstand, kan man hurtigt konkludere, at der er en betydelig usikkerhed om udviklingen i virksomhedens finansielle fremtid allerede i år 2005. Effekten af den nedreviderede kreditvurdering skiller sig ud som det første udsving i starten af 2005.

I den sidste halvdel af 2008 kolliderer finanshuset Lehman Brothers og indikerer startskuddet på den finansielle krise. Kollapset sender chokbølger igennem de globale kreditmarkeder, og effekten er tydelig både i kreditspænd og CDS-præmie. Ford og resten af den amerikanske bilsektor er stærkt afhængig af den amerikanske økonomis konjunkturudvikling, og i takt med at finanskrisen forværrer, stiger arbejdsløsheden, mens forbrugertilliden falder og USA træder ind i en recession. For et i forvejen presset selskab tvinger krisen Ford i knæ, og i slutningen af 2008 er selskabet nødsaget til at søge om statshjælp fra den amerikanske regering.

Disse begivenheder sender både kreditspænd og CDS-præmier til nye højder, og med en CDS-præmie på 4000 basispunkter frygter markedet, at krisen vil tvinge den amerikanske bilgigant til at dreje nøglen om.

Vendes blikket mod CDS-Bond Basis sammenhængen er det tydeligt, at kreditspændet ved flere tidspunkter afviger signifikant fra størrelsen af CDS-præmien, og at der i perioden forud for den finansielle krise kun opstår mindre midlertidige afvigelser. Disse mindre afvigelser kan under almindelige markedsforhold, som tidligere nævnt henledes til flere faktorer: Valget af risikofri rente, optionaliteter i valget af obligationer, der ikke er prisfastsat i modellen eller at CDS-markedet er det primære marked for handel med kreditrisiko.

I finanskrisen stiger volatiliteten i Fords CDS-Bond Basis markant, og der opstår et længerevarende negativt basis. For at fastlægge hvilke faktorer, der driver disse basisafvigelser udføres en undersøgelse af Fords fallit og likviditetskomponenter i næste afsnit.

5.1.2 Fords fallit og likviditetsrisiko

I modellen antages CDS-præmien at være et perfekt mål for fallitrisiko, og det er derfor oplagt, at undersøge ændringerne i basis ud fra dynamikken i kreditspændet.

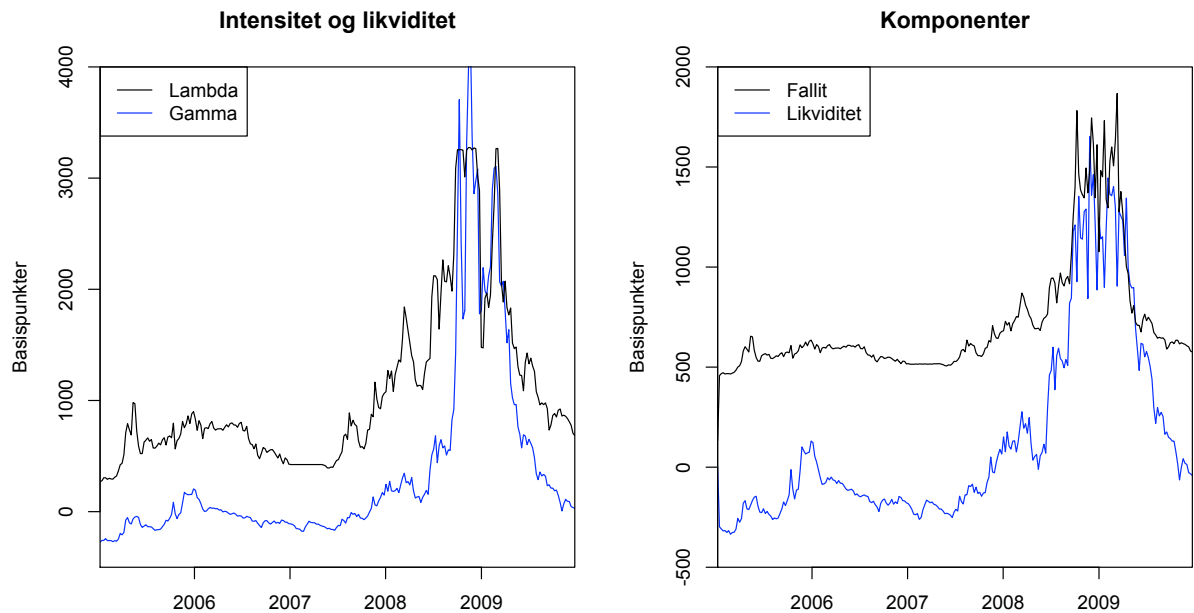
Først uddybes definitionen af likviditetsmålet for at undgå misforståelser. I markedstermer afspejler likviditet hvor hurtigt og omkostningsfrit man kan konvertere et aktiv til kontanter, hvor et illikvidt aktiv vil være forbundet med høje omkostninger og et meget likvidt aktiv vil være tæt på omkostningsfrit. Det likviditetsmål der ekstrapoleres fra kreditspændet angiver graden af illikviditet. Dermed vil høje likviditetsmål indikere en stor grad af illikviditet.

Til at estimere størrelserne af Fords risikoneutrale fallitintensitet og likviditetsmål, og udviklingen i disse, tages der udgangspunkt i Model 1 gennemgået i afsnit 4.4.2. Dermed kombineres præmien på Fords 5-årige CDS-kontrakt med dets udstedte virksomhedsobligationer til at ekstrapolere mål for fallit og likviditet til alle tidsskridt. Sammenholdes fallitintensiteterne med kreditspændet og en lukket løsning for den likviditetsfrie obligation kan jeg fastlægge de reelle andele, som fallit og likviditet repræsenterer²². De kaldes fallit- og likviditetskomponenterne.

Fallitintensiteten, λ , og likviditetsmålet, γ , kan hverken ses som sandsynligheder eller andele af kreditspændet, men derimod som justeringsmål af diskonteringsrenten for obligationens og CDS-kontraktens betalingstrømme. Fallitintensiteten er altid positiv, og sandsynligheden for fallit er voksende med denne, mens likviditetsmålet ud fra Model 1 både kan skabe en positiv og negativ justering af renten. Den reelle effekt af de fundne intensiteter er også stærkt afhængig af de estimerede parametre for deres underliggende processer, men de giver en god indikation af niveauet og dynamikken for fallit- og likviditetsmålene.

I Figur 2 ses i grafen til venstre udviklingen i fallitintensiteten, λ , og likviditetsmålet, γ . I perioden 2005-2008 er der en anelig volatilitet i begge faktorer, men også tydelige tegn på en mean-reversion effekt. I takt med at finanskrisen tager til og usikkerheden for Fords fremtid stiger - ses et kraftigt

²²Den lukkede løsning for den likviditetsfrie obligation og fremgangsmåden til udregningen af fallit og likviditetskomponenterne er angivet i Appendiks 3.



Figur 2: Udviklingen i mål for fallit og likviditet for Ford i perioden januar 2005 til december 2009.

spring i begge. Når intensitet og likviditetsmål stiger - vil både CDS-præmie og kreditspænd for obligationen stige. CDS-præmien drives udelukkende af fallitintensiteten, λ , og da stigningen i denne medfører større sandsynlighed for, at Ford går fallit og dermed større sandsynlighed for, at CDS-sælger skal betale recovery, skal kontraktkøber kompensere med en øget præmiebetaling til kontraktsælger. Kreditspændet afhænger derimod både af fallitintensiteten, λ , og likviditetsmålet, γ , og dermed skal obligationskøbere kompenseres med en lavere obligationspris både for den øgede risiko for fallit, og for den øgede illikviditet i obligationen.

I grafen til højre i Figur 2 er udviklingen i fallit og likviditetskomponenten illustreret. Komponenterne afspejler de faktiske andele af kreditspændet, som fallitintensiteten og likviditeten repræsenterer. Det mest iøjnefaldende her er Fords negative mål for likviditeten under de almindelige markedsforhold.

En mulig forklaring på de negative mål for likviditeten kunne eksempelvis være, at flere undersøgelser har vist, at swap-renten, der er valgt som risikofri rente, ligger over markedets reelle finansieringsomkostninger. Dette vil medføre et lavere kreditspænd, og kombineres dette med en CDS-præmie, der overstiger kreditspændet, vil målet for fallit overstige kreditspændet, og det vil derfor blive kompenseret med et negativt likviditetsmål. En anden faktor, der også har stor effekt på niveauerne for fallit- og likviditetsmålene er valget af recovery-rate. Der er valgt en konstant obligations recovery-rate for Ford og de andre High Yield selskaber på 20 pct., og dette er en kraftig simplificering - især med henblik på korrelationen med fallitsandsynlighederne.

Da der ligeledes opstår negative likviditetsmål i den overordnede analyse af CDS-Bond Basis, vil dette blive uddybet i afsnit 5.2.3.

Afslutningsvis er dog også værd at bemærke, at som krisen eskalerer og CDS-præmier og kreditspænd stiger kraftigt - følger fallit- og likviditetskomponenterne med.

5.2 Analyse af CDS-Bond Basis før, under og efter finanskrisen

Efter gennemgangen af Ford-analysen flyttes fokus nu mod de indsamlede data fra de to CDX-indeks og udviklingen i CDS-Bond Basis. Komponenterne fra de to CDX-indeks vil blive analyseret hver for sig, for derved både at kunne undersøge de generelle drivkrafter og analysere forskellene på tværs af kreditklasser. Analysen vil blive udført ud fra følgende disposition:

- 5.2.1** På selskabsniveau undersøges forholdet mellem CDS-præmien og kreditspændet.
- 5.2.2** Den gennemsnitlige udvikling af kreditspændet sættes op mod CDS-præmierne, CDS-Bond Basis-udviklingen illustreres og sammenholdes med økonomiens udvikling i perioden.
- 5.2.3** Udfra Model 1 udregnes fallitintensiteter og likviditetsmål, og udviklingen i disse sammenholdes med basis udviklingen.

5.3 Der udføres en regressionsanalyse på CDS-Bond Basis og de funde værdier for likviditeteskomponenterne. Dette gøres ud fra forskellige mål for faktorer som likviditet, fallitrisiko og modpartsrisiko.

5.2.1 Kreditspænd og CDS-præmie på selskabsniveau

Forud for den modelmæssige undersøgelse af udviklingen i CDS-Bond Basis, gennemgås forskellene i kreditspænd og CDS-præmie ud fra en simpel modeluafhængig antagelse, hvor CDS-præmien sættes lig fallitrisikoen i kreditspændet. I Tabel 1 og 2 vises på selskabsniveau, den gennemsnitlige CDS-præmie, det gennemsnitlige kreditspænd, og hvor stor en andel af kreditspændet CDS-præmien repræsenterer.

Først og fremmest giver de to tabeller et tydeligt billede af niveau forskellene for CDS-præmier og kreditspænd for de to indeks. For High Yield selskaberne ligger både CDS-præmien og kreditspændet på et markant højere niveau end for Investment Grade selskaberne, hvilket tydeliggør den øgede risiko forbundet med High Yield selskaberne. Samtidig ses, at på trods af en tydelig korrelation imellem CDS-præmien og kreditspændet, eksisterer der signifikante afvigelser i forholdet mellem CDS-præmien og kreditspændet for stort set alle selskaber.

Dette understøtter antagelsen, om at kreditspændet er påvirket af mere end blot kreditrisiko, og modelmæssigt betyder det, at estimationen vil generere γ 'er forskellige fra nul.

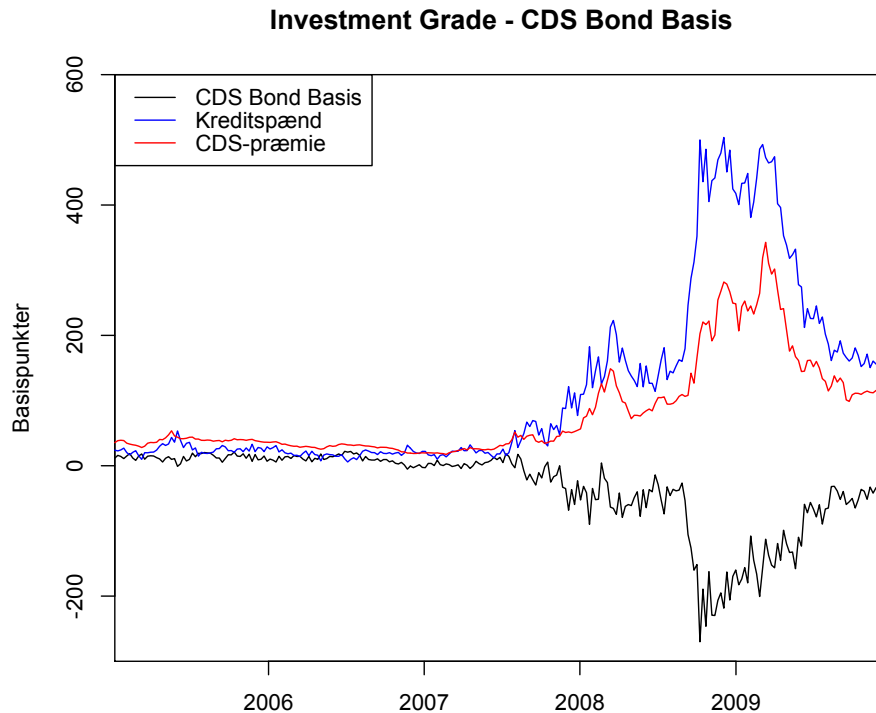
I den modeluafhængige sammenligning af CDS-præmie og kreditspænd repræsenterer CDS-præmien i gennemsnit 73,34 pct. af kreditspændet for Investment Grade selskaberne og 99,66 pct. af kreditspændet for High Yield selskaberne. Dermed består High Yield selskabernes kreditspænd af mere kreditrisiko end kreditspændet for Investment Grade selskaberne, hvilket blandt andet afspejler deres øgede sandsynlighed for fallit.

Selskab	CDS-præmie	Model afh.	
		Spænd	Ratio
Alcoa	150,71	159,37	0,95
AllState	67,00	98,94	0,68
Altria	70,90	106,34	0,67
American Express	114,89	108,4	1,06
AT&T	38,52	124,12	0,31
Caterpillar	75,77	92,12	0,82
Cox Communications	72,86	144,66	0,50
CSX	67,11	122,25	0,54
Deere & Co	47,54	54,51	0,87
Dominion Resources	45,90	93,08	0,53
Dow Chemical	96,53	142,00	0,68
Du Pont	40,86	40,91	1,00
Duke Energy	38,93	91,74	0,42
First Energy	70,34	123,63	0,57
Honeywell	34,47	40,44	0,85
IBM	32,96	35,04	0,94
International Paper	148,27	189,53	0,78
Kraft Foods	49,70	98,32	0,51
Kroger	62,00	103,49	0,60
McDonalds	28,11	39,11	0,72
Metlife	154,15	95,50	1,61
Motorola	134,19	216,15	0,62
News America Corp	58,88	122,54	0,48
Progress Energy	42,34	77,54	0,55
Simon Property	140,96	168,74	0,84
SLM Corp	376,25	437,82	0,86
Target	52,65	57,86	0,91
United Health Group	89,83	103,30	0,87
Union Pacific	47,76	89,22	0,54
United Paracel Service	29,54	46,88	0,63
Verizon	50,40	102,29	0,49
Viacom	102,34	199,03	0,51
Wal Mart	31,37	23,96	1,31
Xerox	156,50	237,62	0,66
Walt Disney	37,32	44,67	0,84

Tabel 1: Investment Grade selskaber52 gennemsnitlige CDS-præmie og kreditspænd samt andel af kreditspændet, som CDS-præmien repræsenterer.

Selskab	CDS-præmie	Model afh.	
		Spænd	Ratio
AES	355,49	296,71	1,20
Amkor Technology	653,63	646,20	1,01
Amr	1671,97	988,38	1,69
Beazer Homes	1048,35	933,13	1,12
Chesapeake	277,29	276,51	1,00
CMS Energy	183,77	169,40	1,09
Dole Food	696,76	681,02	1,02
Dynegy	538,48	450,76	1,19
El Paso	330,9	304,10	1,09
First Data	453,72	279,20	1,63
Ford Motor	727,71	850,75	0,86
GMAC	797,67	1135,63	0,70
Georgia Pacific	342,72	356,16	0,96
Goodyear Tie & Rubber	454,31	434,89	1,04
HCA	436,52	425,31	1,03
Intelsat	685,12	642,35	1,07
KB Home	277,93	400,91	0,69
MGM Mirage	686,65	621,89	1,10
Owens Illinois	303,35	273,33	1,11
Smithfield Foods	434,04	453,11	0,96
Sprint Nextel	239,90	460,98	0,52
Standard Pacific	680,25	902,54	0,75
Starwood Hotels	214,21	293,42	0,73
Tenet Healthcare	580,58	514,78	1,13
Textron Fin.	195,42	244,90	0,80
ToysRus	894,12	949,34	0,94
Unisys	956,81	954,92	1,00
United Rentals	507,20	566,15	0,90
Weyerhaeuser	112,65	198,32	0,57

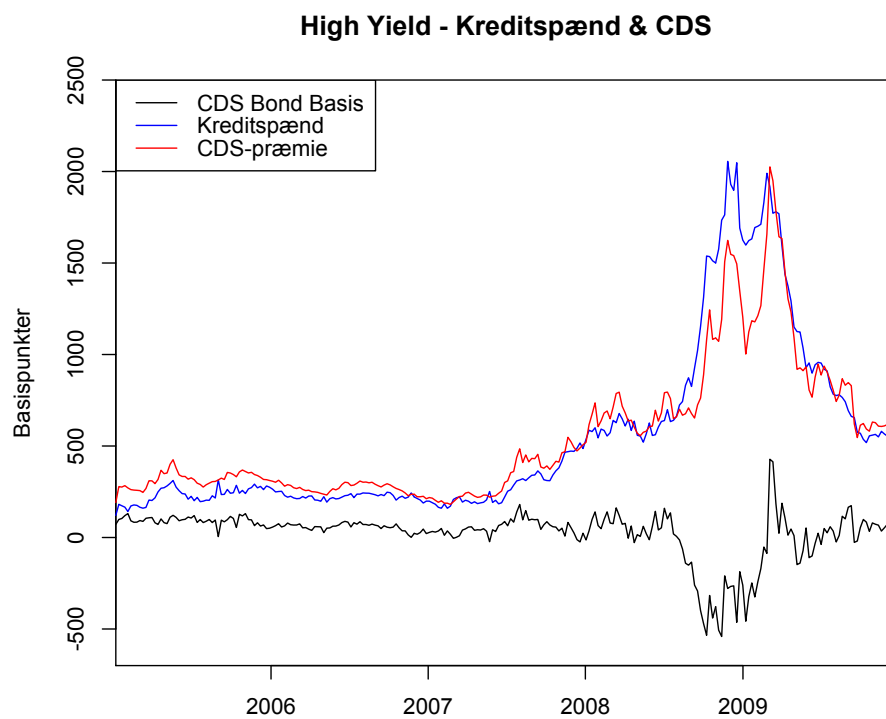
Tabel 2: High Yield selskabers gennemsnitlige CDS-præmie og kreditspænd samt andel af kreditspændet, som CDS-præmien repræsenterer.



Figur 3: Investment Grade: Gennemsnitlig udvikling i CDS-præmie og kreditspænd samt CDS-Bond basis i perioden 2005-2009.

5.2.2 Kreditspænd og CDS: CDS-Bond Basis udvikling

I Figur 3 og 4 ses udviklingen i kreditspændet, CDS-præmien samt CDS-bond Basis for Investment Grade og High Yield selskaberne. Det er tydeligt, at den generelle udvikling for de to indeks er drevet af samme faktorer og at der er en høj korrelation i dynamikken for de to indeks. Samtidig ses, at udviklingen forud for 2008 er præget af en svag volatilitet i markedet med CDS-præmier og kreditspænd på relativt lave og konstante niveauer. Disse medfører, ligesom [Blanco, Brennan & Marsh (2005)] finder, en tendens til et svagt positivt CDS-Bond Basis med indikationer om en *mean-reversion* effekt under normale markedsomstændigheder.



Figur 4: High Yield: Gennemsnitlig udvikling i CDS-præmie og kreditspænd, samt CDS-Bond Basis i perioden 2005-2009.

Der er flere mulige forklaringer på den positive basis udvikling, eksempelvis henleder førnævnte [Blanco, Brennan & Marsh (2005)] den hovedsageligt til det faktum, at CDS-markedet er det primære forum for handel med kreditrisiko, mens obligationshandel og ændringer i kreditspændet sker med en lille forsinkelse.

Valget af referencerente har som nævnt også stor effekt på basis størrelsen, og såfremt den valgte referencerente ikke afspejler markedets faktiske finansieringsomkostninger, vil der opstå systematiske afvigelser. Med udgangspunkt i Investment Grade indekset ville en rentestruktur på swap-renten minus 5 basispoint medføre et CDS-Bond Basis, der *mean-reverter* i niveauet omkring nul.

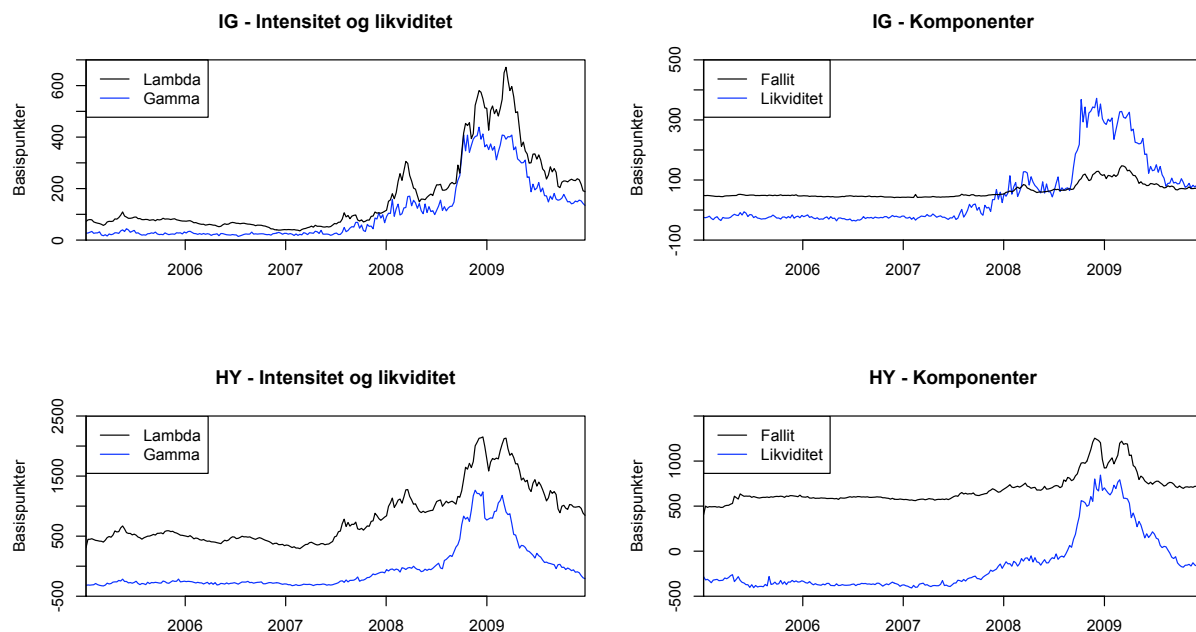
I 2008 sker der dog en tydelig ændring i markedsforholdene. En foruroligende svag udvikling i det amerikanske boligmarked er med til at øge den generelle markedsusikkerhed, og sætter sit tydelige præg på volatiliteten i CDS-præmierne og kreditspændet. I takt med at udviklingen i boligmarkedet forplanter sig i kreditmarkedet og finanskrisen for alvor tager til, sendes CDS-præmier og kreditspænd til vejrs. Den generelle udvikling viser dog, at kreditspændet vokser betydeligt kraftigere end CDS-præmien og genererer et stærkt negativt CDS-Bond Basis.

Således er der inkorporeret faktorer i kreditspændet under finanskrisen, der medfører en øget risikopræmie sammenlignet med CDS-præmien.

5.2.3 Model 1: Fallit- og likviditetskomponenter

I den grafiske analyse af CDS-Bond Basis er det tydeligt, at et mål udover fallitrisikoen dominerer kreditspændet under finanskrisen. Med udgangspunkt i Model 1 er de risikoneutrale mål for fallit og likviditet udregnet for hvert enkelt selskab, og ud fra disse beregnes, hvor stor en andel af kreditspændet målene reelt udgør. Til beregningen af dette opstilles en lukket løsning for den likviditetsfrie virksomhedsobligation ²³, og ud fra denne beregnes den likviditetsfrie yield som fratrækkes den faktiske yield. Dette giver den reelle andel af likviditetsmålet - og fratrækkes det fra kreditspændet haves det reele

²³Se Appendiks 2



Figur 5: HY og IG - Fallit vs. likviditetsintensitet

mål for fallitintensiteten.

I Figur 5 ses udviklingen i både Investment Grade og High Yield selskabernes mål for fallit og likviditet. Udfra disse grafer kan der drages følgende konklusioner:

1. Forud for krisen er der tydelige tegn på *mean-reversion* i begge intensiteter og komponenter.
2. Der er en markant korrelation mellem likviditetsprocessen og likviditetskomponenten, mens overgangen fra intensitet til komponent har en udglattende effekt på målet for fallit.
3. Likviditetskomponenterne er negative under de normale markedsforhold og eskalerer under finanskrisen.

4. Finanskrisen har større effekt på likviditetskomponenten end den har på fallitkomponenten.
5. Andelen af likviditet i kreditspændet er størst for Investment Grade selskaberne. Især under finanskrisen.

Ad. 1 Tendensen til *mean-reversion* i likviditeten er ikke overraskende. Det er det samme [Longstaff, Mithal & Neis (2005)] finder i deres undersøgelse af kreditspændet, og det understøtter grundlaget for udvidelsen til Model 2. Samtidig bekræfter observationen valget af en CIR-proces for fallitintensiteten.

Ad. 2 Det er oplagt, at der vil være en vis mængde korrelation, da komponenterne udregnes på baggrund af intensiteterne. Den udglattende effekt i fallitintensiteten kan både henføres til den kraftige vækst i likviditeten, og de estimerede parametre for den CIR-proces, der driver fallitintensiteten.

Ad. 3 De gennemgående negative likviditetskomponenter under almindelige markedsforhold burde ikke forekomme i den grad som de ses, og resultaterne kan primært henledes til mit valg af rentestruktur og underkendelse af likviditeten under finanskrisen. Swap-renten indeholder kreditrisiko, og valget af denne medfører, at det estimerede kreditspænd bliver lavere end det faktiske kreditspænd. Da likviditetskomponenten udregnes som kreditspændet minus den likviditetsfrie obligation, vil et lavere kreditspænd medføre lavere likviditetskomponenter.

Ydermere er det tydeligt i Figur 3 og 4, at der var et positivt CDS-Bond Basis i tiden forud for finanskrisen med CDS-præmier på et højere niveau end kreditspændet. Når CDS-præmierne er højere end kreditspændet eksisterer der forhold i markedet som Model 1 ikke er i stand til at tage højde for. Det indikerer nemlig, at der eksisterer et større mål for likviditeten i CDS-præmien end i kreditspændet eller at optionaliteter i obligationen sænker kreditspændet. Da der i Model 1 kun indgår målet for fallitrisiko i CDS-præmien vil en CDS-præmie større end kreditspændet medføre negative mål for likviditeten i obligationen. Disse resultater understøtter igen udvidelsen til Model 2, der indfører et mål for likviditeten i CDS-præmien. Afslutningsvis kan de stærkt negative mål for likviditeten for High Yield selskaberne ses i sammenhæng med, at [Yan & Tang (2007)] finder, at der er en sammenhæng

mellem illikviditet i CDS-præmien og størrelsen af CDS-præmien. Dermed vil det underkendte likviditetsmål for High Yield selskaberne være betydeligt større og dermed generere endnu lavere mål for likviditeten.

Ad.4 Først og fremmest ses, at finanskrisens effekt på fallitmålet for Investment Grade selskaberne er marginal i forhold til effekten på likviditetsmålet. Da finansielle selskaber er sorteret fra datasættet, burde der ikke være en betydelig korrelation mellem fallitsandsynlighederne for indekskomponenterne og konkurs tilfældene i finanssektoren. Samtidig er der ingen tvivl om, at finanskrisen medførte stigninger i fallitsandsynligheden for Investment Grade selskaberne, men de forblev bare på et lavere niveau. Illikviditeten i de finansielle markeder nåede derimod nye højder under den seneste finanskrise, og mens interbankmarkedet frøs til, tyder meget på, at der opstod en overordnet "flugt til sikker havn", hvor markedsparticipanterne udskiftede risikable - med mere sikre investeringer.

Ad.5 Den negative sammenhæng mellem fallitrisiko i kreditspændet og et selskabs kreditværdighed stemmer overens med resultaterne i et tidligere studie af [Huang & Huang (2003)]. De finder, at kreditrisiko blot repræsenterer 20 pct. af kreditspændet (overfor treasury-renten) for Investment Grade selskaber, og at andelen af kreditspændet er betydeligt større for High Yield-selskaber.

Efter at have gennemgået de gennemsnitlige værdier for intensiteter og komponenter bliver blikket nu vendt mod de selskabsspecifikke resultater. Tabel 3 angiver Investment Grade selskabernes risikoneutrale mål for fallit og likviditet samt fallitkomponenten og den andel denne repræsenterer i kreditspændet. Fallitkomponenten repræsenterer i gennemsnit 57,91 pct. af kreditspændet, hvilket er omtrent 15 pct. lavere end gennemsnittet for den modeluafhængige tilgang. Udover dette ses, at Wal-Mart har et gennemsnitligt negativt mål for likviditetsmålet, γ , og en fallitkomponent, der er over fire gange så stor som kreditspændet. Dette skyldes de samme årsager uddybet i Ad. 3, og det er desuden værd at bemærke, at Wal-Mart's CDS-præmie repræsenterer 131 pct. af kreditspændet ²⁴.

²⁴Se tabel 1

I Tabel 4 ses en oversigt over komponenterne for High Yield indekset, hvor det ligesom i Figur 5 ses, at flere selskaber er præget af det stærkt negative mål for likviditeten forud for finanskrisen. I visse tilfælde bliver dette negative mål så stort forud for krisen, at det overgår den markante stigning under finanskrisen, og der dermed opstår adskillige fallitkomponenter, der repræsenterer mere end 100 pct. af kreditspændet. Konkret repræsenterer den gennemsnitlige fallitkomponent 118,96 pct. af kreditspændet, og det skal bemærkes at gennemsnittet er stærkt præget af de meget negative mål for likviditeten forud for den finansielle krise samt af et par ekstreme tilfælde. Specielt kan AMR, First Data, Tenet Healthcare og United Rentals fremhæves - de har allesammen fallitkomponenter, der står for mere end det dobbelte af deres kreditspænd. Udover de tidligere nævnte årsager for de negative mål kan også tilføjes antagelsen om en konstant recovery-rate for kreditklassen. Med udgangspunkt i Tabel 2 ses, at de gennemsnitlige CDS-præmier for High Yield indekset svinger mellem 112,65 og 1671,97 basispunkter og givet antagelsen om en sammenhæng mellem fallitrisiko og recovery-rate er det klart, at en konstant recovery-rate vil medføre misvisende estimationer.

Specifikt for High Yield, selskaberne er en anden forklaring på de ekstremt negative likviditetsmål, at flere af selskaberne under krisen tangerer grænsen til fallit. Førnævnte AMR bliver i starten af 2009 udstyret med en C-kreditvurdering, der defineres som selskaber på vej til fallit med lille chance for recovery. Samtidig får Tenet Healthcare og FirstData kreditvurderingerne Caa2 en CCC, der begge kendetegnes ved at være ekstremt risikofyldte. Når et selskab er meget tæt på fallit vil agenter, der har solgt CDS-kontrakter på dettes obligationer, *hedge* deres positioner ved at købe op i den underliggende obligation.

Det skal dog understreges, at selvom flere selskaber gennemsnitligt har negative mål for likviditeskomponenten, er der stadigvæk en overordnet tendens med et stærkt voksende mål for likviditeten under finanskrisen, som det ses i Figur 5. Derfor er jeg af den overbevisning, at selv om Model 1 genererer de stærkt negative og urealistiske mål for likviditeten, repræsenterer den stadigvæk retvisende resultater for dynamikken i komponenterne.

Afslutningsvis skal det bemærkes, at afvigelserne for Model 1 ligger i et gennemsnitligt niveau på 1-2 pct. for Investment Grade selskaberne. For High Yield selskaberne er der et større udsving, idet de hovedsageligt ligger på 1-

Selskab	λ	γ	Fraction	Fallitkomp.	Spænd	Ratio
Alcoa	331,44	132,27	0,71	90,05	159,37	0,57
AllState	142,57	83,40	0,63	49,70	98,94	0,50
Altria	135,20	144,02	0,48	27,09	106,34	0,25
American Express	217,17	99,21	0,69	65,03	108,37	0,60
AT&T	78,09	141,63	0,36	40,63	118,37	0,34
Caterpillar	168,02	117,08	0,59	23,49	92,12	0,25
Cox Communications	144,82	164,38	0,47	29,49	144,67	0,20
CSX	137,58	145,45	0,49	24,61	122,25	0,20
Deere & Co	97,75	79,76	0,55	19,25	54,51	0,35
Dominion Resources	92,62	113,63	0,45	18,42	86,78	0,21
Dow Chemical	199,14	168,88	0,54	31,24	142,00	0,22
Du Pont	112,42	70,86	0,61	14,18	40,91	0,35
Duke Energy	79,91	123,28	0,39	12,29	91,74	0,13
First Energy	144,36	149,97	0,49	22,85	123,63	0,18
Honeywell	70,74	75,73	0,48	11,64	40,33	0,29
IBM	66,47	59,56	0,53	33,21	35,04	0,95
International Paper	301,25	62,43	0,83	183,96	189,53	0,97
Kraft Foods	102,40	104,93	0,49	42,36	98,32	0,43
Kroger	130,61	136,44	0,49	21,2	103,49	0,20
McDonalds	56,08	75,21	0,43	11,49	39,11	0,29
Metlife	323,16	13,89	0,96	129,80	95,50	1,36
Motorola	275,78	227,10	0,55	41,92	216,15	0,19
News America Corp	121,26	51,54	0,70	140,25	122,53	1,14
Progress Energy	86,78	118,58	0,42	14,60	77,54	0,19
Simon Property	267,17	137,98	0,66	89,67	168,74	0,53
SLM Corp	763,13	304,73	0,71	207,84	437,82	0,47
Target	122,02	91,95	0,57	20,52	57,86	0,35
United Health Group	183,82	111,08	0,62	38,39	103,30	0,37
Union Pacific	96,19	119,25	0,45	17,20	89,22	0,19
United Paracel Service	59,17	44,25	0,57	40,62	46,88	0,87
Verizon	96,55	138,20	0,41	19,14	102,29	0,19
Viacom	204,52	31,80	0,87	221,53	199,03	1,11
Wal Mart	63,60	-18,08	1,40	100,87	23,96	4,21
Xerox	321,12	32,59	0,91	315,15	237,62	1,33
Walt Disney	72,64	82,18	0,47	13,02	44,67	0,29

Tabel 3: Invesment Grade selskabers gennemsnitlige λ og γ samt andelen som λ repræsenterer af begge mål. Derudover ses den gennemsnitlige fallitkomponent og hvor stor en andel denne repræsenterer af kreditspændet.

Selskab	λ	γ	Fraktion	Def.	Spænd	Ration
AES	592,90	145,11	0,80	231,69	296,71	0,78
Amkor Technology	1064,64	91,36	0,92	653,50	646,20	1,01
Amr	2334,47	-906,78	1,63	1983,01	988,38	2,01
Beazer Homes	1320,33	591,72	0,69	629,43	933,13	0,67
Chesapeake	489,38	210,49	0,70	168,58	276,51	0,61
CMS Energy	278,24	116,91	0,70	127,57	169,40	0,75
Dole Food	1111,42	-77,55	1,08	840,52	681,02	1,23
Dynegy	893,33	-610,59	3,16	840,52	450,76	1,87
El Paso	542,70	148,07	0,79	246,39	304,10	0,81
First Data	821,35	-279,59	1,52	675,66	279,20	2,42
Ford Motor	1055,33	352,74	0,75	713,65	850,75	0,84
Georgia Pacific	565,30	166,23	0,77	259,14	356,16	0,73
GMAC	1121,02	607,73	0,65	887,20	1135,63	0,78
Goodyear Tie & Rubber	740,69	-39,11	1,06	577,11	434,89	1,33
HCA	676,92	80,02	0,89	422,32	425,31	0,99
Intelsat	1137,97	-479,58	1,73	1261,35	642,35	1,96
KB Home	412,42	327,72	0,56	106,08	400,91	0,26
MGM Mirage	885,87	272,56	0,76	475,63	621,89	0,76
Owens Illinois	498,01	162,55	0,75	205,87	273,33	0,75
Smithfield Foods	716,85	91,91	0,89	442,46	453,11	0,98
Sprint Nextel	387,59	347,19	0,53	208,80	460,98	0,45
Standard Pacific	1036,11	-137,08	1,15	1150,96	902,54	1,28
Starwood Hotels	355,79	246,55	0,59	106,59	293,42	0,36
Tenet Healthcare	898,27	-890,58	116,81	1515,62	514,29	2,94
Textron Fin.	323,10	214,19	0,60	48,74	244,90	0,20
ToysRus	1357,77	18,16	0,99	1157,63	949,34	1,22
United Rentals	776,19	-2471,71	-0,46	2570	566,15	4,54
Unisys	1201,97	308,24	0,80	999,39	954,92	1,05
Weyerhaeuser	184,92	144,19	0,56	95,25	198,33	0,48

Tabel 4: High Yield selskabers gennemsnitlige λ og γ samt andelen som λ repræsenterer af begge mål. Derudover ses den gennemsnitlige fallitkomponent og hvor stor en andel denne repræsenterer af kreditspændet.

4 pct., mens selskabet AMR skiller sig ud med en markant gennemsnitlig afvigelse på 5 pct.

5.2.4 Delkonklusion

I analysen af CDS-Bond Basis er det tydeligt, at den negative udvikling under finanskrisen hovedsageligt bunder i en stærkt stigende illikviditet i kreditspændet såvel for Investment Grade som for High Yield selskaber.

Ved en sammenligning af de modeluafhængige og modelafhængige resultater, viser analysen, at den modeluafhængige overvurderer størrelsen på falitkomponenten for Investment Grade, og undervurderer den for High Yield. Dette er i modstrid med resultaterne fra [Longstaff, Mithal & Neis (2005)], men da deres analyse er baseret på en konjunkturmæssig stille periode, er der et svagt sammenligningsgrundlag.

Mål for likviditet er ekstrapoleret for samtlige selskaber, og i det følgende afsnit anvendes almindelige lineære regressioner til at fastlægge hvilke faktorer, der driver udviklingen såvel likviditetsmålet som det overordnede CDS-Bond Basis.

Forud for finanskrisen fås dog stærkt negative mål for likviditeten, især i High Yield indekset. Flere faktorer tyder på, at disse afvigelser bunder i de bagvedliggende antagelser for Model 1, og derfor testes disse i et afsluttende robusthedstjek.

5.3 Regressionsanalyse

I dette afsnit undersøges hvilke faktorer, der driver den negative udvikling i CDS-Bond Basis, og det kraftigt voksende likviditetsmål. Da den matematiske analyse i afsnit 5.2.3 viser, at den overordnede drivkraft bag CDS-Bond Basis udviklingen er den kraftige vækst i likviditetskomponenten har jeg udvalgt en række af de forhold, der kan stå bag denne.

Konkret anvendes lineære regressioner til at undersøge udviklingen i CDS-Bond Basis og likviditetskomponenten for Investment Grade og High Yield

selskaberne. Valg af forklarende variable kan inddeles i tre overordnede faktorer:

1. **Obligationsspecifikke forhold:** Da der til hvert tidspunkt haves et sæt af obligationer, er nedenstående størrelser udregnet som gennemsnittet af de omkransende obligationer.

Kupon: Et selskabs kuponbetaling afhænger af sandsynligheden for, at der sker en tilbagebetaling af hovedstolen. Altså er obligationens kupon et mål for selskabets finansielle tilstand, og det ventes at stigende kupon vil medføre stigende likviditet. Kuponen er i regressionen angivet i pct.

Tid til udløb: Da obligationen ved udløb indfries til kontanter (og dermed bliver så likvid som mulig) vil illikviditeten gå mod nul for tid til udløb gående mod nul. Således burde der være en signifikant sammenhæng mellem likviditetsmålet og obligationernes tid til udløb. Tid til udløb er i regressionen angivet i år.

Obligationsudstedelse Denne variabel angiver par-værdien af den samlede obligationsudstedelse, og indikerer dermed virksomhedsobligationernes tilgængelighed på selskabsniveau.

2. Selskabsspecifikke forhold

Leverage : Der er en stærk sammenhæng mellem et selskabs gældsstruktur og dets fallitrisiko. En øget gældssætning kan øge bundlinje udviklingen, men vil ligeledes øge sandsynligheden for fallit. Da de kortsigtede gældsposter og de kommende hovedstolsbetalinger er de mest relevante for fallitsandsynligheden, er samtlige selskabers Leverage ratio regnet som:

$$Leverage\ ratio = \frac{ShortDebt + \frac{1}{2} * LongDebt}{TotalAssets} \quad (44)$$

Data er hentet fra Compustat Databasen på WRDS, og leverage angives i pct. i regressionen.

Aktievolatilitet For at få et selskabsspecifikt mål for volatiliteten er der udregnet volatiliteten i hver af selskabernes aktiekursudvikling over en periode på 16 handelsdage. Aktiekurser er hentet fra CRSP Databasen på WRDS, og volatiliteterne er angivet i pct.

Rating: Et selskabs kreditvurdering afspejler selskabets evne til at imødegå fremtidige finansielle forpligtelser. Krisetider i de finansielle markeder kendetegnes ofte ved en *flight to quality*, hvor investorerne søger fra risikable til mere sikre investeringer. Det er denne effekt der tilsigtes, at rating-variablen repræsenterer. *Ratings* er hentet fra Mergent FISD databasen på WRDS. Der er hentet *ratings* fra kreditvurderingsbureauerne Moody's, Standard & Poors og Fitch Ratings, og alle *ratings* er blevet indekseret på en skala fra 0 til 20, hvor *rating* C og D svarer til 0 og AAA svarer til 20.

3. Makrospecifikke forhold

Markedsvolatilitet: Da det negative CDS-Bond Basis og den kraftigt voksende likviditetskomponent forekommer under stor turbulens og finanskriser, er det oplagt at undersøge om der er en korrelation med markedets generelle volatilitet. Markedsvolatiliteten repræsenteres af Vix-indekset, der udregnes ud fra den implicitte volatilitet af optioner afledt af S&P500. Data er hentet fra Yahoo Finance.

Økonomiens udvikling Da det negative CDS-Bond Basis opstår under finanskrisen er der meget der taler for, at der er en sammenhæng mellem basis udviklingen og udviklingen i økonomien. Som mål for økonomiens udvikling er der valgt S&P500, et vægtet indeks over 500 store amerikanske selskaber. Data for S&P500 er hentet fra Yahoo Finance.

Spot-renten: Spot-renten er interessant af flere årsager. Først og fremmest danner den grundlag for udregningen af kreditspændet, og stigende risikofri rente burde derfor medføre lavere kreditspænd ved uændret selskabsrente. Udover dette kan man drage paralleller til de strukturelle modeller i et Merton-setup, hvor værdien af virksomhedens aktiver modelleres som en geometrisk brownsk bevægelse. Her er den risikoneutrale drift for virksomhedsaktiver stærkt afhængig af spot-renten, og en højere spot-rente vil sænke den risikoneutrale fallitsandsynlighed.

Dermed vil stigende spot-rente altså understøtte et selskabsfinansielle tilstand, og dermed sænke den effektive rente som selska-

bet skal betale på sine obligationer. Alt i alt ventes at både kreditspænd og likviditetsmålet vil falde for stigende spot-rente. Spot-renten er valgt som den 5-årige swap-rente og er angivet i pct. Data er hentet fra "The Federal Reserves" hjemmeside ²⁵.

Rentestrukturen: Udover spot-renten inddrages også udviklingen i rentestrukturen. Rentestrukturen inddrages som forskellen mellem den 10-årige og 2-årige swap-rente, og dermed indikerer fortegnet på denne, om den korte rente er større eller mindre end den lange. Man ville vente, at en stigende rentestruktur (faldende kort rente) ville have modsat effekt af spot-renten, og generere øget likviditet.

Modpartsrisiko: Finanskrisen og Lehman Brothers' konkursbegæring medførte en betydelig stigning i fallitrisikoen hos de amerikanske finanshuse. Da disse finanshuse er de primære udstedere af CDS-kontrakter, vil en øget fallitsandsynlighed medføre lavere CDS-præmier, idet der vil være øget sandsynlighed for, at kontrakt-sælger ikke vil være i stand til at betale recovery. I regressionen kvantificeres denne modpartsrisiko, som værende gennemsnittet af CDS-præmien hos JP Morgan, UBS, Barclays, Goldman Sachs og BNP Paribas hentet fra Datastream. Da modpartsrisiko kun påvirker CDS-præmien vil denne kun benyttes til regressionen af CDS-Bond Basis. Modpartsrisiko angives i basispunkter.

Markedets obligationsmængde: En overordnet faktor for den generelle obligationslikviditet, er obligationernes tilgængelighed i markedet. Jeg anvender antallet af udestående ikke-finansielle virksomhedsobligationer hentet fra *The Federal Reserves* hjemmeside²⁶ angivet i mio. USD.

Da flere af de analyserede selskaber ikke er børsnoteret har det været nødvendigt, at udelade disse fra regressionsanalysen. Efter reduktionen indgår 34 Investment Grade selskaber og 22 High Yield selskaber i regressionsanalysen.

5.3.1 Regressionsmodeller

Jeg opstiller to overordnede regressionsmodeller. En for likviditetskomponenten og en for CDS-Bond Basis. Begge regressionsmodeller er anvendt på såvel

²⁵www.federalreserve.gov/releases/h15/data.htm

²⁶<http://www.federalreserve.gov/datadownload/>

High Yield- som Investment Grade selskaberne og resultaterne fremgår i de efterfølgende afsnit.

5.3.2 Likviditetskomponenten

For at undersøge hvilke af de fundne faktorer der har størst betydning for udviklingen i obligationens likviditetskomponent opstilles en almindelig lineær regressionsmodel:

$$Lik.Komp = \beta_0 + \beta_{Kupon} + \beta_{TTM} + \beta_{Obl.udstedelse} + \beta_{Aktievol} + \beta_{Leverage} + \beta_{Rating} + \beta_{VIX} + \beta_{SP500} + \beta_{Spotrente} + \beta_{Rentestruktur} + \beta_{Obl.Maengde}$$

Den fulde model for likviditetskomponenten og CDS-Bond Basis er reduceret succesivt, og for Investment Grade indekset er variablene Leverage og Obligationsudstedelse blevet reduceret ud af modellen. Resultaterne er opstillet i Tabel 5.

	Investment Grade	Lik. komp
Variable	β Koefficient	P-værdi
Intercept	567,7	$< 2 * 10^{-16}$
Kupon	-15,82	$< 2 * 10^{-16}$
TTM	-21,36	$< 2 * 10^{-16}$
Aktievol.	1,127	$< 2 * 10^{-16}$
Rating	-0,1689	$< 2 * 10^{-16}$
Vix	2,799	$< 2 * 10^{-16}$
SP500	-0,1063	$< 2 * 10^{-16}$
Spotrente	-41,39	$< 2 * 10^{-16}$
Rentestruktur	-0,1607	$3,36 * 10^{-5}$
Obl.mængde	0,0007867	$< 2 * 10^{-16}$
$R^2 = 0,6092$		

Tabel 5: Regressionsresultater for Investment Grade likviditetsmålet.

For High Yield selskaberne er rentestrukturen reduceret ud af modellen

for likviditetskomponenten, og resultaterne er opstillet i Tabel 6.

Variable	High Yield	Lik. Komp.
	β Koefficient	P-værdi
Intercept	-546,1	$4,28 * 10^{-5}$
Kupon	89,59	$< 2 * 10^{-16}$
TTM	-69,53	$< 2 * 10^{-16}$
Obl. udstedelse	-0,0004289	$< 2 * 10^{-16}$
Aktievol.	1,189	$2,48 * 10^{-9}$
Leverage	4,732	0,000141
Rating	95,77	$< 2 * 10^{-16}$
Vix	5,864	$1,08 * 10^{-5}$
SP500	-0,5979	$1,68 * 10^{-14}$
Spotrente	-100,5	$< 2 * 10^{-16}$
Obl.mængde	0,002635	$2,75 * 10^{-8}$
$R^2 = 0,3501$		

Tabel 6: Resultaterne fra regressionen af High Yield selskabernes likviditetskomponent.

Ud fra regressionen af likviditetskomponenterne kan følgende udledes:

- Både på selskabs- og makroniveau er der en signifikant positiv sammenhæng mellem volatilitet og likviditetsmålet. Investorerne vil derfor blive kompenseret under volatile og usikre markedstilstande. Samtidig ses en negativ sammenhæng med økonomiens udvikling, defineret som *S&P500*. Dette stemmer overens med det overordnede makroøkonomiske billede samt udviklingen i likviditetsmålet under finanskrisen.
- For såvel Investment Grade som High Yield selskaberne ses en positiv sammenhæng mellem markedets udestående obligationer og likviditetsmålet. Dette skal ses i sammenhæng med, at antallet af udestående obligationer stiger markant indtil finanskrisens udbrud, og kan dermed repræsentere et overudbud af virksomhedsgæld.
- Effekten af kreditvurderingen er tvetydig. For Investment Grade selskaberne ses den ventede effekt, hvor en højere rating vil medføre et lavere

mål for likviditeten. Dette understøtter *flight to quality*-effekten, hvor en faldende rating vil medføre en investorfugt og et øget likviditetsmål. For High Yield selskaberne ses dog, at likviditetsmålet (illikviditeten) vil være faldende ved faldende rating. Dette kan tænkes at skyldes, at agenter, der investerer i *junk-bonds* søger den voldsomme risikopræmie, som disse giver anledning til, hvorfor papirerne ikke har interesse ved et eventuelt *up-grade* af kreditvurderingen. Det kunne også tænkes, at i de ekstreme tilfælde, hvor obligationer nedjusteres til stadier på randen af fallit, vil CDS-sælgerne forsøge at *hedge* deres positioner ved at opkøbe den underliggende obligation, og dermed øge efterspørgslen kraftigt.

- For spot-renten ses en negativ sammenhæng med likviditetsmålene. En stigende rente vil derfor ofte ses sammen med faldende likviditet. Dette stemmer overens med teorien, både fra de modelmæssige sammenhænge og ud fra Merton tilgangen. Overraskende nok viser rentestrukturen den samme negative sammenhæng. Her ville man have forventet det modsatte, da en aftagende rentestruktur indikerer, at den korte rente falder.
- Resultaterne fra de obligationsspecifikke forhold, kupon og tid til udløb, stemmer overordnet set ikke overens med teorien (kun sammenhængen mellem likviditet og kupon for High Yield selskaberne er intuitiv). Dette kan henledes til, at effekterne af disse bliver undermineret af de kraftige udsving under krisen eller det faktum, at det har været nødvendigt at tage gennemsnittet af obligationssættet til hvert tidspunkt. For obligationsudstedelse ses dog den ventede effekt for High Yield selskaberne, hvor øget obligationsudstedelse vil medføre et lavere mål for likviditeten.

5.3.3 CDS-Bond Basis

For CDS-Bond Basis opstilles den samme regression som for likviditetskomponenten, men da der betragtes en overordnet markedsudvikling udelades de obligationsspecifikke faktorer. I stedet inddrages den modpartsrisiko, der ventes at påvirke CDS-præmien og dermed var udeladt af likviditetsregressionen. Modellen ser ud som følger:

$$Basis = \beta_0 + \beta_{Aktievol} + \beta_{Leverage} + \beta_{Rating} + \beta_{VIX} + \beta_{SP500} \\ + \beta_{Modpartsrisiko} + \beta_{Spotrente} + \beta_{Rentestruktur} + \beta_{Obl.Maengde}$$

For Investment Grade selskaberne er variablen S&P500 blevet reduceret ud af modellen for CDS-Bond Basis, og resultaterne er opstillet i Tabel 7.

	Investment Grade	CDS-Bond Basis
Variable	β Koefficient	P-værdi
Intercept	-150,0	$< 2 * 10^{-16}$
Aktievol.	0,1176	0,000302
Leverage	0,01131	0,001369
Rating	0,09826	$< 2 * 10^{-16}$
Vix	-3,104	$< 2 * 10^{-16}$
Modpartsrisiko	-0,1969	$6,42 * 10^{-10}$
Spotrente	17,68	$< 2 * 10^{-16}$
Rentestruktur	0,1997	$1,2 * 10^{-11}$
Obl.mængde	-0,0001743	0,000034
	$R^2 = 0,4297$	

Tabel 7: Tabellen viser resultaterne fra regressionen af CDS-Bond Basis for Investment Grade selskaberne

I modellen for High Yield selskabernes CDS-Bond Basis er S&P500, modpartsrisiko, spot-rente og rentestruktur blevet reduceret ud. Resultaterne fra regressionen fremgår af Tabel 8.

For CDS-Bond Basis regressionerne fås følgende resultater:

- For både Investment Grade og High Yield selskaberne har den overordnede markedsvolatilitet en negativ effekt på CDS-Bond Basis. Dette stemmer overens med resultaterne fra regressionen af likviditetskomponenten og de markante fald under finanskrisen.
- Modpartsrisiko har en signifikant negativ effekt på CDS-Bond Basis for Investment Grade selskaberne, hvilket bekræfter hypotesen om at øget

	High Yield	CDS-Bond Basis
Variable	β Koefficient	P-værdi
Intercept	654,9	$< 2 * 10^{-16}$
Aktievol.	0,5679	0,000128
Leverage	-4,965	$8,56 * 10^{-9}$
Rating	-31,77	$< 2 * 10^{-16}$
Vix	-7,861	$< 2 * 10^{-16}$
Obl.mængde	-0,0008747	0,000651
	$R^2 = 0,0937$	

Tabel 8: Tabellen viser resultaterne fra regressionen af CDS-Bond Basis for High Yield selskaberne

modpartsrisiko vil sænke CDS-præmien og generere en negativ basis udvikling.

- For spot-renten eksisterer en positiv sammenhæng mellem udviklingen i CDS-Bond Basis for Investment Grade selskaberne. Dette stemmer overens med teorien, men igen ses at rentestrukturen (mod forventning) følger udviklingen i spot-renten.
- Virksomhedernes gældssætning påvirker også basis udviklingen, og for High Yield selskaberne i særdeleshed ses, at et stigende Leverage ratio vil repræsentere en negativ udvikling i CDS-Bond Basis. Dette stemmer godt overens med formodningen om, at en stigning i det selskabs-specifikke gældsratio medfører øget volatilitet i kapitalstrukturen, øget illikviditet og dermed negativt CDS-Bond Basis. For Investment Grade selskaberne ses dog en mindre signifikant positiv sammenhæng mellem CDS-Bond Basis og Leverage ratio.

5.3.4 Sammenfattende regressionsresultater

Fra ovenstående regressioner kan følgende udledes:

- Øget markedsvolatilitet øger likviditetskomponenten og sænker basis udviklingen.

- Modpartsrisiko i CDS-præmien genererer lavere CDS-præmier og negativ basis udvikling.
- Større selskabsspecifikke obligationsudstedelser skaber lavere likviditetsmål.
- Positiv sammenhæng mellem spot-rente og CDS-Bond Basis, og negativ mellem spot-rente og likviditetsmålet.
- Effekten af et selskabs kreditvurdering viser en signifikant *flight to quality* effekt på Investment Grade selskaberne.

Det viser sig endvidere, at effekten af de obligationsspecifikke forhold kupon og tid til udløb ikke har den samme entydige og formodede effekt som eksempelvis [Longstaff, Mithal & Neis (2005)] finder i deres undersøgelse af likviditetsmålet i kreditspændet. Dette skyldes højst sandsynligt at effekten af finanskrisen udviser effekten af de mange almindelige sammenhænge, der ses under normale markedsomstændigheder.

6 Robusthedstjek

Afslutningsvis udføres et robusthedstjek af data og modelgrundlaget.

6.1 Obligationsdata

Da modelsetuppet kræver et sæt af obligationer, der omkranser hver enkelt CDS-observation, har det været nødvendigt at inddrage samtlige handlede selskabsobligationer i datasættet. Dermed har jeg inddraget en betydelig mængde obligationer, der indeholder optionaliteter, som ikke er prissat i modellen. De forhold der i dette data robusthedstjek vil blive taget højde for, er følgende:

1. **Optioner** Obligationer med indbyggede put- eller call optioner tillader under specifikke forhold enten obligationskøber, at sælge obligationen tilbage til udsteder (putable), eller tillader obligationssælger, at købe obligationen tilbage (callable). Putable obligationer tilgodeser obligationskøber, mens Callable tilgodeser obligationssælger, og disse egenskaber påvirker dermed obligationspriserne i hver deres retning.

2. **Convertible** Obligationer med indbyggede konverteringsforhold tillader køber at konvertere obligationen til en aktie eller andet aktiv udstedt af samme virksomhed.
3. **Sinking Fund** Et selskab, der udsteder sinking fund obligationer binder sig til, udover den faste kuponbetaling, løbende at lægge penge til side til tilbagebetaling af hovedstolen. Det øger sandsynligheden for tilbagebetaling af hovedstolen og sænker dermed risikoen for manglende tilbagebetaling af hovedstolen for obligationen.

Efter at have rensat datasættet for samtlige af ovenstående forhold, resterer et meget begrænset datasæt. Til robusthedstjekket vælges derfor det selskab med det største datagrundlag for hvert indeks. For disse to selskaber undersøges forskellene mellem resultaterne fra de oprindelige obligationsdatasæt og obligationsdatasættene rensat for optionaliteter.

Jeg har valgt Investment Grade selskabet News Corp. og High Yield selskabet GMAC. Udfra disse to selskabers rensede obligationsdata udregnes kreditspænd, fallitintensitet, likviditetsmål og komponenter, hvorefter disse sættes op imod resultaterne for selskabernes samlede obligations datasæt.

For News Corp. er antallet af obligations observationer i den valgte periode på 260 uger blevet reduceret fra 654 til 254 observationer. Da der dermed mangler observationer til en betydelig mængde tidsperioder har det været nødvendigt at indføre interpolering i optimeringen, og hvis der dermed forekommer manglende værdier for estimerterne vil det foregående blive genbrugt. I Tabel 9 er opstillet de gennemsnitlige forskelle for de to datatyper.

For GMAC har datareduktionen været markant. Det oprindelige datasæt bestod af 18.121 obligations observationer, mens det rensede indeholder 586 observationer. Denne markante datareduktion øger usikkerheden i estimationen, og øger også antallet af modelmæssige fejlberegninger. Dette tynger den gennemsnitlige udvikling for kreditspændet, hvilket endvidere forplanter sig i fallit og likviditetskomponenterne, der regnes udfra dette.

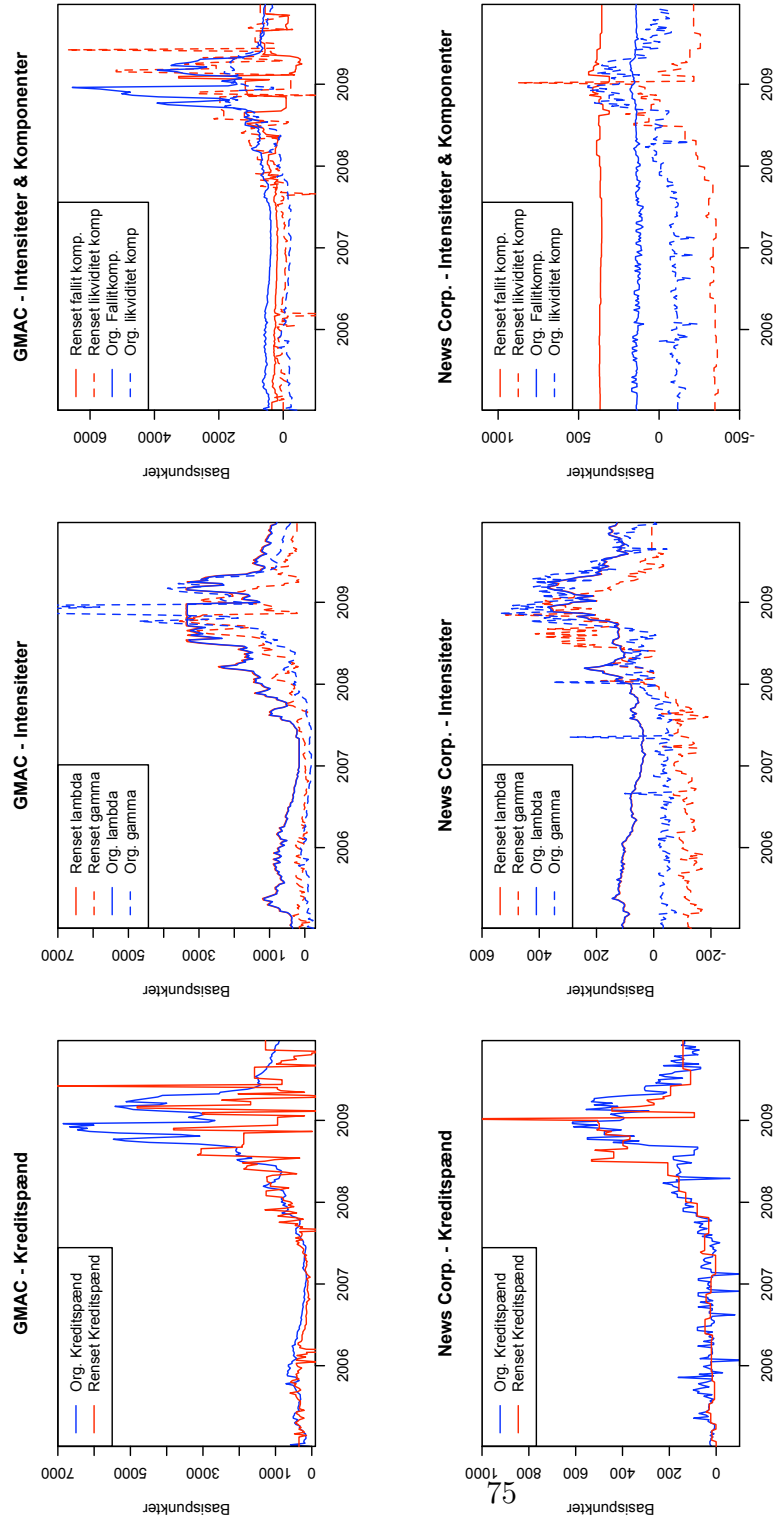
I Figur 6 fremstår en grafisk sammenligning af kreditspænd, intensiteter og komponenter for de originale- og reducerede datasæt for GMAC og News Corp. De overordnede forskelle er:

News Corp.	Orginal	Renset
Kreditspænd	122,54	117,79
λ	121,26	119,02
γ	51,52	-18,76
Fraktion	0,70	1,18
Fallit komp.	140,25	258,79
Ratio	1,14	2,19

Tabel 9: Robusthedstjek: News Corp. - Sammenligning

GMAC	Orginal	Renset
Kreditspænd	1135,63	743,74
λ	1121,02	1151,06
γ	607,73	481,46
Fraktion	0,65	0,71
Fallit komp.	887,2	320,20
Ratio	0,78	0,43

Tabel 10: Robusthedstjek: GMAC - Sammenligning



Figur 6: Sammenligning af originaldata og rensed data for GMAC og News Corp.

Kreditspændet: Overordnet set er der en stærk sammenhæng mellem begge sæt rensede og originale kreditspænd. Det ses dog, at der for GMAC's rensede kreditspænd forekommer hyppige negative spring, mens der for News Corp.'s originale kreditspænd forekommer negative spring. Dette opstår, idet de negative spring optræder når der er et "forkert" forhold i et lille sæt obligationer.

Eksempelvis, hvis der er to obligationer med meget kort tid til udløb, og kreditspændet for den med den korteste tid til udløb er større end kreditspændet for den anden obligation. Hvis der derimod er én eller nul obligationer til et givet tidspunkt, kan kreditspændet ikke udregnes og dette sættes lig det for den foregående periode.

GMAC's originale datasæt er så komplet, at disse fejkilder udgår, men det rensede og reducerede datasæt vil modsat have få observationer, og dermed genererer disse negative spring. For News Corp. er det oprindelige datasæt begrænset og vil føre til fejlobservationer, mens det reducerede indeholder så få observationer, at fejludsvingene bliver interpoleret.

Intensitet og likviditet: Da λ hovedsageligt drives af CDS-præmien, og denne er den samme for begge sæt af obligationsdata, er udviklingen for λ næsten identisk for de to datatyper. Men da der er estimeret forskellige parametre for λ 's dynamik opstår der alligevel mindre afvigelser, primært under finanskrisen. Udviklingen i γ viser igen en markant sammenhæng, men er dog præget af de samme afvigelser som kreditspændet.

Komponenterne: Der ses også en sammenhæng mellem fallit- og likviditetskomponenten for de to datatyper, selvom den er mere udvisket end i de foregående tilfælde. Især for News Corp. eksisterer der en tydelig niveauforskel i estimerterne. Dette kan blandt andet skyldes, at komponenterne udregnes på baggrund af kreditspændet og intensiteterne, og dermed akkumuleres "fejlratene".

Delkonklusion På baggrund af ovenstående sammenligning konkluderes, at de overordnede forskelle primært kan henledes til reduktionen af observationer. Inddragelsen af obligationer med optionaliteter vil medføre et større datasæt, og dermed øges modellens præcisionen.

6.2 Modelantagelser

I Model 1 antages, at CDS-kontrakten er 100 pct. likvid, mens likviditeten for virksomhedsobligationen modelleres som en SDE med en drift på nul. Som tidligere nævnt stemmer disse antagelser ikke overens med andre teoretiskeres resultater inden for området.

Især likviditetsmålet for CDS-kontrakten har fået stor opmærksomhed, og flere undersøgelser peger på, at CDS-kontrakten ikke er 100 pct. likvid. Samtidig burde likviditetsmålet modelleres som en strengt positiv proces, da den økonomiske intuition bag negative mål for likviditeten er begrænset (især hvis der modelleres med treasury-renten som referencerente).

Dette stemmer også overens med resultaterne i denne afhandling, hvor flere elementer understreger nødvendigheden for likviditet i CDS-præmien og for positiv *mean-reversion* i obligationslikviditeten.

I Model 2 indføres derfor likviditet i CDS-kontrakten, mens obligationslikviditeten modelleres som en CIR-proces. Udvidelsen til Model 2 er stærkt intuitiv, men medfører en mere kompleks optimeringsproces med flere parametre at estimere over samt større afvigelser. I dette robusthedstjek af modelantagelser sammenlignes resultater fra Model 1 med resultater fra Model 2.

De to modeller er blevet testet med udgangspunkt i 1-årige datasæt fra januar 2005 til januar 2006 for Investment Grade selskabet Alcoa. For Model 2 er der taget udgangspunkt i to forskellige værdier for Ω , der repræsenterer andelen af likviditet i CDS-præmien, på 10 pct. og 5 pct. Resultaterne fremgår af Tabel 11.

De gennemsnitlige afvigelser for Model 2 ligger således på et gennemgående højere niveau. Især afvigelserne for CDS-præmien er bemærkelsesværdigt store. Dette skyldes dog ikke, at modellen har konstante afvigelser på den størrelse, men derimod at den til enkelte tidspunkter slet ikke er i stand til at matche CDS-præmierne. I Figur 7 og 8 ses de absolutte afvigelser, og det ses at langt størstedelen af CDS-afvigelserne ligger mellem 0,0006-0,00065 basispunkter, hvor de større afvigelser springer skalaen og i stedet er repræsenteret

	Model 1	Model 2 ($\Omega = 0, 1$)	Model 2 ($\Omega = 0, 05$)
Gns. afvigelser			
CDS	$5,9434 * 10^{-6}$	0,4784	0,3596
Obligation	0,0056	0,01258	0,01269
Estimater			
λ	49,1259	58,7409	59,0975
$\gamma_{Obl.}$	-0,92	199,9730	204,7918
γ_{CDS}		19,9730	10,2396
Andele			
$\lambda/(\gamma_{Obl.} + \lambda)$	101,92 %	22,73%	22,39 %
$\gamma_{CDS}/(\lambda + \gamma_{CDS})$		26,02 %	15,39 %

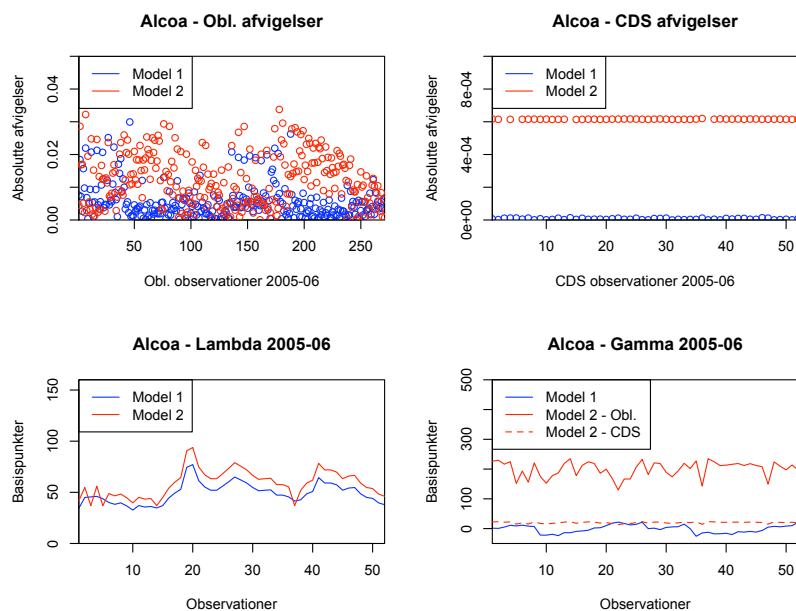
Tabel 11: Robusthedstjek: Alcoa - Model sammenligning

ved de manglende observationer ²⁷. Vendes blikket mod obligationsafvigelserne ligger de for Model 2 på et marginalt højere niveau med en større spredning end dem fra Model 1.

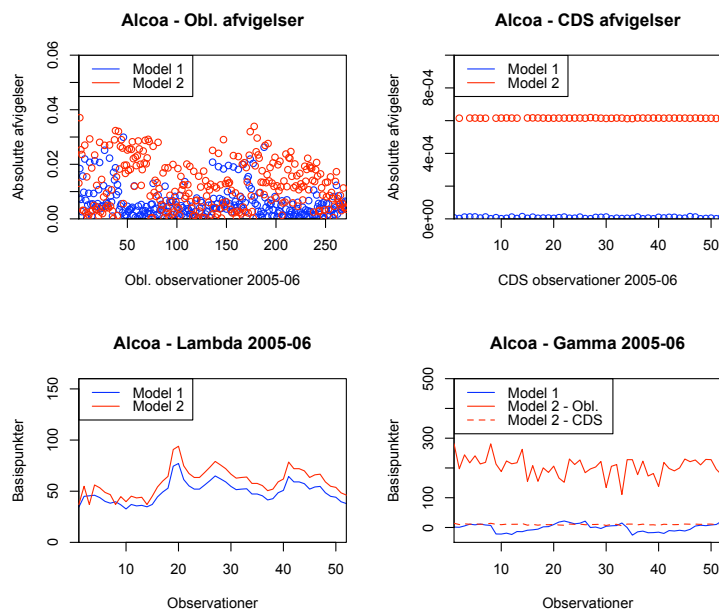
Til gengæld er der langt mere økonomisk intuition bag λ og γ estimaterne for Model 2. Først og fremmest undgås de negative værdier for likviditeten, mens forholdet mellem fallitintensiteten og likviditetsmålet ligger på et niveau i overensstemmelse med teorien (selvom effekten af intensiteterne og forholdet imellem dem ikke kan overføres direkte til kreditspændet, er der dog en vis sammehæng). I Tabel 11 ses andelen af fallitintensiteten af kreditspændet, $\lambda/(\gamma_{Obl.} + \lambda)$, og dette ligger for begge valg af Ω tæt op af de resultater som tidligere nævnte [Huang & Huang (2003)] kom frem til. Samtidig ses andelen af likviditet i CDS-præmien liggende mellem henholdsvis 26,02 pct. og 15,39 pct., hvilket skal sammenholdes med, at [Yan & Tang (2007)] fandt, at likviditet og likviditetsrisiko repræsenterer i omegnen af 20 pct. af CDS-præmien.

Der er dermed et klart *tradeoff* mellem økonomisk intuition og afvigelser. Model 2 genererer mere intuitive resultater, men er programmeringsmæssigt mere tidskrævende, og har en øget afvigelse i estimationen, hvor især de en-

²⁷De ekstreme CDS-afvigelser ligger mellem 1 og 8 basispunkter.



Figur 7: Sammenligning af Model 1 og Model 2 med $\Omega = 0, 1$



Figur 8: Sammenligning af Model 1 og Model 2 med $\Omega = 0, 05$

kelte store fejlafvigelser for CDS-præmien er foruroligende.

Et andet problem for Model 2 er, at andelen Ω vil variere på tværs af selskaber og kreditklasser, og det vil være svært på forhånd at estimere en værdi for denne. De niveauer der er kørt for Alcoa danner både intuitive og pæne resultater, men hvis modellen anvendes på et mere ekstremt og volatilt selskab vil modellen generere store afvigelser. Modellen er eksempelvis også testet på selskabet AMR, hvor en $\Omega = 0, 1$ skaber gigantiske afvigelser. AMR havde de mest negative estimater for obligationslikviditeten i Model 1, og for at dette selskab skal kunne *fitte* modellen nogenlunde pænt, kræver det et Ω i omegnen af 1.

Et forslag til en udvidelse af Model 2 kunne dermed være, at estimere Ω sammen med estimaterne for de to CIR-processer. Dette ville dog yderligere besværliggøre estimationen.

7 Diskussion

I dette diskussionsafsnit vil de overordnede resultater af de foregående analyser blive diskuteret i forhold til resultaterne af andre undersøgelser på samme område.

Der findes, at den overordnede drivkraft bag den negative CDS-Bond Basis udvikling under krisen er det kraftigt voksende likviditetsmål inkorporeret i kreditspændet. For Investment Grade selskaberne findes, at dette likviditetsmål i gennemsnit repræsenterer 42 pct. af kreditspændet, hvilket stemmer overens med [Longstaff, Mithal & Neis (2005)]'s resultater om et betydeligt likviditetsmål i kreditspændet og [Collin-Dufresne, Goldstein & Martin (1999)], der finder, at likviditetsmålet i virksomhedsgæld står bag store dele af udsvingene i kreditspændet.

For High Yield selskaberne findes dog, at målet for fallitrisiko står for 118,96 pct. af kreditspændet, og selvom kreditspændet for mere risikable kreditklasser burde indeholde mere fallitrisiko end mere sikre kreditklasser, er en andel på over 100 pct. urealistisk. Store dele af den negative udvikling for High Yield selskabernes likviditetsmål forekommer under alminde-

lige markedsforhold, og dette stiller som tidligere nævnt spørgsmålstejn til antagelser bag Model 1.

Forud for finanskrisen eksisterede der en gennemgående svag positiv udvikling for CDS-Bond Basis. Denne udvikling stemmer overens med resultaterne fra [Bai & Collin-Dufresne (2010)] og der er flere forklaringer på de mindre basis afvigelser. Typiske forklaringer er transaktionsomkostninger, likviditetsmæssige forskelle mellem CDS-kontrakter og virksomhedsobligationer, optionaliteter i obligationer samt valget af referencerente.

I robusthedstjekkerne findes, at inddragelsen af obligationer med optionaliteter i datasættet ikke burde have en betydelig effekt på resultaterne. Endvidere ville en modelmæssig udvidelse med inkorporering af likviditet i CDS-præmien og *mean-reversion* i processen bag likviditeten for obligationen have medført positive mål for likviditeten. Disse resultater stemmer overens med [Bühler & Trapp (2009)], der finder, at en underkendelse af likviditet i CDS-præmien vil medføre negative mål for likviditeten.

Til trods for at Model 1, der er anvendt til analysen, ikke tager højde for disse forhold og kan forekomme en anelse simplificeret er jeg af den overbevisning, at modellen skaber et retvisende billede af finanskrisens effekt på CDS-Bond Basis. Da indførelsen af likviditet i CDS-kontrakten vil mindske målet for fallit og dermed skabe endnu større mål for likviditeten i kreditspændet, ville indførelsen af denne have yderligere forstærket effekten af likviditetsmålet under finanskrisen.

I regressionsanalysen findes adskillige sammenhænge mellem selskabs- og makrospecifikke faktorer og udviklingen i CDS-Bond Basis samt likviditeten i kreditspændet. Selvom nogle af de fundne sammenhænge kan virke overfortolkende, er det blot et forsøg på at skabe en intuition bag så mange af resultaterne fra regressionen som muligt.

De overordnede resultater fra regressionen viser, at der er en stærk negativ sammenhæng mellem markedsvolatiliteten og udviklingen i CDS-Bond Basis. Samtidig understøtter øget modpartsrisiko i CDS-præmien en negativ basisudvikling i krisetider, hvilket stemmer overens med resultaterne fra [Bai & Collin-Dufresne (2010)]. Effekten af et selskabs kreditvurdering har forskellig indflydelse på Investment Grade og High Yield selskaberne. For

Investment Grade selskaberne ses en ventet *flight to quality* effekt, hvor en faldende rating medfører øget likviditet, hvilket er den samme tendens, som [Longstaff, Mithal & Neis (2005)] finder. For High Yield selskaber ses den modsatte effekt, hvor likviditeten stiger med kreditvurderingen, hvilket kan skyldes spekulative investorers øgede tendens til at søge den højere rente, som kan hentes i selskaber med lav kreditvurdering.

7.1 Fejlkilder

1. Først og fremmest kunne man med fordel have opdelt datasættet i tidsperioder. I estimationen virker det ikke realistisk, at processer for fallit og likviditet følger samme parametre igennem perioden fra 2005 til 2009. Alt andet lige burde en separat parameter estimation for den ekstreme markedsudvikling under finanskrisen medføre et bedre *fit* med mindre afvigelser.
2. Antagelsen om konstant recovery-rate, er som tidligere nævnt en kraftig simplificering. Dette i særdeleshed når der tænkes på den valgte periode for analysen og sammenhængen mellem recovery-rater og fallitsandsynligheder. I stedet for at vælge en konstant værdi for recovery-raten kunne man have lavet en mere retvisende estimation ved at definere recovery-raten, som variabel drevet af markedets konjunkturudvikling.
3. Antagelsen om uafhængighed mellem den risikofrie rente, likviditetsprocessen og fallitintensiteten er stærkt simplificerende, og der er flere faktorer, der taler for, at det ikke fungerer således i praksis. Det er dog en nødvendig antagelse for udledningen af det matematiske fundament, og som tidligere nævnt konkluderer [Longstaff, Mithal & Neis (2005)], at det ikke har betydelig effekt på de empiriske resultater.

8 Konklusion

I denne afhandling er der udført en empirisk undersøgelse af sammenhængen mellem kreditspændet på virksomhedsgæld og præmierne på Credit Default Swaps, også kaldet CDS-Bond Basis i perioden 2005 til 2009. I undersøgelsen af CDS-Bond Basis blev det først og fremmest klart, at en generel svag positiv udvikling under de almindelige markedsforhold forud for finanskrisen udskiftes af en betydelig og længerevarende negativ udvikling efter krisens udbrud.

Den generelle positive udvikling i CDS-Bond Basis forud for finanskrisen stemmer overens med andre teoretikers resultater inden for området. Der er flere faktorer, der taler for mindre basis afvigelser, heriblandt markedsimperfektioner og kontraktspecifikationer.

I takt med at finanskrisen begyndte at dominere markedsudviklingen i 2008, forekom der et markant dyk i CDS-Bond Basis udviklingen såvel for de undersøgte Investment Grade som for High Yield selskaber. I analysen af CDS-Bond Basis udviklingen blev det vist, at dette dyk primært kan henledes til et øget mål for likviditet i kreditspændet for virksomhedsobligationen.

Regressionsanalysen viste en stærk negativ sammenhæng mellem volatiliteten og udviklingen i CDS-Bond Basis, mens der eksisterede en positiv sammenhæng mellem likviditet og volatilitet i markederne. Der findes ligeledes en signifikant relation mellem antallet af selskabernes udstedte obligationer og CDS-Bond Basis.

Regressionsanalysen viste desuden en tydelig effekt af modpartsrisiko i CDS-præmien. Denne modpartsrisiko påvirkede udviklingen i CDS-Bond Basis i en negativ retning. Når fallitrisikoen for de finansielle institutioner, der sælger CDS-kontrakten stiger, vil sandsynligheden for, at de ikke er i stand til at betale recovery på deres solgte CDS-kontrakter ligeledes stige. Dette tynger CDS-præmien, og dermed faldt CDS-Bond Basis i takt med, at modpartsrisikoen steg.

Igennem analysen finder jeg flere faktorer, der understøtter udvidelsen af modelgrundlaget. Disse udvidelser henvender sig primært til måden, hvorpå likviditeten defineres samt indførelsen af denne i CDS-kontrakten. I robust-

hedstjekket af model antagelserne vises, at en inkorporering af likviditet i CDS-præmien og en strengt positiv proces for obligationens likviditet ville skabe mere intuitive resultater - dog med større afvigelser. Endvidere ville det have været problematisk at anvende Model 2 på samme datagrundlag, da estimations- og optimeringsprocessen er meget tidskrævende.

Alt i alt er jeg af den overbevisning, at modellen skaber et retvisende billede af finanskrisens effekt på CDS-Bond Basis til trods for et par simplificerende antagelser. Indførelsen af likviditet i CDS-kontrakten vil nemlig mindske målet for fallit, og dermed skabe et endnu større mål for likviditeten i kreditspændet. Således ville indførelsen af denne have yderligere forstærket effekten af likviditetsmålet under krisen og de fundne resultater.

9 Appendiks

9.1 Appendiks 1 - Lukkede løsninger med CIR-likviditet

I kapitel 3 præsenteres likviditeten, drevet af en CIR-process. I Model 2 indføres denne CIR-proces både i likviditeten for virksomhedsobligationen og i likviditeten for CDS-kontrakten. Det er den samme proces, der indgår i de to løsninger, men for CDS-kontrakten justeres effekten af likviditeten ud fra andelen, Ω . De lukkede løsninger er vist nedenfor.

$$\begin{aligned} CB(c, w, T) = & c \int_0^T A(t) e^{B(t)\lambda} D(t) C(t) e^{L(t)\gamma} dt \\ & + A(T) e^{B(T)\lambda} D(T) C(T) e^{L(T)\gamma} \\ & + (1 - w) \int_0^T e^{B(t)\lambda} D(t) (G(t) + H(t)\lambda) C(t) e^{L(t)\gamma} dt \end{aligned} \quad (45)$$

$$s = \frac{w \int_0^T \exp(B(t)\lambda) D(t) (G(t) + H(t)\lambda) C(t) e^{L(t)\gamma} dt}{\int_0^T A(t) \exp(B(t)\lambda) D(t) (\Omega C(t) e^{L(t)\gamma}) dt} \quad (46)$$

hvor

$$\begin{aligned}
A(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}} \\
B(t) &= \frac{\beta - \phi}{\sigma^2} + \frac{2\phi}{\sigma^2(1 - \kappa e^{\phi t})} \\
C(t) &= \exp\left(\frac{\xi(\delta + \zeta)}{\mu^2}t\right) \left(\frac{1 - \epsilon}{1 - \epsilon e^{\zeta t}}\right)^{\frac{2\xi}{\mu^2}} \\
L(t) &= \frac{\delta - \zeta}{\mu^2} + \frac{2\zeta}{\mu^2(1 - \epsilon e^{\zeta t})} \\
G(t) &= \frac{\alpha}{\phi}(e^{\phi t} - 1)\exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}+1} \\
H(t) &= \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi) + \phi\sigma^2}{\sigma^2}t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}+2} \\
\phi &= \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2} \\
\kappa &= \frac{\beta + \phi}{\beta - \phi} \\
\zeta &= \sqrt{2\mu^2 + \delta^2} \\
\epsilon &= \frac{\delta + \zeta}{\delta - \zeta}
\end{aligned}$$

9.2 Appendiks 2 - Lukket løsning for risiko- og likviditetsfri obligation

Den lukkede løsning for virksomhedsobligationen udledt i afsnit 3.5 indeholder både mål for fallitsandsynlighed, λ , og illikviditet, γ . Da der nu ønskes at skabe en risiko- og likviditetsfri obligation, er det oplagt, at $\lambda = \gamma = 0$ og $A(t) = C(t) = 0$. Udover dette udgår recovery-betalingen også og dette gøres ved at sætte $G(t) = 0$, dermed haves:

$$CB(c, w, T) = c \int_0^T D(t)dt + D(T)$$

Det ses altså at den riskofri obligation blot er de tilbagediskonterede kuponbetalinger og den tilbagediskonterede hovedstol.

9.3 Appendiks 3 - Lukket løsning for likviditetsfri obligation

Den lukkede løsning for den likviditetsfrie virksomhedsobligation har samme opsætning som løsningen for den risikofyldte og illikvide obligation udledt i afsnit 3.5, men hvor likviditetsmålet γ sættes lig nul mens $C(t)=1$.

For at estimere udviklingen i likviditetskomponenten udregnes yield'en for den likviditetsfrie obligation for samtlige obligationer. Disse trækkes fra kreditspændet og dermed haves likviditetskomponenten for samtlige obligationer. For at udregne likviditetskomponenten til hver enkel periode med 5-årig tid til udløb, udføres en regression over sættet af likviditetskomponenter til hver periode (ligesom i udregningen for kreditspændet).

Fallitkomponenten kan efterfølgende fastlægges ved blot at trække likviditetskomponenten fra kreditspændet.

$$\begin{aligned}
 CB(c, w, T) = & c \int_0^T A(t) e^{B(t)\lambda} D(t) dt \\
 & + A(T) e^{B(T)\lambda} D(T) \\
 & + (1 - w) \int_0^T e^{B(t)\lambda} D(t) (G(t) + H(t)\lambda) dt
 \end{aligned} \tag{47}$$

hvor

$$\begin{aligned}
 A(t) = & \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2} t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2}} \\
 B(t) = & \frac{\beta - \phi}{\sigma^2} + \frac{2\phi}{\sigma^2(1 - \kappa e^{\phi t})} \\
 G(t) = & \frac{\alpha}{\phi} (e^{\phi t} - 1) \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi)}{\sigma^2} t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2} + 1} \\
 H(t) = & \exp\left(\frac{\alpha(\beta + \phi) + \phi\sigma^2}{\sigma^2} t\right) \left(\frac{1 - \kappa}{1 - \kappa e^{\phi t}}\right)^{\frac{2\alpha}{\sigma^2} + 2} \\
 \phi = & \sqrt{2\sigma^2 + \beta^2} \\
 \kappa = & \frac{\beta + \phi}{\beta - \phi}
 \end{aligned}$$

9.4 Bilag 1- CD med Data og Programmer

Den vedlagte CD indeholder følgende:

9.4.1 Data

- Obligations og CDS data for samtlige udvalgte selskaber.
- Rentedata.
- Obligationsdata til robusthedstjek.

9.4.2 R-programmer

- Kreditspænd
- Model1
- Model2
- Model1Komponent

9.4.3 SAS-programmer

De vedlagte SAS-programmer er udarbejdet af vejleder Jens Dick Nielsen og anvendes til at udregne daglige priser og renter fra de hentede obligationsdata.

Litteratur

- [Alexander, Edwards & Ferri (2000)] Gordon J. Alexander, Amy K. Edwards & Michael G. Ferri. *The determinants of trading volume of high yield corporate bonds*. Journal of Financial Markets 3. 2000.
- [Bai & Collin-Dufresne (2010)] Jennie Bai & Pierre Collin-Dufresne. *The determinants of the CDS-Bond Basis during the financial crisis of 2007-2009*. Capital Markets Function, Federal Reserve Bank of New York & Department of Finance, Columbia University. Working Paper. September 2010.
- [Blanco, Brennan & Marsh (2005)] Roberto Blanco, Simon Brennan & Ian W. Marsh. *A Empirical Analysis of the Dynamic Relation between Investment-Grade Bonds and Credit Default Swaps*. The Journal of Finance Vol. LX, No. 5. Oktober 2005.
- [Bühler & Trapp (2009)] Wolfgang Bühler & Monika Trapp. *Time-varying creditrisk and liquidity premia in bond an cds markets*. University of Mannheim, Chair of Finance. August 2008.
- [Duffie & Singleton (1999)] Darrell Duffie & Kenneth J. Singleton. *Modelling term structures of defaultable bonds*. Stanford University. The Review of Financial Studies Special 1999 vol. 12, No 4. 1999.
- [Collin-Dufresne, Goldstein & Martin (1999)] Pierre Collin-Dufresne, Robert S. Goldstein & J. Spencer Martin. *The Determinants of Credit Changes*. The Journal of Finance Vol. 56, N0. 6. Dec 2001.
- [Huang & Huang (2003)] Jing-zhi Huang & Ming Huang. *How much of the corporate-treasury yield spread is due to credit risk?*. Working Paper. Penn State University. Maj 2003.
- [Hull, Predescu & White (2004)] John Hull, Mirela Predescu & Alan White. *The relationship between credit default swap spreads, bond yields, and credit rating announcements*. Joseph L. Rotman School of Management, University of Toronto. Januar 2010.
- [Hull & White (2000)] John Hull & Alan White. *Valuing Credit Default Swaps II: Modelling Default Correlations*. Josph L. Rotman School of Management, University of Toronro. April 2000.

- [Lando (2004)] Lando, David. *Credit Risk Modeling*. Princeton University Press, 2004.
- [Longstaff, Mithal & Neis (2005)] Francis A. Longstaff, Sanjay Mithal & Eric Neis. *Corporate Yield Spreads: Default Risk or Liquidity? New evidence from the credit default market*. The Journal of Finance Vol. LX, NO 5. Oktober 2005.
- [Murgoci: Lecture Notes (2011)] Agatha Murgoci. *Lecture Notes: "Credit Default Swaps"*. Copenhagen Business School. April 2011.
- [Riccardo Rebonato (1996)] Riccardo Rebonato. *Interest-Rate Option Models, second edition*. Stanford University. John Wiley & Sons. 1996.
- [Yan & Tang (2007)] Hong Yan & Dragon Yongjun Tang. *Liquidity and Credit Default Spreads - A research proposal submitted to the Q-Group*. Moore School of Business, University of South Carolina & Coles College of Business. August 2007.