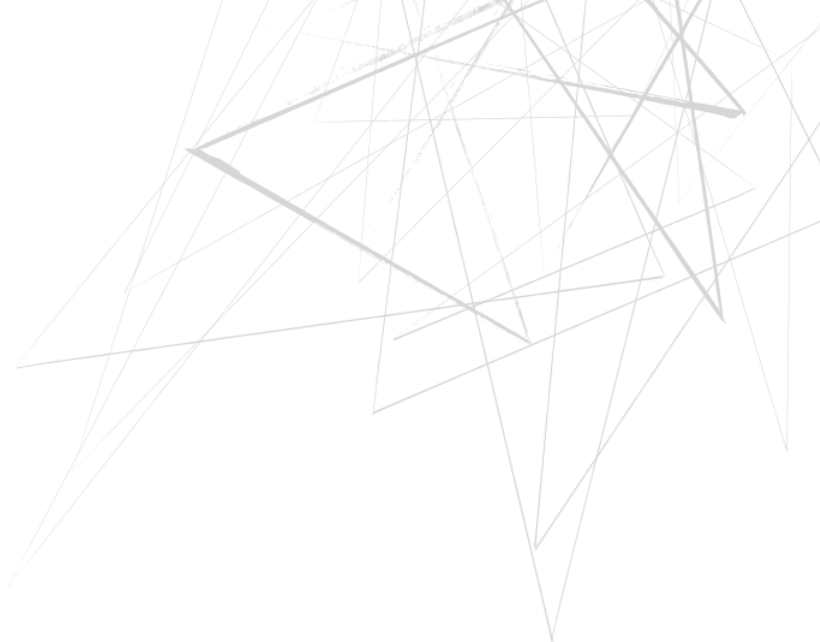




COPENHAGEN BUSINESS SCHOOL

KANDIDATAFHANDLING

CAND.MERC.(MAT.)

Salgspres i erhvervsobligationer og dets implikationer på event-studier

Selling pressure in corporate bonds and its implications on event studies

Forfatter:

Michala Hjelm-Hansen

Vejleder:

Jens Dick-Nielsen

Dato: 6. maj 2016

Antal sider: 80

Abstract

The main purpose of this master thesis is to derive and present a search model for a temporary selling pressure in the corporate bond market. The over-the-counter market (OTC-market) for corporate bonds is quite illiquid which makes the structure of this market a bit special compared to the market of other OTC-products. The structure involves that prices of corporate bonds is a result of a bargaining process between a dealer and an investor. Hence, in this master thesis prices of corporate bonds will be determined by solving the problem facing an investor in order to maximize his utility through future consumption.

When derived, the model will be used as a theoretical motivation for an empirical measure of temporary selling pressure. This measure will make it possible to extend the definition of a selling pressure, to a definition that enables researchers to determine selling pressure in real time. Selling pressure is generally defined as a period in which the number of sellers in a market outweighs the number of buyers. By the search model derived in this master thesis it will be clear that selling pressure can likewise be defined by the price difference between small (trading volume < 50.000) and large trades (trading volume > 100.000).

I find that data of corporate bond trades exhibit selling pressure during the financial crisis. Furthermore I find strong evidence that prices of large trades of corporate bonds which are subject to selling pressure will converge towards the prices of small trades. Therefore it is concluded that the empirical real time measure of temporary selling pressure describes the behaviour of observed corporate bond prices in an accurate way.

Finally, data indicates that it is possible to use the extended definition of a temporary selling pressure to separate the effect of a corporate event on abnormal bond returns into an event-return and a 'selling pressure'-return.

This result indicates that in periods with selling pressure the fairest price of a corporate bond is the price of small trades since these trades are subject to less selling pressure.

The previous general perception of researchers within event studies of corporate bonds have been that prices of large trades were most accurate since these trades have tighter bid/ask-spreads. Hence, the conclusion of this master thesis contributes to the existing literature by challenging this perception.

Forord

Jeg vil gerne takke min vejleder Jens Dick-Nielsen for hans fantastiske engagement og vejledning. Jeg er meget taknemmelig for, at Jens gennem hele processen har haft et højt ambitionsniveau på mine vegne. Endvidere vil jeg gerne takke Peter Feldhütter for de diskussioner, vi har haft omkring hans artikel.

Indhold

1	Indledning og problemformulering	1
2	Salgspris	4
2.1	Øvrig litteratur om salgspris	4
3	Søgemodellen i <i>steady state</i>	6
3.1	Søgemodellens antagelser	6
3.2	Investorens værdifunktion	10
3.3	Interdealer-priser	21
3.4	Markedsligevægten og aktivbeholdningen	27
3.5	<i>Bid-</i> og <i>ask</i> -priser i <i>steady state</i>	33
3.6	Den udstedte obligationsmængde	44
4	Søgemodellen efter et likviditetschok	46
4.1	Likviditetschok	46
4.1.1	<i>Bid-</i> og <i>ask</i> -priser når $s \leq \omega$ - markedet segmenteres ikke	49
4.1.2	<i>Bid-</i> og <i>ask</i> -priser når $s > \omega$ - markedet segmenteres	56
4.2	Relation mellem priser efter et likviditetschok	64
5	Empirisk analyse af salgspris	66
5.1	TRACE	67
5.2	Tidsserie- og tværsnitsanalyse af salgspris på data	68
5.2.1	Salgspris i kriseperioder	68
5.2.2	Konvergens af priser på store handler	70
5.3	Event-studie	72
5.3.1	Event-studiets resultater	75
6	Konklusion	78

A Bilag	79
A.1 Omskrivning af $\sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} (rW_s ds - dW_s) \right]$	80
A.2 Nash-ligevægt i forhandlingsspil med assymmetrisk forhandlingsstyrke	81
A.3 Matematisk gennemgang af beregningerne til udtryk (3.16)	83
A.4 Omskrivning af (3.24)	85
A.5 Mellemregninger til udtryk (3.27)	87
A.6 Omskrivninger til udtryk (3.29)	89
A.7 Omskrivning af $E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right]$	90
A.8 Beregning af differentiallet af $f(t)$ ift. t .	91
A.9 Udledning af $p^j(t)$ i afsnit 3.3	93
A.10 Matematisk forklaring af udtryk (3.39) for $n_i^j(t)$	94
A.11 Uoverensstemmelser mellem Feldhütter (2011) og denne afhandling	95
A.12 Mellemregninger til afsnit 3.5 hvor udtryk for $\bar{U}_i^j(1) - q^j$ udledes	97
A.13 Udregning af <i>bid</i> -prisen i <i>steady state</i>	102
A.14 Udledning af ulighed (3.62)	104
A.15 Bevis for at B_{ss}^j er stigende i ρ^j .	106
A.16 Udledning af A (3.63)	109
A.17 Mellemregninger til udtryk (4.3)	112
A.18 Interval for s , der medfører (ρ^1) -lav som marginale investorer	113
A.19 Bestem $p_s(t)$ for $0 \leq t < t_1(s)$	116
A.20 Omskrivning af $q_s^j(t)$ for $0 \leq t < t_1(s)$	120
A.21 Udledning af $p_s^j(0)$ for et segmenteret marked	125
A.22 Bevis for at priserne i sætning 2 er faldende i likviditetschokket, s	126
A.23 Bevis for ulighed (4.33)	127
A.24 Graf for SP_L	137
A.25 Tværnitanalyse af $SP_{l,abs} = P_{large} - P_{interdealer}$	138
A.26 Forskel på priser for købspres	140
A.27 Event-studie på interdealer-handler	141
A.28 Størrelsen på stikprøven til event-studie	143
Litteraturliste	144

Kapitel 1

Indledning og problemformulering

Inden for empirisk forskning er der lavet utallige videnskabelige studier, der undersøger effekten af virksomhedsrelaterede begivenheder på virksomheders fundamentalværdi. En stor del af denne forskning fokuserer på effekten af abnormale afkast på aktier og dermed aktionærernes velstand. I takt med at handelsdata på erhvervsobligationer¹ er blevet mere tilgængeligt, er der kommet et større fokus på at analysere effekten af abnormale afkast på disse - og dermed kreditorernes velstand. Dog er det ikke ligetil at analysere abnormale afkast på erhvervsobligationer, da markedsstrukturen for disse er ret speciel (Bessembinder et. al., 2008).

Erhvervsobligationer handler på over-the-counter markedet (OTC-markedet), men dette adskiller sig fra andre OTC-markeder, idet dealerne ikke nødvendigvis er villige til at handle til de priser, de kvoterer. Der eksisterer derfor ikke på samme måde et marked for erhvervsobligationer, som der gør for andre OTC-produkter. På baggrund af dette er det svært for alle agenter at undersøge alternative handelsmuligheder. Dette resulterer i, at priser på erhvervsobligationer i høj grad er et resultat af et forhandlingsspil mellem to agenter på OTC-markedet. Prisen, som de to agenter forhandler sig til, påvirkes af mange faktorer, hvoraf nogle af dem er deres muligheder for at finde andre modparter (deres *outside option*) samt antallet af investorer, der har præference for at sælge relativt til dem, der har præference for at købe (Feldhütter, 2011).

Strukturen for OTC-markedet for erhvervsobligationer resulterer i, at samme erhvervsobligation kan handles til vidt forskellige priser indenfor en kort tidsperiode (Feldhütter, 2011). Det kan derfor være en udfordring, når man arbejder med erhvervsobligationer at vurdere, hvilken pris der er den mest retvisende. Problemstillingen kompliceres yderligere ved, at erhvervsobligationer og andre aktiver midlertidigt kan handle til lavere priser end deres fundamentalværdi i perioder med salgspres. Salgspres er defineret ved perioder, hvor antallet af sælgere i markedet overstiger antallet af købere. På trods af at definitionen af salgspres er meget simpel, er det ganske komplekst at måle, hvornår der er salgspres i et marked. Dette

¹For denne afhandling vil 'obligationer' ligeledes anvendes som betegnelse for erhvervsobligationer

skyldes, at salgspres ofte opstår i forbindelse med en virksomhedsrelateret begivenhed, og at disse begivenheder i mange tilfælde ligeledes vil indeholde ny information, der ændrer virksomhedens fundamentalværdi. Af disse årsager er det svært at måle effekten af en begivenhed via abnormalt afkast, da det er svært at adskille den del af afkastet, der forårsages af ny information (*event*-afkastet) fra den del af afkastet, der forårsages af salgspreset (salgspres-afkastet) (Feldhütter, 2011).

Generelt har man været udfordret ift. at undersøge effekten af virksomhedsrelaterede begivenheder² på abnormale afkast for erhvervsobligationer, da det er svært at adskille *event*-afkastet fra salgspres-afkastet. De fleste metoder, der er blevet præsenteret til at identificere salgspres, kan først vurdere, hvorvidt et eventuelt salgspres har fundet sted, efter at salgspreset er aftaget. Det er oplagt interessant at forsøge at opstille et mål for salgspres, der kan vurdere, hvorvidt der er salgspres i markedet simultant med, at dette forekommer. Motiveret af ovenstående problematik vil denne afhandling foretage en dybdegående gennemgang af søgemodellen i Feldhütter (2011) med henblik på at analysere, hvordan søgemodellen kan give en teoretisk motivation til et empirisk mål for salgspres i realtid. Endvidere vil det blive undersøgt, hvorvidt det empiriske mål for salgspres beskriver observeret handelsdata. Afslutningsvis vil den opnåede viden anvendes til at undersøge, hvorvidt salgspres kan bidrage til den hidtidige forskning inden for event-studier.

Ved event-studiet vil *downgrades* blive undersøgt, da dette er en speciel interessant begivenhed at analysere ift. salgspres, eftersom mange erhvervsobligationer holdes af *buy-and-hold* investorer i form af pensionskasser og forsikringsselskaber (Fang, Han & Li, 2012). Disse institutionelle investorer har ikke investeringsmandat til at holde *speculative grade* obligationer, og derfor tvinges mange af dem til at sælge ud, når obligationerne *downgrades*. Deraf opstår et salgspres, der medfører et negativt abnormalt afkast på obligationerne. Det kan ligeledes være tilfældet, at rating-selskaberne via en *downgrade* kommer med ny information til markedet, der ændrer på fundamentalværdien, hvilket ligeledes kan lede til et negativt abnormalt afkast. Dermed er der i forbindelse med *downgrades*, to mulige effekter, der bidrager til et negativt abnormalt afkast, hvorfor det er interessant at undersøge, om disse kan adskilles.

Event-studiet vil undersøge om det er muligt at adskille event-afkast fra salgspres-afkast og hermed vurdere effekten udelukkende for *downgrades* på kreditorernes velstand. I forlængelse heraf vil det blive undersøgt, hvorvidt *downgrades* indeholder ny information og dermed ændrer fundamentalværdien af virksomhederne.

Afhandlingens fokus

Denne afhandling vil fokusere på analysen af begivenheder, der forårsager et salgspres og effekten heraf. De matematiske beregninger, som ligger til grund for søgemodellen, har et relativt stort omfang, og derfor

²Der vil fremadrettet i denne afhandling refereres til 'virksomhedsrelaterede begivenheder' ved betegnelsen '*events*'.

vil hovedresultater samt essentielle mellemregninger være inkluderet i afhandlingens kapitler, mens den resterende matematik er at finde i bilag. Afhandlingens kapitler fokuserer således i høj grad på at give en intuitiv forståelse af matematikken og de problemer der løses. I forbindelse med de matematiske beregninger er der fundet en del fejl i Fuldhütter (2011), som alle er angivet i bilag A.11. Denne afhandling baseres primært på én kilde, nemlig Feldhütter (2011). Anden litteratur er nødvendigvis inddraget med henblik på at sætte Feldhütter (2011) i relation til anden forskning på området.

Til den empiriske analyse anvendes data fra TRACE (Trade Reporting and Compliance Engine) der af mange inden for empirisk forskning anses som den mest pålidelige kilde for handelsdata på amerikanske erhvervsobligationer. Udover handelsdata fra TRACE anvendes data fra FISD (Fixed Income Securities Database) for at få information om rating, markedsværdi og *downgrade*-datoer.

I denne afhandling finder jeg, at søgemodellen fra Feldhütter (2011) kan anvendes som teoretiske motivation for et empirisk mål for salgspres, og at dette mål forklarer data retvisende. Jeg finder endvidere, at ved nogle metoder for event-studier er der klar indikation af, at små handler kan bidrage til event-studier. Dermed kan analyserne i denne afhandling bidrage til, at event-afkastet kan adskilles fra salgspres-afkastet. Hermed er det - mere præcist end førhen - muligt at konkludere på, hvorvidt virksomhedsrelaterede begivenheder giver ny information til markedet.

Afhandlingens opbygning

Kapitel 2 i denne afhandling vil give en detaljeret definition af salgspres og redegøre for den øvrige³ litteratur på området, og hvordan denne litteratur adskiller sig fra søgemodellen i Feldhütter (2011). I kapitel 3 udledes priserne i *steady state* for søgemodellen. Kapitel 4 udleder priserne i søgemodellen efter, at markedet har været udsat for et likviditetschok. I dette kapitel vil relationen mellem priser på små og store handler efter et likviditetschok ligeledes blive udledt. Kapitel 5 indeholder de empiriske studier, hvor søgemodellens teoretiske resultater danner motivationen for at opstille et empirisk mål for salgspres. Målet for salgspreset testes på handelsdata, og resultaterne af event-studiet på *downgrades* præsenteres og diskuteres. Afslutningvis konkluderes der på de teoretiske og empiriske resultater fra denne afhandling i kapitel 6.

³Øvrigt ift. Feldhütter (2011)

Kapitel 2

Salgspres

I dette kapitel vil dele af den øvrige litteratur omkring salgspres blive præsenteret og sat i perspektiv til den matematiske søgemodel i Feldhütter (2011). Når der i denne afhandling anvendes betegnelsen 'salgspres', da menes et midlertidigt salgspres, hvilket altså er forskelligt fra til et permanent salgspres.

2.1 Øvrig litteratur om salgspres

Som det kort blev præsenteret i indledningen, er det ikke nemt at adskille det afkast, der forårsages af et *event* (*event*-afkast) fra det afkast, der opstår grundet et salgspres (salgspres-afkast). Årsagen hertil er, at *events* ofte forårsager et salgspres, og dermed er det svært at vurdere, hvorvidt afkastet der observeres henover dette *event*, rent faktisk skyldes *eventet* eller om det skyldes et salgspres - eller muligvis en kombination af begge.

Den øvrige litteratur har forsøgt at adskille *event*-afkast fra salgspres-afkast på forskellige måder. Coval og Stanford (2002) samt Chen, Noronha og Singhal (2004) identificerer salgspres ved kun at se på aktivers afkast omkring *events*, hvor det ikke antages, at *eventet* har betydning for aktivets fundamentalværdi. Salgspres defineres derfor ud fra de kumulative afkast; hvis disse er negative omkring et *event* og kommer tilbage til det initiale niveau i perioden efter, da har der, ifølge deres definition, været et salgspres.

Mitchell, Pedersen og Pulvino (2007) samt Newman og Rierson (2004) har adskilt de to afkast på en anden måde. De kontrollerer først for ny information fra *eventet* og ser derefter på, om abnormale afkast er negative omkring *eventet* og efterfølgende kommer tilbage til det initiale niveau. Forskellige studier der har anvendt ens data, er kommet frem til forskellige resultater ved at anvende denne metode, hvorfor det tyder på, at metoden er rimelig kompliceret (Feldhütter, 2011)¹. Begge disse metoder kan kritiseres for,

¹Henvisningerne i dette afsnit er alle taget fra Feldhütter (2011), hvorfor de ikke indgår individuelt på litteraturlisten. Se derfor Feldhütter (2011) for henvisninger til de specifikke artikler.

at de ikke er i stand til at identificere et salgspres i realtid.

Søgemodellen, der vil blive præsenteret i kapitel 3 og frem, har den styrke, at den ikke baserer sit mål for salgspres på baggrund af afkast, men derimod ud fra forskellen på handelsprisen på små og store handler. Med dette mål er effekten af ny information den samme for begge priser, og forskellen formodes derfor udelukkende at afspejle salgspreset. Herved er det kort forklaret, hvordan søgemodellen i Feldhütter (2011) muliggør en forbedring af definitionen for salgspres, der medfører, at det er muligt at måle salgspres i realtid.

Bessembinder et. al. (2008) argumenterer for, at man udelukkende bør anvende store handler ($> \$100.000$), når man skal identificere et salgspres. Dette bygger på, at statistiske test klarer sig bedst, når der kun anvendes store handler. Det antages generelt, at store handler foretages af store/sofistikerede investorer (institutionelle investorer). Eftersom disse investorer kan forhandle sig til et mindre *bid/ask spread*, vil det være oplagt at tro, at priserne for disse handler er mere retvisende for aktivets fundamentalværdi. På baggrund af søgemodellens resultater vil man dog konkludere det stik modsatte - nemlig at prisen på små handler er mere retvisende, i hvert fald i perioder med salgspres. Årsagen til at priserne på små handler viser sig at være mere retvisende skyldes, at de store handler i højere grad påvirkes af et salgspres. Det betyder, at store investorer, der køber under et salgspres, kan forhandle prisen 'urimelig' langt ned grundet deres store *outside option*. *Outside option*'en består i, at sofistikerede investorer har nemt ved at finde andre modparter, og dermed kan afbryde forhandlingerne og finde en ny modpart, hvis ikke de tilbydes en tilstrækkelig god pris. De små investorer har ikke samme forhandlingskraft, eftersom truslen for, at de afbryder forhandlingerne, ikke er særlig kraftfuld.

Søgemodellen vil derfor vise, at når der er et salgspres i markedet, da vil store handler foregå til alt for lave priser, der ikke er retvisende ift. aktivets fundamentalværdi.

Kapitel 3

Søgemodellen i *steady state*

I dette afsnit vil søgemodellen fra Feldhütter (2011) blive gennemgået. Søgemodellen har til formål at give en teoretisk motivation af et empirisk mål til at identificere et midlertidigt salgspres i OTC-markeder. Når et midlertidigt salgspres kan identificeres, da er det muligt at bestemme, hvor stor en del af et prisfald på en obligation, der afspejler et fald i virksomhedens fundamentalværdi, og hvor stor en del af prisfaldet, der blot skyldes et midlertidigt salgspres.

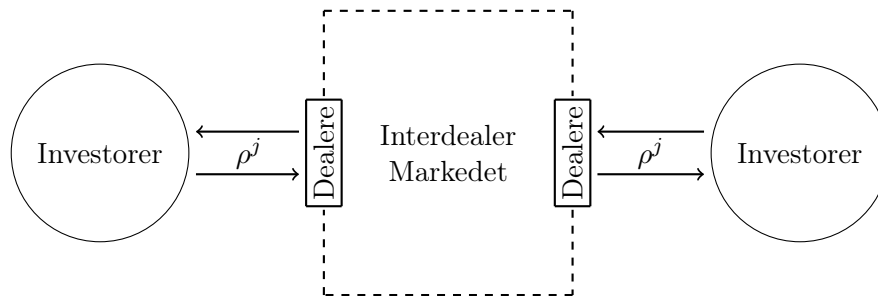
Dette afsnit baserer sig på Feldhütter (2011). Når andre kilder er anvendt vil dette være eksplicit angivet.

3.1 Søgemodellens antagelser

Agenterne i modellen

Der antages at være to typer agenter i markedet; investorer og dealere. Investorer er dem, der har præference for at købe eller sælge obligationer, mens dealere er dem, der varetager handlerne. I søgemodellen antages det, at alle investorer har et sofistikationsniveau, der blandt andet afgør, hvor nemt investorerne har ved at finde modparter. Når modellen skal overføres til virkeligheden antages det, at de sofistikerede investorer er store investorer, der foretager store handler, mens usofistikerede investorer er synonym med små investorer, der foretager små handler.

Figur 3.1 viser opbygningen af OTC-markedet for erhvervsobligationer. På hver af ydersiderne i figuren står investorerne, der søger efter dealere. De to typer af agenter søger efter hinanden med en søgeintensitet på ρ^j for $j \in \{1, 2, \dots, N\}$. j angiver de forskellige grupper af søgeintensiteter, der eksisterer i modellen. Således kan flere investorer godt have samme søgeintensitet. Specifikt antages det, at der eksisterer en mængde på $\frac{1}{N}$ investorer, der hver tilhører et sofistikationsniveau, j . Derfor er den totale mængde af investorer lig $\frac{1}{N} \cdot N = 1$. ρ^j afhænger af, hvor sofistikeret investoren er, og kan tolkes som summen af investorens søgen efter dealeren samt dealerens søgen efter investoren. Det afspejles i ρ^j , at sofistikerede investorer har en høj søgeintensitet, og dermed hurtigt finder en modpart, mens en usofistikeret investor



Figur 3.1: Markedets opbygning. Kilde: Lagos et. al. (2009)

har en lav søgeintensitet og derfor skal bruge længere tid på at søge. ρ^j antages at være observerbar for alle agenter for ethvert j .

De stiplede linjer i figur 3.1 angiver, at dealerne altid lukker deres positioner i interdealermarkedet, efter at de har handlet med investoren. Dermed har dealeren ingen aktiver på sin bog og påtager sig således ingen risiko. Modellen tager således ikke højde for *inventory risk*. Eftersom dealerne altid lukker deres positioner i interdealermarkedet, har dealerne ikke nogen særlig interesse i enten salg eller køb. Denne antagelse afspejler incitamentstrukturen for dealere i den virkelige verden, eftersom *bid-ask spreads* og *fees* betyder, at des mere en dealer handler, des mere tjener han. Desuden antages, at

- Interdealer-markedet altid er tilgængeligt
- Alle nye obligationer der udstedes, sælges gennem en dealer
- Alle agenter er risiko-neutrale
- Alle agenter lever for evigt
- Alle agenter forbruger et forbrugsgode, der anvendes som numeraire. Dette numeraire sikrer, at alle størrelser måles i realafkast frem for nominelle afkast. Forbrugsgodet kan ikke opbevares.
- Agenternes tidspreferencer er angivet ved diskonteringsfaktoren $r > 0$
- Tiden er kontinuert, starter ved 0 og fortsætter for evigt.

Søgemodellen er opbygget således, at hvis en investor møder en dealer, starter en forhandlingsproces, hvor investor og dealer forhandler om detaljerne vedrørende handlen. Resultatet af forhandlingen afhænger blandt andet af dealerens og investorens forhandlingsstyrke, der benævnes hhv. $z \in [0, 1]$ og $1 - z \in [0, 1]$, og som er eksogen givet i modellen.

Det antages endvidere, at investoren maksimalt holder én enhed af obligationen og ikke kan gå kort i

denne. Eftersom investorerne er risikoneutrale, vil de enten holde 0 eller 1 af obligationen i ligevægten. Dette skyldes, at en risikoneutral investor blot betragter den forventede værdi af at eje obligationen. Er denne positiv ønsker investoren at holde så meget som muligt (hvilket i modellen er antaget at være 1). Hvis den forventede værdi omvendt er negativ, ønsker investoren overhovedet ikke at holde obligationen (deraf 0). Udover at en investor har et sofistikationsniveau lig j , har han ligeledes en præferencetype $i \in [1, 2]$. 1 refererer til en høj præferencetype, mens 2 betyder lav præferencetype. Præferencetyper¹ bestemmes efter, hvorvidt investoren har omkostninger ved at holde obligationen eller ej. Er investoren af lav type, vil han opleve en omkostningsrate på $\delta > 0$ pr. tidsenhed i forbindelse med at eje obligationen. I tilfælde af at en investor kommer i likviditetsproblemer, kan det være i hans interesse at sælge ud af sine obligationer for herved at øge sin likviditet. Investoren vil opleve en omkostning ved at holde obligationen i den periode, hvor han har behov for likviditeten. Omfanget af denne omkostning bestemmes ved δ .

Figur 3.2 viser, hvordan et præferencechok med ankomstrate λ påvirker investortypen. Investoren rammes af et præferencechok med intensitet λ . Herefter er der $1 - \pi$ sandsynlighed for, at investoren bliver høj type ($i = 1$), mens der er π sandsynlighed for, at han bliver af lav type ($i = 2$). Uanset hvilken type en investor er, vil betalingsstrømmen fra at holde obligationen altid være lig kuponbetalingerne. Disse er givet ved en konstant rate på C enheder af forbrug pr. år. Hvis lav type vil investoren modtage kuponbetalingerne (C), men samtidig have omkostninger på δ ved at holde denne. Deraf kommer, at den samlede pengestrøm for en investor med lav præferencetype vil være $C - \delta$ pr. tidsenhed.

Figuren viser endvidere, at enhver investor-type ligeledes har et sofistikationsniveau j . Bemærk, at investorens sofistikationsniveau ikke ændrer sig henover tid, mens præferencetyper kan ændres i forbindelse med et præferencechok eller et likviditetschok. Likviditetschokket og dets påvirkning vil blive defineret og gennemgået i afsnit 4.1 Likviditetschok.

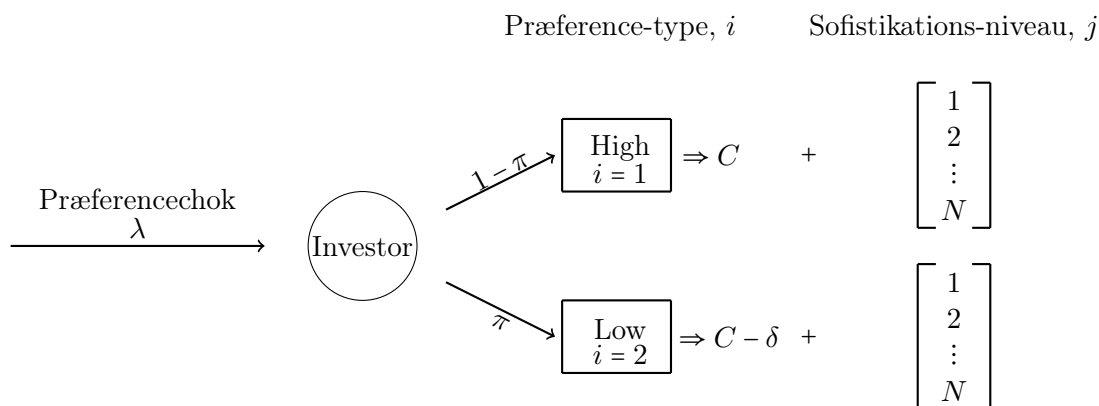
Bankkontoen

Der eksisterer en bankkonto, denne er risikofri og betaler en rente på $r > 0$. Bankkontoen antages at være et likvidt aktiv, og der kan altid handles i dette. Værdien af bankkontoen benævnes W_t . For at undgå *Ponzi schemes* er værdien af W_t afgrænset nedefra, og der er dermed en øvre grænse for, hvor meget investoren kan låne.

Erhvervsobligationer

Udover bankkontoen kan investorer investere i erhvervsobligationer via et OTC-marked, hvori der indgår en kreditrisiko. Der er et kontinuum af virksomheder, der udsteder disse obligationer. Hvis virksomheden, der har udstedt en obligation, går fallit, da vil en ny identisk virksomhed opstå. Denne antagelse er nød-

¹"Præferencetype" og "type" vil begge blive anvendt som betegnelse for i



Figur 3.2: Præferencechok, investortyper og sofistikationsniveauer

vendig for at holde konstant niveau af virksomheder.

Erhvervsobligationen betaler en kuponrente på C enheder af forbrug per år, hvilket blev præsenteret i forbindelse med figur 3.2. Den har forventet udløb til T , der følger en Poissonproces med intensitet $\lambda_T = \frac{1}{T}$. Desuden betaler denne en hovedstol på F ved udløb. Obligationen går fallit med intensitet λ_D og betaler en andel på $(1 - f)$ af hovedstolen til investoren i tilfælde af fallit.

Det totale udbud af obligationer til tidspunkt 0 er A , hvor $0 < A < 1$. A ligger nødvendigvis i dette interval, da der, som tidligere nævnt, er en andel på $\frac{1}{N}$ investorer i hver gruppe j , og disse investorer hver kan holde max 1 obligation. Det betyder, at hver gruppe max holder $\frac{1}{N} \cdot 1$ obligationer, og eftersom der er N grupper, vil alle investorer tilsammen holde $\frac{1}{N} \cdot N$. Årsagen til, at A ikke kan være lig 1, er, at det antages, at der altid vil være nogle investorer, der ikke har præference for at holde obligationen.

Når en obligation går fallit eller udløber, da udsteder virksomheder en ny obligation, hvorfor den totale udstedelsesintensitet er $(\lambda_D + \lambda_T)A$. Denne antagelse sikrer, at udbuddet af obligationer er konstant over tid, og dette er givet ved A .

Modellens antagelser er nu på plads, og det er muligt at se på udledningen af *bid*- og *ask*-priser for søgemodellen. Denne udledning er lang og kompliceret og vil derfor blive opbrudt i flere afsnit.

Udledningen vil foregå i følgende steps; I afsnit 3.2 vil investorens værdifunktion først blive bestemt. Værdifunktionen udgør en del af investorens samlede nyttefunktion og henviser til den del af nytten, der kommer fra at holde - eller have muligheden for at holde - obligationen. Værdifunktionen bestemmes på baggrund af et forhandlingsspil med henblik på at opnå et matematisk udtryk for investorens valg af obligationsbeholdning. Efter at udtrykket for værdifunktionen er bestemt, vil dette blive benyttet i afsnit 3.3 til at opstille et udtryk for prisen i interdealer-markedet for en obligation. Efterfølgende i afsnit 3.4 bestemmes aktivbeholdningen for samtlige investorer med søgeintensitet ρ^j . En del af mellemregningerne

fra dette afsnit skal anvendes i den egentlig udledning af *bid*- og *ask*-priserne for obligationen, der foregår i afsnit 3.5.

3.2 Investorens værdifunktion

Investorens problem

For at bestemme *bid*- og *ask*-priserne i søgemodellen tages der udgangspunkt i forhandlingsspillet, der indtræffer, når investor og dealer møder hinanden. Investorens maksimale forventede tilbagediskonterede nytte ved fremtidigt forbrug henover en livshorisont er givet ved

$$U_i^j(a, t, W_t) = \sup_{\xi, \theta} E_t \left[\int_0^\infty e^{-rs} d\xi_{t+s} \right] \quad (3.1)$$

$$\text{ubb.} \quad dW_t = rW_t dt - d\xi_t + \theta_t (C - \delta 1_{\{k(t)=2\}}) dt - \hat{P}_t^j d\theta_t \quad (3.2)$$

hvor $U_i^j(a, t, W_t)$ bestemmes ved supremum henover stierne af ξ og θ , og dermed vælges ξ_t og $\theta_t \forall t$. $U_i^j(a, t, W_t)$ afhænger af præferencetypen i (høj eller lav), sofistikationsniveau $j \in \{1, 2, \dots, N\}$ og deraf søgeintensiteten ρ^j , initialbeholdningen af obligationer $a \in \{0, 1\}$, formuen på bankkontoen W_t samt tiden t . ξ_t er den kumulative forbrugsproces, og $\theta_t \in \{0, 1\}$ angiver beholdningen af obligationer til tidspunkt t . Bemærk, at θ_t og a angiver stort set det samme, men at a er defineret som initialbeholdningen af obligationer, mens θ_t angiver denne over tid. $k(t)$ angiver investorens præferencetype til tidspunkt t , og $\hat{P}_t^j$ er handelsprisen til tidspunkt t i tilfælde af, at investor og dealer møder hinanden, og forhandlingen resulterer i en handel.

Udtryk (3.1) afspejler, at den maksimale forventede nutidsværdi af nytten skal bestemmes henover stien for det kumulative forbrug givet ved ξ_t . Et udtryk for $d\xi_t$ vil blive bestemt senere (udtryk (3.3)). Forventningen tages til tidspunkt t , hvorfor fodtegnet på ξ er $t+s$. s angiver et tidspunkt efter t og løber fra 0 til ∞ , hvoraf grænserne på integralet er bestemt. ξ_{t+s} skal oplagt tilbagediskonteres til tidspunkt t , hvorfor diskonteringen sker ift. renten r og perioden s .

Udtryk (3.2) angiver ændringen i værdien af formuen henover en kort tidsperiode dt . Intuitionen bag hvert led:

- $rW_t dt$
Angiver rentetilskrivningen på formuen og øger oplagt formuens værdi.
- $d\xi_t$
Angiver forbruget og sænker dermed formuens værdi

- $\theta_t(C - \delta 1_{\{k(t)=2\}})dt$

Angiver pengestrømmen, der forekommer ved at eje obligationen. Hvis investoren ikke ejer obligation til tidspunkt t , da er $\theta_t = 0$, og udtrykket er oplagt 0. Hvis $\theta_t = 1$, da afhænger pengestrømmen af, hvilken præferencetype investoren er. Hvis investor er af høj præferencetype til tidspunkt t , da vil $k(t) = 1$, og udtrykket vil samlet blive Cdt , der afspejler værdien af kuponbetalingerne. Er investoren derimod en lav præferencetype ($k(t) = 2$), da bliver udtrykket lig $(C - \delta)dt$, der afspejler, at investoren modtager kuponbetalingerne, men samtidig oplever omkostninger ved at holde aktivet. $\theta_t(C - \delta 1_{\{k(t)=2\}})dt$ påvirker som udgangspunkt formuen positivt, dog kan der gælde $\delta > C$, hvormed investoren oplever ejerskabet af obligationen som en decideret udgift og deraf følger, at udtrykket vil påvirke formuen negativt.

- $\hat{P}_t^j d\theta_t$

Angiver indkomsten eller udgiften ved en ændring i obligationsbeholdningen forårsaget af en handel. $d\theta_t$ kan antage følgende tre værdier:

$$d\theta_t = \begin{cases} -1 & \text{hvis beholdning går fra 1 til 0} \\ 0 & \text{hvis beholdning ikke ændres} \\ 1 & \text{hvis beholdning går fra 0 til 1} \end{cases}$$

$\hat{P}_t^j \in \{A_t^j, B_t^j, (1-f)F, F\}$ angiver - som tidligere nævnt - handelsprisen. Handelsprisen skal forstås som den værdi, investorens formuen forøges/sænkes med i en situation, hvor beholdningen ændres. Ved køb vil $d\theta_t = 1$ og $\hat{P}_t^j = A_t^j$ (ask-prisen) medføre, at formuen bliver mindre. Ved salg, fallit eller udløb af obligation vil $d\theta_t = -1$ og $\hat{P}_t^j$ være hhv. B_t^j , $(1-f)F$ eller F . I disse tre tilfælde vil formuen forøges.

Ud fra (3.2) er det muligt at opstille et udtryk for $d\xi_t$:

$$d\xi_t = rW_t dt + \theta_t(C - \delta 1_{\{k(t)=2\}})dt - \hat{P}_t^j d\theta_t - dW_t \quad (3.3)$$

(3.3) indsættes i (3.1) og udtrykket for nytten kan skrives som:

$$\begin{aligned} U_i^j(a, t, W_t) &= \sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} (rW_s ds - dW_s + \theta_s(C - \delta 1_{\{k(s)=2\}})ds - \hat{P}_s^j d\theta_s) \right] \\ &= \sup_{\theta} E_t \left[\underbrace{\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} (rW_s ds - dW_s)}_{*} + \int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \theta_s(C - \delta 1_{\{k(s)=2\}})ds - \int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \hat{P}_s^j d\theta_s \right] \end{aligned} \quad (3.4)$$

Bemærk, at integralet har ændret grænser, så disse nu går fra t frem for 0. Årsagen er, at $d\xi_t$ er indsat i stedet for $d\xi_{t+s}$. Desuden vælges supremum nu kun ud fra θ , da udtrykket for $d\xi_t$ er indsat. Bilag A.1 viser $\sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} (rW_s ds - dW_s) \right] = W_t$ og hermed er det muligt at omskrive (3.4) til et simpelt udtryk med $W_t = W(t)$ ved

$$U_i^j(a, t, W(t)) = W(t) + V_i^j(a, t)$$

hvor

$$V_i^j(a, t) = \sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \theta_s (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds - \int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \hat{P}_s^j d\theta_s \right] \quad (3.5)$$

Værdifunktionen for forhandlingsspillet

$V_i^j(a, t)$ angivet ved (3.5) kaldes værdifunktionen, da denne indeholder al værdi, der relaterer sig til obligationen. Der defineres 3 tidspunkter, hvor værdien ved at eje en obligation kan blive påvirket.

T_M : Tidspunkt, hvor obligationen udløber

T_D : Tidspunkt, hvor obligationen går fallit

T_{ρ}^j : Næste tidspunkt, hvor en investor møder en dealer.

$T_{\rho MD}^j = \min(T_M, T_D, T_{\rho}^j)$. Givet definitionen af disse tidspunkter, samt $a \in \{0, 1\}$ vil værdifunktionen opfylde:

$$V_i^j(0, t) = E_i \left[e^{-r(T_{\rho}^j - t)} \left\{ \underbrace{V_{k(T_{\rho}^j)}^j(a_{k(T_{\rho}^j)}(T_{\rho}^j), T_{\rho}^j)}_{\text{Værdi}} - \underbrace{p^j(T_{\rho}^j) a_{k(T_{\rho}^j)}(T_{\rho}^j)}_{\text{Pris}} - \underbrace{\phi_{k(T_{\rho}^j)}^j(0, T_{\rho}^j)}_{\text{Fee}} \right\} \right] \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} V_i^j(1, t) = E_i \left[\int_t^{T_{\rho MD}^j} e^{-r(s-t)} \underbrace{(C - \delta 1_{\{k(s)=2\}})}_{\text{Betalingsstrøm fra obl.}} ds \right. \\ + 1_{\{T_{\rho MD}^j = T_{\rho}^j\}} \cdot e^{-r(T_{\rho}^j - t)} \left\{ \underbrace{V_{k(T_{\rho}^j)}^j(a_{k(T_{\rho}^j)}(T_{\rho}^j), T_{\rho}^j)}_{\text{Værdi}} - \underbrace{p^j(T_{\rho}^j) (a_{k(T_{\rho}^j)}(T_{\rho}^j) - 1)}_{\text{Pris}} - \underbrace{\phi_{k(T_{\rho}^j)}^j(1, T_{\rho}^j)}_{\text{Fee}} \right\} \\ + 1_{\{T_{\rho MD}^j = T_D\}} \cdot e^{-r(T_D - t)} \left\{ \underbrace{V_{k(T_D)}^j(0, T_D)}_{\text{Værdi ved fallit}} + \underbrace{(1-f)F}_{\text{Recovery værdi}} \right\} \\ + 1_{\{T_{\rho MD}^j = T_M\}} \cdot e^{-r(T_M - t)} \left\{ \underbrace{V_{k(T_M)}^j(0, T_M)}_{\text{Værdi ved udløb}} + \underbrace{F}_{\text{Hovedstol}} \right\} \left. \right] \quad (3.7) \end{aligned}$$

Intuition omkring $V_i^j(0, t)$ (3.6)

Udtryk (3.6) angiver den forventede værdi af en obligation betinget af investorens præferencetype ($i = k(t)$) samt, at investoren ikke har obligationen i sin initialbeholdning ($a = 0$). Den eneste faktor, der skaber værdi for en investor med $a = 0$, er hans mulighed for at møde en dealer og foretage en handel. Intensiteten hvormed et møde forekommer er - som tidligere nævnt - givet ved søgeintensitet ρ^j og sker til tidspunkt T_ρ^j . Den samlede værdi af en handel er givet ved

Værdi for præferencetype $k(T_\rho^j)$ ved at eje $a_{k(T_\rho^j)}$ stk. af obligationen - Omkost. for at foretage handlen

Værdi

$a_{k(T_\rho^j)}(T_\rho^j)$ kan både antage værdien 1 og 0 og afhænger af investorens type ($i = k(T_\rho^j)$), søgeintensitet ρ^j samt obligationsudbuddet A til tidspunkt T_ρ^j . Dette vil blive uddybet i forbindelse med forklaring af figur 3.3 senere i dette afsnit. Som udgangspunkt vil en investor, der ikke ejer obligationen, kun ønske at erhverve sig denne - og dermed få $a_{k(T_\rho^j)}(T_\rho^j) = 1$ - såfremt han er af høj præferencetype. Samtidigt vil en investor af lav præferencetype som udgangspunkt ikke ønske at købe (da han har omkostninger forbundet med ejerskabet), hvorfor ingen handel forekommer. Der eksisterer dog enkelte tilfælde, hvor høj præferencetype vil sælge, og lav præferencetype vil købe, hvilket vil blive forklaret senere i dette afsnit.

Omkostninger

Omkostningerne i (3.6) er dekomponeret i to dele;

- 1) Prisen på handlen der angiver, hvad dealeren kan købe obligationen til i interdealer-markedet ($p^j(T_\rho^j)$)
- 2) Fee ($\phi_{k(T_\rho^j)}(0, T_\rho^j)$), der betales af investor til dealer i tilfælde af en handel gennemføres.

Interdealerprisen angives med $p^j(t)$. Det hævede indeks, j , angiver, at prisen i interdealer-markedet ikke altid er ens for alle investorer. $p^j(t)$ er i *steady state* ens for alle investorer, men senere i denne afhandling vil et likviditetschok blive præsenteret, og hvis dette chok er tilstrækkelig stort, vil det medføre, at dealerne segmenteres efter investor-sofistikations-niveauerne. Dette medfører, at dealeren kun kan matche investorer med samme søgeintensitet (ρ^j), hvorfor der i disse tilfælde eksisterer en interdealer-pris for ethvert j .² Bemærk, at prisen multipliceres med $a_{k(T_\rho^j)}(T_\rho^j)$. I tilfælde af ingen handel vil $a_{k(T_\rho^j)}(T_\rho^j) = 0$, og der vil ikke betales nogen pris. Der vil senere blive præsenteret en løsning for $\phi_{k(T_\rho^j)}(0, T_\rho^j)$, hvorefter det vil være klart, at fee'en ligeledes er 0, hvis der ikke gennemføres en handel.

Kort sagt vil der for (3.6) gælde:

$$a_{k(T_\rho^j)}(T_\rho^j) = 0 \Rightarrow E_i[e^{-r(T_\rho^j-t)} V_{k(T_\rho^j)}^j(0, T_\rho^j)]$$

$$a_{k(T_\rho^j)}(T_\rho^j) = 1 \Rightarrow E_i[e^{-r(T_\rho^j-t)} \{V_{k(T_\rho^j)}^j(1, T_\rho^j) - p^j(T_\rho^j) - \phi_{k(T_\rho^j)}(0, T_\rho^j)\}]$$

Dermed vil værdien af ikke at handle, hvis investor initialt har $a = 0$, blot være den diskonterede værdi af

²Likviditetschokket og dets effekt på markedet vil blive gennemgået i afsnit 4.1

at have chancen for at møde en dealer på et senere tidspunkt.

Værdien af at handle, hvis investor initialt har $a = 0$, vil være værdien af at eje obligationen minus prisen minus fee . Værdien ved at eje obligationen er givet ved (3.7) og vil blive gennemgået i det følgende.

Intuition omkring $V_i^j(1, t)$ (3.7)

Udtryk (3.7) angiver den forventede værdi af en obligation betinget af investorens præferencetype ($i = k(s)$) for en investor med 1 obligation i sin initialbeholdning ($a = 1$). For denne investor er der flere faktorer, der påvirker værdien.

Første led i udtryk (3.7) er givet ved

$$E_i \left[\int_t^{T_{\rho MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds \right]$$

hvilket er de tilbagediskonterede kuponbetalinger fratrukket eventuelle omkostninger ved at eje obligationen (i tilfælde af at præferencetypen er lav). Betalingsstrømmen er bestemt henover perioden fra t , til betalingerne ændrer sig/stopper ($T_{\rho MD}^j$) grundet møde med dealer, udløb eller fallit.

Andet led i udtryk (3.7) er givet ved

$$E_i \left[1_{\{T_{\rho MD}^j = T_{\rho}^j\}} \cdot e^{-r(T_{\rho}^j - t)} \{ V_{k(T_{\rho}^j)}^j (a_{k(T_{\rho}^j)}(T_{\rho}^j), T_{\rho}^j) - p^j(T_{\rho}^j) (a_{k(T_{\rho}^j)}(T_{\rho}^j) - 1) - \phi_{k(T_{\rho}^j)}^j(1, T_{\rho}^j) \} \right]$$

og angiver den ekstra værdi, der skal tillægges i tilfælde af, at investor møder dealer før udløb eller fallit. Værdien i $\{ \}$ angiver præcis det samme som for $V_i^j(0, t)$ på nær to små ændringer. Den første er, at her er tilføjet $+p^j(T_{\rho}^j) \cdot 1$, der afspejler indtjening fra salg af obligationen. I tilfælde af, at der ikke sker en handel vil $a_{k(T_{\rho}^j)}(T_{\rho}^j) = 1$, hvorfor hele leddet med $p^j(T_{\rho}^j)$ udgår. Den anden ændring er, at $\phi_{k(T_{\rho}^j)}^j(1, T_{\rho}^j)$ nu afhænger af $a = 1$ frem for $a = 0$. Løsningen til $\phi_i^j(a, t)$ vil blive præsenteret senere i opgaven sammen med yderligere intuition omkring denne størrelse.

Tredje led i udtryk (3.7) er givet ved

$$E_i \left[1_{\{T_{\rho MD}^j = T_D\}} \cdot e^{-r(T_D - t)} \{ V_{k(T_D)}^j(0, T_D) + (1 - f)F \} \right]$$

Dette led vil være gældende, hvis obligationen går fallit før udløb eller møde med dealer. Første led i $\{ \}$ er værdien af obligationen til tidspunkt T_D , når det vides, at $a_{k(T_D)}(T_D) = 0$. Andet led angiver *recovery*

værdien, som investor modtager i tilfælde af fallit.

Det fjerde og sidste led i (3.7) er givet ved

$$E_i \left[1_{\{T_{\rho MD}^j = T_M\}} \cdot e^{-r(T_M - t)} \{V_{k(T_M)}^j(0, T_M) + F\} \right]$$

hvilket er værdien, hvis udløb af obligationen sker først. F er hovedstolen.

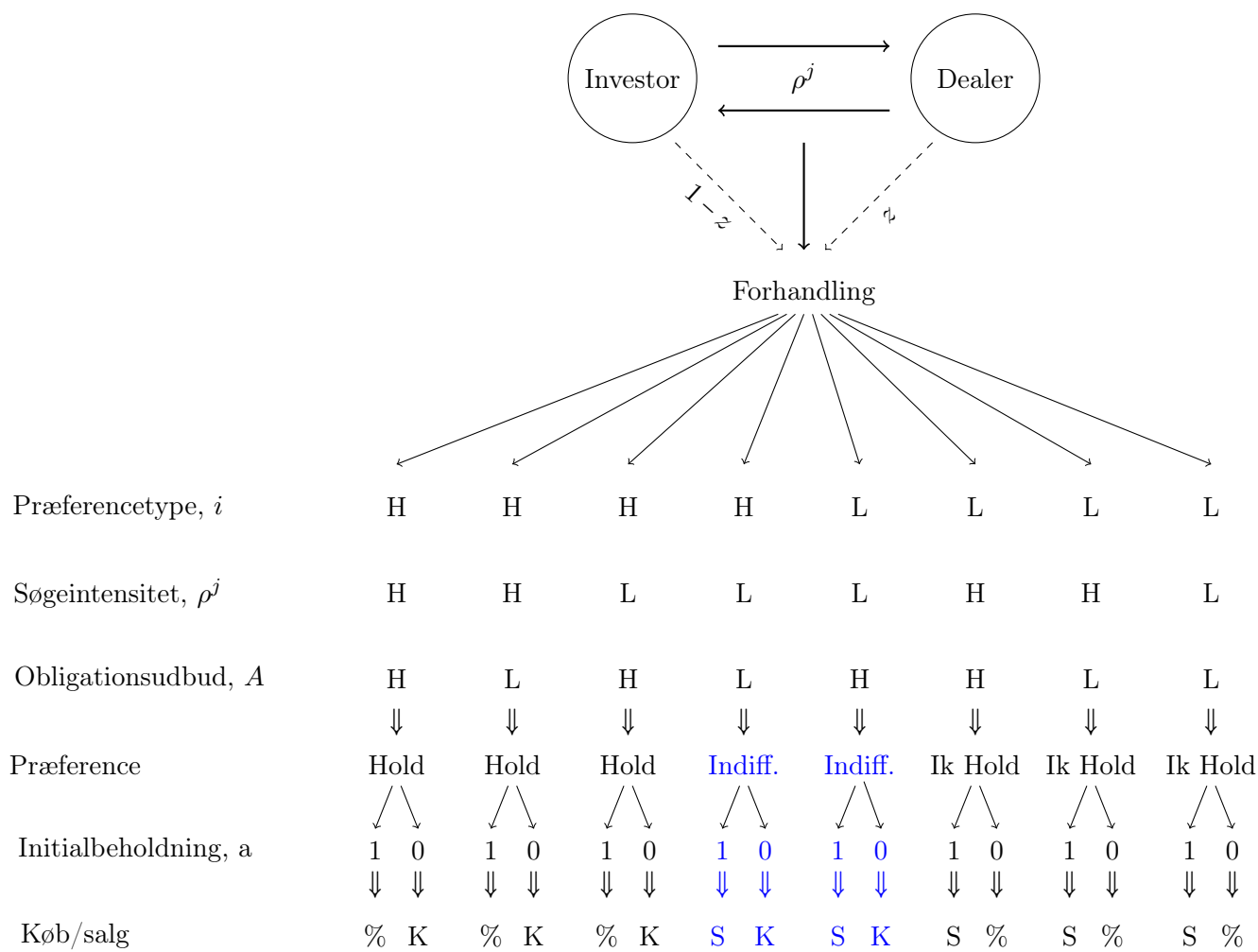
Værdifunktionen er nu opstillet som en todelt størrelse, alt afhængigt af initialbeholdningen a . Det er muligt at udtrykke værdifunktionen med ét udtryk for $V_i^j(a, t)$, der gælder for både $a = 0$ og $a = 1$. Dette kræver en del matematiske mellemregninger, der vil blive gennemgået i det følgende.

Forhandlingsspillet opbygning

Første skridt på vejen til en enkel værdifunktion er at betragte forhandlingsspillet, der opstår mellem investor og dealer i tilfælde af et møde. De to agenter skal nå til enighed om detaljerne for handlen, hvilket indebærer at bestemme løsningen til forhandlingsspillet givet ved (a', ϕ) .

Figur 3.3 giver et overblik over resultatet af et møde mellem dealer og investor. Præferencerne og resultatet af forhandlingsspillet fra figur 3.3 tages på nuværende tidspunkt for givet. I afsnit 3.5, hvor *bid*- og *ask*-priserne i *steady state* vil blive udledt, vil den matematiske begrundelse for disse præferencer blive udledt, men for nu præsenteres de uden yderligere belæg for at skabe den bedst mulige forståelse for læseren.

Figur 3.3 viser, at investor og dealer søger efter hinanden med intensitet ρ^j . Alle typer af investorer søger, hvilket vil blive forklaret yderligere senere i dette afsnit. Efter et møde starter en forhandling, hvoraf resultatet afhænger af dealerens og investorens forhandlingskraft (z og $1 - z$) samt de fire faktorer, der er angivet på figuren. Præferencetype (i), søgeintensitet (ρ^j) og obligationsudbud (A) grupperes som enten høj (H) eller lav (L). Disse tre faktorer skaber derved 8 forskellige grupper af investorer, der hver angives med en pil fra "Forhandling" ned til præferencetypen. Hver af disse investor-grupper har enten præference for at holde obligationen, præference for ikke at holde den eller de er indifferente. Hvis en investor-gruppe er indifferent, betyder det, at gruppen både har præference for at holde og ikke at holde, og dermed er der nogle i gruppen, der vil holde, mens andre ikke vil. Endvidere viser figuren, hvorvidt kombination af præference og initialbeholdning (a) medfører en handel. I tilfælde af en handel er der angivet K eller S, alt efter om investoren ønsker at købe (K=præference for at holde) eller sælge (S=præference for ikke at holde). % angiver, at der ikke sker nogen handel, da investoren allerede har den position i obligationen, som han har præference for. Resultatet af forhandlingsspillet i alle tilfælde med K eller S for 'enden' af



Figur 3.3: Forhandlingsspillet

figuren er (a', ϕ) , mens resultatet for alle %'erne er givet ved $(a, 0)$.

Umiddelbart ville man tro, at der kun var to typer af investorer, der ønsker at finde en dealer - nemlig de høje præferencetyper med $a = 0$ samt de lave præferencetyper med $a = 1$. Den høje præferencetype ønsker at eje obligationen, da han ikke har udgifter ved at eje denne, og omvendt ønsker den lave præferencetype ikke at eje, da han har brug for likviditeten fra et salg af obligationen. Således er disse to typer de eneste, der er utilfredse med deres beholdning og dermed de eneste, der umiddelbart vil handle. Men det vil vise sig, at en investor med høj præferencetype, lav søgeintensitet og ved lav mængde obligationer udstedt i markedet er **indifferent**. Dermed har denne investor-gruppe både interesse i at sælge og købe. Ligeledes vil investorer med lav præferencetype, lav søgeintensitet i tilfælde af stor mængde udstedte obligationer være **indifferente**. Disse to typer er markeret med blå på figuren. Hvorfor disse to tilfælde gælder vil blive forklaret i afsnit 3.5.

Årsagen til, at alle investorer søger efter dealer i modellen skal findes i, at præferencechok kan forekomme og ændre investorens præferencetype. Dermed ved investoren ikke, hvilken type han vil være til tidspunkt T_ρ^j , og derfor søger han hele tiden efter dealer.

Nash-ligevægten af forhandlingsspillet

Opbygningen af forhandlingsspillet er nu på plads, og det er tid til at præsentere den matematiske opbygning, og hvordan dette spil løses via en Nash-ligevægt.³ For at anvende så simpel notation som muligt, vil det antages i dette afsnit, at investor møder dealer til tidspunkt t (frem for T_ρ^j som ellers er anvendt).

Investoren har a obligationer inden mødet og $a' \in \{0, 1\}$ efter mødet. Hvis der handles vil investoren have ændret sin portefølje, og dermed vil dealeren modtage *fee* bestemt ved $\phi_i^j(a, t)$. Hvis et møde ikke resulterer i en handel, vil $\phi_i^j(a, t) = 0$. Lad (a', ϕ) være en Nash-ligevægt til forhandlingsspillet, hvor dealerens og investorens forhandlingsstyrker er givet ved hhv. $z \in [0, 1]$ og $1 - z \in [0, 1]$.

Som det fremgår af bilag A.2, vil investoren få en nytte på $V_i^j(a', t) - p^j(t)(a' - a) - \phi$ ved at handle og $V_i^j(a, t)$ ved ikke at handle. Dermed er nyttegevinsten ved at handle lig $V_i^j(a', t) - p^j(t)(a' - a) - \phi - V_i^j(a, t)$, hvilket leder til forhandlingsspillets resultat, der kan bestemmes ved at løse følgende problem

$$[a_i^j(t), \phi_i^j(a, t)] = \arg \max_{(a' \in \{0, 1\}, \phi)} \left\{ [V_i^j(a', t) - p^j(t)(a' - a) - \phi - V_i^j(a, t)]^{1-z} (\phi - 0)^z \right\} \quad (3.8)$$

Nash-løsningen til problemet er

$$a_i^j(t) = \arg \max_{a' \in \{0, 1\}} [V_i^j(a', t) - p^j(t)a'] \quad (3.9)$$

$$\phi_i^j(a, t) = z \left(V_i^j(a_i^j(t), t) - V_i^j(a, t) - p^j(t)[a_i^j(t) - a] \right) \quad (3.10)$$

³Se bilag A.2 for en teoretisk gennemgang af Nash-ligevægten i et forhandlingsspil med asymmetrisk forhandlingsstyrke.

(3.9) og (3.10) udgør en Nash-ligevægt, da de afspejler *best response* for hver af de to agenter. Investoren maksimerer oplagt henover de størrelser af sin nytte, der påvirkes af $a' (= a_i^j(t))$. Dealeren tager derefter et *fee*, der er proportionelt med hans forhandlingsstyrke z . Det er klart, at hvis dealerens forhandlingsstyrke er stor, da vil dealeren kunne kræve et højere *fee*. Da der gælder $V_i^j(a', t) - V_i^j(a, t) - p^j[a' - a] \geq \phi$, vil investorens valg ikke påvirkes af dealerens *fee*.

Det er værd at bemærke, at investorens *outside option* indgår i denne Nash-ligevægt, eftersom søgeintensiteten og dermed sofistikations-niveau påvirker ligevægten. Søgeintensiteten indgår indirekte via $V_i^j(a, t)$, da ρ^j påvirker T_ρ^j .

Værdifunktionen med al forhandlingskraft hos investoren

Andet skridt på vejen til at opnå én enkelt og samlet værdifunktion er at udnytte, at udtrykkene for $V_i^j(1, t)$ og $V_i^j(0, t)$ kan vises at være payoff-ækvivalente med en alternativ handelsopbygning, hvor investor har al forhandlingsstyrke. I den alternative handelsopbygning møder dealer og investor hinanden med intensitet $\kappa^j = \rho^j(1 - z)$. For at få opstillet de payoff-ækvivalente udtryk skal (3.9) og (3.10) først indsættes i (3.6) og (3.7).

(3.9) og (3.10) for $a_i^j(t) = a'$ samt $\phi_i^j(a, t)$ indsættes i værdifunktionerne, hvor (3.6) først betragtes

$$\begin{aligned} V_i^j(0, t) &= E_i \left[e^{-r(T_\rho^j - t)} \left\{ \underbrace{\max_{a' \in \{0, 1\}} [V_{k(T_\rho^j)}^j(a', T_\rho^j) - p^j(T_\rho^j)a']}_{\text{investors valg}} - z \underbrace{\left(V_{k(T_\rho^j)}^j(a', T_\rho^j) - V_{k(T_\rho^j)}^j(0, T_\rho^j) - p^j(T_\rho^j)[a' - 0] \right)}_{\phi_{k(T_\rho^j)}^j(0, T_\rho^j)} \right\} \right] \\ &= E_i \left[e^{-r(T_\rho^j - t)} \left\{ (1 - z) \max_{a' \in \{0, 1\}} \left(V_{k(T_\rho^j)}^j(a', T_\rho^j) - p^j(T_\rho^j)a' \right) + z \cdot V_{k(T_\rho^j)}^j(0, T_\rho^j) \right\} \right] \end{aligned} \quad (3.11)$$

Indsættes (3.9) og (3.10) i udtryk (3.7) for $V_i^j(1, t)$ fås:

$$\begin{aligned} V_i^j(1, t) &= E_i \left[\int_t^{T_{\rho MD}^j} e^{-r(s-t)} \underbrace{(C - \delta 1_{\{k(s)=2\}})}_{\text{Pengestrøm fra obli.}} ds \right. \\ &\quad + 1_{\{T_{\rho MD}^j = T_\rho^j\}} \cdot e^{-r(T_\rho^j - t)} \underbrace{\left\{ (1 - z) \max_{a' \in \{0, 1\}} [V_{k(T_\rho^j)}^j(a', T_\rho^j) - p^j(T_\rho^j)(a' - 1)] + z V_{k(T_\rho^j)}^j(0, T_\rho^j) \right\}}_{\text{Værdi, hvis møde med dealer sker først}} \\ &\quad + 1_{\{T_{\rho MD}^j = T_D\}} \cdot e^{-r(T_D - t)} \underbrace{\left\{ V_{k(T_D)}^j(0, T_D) + (1 - f)F \right\}}_{\text{Værdi hvis fallit sker først}} \\ &\quad \left. + 1_{\{T_{\rho MD}^j = T_M\}} \cdot e^{-r(T_M - t)} \underbrace{\left\{ V_{k(T_M)}^j(0, T_M) + F \right\}}_{\text{Værdi, hvis udløb sker først}} \right] \end{aligned} \quad (3.12)$$

Det andet led er det eneste, der har ændret sig fra (3.11) til (3.12), hvor de implementerede ændringer er lig dem for (3.11).

De nødvendige omskrivninger er foretaget, og det er muligt at vise, at værdifunktionerne i (3.11) og (3.12) kan opstilles på en mere simpel form. Det skyldes, at (3.11) og (3.12) kan vises at være payoff-ækvivalente med den tidligere omtalte alternative handelsofbygning, hvor investoren har al forhandlingsstyrke, men kun møder dealere med en intensitet $\kappa^j = \rho^j(1 - z)$. Det matematiske bevis for payoff-ækvivalens er udeladt i denne afhandling, men der henvises til, at omskrivningen ligeledes er anvendt i Feldhütter (2011) og Lagos et. al. (2009).

T_κ^j defineres nu som det næste tidspunkt, hvor en investor møder en dealer i dette marked, og hvor investor har al forhandlingsstyrke. $T_{\kappa MD}^j = \min(T_\kappa^j, T_D, T_M)$ defineres ligeledes. Dermed kan (3.11) og (3.12) omskrives til

$$V_i^j(0, t) = E_i \left[e^{-r(T_\kappa^j - t)} \max_{a' \in \{0, 1\}} \left(V_{k(T_\kappa^j)}^j(a', T_\kappa^j) - p^j(T_\kappa^j) a' \right) \right] \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} V_i^j(1, t) = E_i & \left[\int_t^{T_{\kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds \right. \\ & + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} \cdot e^{-r(T_\kappa^j - t)} \left\{ \max_{a' \in \{0, 1\}} [V_{k(T_\kappa^j)}^j(a', T_\kappa^j) - p^j(T_\kappa^j)(a' - 1)] \right\} \\ & + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_D\}} \cdot e^{-r(T_D - t)} \{ V_{k(T_D)}^j(0, T_D) + (1 - f)F \} \\ & \left. + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_M\}} \cdot e^{-r(T_M - t)} \{ V_{k(T_M)}^j(0, T_M) + F \} \right] \quad (3.14) \end{aligned}$$

Omskrivninger for værdifunktionerne

I det følgende vil alle led i (3.13) og (3.14) blive omskrevet, så det eneste tidspunkt, der har betydning for udtrykkene, er T_κ^j . Til denne omskrivning anvendes T_x for $x = D, M$.

Først betragtes de led, hvor værdifunktionerne indgår.

$$\begin{aligned} & E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_x\}} e^{-r(T_x - t)} V_{k(T_x)}^j(0, T_x) \right] \\ & \stackrel{1)}{=} E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_x\}} e^{-r(T_x - t)} E_{k(T_x)} \left[e^{-r(T_\kappa^j - T_x)} \max_{a' \in \{0, 1\}} \left(V_{k(T_\kappa^j)}^j(a', T_\kappa^j) - p^j(T_\kappa^j) a' \right) \right] \right] \\ & \stackrel{2)}{=} E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_x\}} \underbrace{e^{-r(T_\kappa^j - t)}}_{e^{-r(T_x - t + T_\kappa^j - T_x)}} \max_{a' \in \{0, 1\}} \left(V_{k(T_\kappa^j)}^j(a', T_\kappa^j) - p^j(T_\kappa^j) a' \right) \right] \quad (3.15) \end{aligned}$$

I 1) er udtrykket for $V_{k(T_x)}^j(0, T_x)$ givet ved (3.13) indsat. For 2) er tårnegenskaben benyttet. Denne er givet ved $E[Y] = E[E[Y|X]]$, hvor der i den indre middelværdi er betinget på, at typen er $k(T_x)$.

Det ønskes ligeledes at få omskrevet de led, hvor *recovery* værdien og hovedstolen indgår. Først ses på leddet for fallit

$$\begin{aligned}
 E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_D\}} e^{-r(T_D - t)} \right] &= \int_t^\infty \int_t^\infty 1_{\{x < y\}} e^{-r(x-t)} \cdot \underbrace{\lambda_D e^{-\lambda_D(x-t)} \cdot (\lambda_T + \kappa^j) e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(y-t)}}_{*} dy dx \\
 &= \int_t^\infty \lambda_D e^{-(r+\lambda_D)(x-t)} \int_x^\infty (\lambda_T + \kappa^j) e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(y-t)} dy dx \\
 &= \int_t^\infty \lambda_D e^{-(r+\lambda_D)(x-t)} e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(x-t)} dx \\
 &= \frac{\lambda_D}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r}
 \end{aligned} \tag{3.16}$$

Se bilag A.3 for en uddybning af de matematiske beregninger. Ved præcis samme fremgangsmåde som ved (3.16) gives nu resultatet for forventningen af indikatorfunktionen for T_M

$$E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_M\}} e^{-r(T_M - t)} \right] = \frac{\lambda_T}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \tag{3.17}$$

(3.16) og (3.17) angiver forventningen til tilbagediskonteringsfaktorerne. I søgemodellen, er det ikke blot renten, der påvirker værdien af obligationen, men samtlige af de hændelser, der kan forekomme. Derfor udgør nævneren summen af intensiteterne samt renten. Tælleren udgør intensiteten for den specifikke hændelse, der diskonteres henover, og som ifølge indikatorfunktionen skal ske først.

Samlet udtryk for $V_i^j(a, t)$

Med omskrivningerne ved (3.15), (3.16) og (3.17) kan ét samlet udtryk for $V_i^j(a, t)$ opstilles.

Først indsættes (3.15), (3.16) og (3.17) i (3.14) for $V_i^j(1, t)$, hvor alle led afhænger af T_κ^j og en simpel sammenskrivning er derfor mulig

$$\begin{aligned}
 V_i^j(1, t) &= E_i \left[\int_t^{T_{\kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds \right. \\
 &\quad + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} \cdot e^{-r(T_\kappa^j - t)} \left\{ \max_{a' \in \{0,1\}} [V_{k(T_\kappa^j)}^j(a', T_\kappa^j) - p^j(T_\kappa^j)a'] \right\} + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \\
 &\quad + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_D\}} \cdot e^{-r(T_D - t)} \left\{ \max_{a' \in \{0,1\}} [V_{k(T_D)}^j(a', T_D) - p^j(T_D)a'] \right\} + \frac{\lambda_D(1-f)F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \\
 &\quad \left. + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_M\}} \cdot e^{-r(T_M - t)} \left\{ \max_{a' \in \{0,1\}} [V_{k(T_M)}^j(a', T_M) - p^j(T_M)a'] \right\} + \frac{\lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \right]
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

I (3.18) er første led i forventningen identisk med tidligere. I anden linje er leddet splittet op i to med det formål, at strukturen på denne linje kommer til at ligne de andre. I tredje og fjerde linje er (3.15) indsat for, at alle diskonteringer, værdifunktioner samt priser afhænger af T_{κ}^j . Derudover er (3.17) og (3.16) indsat, og det bemærkes, at de ikke længere er betingede af indikatorfunktionerne.

Eftersom strukturen i de tre sidste linjer er identisk, sammenskrives udtrykket til

$$\begin{aligned} V_i^j(1, t) = & E_i \left[\int_t^{T_{\kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds \right] + E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right] \\ & + E_i \left[e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} \left\{ \max_{a' \in \{0,1\}} [V_{k(T_{\kappa}^j)}^j(a', T_{\kappa}^j) - p^j(T_{\kappa}^j) a'] \right\} \right] + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \end{aligned} \quad (3.19)$$

hvor $1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_D\}} + 1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_M\}} = 1$ er anvendt.

Udtryk for $V_i^j(a, t)$ for $a = 0$ og $a = 1$ givet ved hhv. (3.13) og (3.19) er bestemt ved

$$\begin{aligned} V_i^j(a, t) = & \underbrace{\bar{U}_i^j(a)}_{\text{kræver } a=1} + E_i \left[e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} \left\{ \max_{a' \in \{0,1\}} [V_{k(T_{\kappa}^j)}^j(a', T_{\kappa}^j) - p^j(T_{\kappa}^j) a'] \right\} \right] \\ & + a \underbrace{\left\{ E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right] + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \right\}}_{\text{kræver } a=1} \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\bar{U}_i^j(a) = a E_i \left[\int_t^{T_{\kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds \right] \quad (3.21)$$

(3.20) udgøres således af tre led, hvoraf det første og sidste led kun kommer i spil, hvis $a = 1$. Disse led angiver hhv. pengestrømmen fra at eje obligationen, prisen hvormed man kan sælge obligationen samt værdien af det beløb, som investor modtager i tilfælde af fallit eller udløb. Det andet led indgår i værdifunktionen uanset værdien af a og afspejler værdien af muligheden for at møde en dealer.

3.3 Interdealer-priser

I dette afsnit vil et generelt udtryk for interdealerprisen ($p^j(t)$) blive udledt. Udtrykket vil primært blive brugt i afsnit 4.1, hvor interdealer-priserne efter et likviditetschok udledes. Endvidere vil dette afsnit indeholde omskrivninger, der vil forsimple investorens problem og løsningen heraf. Alt dette vil blive anvendt, når *bid*- og *ask*-priserne i *steady state* skal udledes i afsnit 3.5.

Dette afsnit tager udgangspunkt i (3.9) for $a_i^j(t)$. Det endelige og samlede udtryk for $V_i^j(a, t)$ ved (3.20)

indsættes i (3.9), og problemet for en investor, der møder en dealer til tidspunkt t , kan skrives som

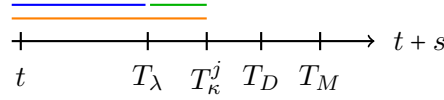
$$\begin{aligned}
a_i^j(t) &= a' = \arg \max_{a' \in \{0,1\}} \left[V_i^j(a', t) - p^j(t)a' \right] \\
&\Rightarrow \max_{a' \in \{0,1\}} \left[\underbrace{\bar{U}_i^j(a') + E_i \left[e^{-r(T_\kappa^j - t)} \left\{ \max_{a'' \in \{0,1\}} [V_{k(T_\kappa^j)}^j(a'', T_\kappa^j) - p^j(T_\kappa^j)a''] \right\} \right]}_{=V_i^j(a', t)} \right. \\
&\quad \left. + a' \underbrace{\left\{ E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \right] + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \right\}}_{=V_i^j(a', t)} p^j(t)a' \right] \\
&\Rightarrow \max_{a' \in \{0,1\}} \left[\bar{U}_i^j(a') - a' p^j(t) + a' E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \right] \right. \\
&\quad \left. + a' \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} + E_i \left[e^{-r(T_\kappa^j - t)} \left\{ \max_{a'' \in \{0,1\}} [V_{k(T_\kappa^j)}^j(a'', T_\kappa^j) - p^j(T_\kappa^j)a''] \right\} \right] \right] \\
&\Rightarrow \max_{a' \in \{0,1\}} \left[\bar{U}_i^j(a') - \left\{ p^j(t) - E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \right] - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \right\} a' \right]
\end{aligned} \tag{3.22}$$

hvor a'' angiver næste ændring af porteføljen efter a' er valgt. Det røde led afhænger ikke af a' , hvorfor dette udgår. Udtryk (3.22) viser, at investorens problem løses ved at vælge a' således, at værdien i de kantede parenteser maksimeres. Denne værdi udgøres delvist af $\bar{U}_i^j(a')$, der angiver betalingsstrømmen ved at holde a' af obligationen i fremtiden. Hvis investoren vælger $a' = 1$, vil værdien endvidere blive påvirket positivt af den forventede diskonterede værdi af prisen på obligationen ved fremtidigt møde med dealer til tidspunkt T_κ^j og den forventede diskonterede værdi ved fallit eller udløb. Endvidere vil $a' = 1$ medføre, at investoren skal betale $p^j(t)$ for obligationen, hvilket trækkes fra den samlede nytte.

Investorens problem er hermed forsimplet en smule, men det vil vise sig, at det kan forsimples yderligere ved at omskrive $\bar{U}_i^j(a)$ samt $E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \right]$, hvilket vil blive gjort i det følgende.

Omskrivning af $\bar{U}_i^j(a)$

For at omskrive $\bar{U}_i^j(a)$ introduceres T_λ , som det tidspunkt en investor rammes af et præferencechok. $T_{\lambda\kappa}^j = \min(T_\lambda, T_\kappa^j)$, $T_{MD} = \min(T_M, T_D)$ og $T_{\lambda\kappa MD}^j = \min(T_{\lambda\kappa}, T_{MD})$.



Figur 3.4: Situation 1 - Præferencechok sker først

Ifølge (3.21) er det oplagt, at $\bar{U}_i^j(0) = 0$. $\bar{U}_i^j(1)$ omskrives

$$\begin{aligned} \bar{U}_i^j(1) &= E_i \left[\int_t^{T_{\kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds \right] \\ &= E_i \left[\int_t^{T_{\lambda \kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{i=2\}}) ds + 1_{\{T_{\lambda \kappa}^j < T_{MD}^j\}} 1_{\{T_\lambda < T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\lambda - t)} \bar{U}_{k(T_\lambda)}^j(1) \right] \end{aligned} \quad (3.23)$$

hvor $k(s) = i$ er indsat i første indikatorfunktion, og leddene i udtryk (3.23) matcher i farven til den del af tidslinjen i figur 3.4, som de afspejler.

Figur 3.4 viser den eneste situation, der kan forekomme, hvor det orange og blå integrale ikke er lig hinanden. På figuren ses en tidslinje for de 4 mulige events; præferencechok (T_λ), møde med dealer (T_κ^j), fallit (T_D) og udløb (T_M). Den blå og orange linje på figuren viser, over hvilket interval de to integraller løber. Derfor må der nødvendigvis lægges noget til det blå integrale for, at de to udtryk kan være ens. De to indikatorfunktioner $1_{\{T_{\lambda \kappa}^j < T_{MD}^j\}} 1_{\{T_\lambda < T_\kappa^j\}}$ sikrer, at den grønne del af udtrykket kun kommer i spil, når T_λ indtræffer først. I det grønne udtryk indgår $\bar{U}_{k(T_\lambda)}^j(1) = \left[\int_{T_\lambda}^{T_{\kappa MD}^j} e^{-r(s-T_\lambda)} (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds \right]$, hvilket netop angiver længden af den grønne linje på figur 3.4. For at denne værdi angives i nutidsværdi ift. tidspunkt t , er $\bar{U}_{k(T_\lambda)}^j(1)$ tilbagediskonteret fra tidspunkt T_λ til t . Næste skridt til at opnå et forsimplet udtryk for $\bar{U}_i^j(1)$ er at omskrive det første led i forventningen i (3.23). Det første led er givet ved:

$$\begin{aligned} E_i \left[\int_t^{T_{\lambda \kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{i=2\}}) ds \right] \\ = (C - \delta 1_{\{i=2\}}) \int_t^\infty \left[\int_t^x e^{-r(s-t)} ds \right] (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(x-t)} dx \end{aligned} \quad (3.24)$$

her er $(C - \delta 1_{\{i=2\}})$ sat udenfor integralet. Forventningen til $\int_t^{T_{\lambda \kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} ds$ er bestemt ved at tage integralet fra t til ∞ henover funktionen $(\int_t^x e^{-r(s-t)} ds)$ multipliceret med tætheden for $T_{\kappa \lambda DM}^j$. Tætheden er bestemt ved, at $T_{\kappa \lambda DM}^j$ er eksponentielfordelt henover $x - t$ med parameter $\lambda + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D$. I bilag A.4

udregnes integralerne i (3.24), og heraf er det klart, at udtrykket kan skrives som:

$$\begin{aligned}
 E_i & \left[\int_t^{T_{\lambda\kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{i=2\}}) ds \right] \\
 &= (C - \delta 1_{\{i=2\}}) \int_t^\infty \left[\int_t^x e^{-r(s-t)} ds \right] (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(x-t)} dx \\
 &= (C - \delta 1_{\{i=2\}}) \cdot \frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} = \frac{C - \delta 1_{\{i=2\}}}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Dermed er første led i $\bar{U}_i^j(1)$ blevet omskrevet. Til at omskrive andet led i $\bar{U}_i^j(1)$ anvendes $\pi_1 = 1 - \pi$ samt $\pi_2 = \pi^4$. Andet led i (3.23) er givet ved:

$$\begin{aligned}
 & E_i \left[1_{\{T_{\lambda\kappa}^j < T_{MD}^j\}} 1_{\{T_\lambda < T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\lambda - t)} \bar{U}_{k(T_\lambda)}^j(1) \right] \\
 &= \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty 1_{\{T_{\lambda\kappa}^j < T_{MD}^j\}} 1_{\{T_\lambda < T_\kappa^j\}} e^{-rT_\lambda} \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] \\
 & \quad \times \lambda e^{-\lambda T_\lambda} \cdot \kappa^j e^{-\kappa^j T_\kappa^j} \cdot (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T) T_{MD}} dT_\lambda dT_\kappa^j dT_{MD}
 \end{aligned} \tag{3.26}$$

De 4 mulige hændelser, der tidligere blev præsenteret, grupperes nu i 3 mulige hændelser; 1) præferencechok, 2) møde med dealer og 3) fallit samt udløb. I (3.26) fjernes forventningen og i stedet tages integralet henover tæthederne for de 3 hændelser. Tæthederne følger alle en eksponentielfordeling, hvor intensiteterne svarer til, hvad der tidligere er præsenteret i opgaven. Grænserne i integralet går fra 0 (i stedet for t) til ∞ , hvorfor diskonteringen bliver e^{-rT_λ} . Desuden er der foretaget en omskrivning af $\bar{U}_k^j(1)$, hvor der oplagt gælder: $\left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] = (1 - \pi) \bar{U}_1^j(1) + \pi \bar{U}_2^j(1) = E \left[\bar{U}_k^j(1) \right]$. Grænserne for integralerne omskrives, da det er oplagt, at intervallet, hvormed en hændelse kan ske, er mindre end fra 0 til ∞ , hvis $1_{\{T_{\lambda\kappa}^j < T_{MD}^j\}} 1_{\{T_\lambda < T_\kappa^j\}} = 1$. Figur 3.4 viser, som tidligere nævnt, en tidslinje, der opfylder, at T_λ sker først. Af denne tidslinje er det klart, at T_{MD} forekommer i intervallet 0 til ∞ , T_λ forekommer i et interval fra 0 til T_{MD} og T_κ^j forekommer på et interval fra T_λ til ∞ . Dermed kan (3.26) omskrives til

$$\begin{aligned}
 & \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] \int_0^\infty \int_0^{T_{MD}} \int_{T_\lambda}^\infty e^{-rT_\lambda} \times \kappa^j e^{-\kappa^j T_\kappa^j} \cdot \lambda e^{-\lambda T_\lambda} \cdot (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T) T_{MD}} dT_\kappa^j dT_\lambda dT_{MD} \\
 &= \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] \int_0^\infty (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T) T_{MD}} \times \int_0^{T_{MD}} e^{-rT_\lambda} \cdot \lambda e^{-\lambda T_\lambda} \int_{T_\lambda}^\infty \kappa^j e^{-\kappa^j T_\kappa^j} dT_\kappa^j dT_\lambda dT_{MD}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

⁴ π_k for $k = 1, 2$ blev i figur 3.2 defineret som hhv. sandsynligheden for at blive høj type efter præferencechok og sandsynligheden for lav type efter præferencechok.

Ved at beregne integralerne i (3.27) (som er gjort i bilag A.5) kan (3.26) vises at være bestemt ved

$$E_i \left[1_{\{T_{\lambda\kappa}^j < T_{MD}^j\}} 1_{\{T_\lambda < T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\lambda - t)} \bar{U}_{k(T_\lambda)}^j(1) \right] = \frac{\lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \quad (3.28)$$

Begge led i $\bar{U}_i^j(1)$ er nu omskrevet. Derfor kan omskrivningen af første led, (3.25), og omskrivningen af andet led, (3.28), indsættes i (3.23), der var det oprindelige udtryk for $\bar{U}_i^j(1)$:

$$\bar{U}_i^j(1) = \frac{C - \delta 1_{\{i=2\}} + \lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \quad (3.29)$$

Der ønskes et udtryk for (3.29), hvor sum-leddet ikke indgår. Dette opnås ved at multiplicere begge sider i (3.29) med π_i , addere over i , isolere $\left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]$ og indsætte udtrykket for dette i (3.29). Mellemregningerne for dette er vist i bilag A.6. Udtryk (3.29) kan dermed skrives som:

$$\bar{U}_i^j(1) = \frac{C - \delta 1_{\{i=2\}} + \lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} = \frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta 1_{\{i=2\}} + \frac{(C - \delta \pi_2) \lambda}{r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D} \right] \quad (3.30)$$

Hermed er $\bar{U}_i^j(a)$ omskrevet til et simpelt udtryk, hvor $\bar{U}_i^j(0) = 0$ og $\bar{U}_i^j(1)$ er givet ved (3.30). $\bar{U}_i^j(1)$ blev tidligere forklaret som betalingsstrømmen fra at eje obligationen. Ved (3.30) er dette nedbrudt i to dele. Den første del angiver de forventede tilbagediskonterede kuponbetalinger minus eventuelt ubehag ved at eje obligationen (δ). Denne betalingsstrøm vil fortsætte, indtil 1 af de 4 hændelser forekommer. Anden del angiver at i tilfælde af, at præferencechok sker først, vil der yderligere tillægges kuponbetalinger minus omkostninger ved obligationen (der er multipliceret med sandsynligheden for at blive lav type), indtil en af de 3 andre hændelser forekommer. I tilfælde af at møde med dealer, fallit eller udløb sker først, lægges der ikke yderligere værdi til, da $\bar{U}_i^j(1)$ kun afspejler værdien, indtil en af disse tre hændelser finder sted.

Omskrivning af $E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \right]$

I bilag A.7 vises omskrivningen af $E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \right]$, og resultatet bliver:

$$E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\kappa^j - t)} p^j(T_\kappa^j) \right] = \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)s} p^j(t + s) ds \quad (3.31)$$

Dermed er begge led i (3.22) omskrevet. (3.31) og (3.30) indsættes i (3.22), og problemet for en investor, der til tidspunkt t møder en dealer, kan reduceres til

$$\begin{aligned} & \max_{a' \in \{0,1\}} \left[\bar{U}_i^j(a') - \left\{ p^j(t) - E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right] - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \right\} a' \right] \\ &= \max_{a' \in \{0,1\}} \left[\bar{U}_i^j(a') - q^j(t) a' \right] \end{aligned} \quad (3.32)$$

hvor

$$\bar{U}_i^j(a') = \frac{a'}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta 1_{\{i=2\}} + \frac{(C - \delta \pi_2) \lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right] \quad (3.33)$$

$$q^j(t) = p^j(t) - \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(t+s) ds - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \quad (3.34)$$

Herved er investorens problem blevet reduceret. $q^j(t)$ afspejler samtlige led fra tuborg-parenteserne i udtryk (3.22), hvor $p^j(t)$, og den forventede værdi fra udløb eller fallit, er uændret. Integralet i det andet led i $q^j(t)$ afspejler forventningen af nutidsværdien til prisen til tidspunkt $t+s$, og dette er multipliceret med intensiteten, hvormed dealer og investor møder hinanden. Kort sagt angiver $q^j(t)$ 'prisen' for obligationen fratrukket den værdi investoren kan forvente at få fra obligationen - enten ved senere at sælge denne videre eller ved udløb/fallit. Alle størrelser i $q^j(t)$ kommer kun i spil, hvis $a' = 1$. (3.32) vil i afsnit 3.5 blive anvendt til at bestemme investorens valg af a' samt bestemme fee 'ens størrelse.

Dette afsnit har endvidere til formål at bestemme et udtryk for prisen $p^j(t)$, hvilket vil blive gennemgået i det følgende.

Udledning af $p^j(t)$

For at opnå et udtryk for $p^j(t)$ bestemmes forholdet mellem $q^j(t)$ og $p^j(t)$ på baggrund af (3.34):

$$\begin{aligned} p^j(t) - q^j(t) &= \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(t+s) ds + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \\ &= \kappa^j e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} \int_t^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(s) ds + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \end{aligned} \quad (3.35)$$

hvor lighedstegnet gælder, fordi den nedre grænse på integralet ændres. Udtrykket i (3.35) er en smart omskrivning, da det muliggør at definere $f(t) := p^j(t) - q^j(t)$ som en kontinuert funktion. Grundet kontinuitet kan $f(t)$ differentieres ift. t . I bilag A.8 vises mellemreningerne for, hvordan $f(t)$ differentieres ift. t , og det er deraf givet, at

$$\begin{aligned} \dot{f}(t) &= (r + \lambda_T + \lambda_D) \cdot f(t) - (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F - \kappa^j q^j(t) \\ \Leftrightarrow \kappa^j q^j(t) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F &= (r + \lambda_T + \lambda_D)f(t) - \dot{f}(t) \end{aligned} \quad (3.36)$$

Hvis (3.36) integreres fra t til ∞ samtidig med, at der multipliceres med $e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)}$ vil man opnå:

$$\int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [\kappa^j q^j(t) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] ds = \int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [(r + \lambda_T + \lambda_D)f(s) - \dot{f}(s)] ds \quad (3.37)$$

Bilag A.9 viser, hvordan (3.37) kan omskrives og derved give et udtryk for $p^j(t)$ ved:

$$p^j(t) = q^j(t) + \int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [\kappa^j q^j(t) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] ds \quad (3.38)$$

$p^j(t)$ er udtrykt som funktion af $q^j(t)$. $q^j(t)$ er givet ved udtryk (3.34) og afspejler 'prisen', der angiver prisen minus den forventede diskonterede værdi af fremtidige udfald (sælge obligation eller udløb/fallit). Værdien i integralet i (3.38) afspejler værdien af de fremtidige udfald og skal derved lægges til.

Udtrykket for interdealeren-prisen er hermed udledt og vil blive anvendt senere til udledning af *bid*- og *ask*-priser efter et likviditetschok. Derudover vil $\max_{a' \in \{0,1\}} [\bar{U}_i^j(a') - q^j(t)a']$ blive anvendt til at udlede *bid*- og *ask*-priser i *steady state*.

Før selve udledningen af *bid*- og *ask*-priser i *steady state* foretages, vil mængden af obligationer, der holdes af investorer med præferencetype i og søgeintensitet ρ^j blive bestemt. Denne mængde vil blive betegnet aktivbeholdningen. Endvidere vil markedsligevægten blive opstillet. Disse delresultater vil blive anvendt til at udlede de generelle udtryk for *bid*- og *ask*-priserne.

3.4 Markedsligevægten og aktivbeholdningen

I dette afsnit vil aktivbeholdningen for gruppen af investorer med præferencetype i , søgeintensitet ρ^j samt aktivbeholdning a blive udledt. Resultatet fra dette afsnit vil senere blive anvendt til at udlede et udtryk for det obligationsudbud A , der sikrer, at der altid eksisterer både en købs- og salgspris for alle kombinationer af i og ρ^j .

Undervejs i dette afsnit vil der ligeledes blive opstillet et mål for andelen af investorer, der tilhører i, j -gruppen. Denne gruppe referer således til mængden af investorer med præferencetype i og søgeintensitet ρ^j til tidspunkt t . Ydermere vil markedsligevægtsbetingelsen blive opstillet. Denne angiver, at markedsudbuddet skal være lig markedsefterspørgslen til ethvert tidspunkt t . Disse to udtryk anvendes direkte i udledningen af *bid*- og *ask*-priserne i *steady state*, der foregår i afsnit 3.5.

Markedsligevægten

$A_j(t)$ anvendes til at betegne den totale mængde af aktiver, der holdes af investorer med søgeintensitet ρ^j til tidspunkt t . Dermed vil summen af aktiver i markedet til tid t være givet ved $A(t) = \sum_{j=1}^N A_j(t)$.

Bemærk, at $A(t) = A$ er konstant for alle t , grundet antagelsen om, at den samlede mængde obligationer, der er udstedt i markedet ikke ændrer sig over tid. Dog kan præference- og likviditetschok ændre på, hvilke investor-grupper der holder obligationerne henover tid, hvorfor $A_j(t)$ nødvendigvis afhænger af, hvilket tidspunkt der betragtes.

En antagelse for søgemodellen er, at alle investorer med søgeintensitet ρ^j har samme sandsynlighed for at møde en dealer - uanset deres aktivbeholdning. Det vil sige, at selv en investor, der har præference for at holde obligationen, og som ejer denne, vil lede efter en dealer.⁵ Mængden af aktiver, der udbydes i markedet af investorer med søgeintensitet ρ^j , vil konstant være $\rho^j A_j(t)$. Årsagen hertil er, at henover en kort tidsperiode på dt , vil antallet af investorer, der ejer obligationer, og som møder en dealer, være lig $\rho^j A_j(t)dt$. Af de obligationer som disse investorer ejer, vil en andel på $(\lambda_T + \lambda_D)$ gå fallit, hvorfor $1 - (\lambda_T + \lambda_D)dt$ vil blive udbudt i markedet. Dermed gælder

$$\begin{aligned} \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\rho^j A_j(t)dt[1 - (\lambda_T + \lambda_D)dt]}{dt} &= \lim_{dt \rightarrow 0} \frac{\rho^j A_j(t)d\mathcal{A} - \rho^j A_j(t)dt(\lambda_T + \lambda_D)d\mathcal{A}}{d\mathcal{A}} \\ &= \lim_{dt \rightarrow 0} \underbrace{\rho^j A_j(t) - \rho^j A_j(t)(\lambda_T + \lambda_D)dt}_{\rightarrow 0} = \rho^j A_j(t) \end{aligned}$$

hvor grænsetilfældet ifølge store tals lov gælder, da der er et kontinuum af investorer i modellen.

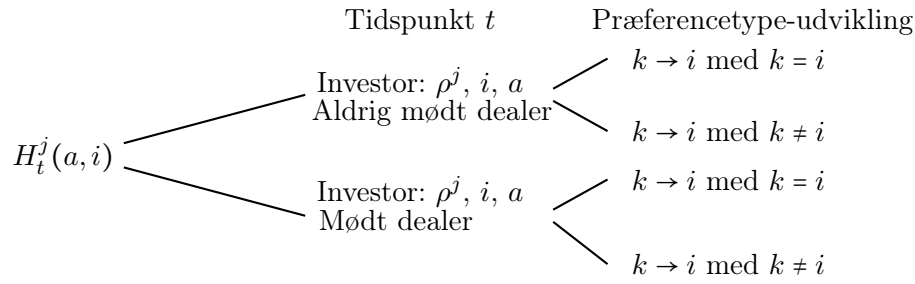
Den samlede mængde af obligationer, der udbydes fra samtlige investorer er som tidligere angivet $\sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t)$. Udover at udbuddet af obligationer, der sælges i markedet, påvirkes af, at investorer møder dealere, så sker der også en konstant nyudstedelse af obligationer i markedet givet ved $(\lambda_T + \lambda_D)A(t)$. Heraf følger, at den samlede mængde obligationer der konstant udbydes i markedet til tid t er givet ved $(\lambda_T + \lambda_D)A(t) + \sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t)$. Bemærk, at der er forskel på obligationsudbuddet givet ved $A(t)$ og ovenstående udtryk, eftersom ovenstående udtryk kun angiver alle de obligationer, der udbydes til **salg** i markedet til et bestemt tidspunkt t .

For at bestemme markedsligevægtsbetingelsen til t skal der endvidere opstilles et udtryk for obligations efterspørgslen. Dette gøres ved at opstille et mål, der definerer mængden af investorer i hver i, j -gruppe. Herudfra kan ligevægtsefterspørgslen bestemmes. $n_i^j(t)$ angiver et mål for mængden af investorer til tidspunkt t , der tilhører i, j -gruppen. Eftersom præferencechok er Poissonfordelt og sker med intensitet λ , da må $n_i^j(t)$ være givet ved

$$n_i^j(t) = \underbrace{e^{-\lambda t}}_{\text{ssh. for intet chok}} \cdot \underbrace{n_i^j(0) + (1 - e^{-\lambda t}) \frac{1}{N} \cdot \pi_i}_{\text{ssh. for chok}} \quad (3.39)$$

hvor det første led angiver mængden af investorer, der til start ($t = 0$) tilhører gruppe i, j multipliceret med sandsynligheden for, at et likviditetschok først forekommer efter tidspunkt t . Andet led angiver sandsyn-

⁵Se forklaringen af figur 3.3 for, hvorfor denne antagelse holder.


 Figur 3.5: Typer af investorer, der indgår i $H_t^j(a, i)$

ligheden for, at der er sket et eller flere chok multipliceret med andelen af investorer, der har søgeintensitet ρ^j - og dermed er kandidat til at komme i i, j -gruppen - samt π_i , der angiver sandsynligheden for at blive af type i efter et chok. I (3.39) er det anvendt, at ventetiden for en Poissonfordelt variabel er eksponentielfordelt.⁶

Den øjeblikkelige mængde af investorer i i, j -gruppen, der møder en dealer er givet ved $\rho^j n_i^j(t)$. Det antages dermed, at den totale efterspørgsel henover i, j er bestemt ved $\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^2 \rho^j n_i^j(t) \bar{a}_i^j(t)$. $\bar{a}_i^j(t)$ er identisk med $a_i^j(t)$ på nær i den situation, hvor investorerne i i, j -gruppen er indifferente mellem at købe og sælge. Investorerne er indifferente, når de får samme nytte ved ikke at holde og holde obligationen. Dette sker, når udtryk (3.32) har samme værdi for $a' = 0$ og $a' = 1$, og dermed vil der gælde, at $\bar{U}_i^j(1) - q^j = \bar{U}_i^j(0) = 0$. $\bar{a}_i^j(t)$ vælges for samtlige investor-grupper, således at markedsligevægten er opfyldt

$$(\lambda_T + \lambda_D)A + \sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^2 \rho^j n_i^j(t) \bar{a}_i^j(t) \quad (3.40)$$

Hermed er markedsligevægtsbetingelsen opstillet, og fokus rettes nu mod at bestemme mængden af investorer fra i, j -gruppen, der holder a obligationer. Lad $H_t^j(a, i)$ betegne dette mål til tidspunkt t . $H_t^j(a, i)$ vil senere blive anvendt til at bestemme det obligationsudbud, A , der sikrer, at der eksisterer både en købs- og salgspris for alle kombinationer af i og j .

$H_t^j(a, i)$, mål for andel af investorer i i, j -gruppen med beholdning på a

Mængden af investorer, der har a og tilhører i, j -gruppen til tidspunkt t , består af to forskellige grupper. Figur 3.5 giver et overblik over de to typer:

- 1) Den øverste gren fører til investorerne, der til tidspunkt t har søgeintensitet ρ^j , præferencetype i , obligationsbeholdning a og som **aldrig har mødt en dealer**, og dermed altid har haft a . Denne

⁶Se bilag A.10 for en matematisk forklaring.

gruppe kan deles i to undergrupper, hvor den øverste er dem, der har været af type i hele tiden og de nederste er dem, der starter som type k og bliver type i undervejs som resultat af et præferencechok.

- 2) Den nederste gren i figuren angiver de investorer, der til tidspunkt t har søgeintensitet ρ^j , præferencetype i , obligationsbeholdning a og som **har mødt en dealer undervejs**. Dermed er a et resultat af en forhandling mellem investor og dealer. Disse investorer kan ligeledes deles i to undergrupper.

Der vil i det følgende blive opstillet udtryk for disse to grupper af investorer.

Mål for investorer i i, j -gruppen med a , der aldrig har mødt en dealer

Først bestemmes et udtryk for de investorer, der aldrig har mødt en dealer. Lad $n_{ki}^{0,j}(a, t)$ betegne andelen af investorer, der har a obligationer og som tilhører i, j -gruppen til t , men som startede med at tilhøre k, j -gruppen, og som til tidspunkt t aldrig har mødt en dealer.

Andelen af investorer, der har a , startede som type k og som aldrig har mødt en dealer, er givet ved

$$a = 1 \Rightarrow e^{-(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D)t} H_0^j(1, k) \quad (3.41)$$

$$a = 0 \Rightarrow (1 - e^{-(\lambda_T + \lambda_D)t}) e^{-\rho^j t} H_0^j(1, k) + e^{-\rho^j t} H_0^j(0, k) \quad (3.42)$$

(3.41) angiver mængden af investorer, der til tidspunkt 0 har $a = 1$ og er af type k multipliceret med sandsynligheden for, at ingen af de tre hændelser (møde med dealer, udløb eller fallit) er forekommet til t . Udtryk (3.41) og (3.42) adskiller sig notationsmæssigt fra de tilsvarende udtryk fra Feldhütter (2011). Se bilag A.11 for en detaljeret beskrivelse af denne notationfejl samt de andre fejl, der er fundet i Feldhütter (2011). (3.42) angiver mængden af investorer, der har $a = 0$ til t . De to led i udtrykket kommer af, at $a = 0$ kan ske på to måder:

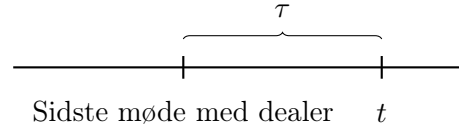
- 1) Investoren havde $a = 1$ til tid 0, og denne obligation er udløbet eller gået fallit ($(1 - e^{-(\lambda_T + \lambda_D)t}) e^{-\rho^j t} H_0^j(1, k)$)
- 2) Investoren havde $a = 0$ ved tid 0, og har ikke mødt en dealer endnu ($e^{-\rho^j t} H_0^j(0, k)$)

Med (3.41) og (3.42) haves mål for andelen af investorer, der startede som type k , og som ikke har mødt en dealer. For at kende et mål for mængden af investorer, der tilhører i, j -gruppen og som har a obligationer, må man bestemme andelen af investorer, der undervejs har ændret type fra k til i , hvilket er givet ved $(1 - e^{-\lambda t}) \pi_i + e^{-\lambda t} 1_{\{k=i\}}$, hvor første led er sandsynligheden for, at et præferencechok er forekommet multipliceret med sandsynligheden for at blive type i efter dette chok. Andet led angiver sandsynligheden for, at et chok ikke er forekommet multipliceret med de investorer, der i forvejen var af type i .

Hermed er de nødvendige størrelser for at opstille $n_{ki}^{0,j}(a, t)$ bestemt

$$n_{ki}^{0,j}(1, t) = [(1 - e^{-\lambda t}) \pi_i + e^{-\lambda t} 1_{\{k=i\}}] e^{-(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D)t} H_0^j(1, k) \quad (3.43)$$

$$n_{ki}^{0,j}(0, t) = [(1 - e^{-\lambda t}) \pi_i + e^{-\lambda t} 1_{\{k=i\}}] (1 - e^{-(\lambda_T + \lambda_D)t}) e^{-\rho^j t} H_0^j(1, k) + e^{-\rho^j t} H_0^j(0, k) \quad (3.44)$$



Figur 3.6: Tidslinje for møde med dealer

hvor (3.43) angiver sandsynligheden for at skifte til eller i forvejen at være af type i multipliceret med mængden af investorer, der har $a = 1$ til tid 0. (3.44) angiver det samme blot for $a = 0$ til tid t .

Mål for investorer i i, j -gruppen med a , der har mødt en dealer

Med (3.43) og (3.44) er den første del af $H_t^j(a, i)$ fra figur 3.5 blevet bestemt, og fokus kan nu rettes mod den anden del, som udgøres af alle de investorer i i, j -gruppen, der har mødt en dealer i perioden 0 til t . Til at bestemme dette defineres $n_{ki}^j(a_t, a_{t-\tau}, \tau, t)$, som er tid- t -massen af investorer, der sidst mødte en dealer til tidspunkt $t - \tau$. Med andre ord har disse investorer ikke mødt en dealer i perioden fra $t - \tau$ til t . $n_{ki}^j(a_t, a_{t-\tau}, \tau, t)$ er et mål for andelen af investorer, der til tid t har søgeintensitet ρ^j , præferencetype i og obligationsbeholdning a_t , men som til $t - \tau$ har præferencetype k og obligationsbeholdning $a_{t-\tau}$. Når tid- t -massen for investorer, der sidst mødte en dealer ved $t - \tau$, er bestemt, anvendes denne masse til at bestemme et mål for andelen af investorer, der sidst mødte en dealer til samtlige tidspunkter fra 0 til t .

Betragt tidslinjen i figur 3.6. Heraf ses, at tiden, der er gået siden sidste møde med dealer, er givet ved τ . Ventetiden mellem møde med dealer er eksponentialfordelt med fordelingsparameter $\frac{1}{\rho^j}$. Dermed må massen af investorer, der sidst mødte en dealer til tidspunkt $t - \tau$ være givet ved $\rho^j e^{-\rho^j \tau}$. Hvis investoren ejer obligationen til tidspunkt $t - \tau$, da vil han fortsat holde den til t , hvis hverken fallit eller udløb er forekommet. Sandsynligheden, for at en obligation ikke udløber eller går fallit i perioden fra $t - \tau$ til t , er givet ved $e^{-(\lambda_T + \lambda_D)\tau}$, eftersom dette er sandsynligheden for, at der endnu ikke har været et spring i nogle af Poissonfordelingerne henover perioden τ . Hermed kan $n_{ki}^j(a_t, a_{t-\tau}, \tau, t)$ masserne opstilles

$$n_{ki}^j(1, 1, \tau, t) = \underbrace{\rho^j e^{-\rho^j \tau}}_{\% \text{ dealer}} \times \underbrace{e^{-\tau(\lambda_T + \lambda_D)}}_{\% \text{ fallit eller default}} \cdot \underbrace{\left[(1 - e^{-\lambda \tau}) \pi_i + e^{-\lambda \tau} 1_{\{k=i\}} \right]}_{\text{type-ssh.}} \underbrace{n_k^j(t - \tau) \bar{a}_k^j(t - \tau)}_{\text{startmængden}} \quad (3.45)$$

$$n_{ki}^j(0, 1, \tau, t) = \rho^j e^{-\rho^j \tau} (1 - e^{-(\lambda_T + \lambda_D)\tau}) \left[(1 - e^{-\lambda \tau}) \pi_i + e^{-\lambda \tau} 1_{\{k=i\}} \right] n_k^j(t - \tau) \bar{a}_k^j(t - \tau) \quad (3.46)$$

$$n_{ki}^j(a, 0, \tau, t) = 1_{\{a=0\}} \rho^j e^{-\rho^j \tau} \left[(1 - e^{-\lambda \tau}) \pi_i + e^{-\lambda \tau} 1_{\{k=i\}} \right] n_k^j(t - \tau) [1 - \bar{a}_k^j(t - \tau)] \quad (3.47)$$

(3.45) angiver massen af investorer i i, j -gruppen til tidspunkt t med $a_{t-\tau} = 1$ og $a_t = 1$, dvs. obligationsmængden er uændret henover intervallet. Denne masse er givet ved produktet af 1) massen af investorer, der ikke har mødt en dealer, 2) sandsynligheden for at fallit eller udløb ikke er forekommet, 3) sandsyn-

ligheden for typeskift fra præferencetype k til i , 4) andelen af investorer der ved $t - \tau$ tilhører type k og 5) den beholdning af obligationer som disse investorer har til $t - \tau$.

(3.46) angiver massen for samme type investorer, men hvor investorerne starter med at have $a_{t-\tau} = 1$ og ender med $a_t = 0$. Dette kan lade sig gøre, hvis obligationen er gået fallit eller udløbet. Massen af investorer, der endnu ikke har mødt en dealer, er fortsat en del af udtrykket, eftersom $n_{ki}^j(a_t, a_{t-\tau}, \tau, t)$ opstilles under antagelse om, at investor ikke har mødt dealer siden $t - \tau$. Herudover er udtrykket identisk med (3.45).

Udtryk (3.47) angiver, at hvis en investor har $a_{t-\tau} = 0$, da må $a_t = 0$. Dette skyldes, at tid- t -masserne angiver et mål for investorer, der sidst mødte en dealer til $t - \tau$. Hvis en investor havde $a_{t-\tau} = 0$ og ikke møder en dealer siden dette tidspunkt, da er det umuligt at få $a_t = 1$. I udtrykket indgår ligeledes ingen sandsynlighed for fallit/udløb, da disse hændelser ikke er relevante. Desuden ses, at den sidste faktor er $1 - \bar{a}_k^j(t - \tau)$, fordi her ser man på den andel af investorerne, der ikke har obligationen til $t - \tau$, og det må oplagt være komplementærmængden af $\bar{a}_k^j(t - \tau)$.

Hermed er udtrykkene for begge typer, der indgår i figur 3.5 for $H_t^j(a, i)$ opstillet, og et samlet udtryk kan bestemmes:

$$H_t^j(a, i) = \sum_{k=1}^2 \left[\underbrace{n_{ki}^{0,j}(a, t)}_{\text{ikke mødt dealer}} + \int_0^t \underbrace{n_{ki}^j(a, 1, \tau, t) + n_{ki}^j(a, 0, \tau, t)}_{\text{mødt dealer}} d\tau \right] \quad (3.48)$$

Første led i (3.48) angiver alle de investorer med a , der tilhører i, j -gruppen til t , og som endnu ikke har mødt en dealer. Første led i integralet angiver tid t -målet for investorer, der tilhører i, j -gruppen (men som ved sidste møde med dealer tilhørte k, j -gruppen), og som sidste gang de mødte en dealer, valgte en beholdning på $a_{t-\tau} = 1$, og som ved t har beholdning på a . Andet led i integralet angiver ligeledes tid t -målet for investorer, der tilhører i, j -gruppen (men som sidste gang de mødte dealer tilhørte k, j -gruppen), men hvor det sidste møde med en dealer har resulteret i $a_{t-\tau} = 0$. Bemærk, at det sidste led kun er forskelligt fra 0 i tilfælde med $a = 0$.

Endvidere er det værd at bemærke, at integralet løber over τ for værdier fra 0 til t . Dette betyder, at alle investorer, der har mødt en dealer i intervallet $\underbrace{t - t}_{=0} \rightarrow \underbrace{t - 0}_{=t}$, medregnes.

Hermed er de nødvendige størrelser blevet udledt således, at det i det kommende afsnit er muligt at udlede *bid*- og *ask*-priserne i *steady state*.

3.5 Bid- og ask-priser i steady state

I dette afsnit vil *bid*- og *ask*-priserne i *steady state* blive udledt. Udledningen er langt fra triviel og vil derfor blive gjort i en del steps

- 1) Først udledes q^j i *steady state*, hvor det anvendes, at interdealerprisen, p^j , er ens for alle j .
- 2) q^j indsættes i (3.32) for at bestemme et udtryk for investorernes nytte ved $a_i^j = 1$
- 3) Investorens nytte ved $a_i^j = 1$ og $a_i^j = 0$ sammenlignes, og gruppen af indifferente investorer identificeres
- 4) De indifferente investorers nytte anvendes til at bestemme et udtryk for interdealerprisen i *steady state*
- 5) Ud fra værdifunktionen bestemmes en rangorden, der bestemmer, hvilke investorer, der har størst nytte ved at holde obligationerne.
- 6) Af rangordenen vil sofistikationsniveauet for de marginale investorer⁷ blive bestemt
- 7) *Fee*, *bid*- og *ask*-priserne samt *spreadet* bestemmes

I det følgende vil tidsafhængigheden være udeladt, eftersom alle størrelser, der betragtes, er i *steady state*. Af (3.39), der angiver et mål for $n_i^j(t)$, er det givet, at

$$\lim_{t \rightarrow \infty} n_i^j(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \underbrace{e^{-\lambda t}}_{=0} n_i^j(0) + (1 - \underbrace{e^{-\lambda t}}_{=0}) \frac{\pi_i}{N} = \frac{\pi_i}{N} \quad (3.49)$$

Med (3.49) er mængden af investorer med søgeintensitet ρ^j og præferencetype i i *steady state* bestemt. Interdealerprisen, p^j , er konstant og ens for alle j i *steady state*, hvilket udnyttes til at bestemme q^j . Dette gøres ved at sætte $p^j(t) = p_{ss}$ i udtryk (3.34) for q^j , beregne integralet og sætte på fælles brøkstreg. Se bilag A.12 for mellemregninger.

$$\begin{aligned} q^j &= \underbrace{p^j(t)}_{=p_{ss}} - \kappa^j \int_0^\infty \underbrace{e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s}}_{\text{konstant i ss}} \underbrace{p^j(t+s)}_{\text{konstant i ss}} ds - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\ &= \left(\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) p_{ss} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \end{aligned} \quad (3.50)$$

⁷Marginale investorer er det samme som indifferente investorer

Et udtryk for q^j i *steady state* er således bestemt. Udtrykket for q^j indsættes i $\bar{U}_i^j(a') - q^j a'$ givet ved (3.32) med henblik på at bestemme investorernes præferencer. Ved at anvende (3.32) fås

$$\begin{aligned} \bar{U}_i^j(1) - q^j &= \frac{1}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta 1_{\{i=2\}} + \frac{(C - \delta \pi_2)\lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right] - \left(\frac{(r + \lambda_D + \lambda_T)}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} p_{ss} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) \\ &\stackrel{1)}{=} \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} - \left(\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) p_{ss} - \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[1_{\{i=2\}} + \frac{\pi_2 \lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right] \end{aligned} \quad (3.51)$$

I 1) er alle led med C sammenskrevet. Se bilag A.12 punkt 2 for mellemregninger.

Fra $\max_{a' \in \{0,1\}} [\bar{U}_i^j(a') - q^j(t)a']$ (3.32) er det klart (grundet $\bar{U}_i^j(0) = 0$), at hvis $\bar{U}_i^j(1) - q^j < 0$, da vil $a_i^j(t) = 0$.

Med andre ord vil i, j -gruppen af investorer, for hvilke der gælder $\bar{U}_i^j(1) - q^j < 0$, have præference for **ikke** at eje obligationen, og de ønsker derfor at sælge, hvis de ejer denne. Omvendt hvis $\bar{U}_i^j(1) - q^j > 0$, da vil $a_i^j(t) = 1$. De investorer, der hører til denne gruppe, vil have præference for at eje obligationen⁸ og ønske at købe denne, hvis ikke de ejer den i forvejen.

Markedsligevægtsbetingelsen i (3.40) indeholder $\bar{a}_i^j(t)$. Som tidligere nævnt gælder $\bar{a}_i^j(t) = a_i^j(t)$, hvor $a_i^j(t) \in \{0,1\}$ for alle de investor-grupper, hvor hele gruppen enten har præference for at holde eller ikke at holde. Investorernes præference er bestemt ud fra ovenstående logik om fortegnet på $\bar{U}_i^j(1) - q^j$. Der er én gruppe, hvor $\bar{a}_i^j(t) \neq a_i^j(t)$, hvilket er den indifferente gruppe. For den indifferente gruppe gælder $0 < \bar{a}_i^j(t) < 1$, hvilket afspejler, at nogle investorer i denne i, j -gruppe vil holde obligationen, mens andre ikke vil. Det antages, at der er én investorgruppe, der er indifferent, eftersom det er rimelig usandsynligt, at markedet vil være i et specialtilfælde, hvor gruppestørrelserne lige præcis *clearer* markedet. Den indifferente investor-gruppe vil betegnes med præferencetype m og søgeintensitet κ^n og vil have $0 < \bar{a}_m^n < 1$ og dermed være indifferent mellem at sælge og købe. For denne investorgruppe vil $\bar{U}_m^n(1) - q^j = 0$, hvilket anvendes til at udlede interdealerprisen i *steady state*:

$$\begin{aligned} \bar{U}_m^n(1) - q^n &= 0 = \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T} - \left(\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T} \right) p_{ss} \\ &\quad - \frac{\delta}{r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[1_{\{m=2\}} + \frac{\pi_2 \lambda}{r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\ \Leftrightarrow \left(\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T} \right) p_{ss} &= \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T} - \frac{\delta}{r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[1_{\{m=2\}} + \frac{\pi_2 \lambda}{r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\ \Leftrightarrow p_{ss} &= \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D} - \delta \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda \pi_2}{(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \lambda_T + \lambda_D)} \right] \end{aligned} \quad (3.52)$$

⁸At have præference for at eje obligationen er ækvivalent med, at investorerne ønsker at købe (hvis de handler). De to udtryk vil begge blive anvendt i denne afhandling

(3.52) indsættes i udtrykket for $\bar{U}_i^j(1) - q^j$ givet ved (3.51), og investorens værdifunktion bliver:

$$\begin{aligned}
 \bar{U}_i^j(1) - q^j &= \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
 &\quad - \underbrace{\left(\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) \left(\frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D} - \delta \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \lambda_T + \lambda_D)} \right] \right)}_{=P_{ss}} \\
 &\quad - \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[1_{\{i=2\}} + \frac{\pi_2 \lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\
 &= C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda (1_{\{m=2\}} \kappa^n - 1_{\{i=2\}} \kappa^j) + (1_{\{m=2\}} - 1_{\{i=2\}}) C_2 \right]
 \end{aligned} \tag{3.53}$$

hvor

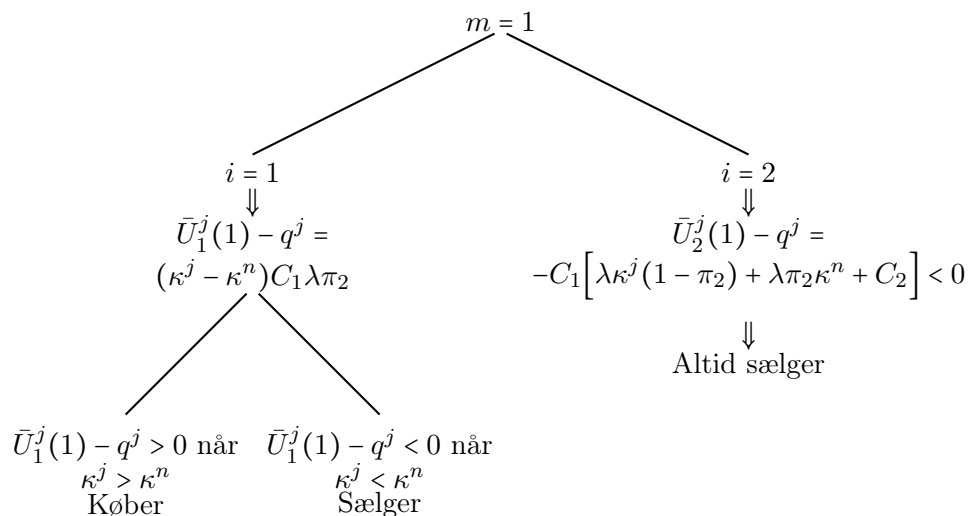
$$\begin{aligned}
 C_1 &= \frac{\delta}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
 C_2 &= \lambda(r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)
 \end{aligned}$$

Se bilag A.12 punkt 3 for en gennemgang af mellemregningerne for at nå frem til (3.53).

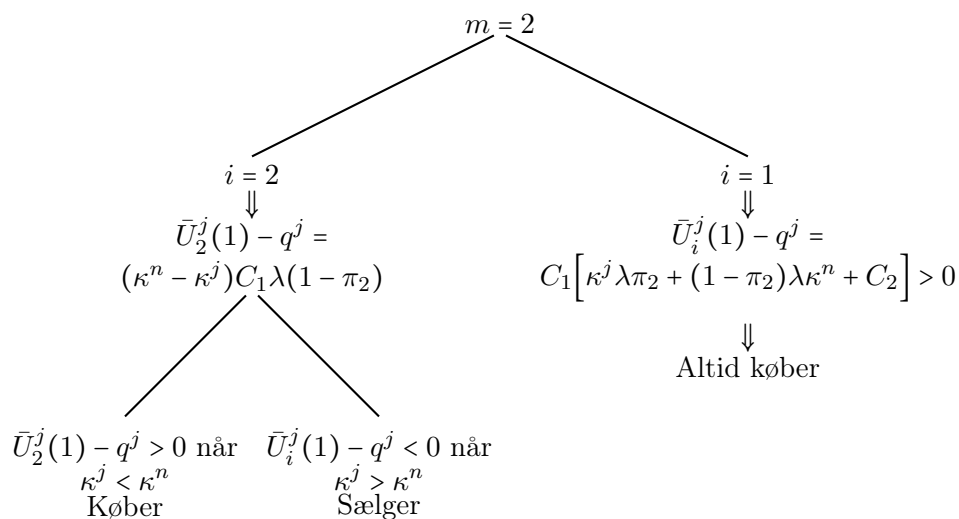
Det er oplagt, at C_1 og C_2 er positive for alle værdier af parametrene.

Figur 3.7 og 3.8 giver et overblik over, hvilke typer der har præference for at købe og sælge ved samtlige kombinationer af m og i . Figur 3.7 afspejler et marked, hvor de marginale investorer er af høj præferencetype ($m = 1$). I markedet kan alle andre investorer være af hhv. høj eller lav type ($i = 1$ eller $i = 2$) angivet ved de to øverste linjer i figuren. Hvis en investor er af høj type, vil værdifunktionen give: $\bar{U}_1^j(1) - q^j = (\kappa^j - \kappa^n)C_1\lambda\pi_2$, hvilket vil blive udledt i dette afsnit lige efter beskrivelsen af figuren. Linjerne herfra opdeler de høje præferencetyper i dem, der vil købe $\bar{U}_1^j(1) - q^j > 0$ og dem, der vil sælge $\bar{U}_1^j(1) - q^j < 0$. Fortegnet på $\bar{U}_1^j(1) - q^j$ afgøres ved, hvorvidt søgeintensiteten for investoren (κ^j) er større eller mindre end søgeintensiteten for de marginale investorer (κ^n). Høje typer kan både have præference for at købe og sælge, hvis de marginale investorer er af høj præferencetype. Af figuren ses det ligeledes, at de lave typer ($i = 2$) altid vil sælge, eftersom $\bar{U}_2^j(1) - q^j = -C_1[\lambda\kappa^j(1-\pi_2) + \lambda\pi_2\kappa^n + C_2] < 0$. Figur 3.8 afspejler det samme blot for et marked, hvor de marginale investorer er af lav præferencetype. Konklusionen for denne figur er, at hvis marginal investor er af lav type, da vil samtlige høje typer have præference for at købe. De lave typer, der ikke udgør de marginale investorer, vil have præference for at sælge, hvis $\kappa^j > \kappa^n$, og omvendt vil de have præference for at købe, hvis $\kappa^j < \kappa^n$. I det følgende vil $\bar{U}_i^j(1) - q^j$, der er angivet i de to figurer, blive udledt.

Først bestemmes $\bar{U}_i^j(1) - q^j$ når $m = 1$, hvilket svarer til situationen i figur 3.7. For $i = 1$ gælder:



Figur 3.7: Køb/salg når marginal investor er høj præferencetype



Figur 3.8: Køb/salg når marginal investor er lav præferencetype

$$U_1^j(1) - q^j = C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda (\cancel{1_{\{m=2\}} \kappa^n} - \cancel{1_{\{i=2\}} \kappa^j}) + (\cancel{1_{\{m=2\}}} - \cancel{1_{\{i=2\}}}) C_2 \right] = C_1 (\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 \quad (3.54)$$

Når $\kappa^j < \kappa^n$ er dette udtryk negativt, og dermed vil investorer af høj type med lavere søgeintensitet end de marginale investorer sælge. Omvendt vil $C_1(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2$ være positivt - og dermed medføre et køb - når $\kappa^j > \kappa^n$. Høje typer med højere søgeintensitet end de marginale investorer vil derfor købe. Dette er netop, hvad den venstre side af figur 3.7 viser.

For $m = 1$ og $i = 2$ gælder:

$$\begin{aligned} \bar{U}_2^j(1) - q^j &= C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda (\cancel{1_{\{m=2\}} \kappa^n} - 1_{\{i=2\}} \kappa^j) + (\cancel{1_{\{m=2\}}} - 1_{\{i=2\}}) C_2 \right] = C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 - \lambda \kappa^j - C_2 \right] \\ &= -C_1 \left[\lambda \kappa^j (1 - \pi_2) + \lambda \pi_2 \kappa^n + C_2 \right] < 0 \end{aligned}$$

Det er klart, at alle størrelser i de firkantede parenteser samt C_1 er positive, og dermed er hele udtrykket negativt uanset værdierne af parametrene. Det betyder altså, at de lave typer altid vil sælge, hvis $m = 1$. Nu betragtes markedet i figur 3.8, hvor $m = 2$, og dermed er de marginale investorer af lav præferencetype. Først udledes $\bar{U}_i^j(1) - q^j$ for $i = 2$.

$$\begin{aligned} \bar{U}_2^j(1) - q^j &= C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda (1_{\{m=2\}} \kappa^n - \cancel{1_{\{i=2\}} \kappa^j}) + (\cancel{1_{\{m=2\}}} - \cancel{1_{\{i=2\}}}) C_2 \right] \\ &= C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda \kappa^n - \lambda \kappa^j \right] = (\kappa^n - \kappa^j) C_1 \lambda (1 - \pi_2) \end{aligned}$$

Heraf ses, at hvis $\kappa^n < \kappa^j$, da vil investorerne med den lave præferencetype sælge. Hvis $\kappa^n > \kappa^j$ vil de lave typer omvendt købe. Afslutningsvis betragtes $m = 2$ og $i = 1$. Da vil der gælde

$$\begin{aligned} \bar{U}_1^j(1) - q^j &= C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda (\cancel{1_{\{m=2\}} \kappa^n} - \cancel{1_{\{i=2\}} \kappa^j}) + (\cancel{1_{\{m=2\}}} - \cancel{1_{\{i=2\}}}) C_2 \right] \\ &= C_1 \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda \kappa^n + C_2 \right] = C_1 \left[\kappa^j \lambda \pi_2 + (1 - \pi_2) \lambda \kappa^n + C_2 \right] > 0 \end{aligned}$$

Hvis de marginale investorer er af lav præferencetype, og investoren er af høj type, da vil investoren altid købe.

Hermed er alle størrelser for $\bar{U}_i^j(1) - q^j$, der er angivet i figur 3.7 og 3.8, udledt. På baggrund af figur 3.7 og 3.8 er det muligt at opstille en rangorden, der angiver hvilke investorer, der aftager de udstedte obligationer. Det er endvidere muligt at bestemme, hvilket sofistikationsniveau de marginale investorer må have for at sikre, at der eksisterer både en købs- og salgspris for alle sofistikationsniveauer (j). Først betragtes rangordenen.

Rangordenen

Rangordenen bestemmes efter et princip om, at de investorer, der opnår størst nytte ved at holde obligationerne, vil være dem, der først aftager disse. På baggrund af figur 3.7 er det klart, at rangordenen er

Høje sofistikerede investorer	Køber
Høje usofistikerede investorer	Sælger
Lave usofistikerede investorer	} Sælger
Lave sofistikerede investorer	

På baggrund af figur 3.8 er rangordenen givet ved

Høje sofistikerede investorer	} Køber
Høje usofistikerede investorer	
Lave usofistikerede investorer	Køber
Lave sofistikerede investorer	Sælger

En samlet rangorden for et marked i *steady state* er derfor givet ved

Høje sofistikerede investorer	Køber
Høje usofistikerede investorer	} Køber/Sælger
Lave usofistikerede investorer	
Lave sofistikerede investorer	Sælger

Figur 3.9: Rangorden

Af rangordenen i figur 3.9 kan det ses, at hvis mængden af udstedte obligationer i markedet er høj, da vil der være tilstrækkeligt med obligationer til, at også de lave usofistikerede investorer vil begynde at aftage disse. Er mængden af obligationer derimod lav, vil der kun være de høje usofistikerede typer, der aftager disse. Denne rangorden stemmer overens med den opbygning, der blev præsenteret tilbage i figur 3.3 i afsnit 3.2 (forhandlingsspillet opbygning). Der vil blive refereret til rangordenen senere, når likviditetschokket introduceres, og priserne skal bestemmes for et marked, der ryger ud af *steady state*. Med rangordenen er der skabt et overblik over, hvilke investorer, der vil aftage obligationerne. Rangordenen vil i kombination med figur 3.7 og figur 3.8 blive anvendt til at bestemme sofistikationsniveauet for de marginale investorer.

Sofistikationsniveau for de marginale investorer i *steady state*

For at modellen er i stand til at bestemme en købs- og salgspris for alle investorer på markedet kræves det, at der for ethvert j både er investorer, der har præference for at sælge og købe. Af rangordenen er det givet, at høje sofistikerede investorer altid køber, mens lave sofistikerede altid sælger. Dermed er det sikret, at der for høje j altid eksisterer en købs- og salgspris. Af rangordenen vides det, at de usofistikerede investorer (dem med lavt j) både kan have præference for at købe og sælge. Hermed følger det oplagt, at det må være de usofistikerede investorer, der udgør de marginale investorer. Tilbage er at bestemme præcist hvilket j blandt de lave/usofistikerede, der udgør de marginale investorer.

Det er endnu ikke kendt, hvorvidt $m = 1$ eller $m = 2$ vil gælde i *steady state*, og derfor betragtes både figur 3.7 og figur 3.8, når sofistikationsniveauet af de marginale investorer skal bestemmes.

Betragt først figur 3.7 med $m = 1$. I dette tilfælde vil alle lave typer have præference for at sælge, hvorfor der eksisterer en salgspris for ethvert j . For at der ligeledes eksisterer en købspris for ethvert j , skal alle høje typer købe. Det sker kun, når $\kappa^j > \kappa^n$, hvorfor det er oplagt, at $\kappa^n = \kappa^1$. Dermed er der nogle høje typer med κ^1 , der vil sælge, mens nogle vil købe, hvorfor der ligeledes eksisterer en købspris for ethvert j . Betragtes herefter figur 3.8 er det givet, at alle høje typer altid vil købe. Hvis der skal eksistere både en købs- og salgspris for ethvert j i markedet, må alle lave præferencetyper sælge. Dette sker, hvis $\kappa^j > \kappa^n$. Derfor vil et marked med $m = 2$ ligeledes konkludere, at der for de marginale investorer må gælde $\kappa^n = \kappa^1$.

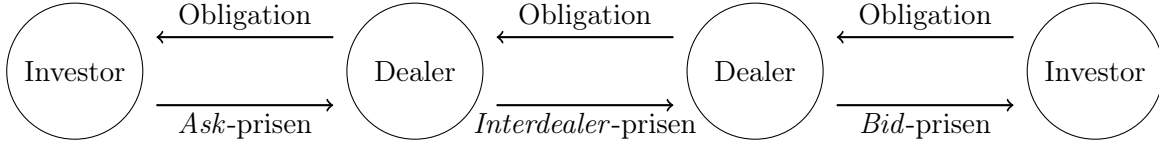
På baggrund af ovenstående analyse er det entydigt, at søgeintensiteten for de marginale investorer er $\kappa^n = \kappa^1$. Med andre ord er de marginale investorer de mest usofistikerede investorer, der eksisterer i markedet. Hermed er $n = 1$ bestemt, og tilbage er kun at bestemme præferencetypen (m) for de marginale investorer. Af Feldhütter (2011) er det antaget, at $m = 1$. $m = 1$ vil ligeledes blive anvendt i denne afhandling, da det viser sig at give en model, der forklarer virkeligheden retvisende. Hvorvidt en anden udgave af modellen kunne være udledt og anvendt ved at antage $m = 2$ vil være op til læseren at undersøge, og er uden for denne afhandlings fokus.

Hermed er de marginale investorer bestemt ved $n = 1$ og $m = 1$, hvorfor de marginale investorer udgøres af de høje usofistikerede investorer. Viden om de marginale investorer vil blive anvendt, når *bid*- og *ask*-priserne i *steady state* skal udledes, hvilket gøres senere i dette afsnit.

Dealerens *fee*

For at bestemme *bid*- og *ask*-priserne er det nødvendigt at kende det *fee*, som investor betaler til dealer. Først bestemmes et generelt udtryk for *fee*'en. $\phi_i^j(a)$ angiver denne og er givet ved (3.10) i afsnit 3.2.

	Dealers priser	Investors priser
<i>Ask</i>	Salgspris	Købspris
<i>Mid</i>		
<i>Bid</i>	Købspris	Salgspris

 Figur 3.10: *Bid-* og *ask*-priser


Figur 3.11: Eksempel på handel

Omskrivningen af værdifunktionen til (3.32) bliver indsat i $\phi_i^j(a)$, og der opnås

$$\phi_i^j(a) = z \left(V_i^j(a_i^j) - V_i^j(a) - p^j[a_i^j - a] \right) = z \left[\bar{U}_i^j(a') - \bar{U}_i^j(a) - q^j(a' - a) \right] \quad (3.55)$$

hvor a' er løsning til (3.32), og a er den initiale obligationsbeholdning. Ved et køb vil $a' = 1$ og $a = 0$, hvilket medfører $\phi_i^j(0) = z[\bar{U}_i^j(1) - q^j]$. Omvendt vil et salg betyde $a' = 0$ og $a = 1$ og dermed $\phi_i^j(1) = z[-\bar{U}_i^j(1) + q^j]$. Dermed kan købs- og salgsprisen fra investorens synspunkt bestemmes ved hhv. $p_{ss} + \phi_i^j(0)$ og $p_{ss} - \phi_i^j(1)$. Betragt figur 3.10 og 3.11 for at få overblik over *bid-* og *ask*-priser ift. købs- og salgspriser for de forskellige agenter. Figur 3.10 viser en tabel med de forskellige priser i *bid-*, *ask-* og *mid*-termer oversat til købs- og salgspriser for hhv. dealere og investorer. Af figuren ses det, at *ask*-prisen er den høje pris, og dermed salgsprisen set fra dealerens synspunkt, hvorfor *ask*-prisen må være investorens købspris. *Bid*-prisen er den lave pris, og er derfor dealerens købspris, hvilket betyder, at det må være investorens salgspris. Figur 3.11 er et eksempel på en handel, der viser, hvilke priser hvilke agenter betaler. Investoren til højre køber obligationen og betaler *ask*-prisen for denne. Dealere lukker herefter positionen i interdealer-markedet til interdealer-prisen. Dealere til venstre køber obligationen fra en investor til *bid*-prisen. Af figur 3.11 ses det, at dealere til venstre tjener *ask-interdealer*, mens dealere til højre tjener *interdealer-bid*.

Med denne uddybende forklaring på *bid-* og *ask*-priser er det oplagt, at købsprisen for investorer er givet ved *ask*-prisen, og da de høje typer primært køber sættes $i = 1$ for $\phi_i^j(0)$. Endvidere er salgsprisen for investorerne givet ved *bid*-prisen, og da det primært er de lave typer, der sælger sættes $i = 2$ for $\phi_i^j(1)$.

Dermed kan *bid*- og *ask*-priserne bestemmes ved

$$\begin{aligned}\text{Ask} &= p_{ss} + \phi_1^j(0) = p_{ss} + z \left[\bar{U}_1^j(1) - q^j \right] \\ \text{Bid} &= p_{ss} - \phi_2^j(1) = p_{ss} - z \left[-\bar{U}_2^j(1) + q^j \right] = p_{ss} + z \left[\bar{U}_2^j(1) - q^j \right]\end{aligned}$$

Hermed er alle nødvendige størrelser bestemt, og *bid*- og *ask*-priserne i *steady state* kan nu udledes. I udledningen vil $\kappa^n = (1 - z)\rho^n$ blive anvendt⁹.

Ask-prisen er

$$\begin{aligned}A_{ss}^j &= p_{ss} + z \left[\bar{U}_1^j(1) - q^j \right] \\ &= \frac{C + \lambda_D(1 - f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D} - \delta \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \lambda_T + \lambda_D)} \right] \\ &\quad + z \left[\frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left\{ \frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} - \frac{1_{\{i=2\}}(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) + \pi_2\lambda}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \right\} \right] \\ &\stackrel{1)}{=} \underbrace{\frac{C + \lambda_D(1 - f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D}}_{\psi} - \delta \left[\frac{\lambda\pi}{(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) \underbrace{(r + \lambda_T + \lambda_D)}_{\Delta}} \right] \\ &\quad + z \left[\frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left\{ \frac{\lambda\pi}{r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} - \frac{\lambda\pi}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \right\} \right] \\ &\stackrel{2)}{=} \psi - \delta \frac{\lambda\pi}{(\Delta + (1 - z)\rho^1 + \lambda)\Delta} + z \left[\frac{\delta\lambda\pi}{(r + (1 - z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1 - z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\delta\lambda\pi}{(r + (1 - z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1 - z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right] \\ &\stackrel{3)}{=} \psi - \delta \frac{\lambda\pi}{(\Delta + (1 - z)\rho^1 + \lambda)\Delta} \\ &\quad + z \left[\frac{\delta\lambda\pi(r + (1 - z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + (1 - z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1 - z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1 - z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\delta\lambda\pi(r + (1 - z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + (1 - z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1 - z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1 - z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right]\end{aligned}$$

⁹ $\kappa^n = (1 - z)\rho^n$ blev defineret i afsnit 3.2 om investorens værdifunktion

$$\begin{aligned}
&= \psi - \delta \frac{\lambda \pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} \\
&+ z \left[\frac{\delta \lambda \pi (r + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) + \delta \lambda \pi (1-z)\rho^j - \delta \lambda \pi (r + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) - \delta \lambda \pi (1-z)\rho^1}{(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right] \\
A_{ss}^j &\stackrel{4)}{=} \psi - \delta \frac{\lambda \pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} + \delta \frac{z \lambda \pi (1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)} \quad (3.56)
\end{aligned}$$

Ved 1) er $m = 1$, $i = 1$ og $\pi_2 = \pi$ indsat. Ved 2) er $\psi = \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D}$, $\kappa^n = \kappa^1 = (1-z)\rho^1$ samt $\kappa^j = (1-z)\rho^j$ indsat og $(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta = (r + \lambda_T + \lambda_D + \kappa^n + \lambda)(r + \lambda_T + \lambda_D)$, som er nævneren i andet led, er omskrevet. Ved 3) sættes indholdet i den firkantede parentes på fælles brøkstreg. Ved 4) omskrives nævneren ved $\Delta = (r + \lambda_T + \lambda_D)$.

Det er vigtigt at bemærke, at (3.56) afviger fra A_{ss}^j , der er angivet i Feldhütter (2011), ved at (3.56) har '+' foran det sidste led, mens Feldhütter (2011) har '-' foran dette led. Denne forskel har oplagt betydning for intuitionen for priserne. Peter Feldhütter har indrømmet denne fortegnssfejl. Fejlen er ligeledes en del af bilag A.11 over uoverensstemmelserne mellem denne afhandling og Feldhütter (2011).

På samme måde kan *bid*-prisen udledes¹⁰

$$B_{ss}^j = p_{ss} - z[-\bar{U}_2^j(1) + q^j] = A_{ss}^j - \frac{\delta z}{\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda} \quad (3.57)$$

Af *ask*- og *bid*-priserne kan *bid/ask-spreadet* nemt udledes. Alle resultaterne er samlet i sætning 1.

Sætning 1. Ask- og bid-priser for investorer med søgeintensitet ρ^j

$$A_{ss}^j = \psi - \delta \frac{\lambda \pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} + \delta \frac{z \lambda \pi (1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)} \quad (3.58)$$

$$B_{ss}^j = A_{ss}^j - \frac{\delta z}{\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda} \quad (3.59)$$

hvor

$$\psi = \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D}, \quad \Delta = r + \lambda_T + \lambda_D$$

Bid/ask-spreadet for investorer med søgeintensitet ρ^j

$$A_{ss}^j - B_{ss}^j = \frac{\delta z}{\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda} \quad (3.60)$$

¹⁰Se bilag A.13 for mellemregninger.

Intuition omkring ask- og bid-priserne

Som det ses af både (3.58) og (3.59) påvirker søgeintensiteten ρ^j priserne i *steady state*. Betragt først *ask*-prisen, hvor ρ^j indgår i det sidste led givet ved

$$\delta \frac{z\lambda\pi(1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)} \quad (3.61)$$

Dette led er aftagende i ρ^j , når følgende betingelse er opfyldt:

$$\Delta^2 + \Delta(\lambda - 2\rho^1(z-1)) < (z-1)(\lambda\rho^1 - \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j)) \quad (3.62)$$

Denne betingelse er opfyldt, når ρ^j er tilstrækkelig stor. Dette indses ved at se, at højresiden i (3.62) kræves positiv, og $(z-1) \leq 0$. Derfor må $(\lambda\rho^1 - \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j)) < 0$ gælde for, at højresiden samlet set er positiv. Parentesen er negativ, hvis $\lambda\rho^1 < \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j)$, hvilket sker for tilstrækkeligt høje værdier af ρ^j . Se bilag A.14 for en gennemgang af, hvordan man kommer frem til (3.62).

Dermed er det klart, at *ask*-prisen er faldende des større ρ^j . Formuleret anderledes betyder dette, at modellen viser, at sofistikerede investorer opnår en lavere (og dermed bedre) købspris, når de møder en dealer ift. de usofistikerede investorer. Dette skyldes, at sofistikerede investorer har en bedre *outside option*, og derfor må dealeren tilbyde en bedre pris.

Udover ρ^j påvirkes priserne ligeledes af δ og π , der afspejler hhv. omkostningsraten ved at holde obligationen for de lave investorer og sandsynligheden for at blive lav investor som resultat af et præferencechok. Det andet led i *ask*-prisen $-\delta \frac{\lambda\pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta}$ angiver, at des større potentiel ubehag en investor oplever ved at holde obligationen, des lavere pris vil han give for at købe denne. Det potentielle ubehag bestemmes ved $\delta \cdot \pi$, der angiver produktet af omkostningsraten som investor vil opleve, hvis han bliver lav type multipliceret med sandsynligheden for, at investor bliver lav type. Uanset investorens sofistikationsniveau vil priserne umiddelbart falde, når det potentielle ubehag stiger - i hvert fald, når man udelukkende betragter det andet led i A_{ss}^j . Dog er der en modificerende effekt i den sidste brøk i udtrykket. Lad ρ^j være fast og indse da, at højere $\delta \cdot \pi$ medfører højere *ask*-priser. Denne modificerende effekt gør sig gældende, fordi den sofistikerede investor med højt ρ^j vil have nemt ved at finde modpart og dermed sælge, hvis han skulle få præference herfor. Dermed kræver de sofistikerede investorer ikke helt samme nedslag i prisen på obligationen ved høje δ og π .

ρ^j påvirker ligeledes *bid*-prisen, da ρ^j indgår både i A_{ss}^j og i *spreadet*. Det blev tidligere vist, at A_{ss}^j er faldende i ρ^j . Samtidig er det klart, at *spreadet* er faldende i ρ^j , men da dette indgår negativt, påvirker

det B_{ss}^j positivt. Samlet set vides dermed

$$\rho^j \uparrow \Rightarrow B_{ss}^j = \begin{cases} A_{ss}^j & \downarrow \\ \frac{\delta z}{\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda} & \uparrow \end{cases}$$

Det er ikke oplagt, hvilken af disse to effekter, der er størst. I bilag A.15 bestemmes $\frac{\partial B_{ss}^j}{\partial \rho^j}$, og det ses, at denne altid er positiv. Hermed kan det konkluderes, at B_{ss}^j er stigende i ρ^j , hvilket betyder, at sofistikerede investorer forhandler sig til højere (og dermed bedre) salgspriser. Ved *ask*-prisen blev det vist, at sofistikerede investorer ligeledes forhandlede sig til bedre (lavere) købspriser. I begge tilfælde skyldes de bedre købs- og salgspriser, at de sofistikerede investorer har større *outside option*, hvilket blandt andet består af, at de kan afbryde forhandlingerne og forholdsvis nemt finde en ny modpart. Jo større søgeintensitet, des større *outside option*.

Ved udelukkende at betragte *bid/ask-spreadet* i (3.60) for priserne i *steady state* ses det oplagt, at dette er faldende i ρ^j . Dette stemmer overens med, at sofistikerede investorer forhandler sig til bedre priser, og dermed er der mindre fortjeneste til dealeren. Yderligere ses det, at *spreadet* mindskes, når tid til udløb på obligationen $\frac{1}{\lambda_T}$ falder. Årsagen hertil er, at hvis obligationen udløber inden for nærmeste fremtid, da vil sælger have et stærkt alternativ i at vente på udløb ift. at sælge. Køberen af en obligation med kort tid til udløb vil være opmærksom på, at han kun vil modtage kuponbetalinger i en kort periode. På den baggrund vil hverken sælger eller køber give dealer noget særligt for at foretage handlen, hvorfor *fee*'en bliver lille, og dermed mindskes *spreadet*.

Med dette afsnit er *ask*- og *bid*-priserne samt *spreadet* i *steady state* udledt for investorer med søgeintensitet ρ^j . Disse størrelser bygger på en antagelse om, at obligationsudbuddet har en størrelse, der sikrer, at der både findes en købs- og salgspris for investorer med søgeintensitet ρ^j . I det følgende afsnit vil udtrykket for et obligationsudbud (A), der sikrer ovenstående, blive udledt.

3.6 Den udstedte obligationsmængde

Ved rangordenen der blev præsenteret i figur 3.9, er det vist, at hvis den udstedte mængde af obligationer (A) er meget lav, da vil usofistikerede investorer aldrig eje obligationer i *steady state*, eftersom de høje sofistikerede investorer aftager hele den udstedte mængde. Ligeledes blev det vist, at hvis A er meget høj, da vil usofistikerede investorer altid købe i *steady state*. *Bid*- og *ask*-priserne i *steady state* blev udledt baseret på, at de marginale investorer var de mest usofistikerede investorer. Dette vil nemlig sikre, at der både eksisterer en købs- og en salgspris for ethvert j . Derfor er formålet med dette afsnit at vise, at hvis A

antages at være bestemt ved (3.63) (for små værdier af ω), da vil der eksistere både en købs- og salgspris for ethvert j .

$$A = \frac{1-\pi}{N} \left(\sum_{j=2}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} + (1-\omega) \frac{\rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D} \right) \quad (3.63)$$

Antagelsen om, at A er givet ved (3.63) er ikke vigtig for, hvordan priserne reagerer på et likviditetschok, og dermed hvordan midlertidigt salgspres identificeres, men den medfører pæne prisformler, når priser efter et likviditetschok skal udledes.

Det vides fra forrige afsnit, at de marginale investorer må være de mest usofistikerede investor for, at der eksisterer både en købs- og salgspris for alle $j \in 1, \dots, N$. Derfor bestemmes obligationsudbuddet ud fra, at de marginale investorer har søgeintensitet på ρ^1 .

Først bestemmes A_j , hvorefter der summeres over alle j for at opnå et generelt udtryk for A . A kan herefter bestemmes til at ligge inden for et bestemt interval. Afslutningsvis antages der specifikke værdier for $\bar{a}_1^1$ og $\bar{a}_2^1$, hvoraf ét udtryk for A bestemmes, hvilket viser sig at være givet ved (3.63). Se bilag A.16 for mellemregningerne, der viser at det obligationsudbud, der sikrer både købs- og salgspriser for ethvert j , er givet ved (3.63).

Kapitel 4

Søgemodellen efter et likviditetschok

I dette kapitel vil *ask*- og *bid*-priserne efter et likviditetschok blive udledt. Hvilke priser, der vil være gældende, kommer an på chokkets størrelse og dermed hvilken gruppe af investorer, der udgør de marginale investorer efter chokket.

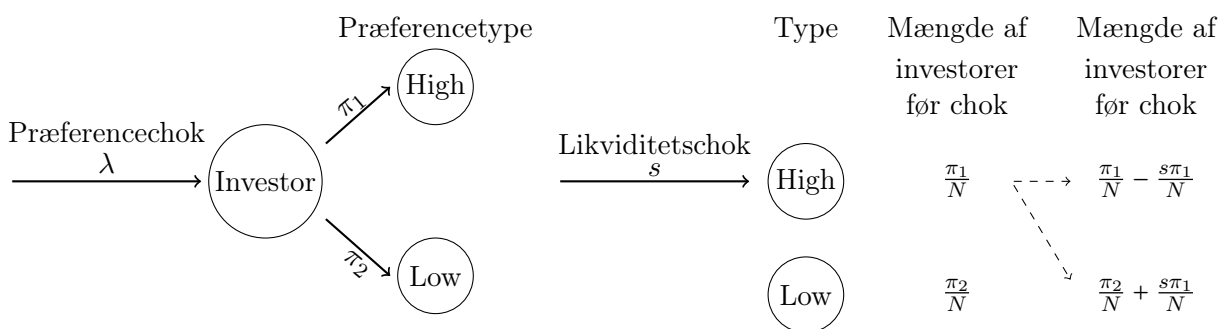
4.1 Likviditetschok

Figur 4.1 illustrerer et præferencechok over for et likviditetschok. Præferencechokket er kendt fra tidligere og defineret ved, at enhver investortype kan blive ramt af et sådan chok¹.

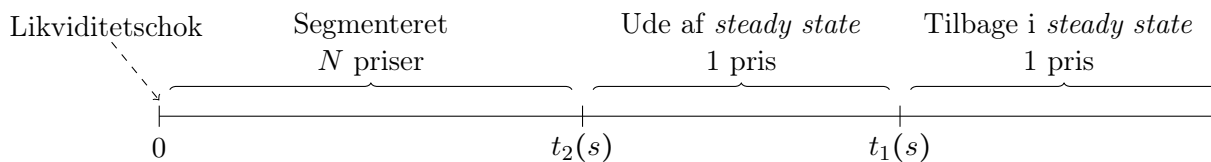
Et likviditetschok adskiller sig fra et præferencechok, idet det udelukkende rammer de høje typer og gør nogle af disse til lave typer. Et likviditetschok har en størrelse på s , og efter et sådan chok har ramt, vil s andele af de høje typer blive lave typer, hvilket på figuren er angivet med de stiplede linjer.

Når likviditetschokket rammer, vil der pludseligt blive mange lave typer ift., hvad der var i *steady state*,

¹Se figur 3.2 for en beskrivelse af præferencechokket



Figur 4.1: Likviditetschok og præferencechok



Figur 4.2: Tidslinje for Likviditetschok

hvilket kan ændre på, hvilken type der udgør de marginale investorer².

I *steady state* er andelen af investorer, der er høj præferencetype med søgeintensitet ρ^j lig $\frac{\pi_1}{N} = \frac{1-\pi}{N}$. Ligeledes er andelen af investorer, der er lav præferencetype med søgeintensitet ρ^j lig $\frac{\pi_2}{N} = \frac{\pi}{N}$. Dermed er andelen af investorer med høj præferencetype og søgeintensitet ρ^j lig $\frac{(1-s)\pi_1}{N}$ lige efter et likviditetschok. Det antages, at likviditetschokket forekommer til tidspunkt 0, og dermed kan andelen af høje investorer benævnes $n_1(0)$, hvor j som hævet indeks er udeladt, da mængden af høje investorer er den samme for alle søgeintensiteter i *steady state*. Som udgangspunkt vil der i det følgende blive anvendt s som indeks på parametrene for at indikere, at de på givne tidspunkter afhænger af størrelsen på likviditetschokket. Mængden af investorer af høj type efter chok ved tid 0 er $n_1(0) = \frac{(1-s)\pi_1}{N}$. Ved at anvende (3.39) fås mængden af høje investorer til tidspunkt t efter et chok.

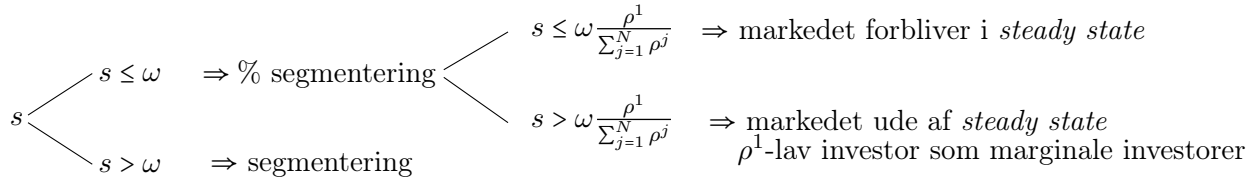
$$\begin{aligned} n_1(t) &= e^{-\lambda t} \cdot n_1(0) + (1 - e^{-\lambda t}) \frac{\pi_1}{N} = e^{-\lambda t} (1-s) \frac{\pi_1}{N} + (1 - e^{-\lambda t}) \frac{\pi_1}{N} = \cancel{e^{-\lambda t} \frac{\pi_1}{N}} - se^{-\lambda t} \frac{\pi_1}{N} + \frac{\pi_1}{N} - \cancel{e^{-\lambda t} \frac{\pi_1}{N}} \\ &= \frac{\pi_1}{N} (1 - se^{-\lambda t}) \end{aligned}$$

Det antages, at obligationsudbuddet er som i (3.63), samt at markedet er segmenteret indtil et bestemt tidspunkt, som vil blive defineret ved $t_2(s)$. Et segmenteret marked betyder, at der eksisterer en pris for ethvert j , da kun investorer med samme søgeintensitet kan handle med hinanden gennem en dealer. Derved vil et segmenteret marked have N forskellige priser.

Figur 4.2 giver et overblik over, hvad der sker efter et likviditetschok, hvor s er tilstrækkelig stort³ og markedet derfor segmenteres. Chokket forekommer til tid 0 og er segmenteret indtil $t_2(s)$. Markedet integreres således ved $t_2(s)$, og der vil derfor kun være én pris for alle j . Det vil dog vise sig, at markedet til tid $t_2(s)$ fortsat er ude af *steady state*. Der vil derfor være en periode efter $t_2(s)$ og indtil $t_1(s)$, hvor markedet konvergerer mod *steady state*. Efter $t_1(s)$ vil markedet igen komme i *steady state*. Formålet med dette afsnit er at udlede de priser, der gælder i hver af disse 3 perioder (inden $t_2(s)$, i perioden $t_2(s)$ til $t_1(s)$ og efter $t_1(s)$). Undervejs i udledningen vil de to tidspunkter $t_1(s)$ samt $t_2(s)$ endvidere blive bestemt.

²Dette indses bedst ved at tænke på rangordenen, der blev præsenteret i afsnit 3.5

³Det vil blive udledt senere i dette afsnit, hvornår chokket er tilstrækkelig stort



Figur 4.3: Likviditetschokkets påvirkning på markedet

Tidspunktet $t_2(s)$, hvor markedet ikke længere er segmenteret, er kendetegnet ved, at $n_1(t_2(s)) = \frac{\pi_1}{N}(1-\omega)$. Det vil sige, at lige efter likviditetschokket falder andelen af høje investorer drastisk til $(1-s)\frac{\pi_1}{N}$, og efterhånden som markedet går mod *steady state*, vil antallet af høje investorer stige. Når et niveau på $\frac{\pi_1}{N}(1-\omega)$ høje investorer nås, vil segmenteringen af markedet ophøre. Når modellen er tilbage i *steady state*, vil chokkets påvirkning være helt væk, hvorfor andelen af høje investorer igen vil være $\frac{\pi_1}{N}$. Hvis $n_1(0) \geq \frac{\pi_1}{N}(1-\omega)^4$ (dvs. $s \leq \omega$), da vil chokket have været for lille til at forårsage, at markedet bliver segmenteret. Figur 4.3 viser, hvordan størrelsen på likviditetschokket s påvirker markedet. Grænserne for s vil matematisk blive bestemt senere i dette afsnit. Hvis $s \leq \omega$ da vil markedet som tidligere nævnt ikke blive segmenteret. Dog vil det vise sig, at hvis der gælder $s > \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}$, da vil markedet ryge ud af *steady state*, eftersom det vil blive de lave ρ^1 -typer, der udgør de marginale investorer efter sådan et chok. Hvis $s > \omega$ er chokket så stort, at markedet segmenteres. Den pris, der bestemmes i *steady state*, er oplagt den, der vil indtræffe efter $t_1(s)$. Prisen der bestemmes når $\omega > s > \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}$ svarer til den pris, der gælder mellem $t_2(s)$ og $t_1(s)$ og sidst vil prisen, der bestemmes for $s > \omega$ gælde fra 0 til $t_2(s)$.

For at bestemme samtlige priser betragtes først (3.38), der angiver interdealerprisen. Der ønskes et udtryk for $p_s^j(0)$, hvorfor integralet i (3.38) bestemmes både i tidsintervallet t til ∞ samt 0 til t . t angiver i denne opdeling af integralerne det tidspunkt, hvor prisen ændres. Det betyder, at efter et generelt udtryk med t er opstillet, da kan $t = t_1(s)$ og $t = t_2(s)$ benyttes til at bestemme priserne i de tidsintervaller, hvor markedet er hhv. ude af *steady state* (men fortsat integreret), og når markedet er segmenteret.

Først bestemmes integralet fra t til ∞ , ved at omskrive (3.38):

$$\int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)u} [\kappa^j q_s^j(u) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] du = e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} [p_s(t) - q_s^j(t)] \quad (4.1)$$

hvor j som øvre indeks er udeladt på $p_s(t)$, eftersom markedet ikke længere er segmenteret ved tidspunkt t . Ift. (3.38) er dette udtryk fremkommet ved at isolere $p_s(t) - q_s^j(t)$ og multiplicere begge sider med $e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t}$.

⁴Feldhütter (2011) skriver $n_2(0) \geq \frac{\pi_1}{N}(1-\omega)$ og bruger således forkert notation. Denne fejl er ligeledes angivet i bilag A.11

Integralet fra 0 til t er givet ved

$$\begin{aligned}
& \int_0^t e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)u} [\kappa^j q_s^j(u) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] du \\
&= \left[-\frac{1}{r+\lambda_D+\lambda_T} e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)u} [\kappa^j q_s^j(u) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] \right]_0^t \\
&= \left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)t}\right) \left(\frac{\kappa^j q_s^j(0) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right)
\end{aligned} \tag{4.2}$$

Det sidste lighedstegn gælder, fordi $q_s^j(0) = q_s^j(t)$ for $0 \leq t < t_2(s)$, eftersom markedet er segmenteret indtil tidspunkt $t = t_2(s)$. I den periode vil der for ethvert j eksistere en marginal investor, hvorfor det vil vise sig, at $q_s^j(t) = \bar{U}_2^j(1)$, og dermed er $q_s^j(t)$ konstant, når markedet er segmenteret. Derfor er $q_s^j(0) = q_s^j(t)$ i hele den segmenterede periode, hvorfor de to led nemt kan sammenskrives i (4.2).

Ved at indsætte (4.2) samt (4.1) i (3.38) er det givet, at

$$\begin{aligned}
p_s^j(0) &= q_s^j(0) + e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} [p_s(t) - q_s^j(t)] + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)(t)}\right) \left(\frac{\kappa^j q_s^j(0) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} [p_s(t) + q_s^j(0) - q_s^j(t)] \\
&\quad + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t}\right) \left(\frac{r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T} q_s^j(0) + \frac{(\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right)
\end{aligned} \tag{4.3}$$

hvor det huskes, at det t der indgår svarer til tidspunktet, hvor markedet netop ikke længere er segmenteret ($t = t_2(s)$), og derfor er $q_s^j(0) \neq q_s^j(t)$. Se bilag A.17 for mellemregninger til udtryk (4.3). Ved (4.3) er $p_s^j(0)$ udledt. Udtrykket vil blive anvendt senere i dette afsnit, når *bid*- og *ask*-priserne skal bestemmes.

Først vil priser efter likviditetschok udledes, hvis $s \leq \omega$ - altså i de tilfælde hvor markedet ikke bliver segmenteret. Det vil vise sig, at der er to forskellige priser, der vil være gældende. Hvilken pris, der er gældende, afhænger af, hvilken præferencetype, der udgør de marginale investorer efter likviditetschokket. Dernæst vil priserne for $s > \omega$, hvor markedet bliver segmenteret, blive udledt.

4.1.1 *Bid*- og *ask*-priser når $s \leq \omega$ - markedet segmenteres ikke

Øjeblikkeligt efter et likviditetschok vil venstresiden i markedsligevægtsbetingelsen givet ved (3.40) være uændret, idet investorerne endnu ikke har reageret på likviditetschokket og ændret deres beholdning. Markedsligevægten er angivet i udtryk (3.40) ved $(\lambda_T + \lambda_D)A(t) + \sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^2 \rho^j n_i^j(t) \bar{a}_i^j(t)$ hvor $A_j(t) = \frac{1}{N} \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} \left[\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k \right]$. $\bar{a}_1^j = 1$ og $\bar{a}_2^j = 0$ for $j > 1$ i *steady state*, eftersom høje typer er købere og lave typer er sælgere. Desuden er

det antaget, at $\bar{a}_1^1 = 1 - \omega$ og $\bar{a}_2^1 = 0$ for $j = 1$ i *steady state*. Dermed må der gælde:

$$A_j = \frac{1}{N} \frac{\rho^j \pi_1}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} \text{ for } j > 1$$

$$A_1 = \frac{1}{N} \frac{(1 - \omega) \pi_1 \rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D} \text{ for } j = 1$$

Venstresiden i markedsligevægten i *steady state* - og derfor også lige efter likviditetschokket (uanset dets størrelse) - er derfor

$$(\lambda_D + \lambda_T) \times \left(\sum_{j=2}^N \frac{1}{N} \frac{\rho^j \pi_1}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} + \frac{1}{N} \frac{(1 - \omega) \pi_1 \rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D} \right) + \sum_{j=2}^N \rho^j \frac{1}{N} \frac{\rho^j \pi_1}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} + \rho^1 \frac{1}{N} \frac{(1 - \omega) \pi_1 \rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D}$$

$$= \sum_{j=2}^N \frac{1}{N} \cdot \frac{(\cancel{\lambda_D + \lambda_T + \rho^j}) \rho^j \pi_1}{\cancel{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D}} + \frac{1}{N} \cdot \frac{(\cancel{\lambda_D + \lambda_T + \rho^1}) (1 - \omega) \pi_1 \rho^1}{\cancel{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D}} = \frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=2}^N \rho^j + (1 - \omega) \rho^1 \right) \quad (4.4)$$

Hvis de marginale investorer efter chokket fortsat er (ρ^1) -høj investorerne, da vil likviditetschokket ikke medføre nogen prisreaktion, og priserne er derfor de samme som i *steady state*. Det ønskes at bestemme, i hvilke situationer de marginale investorer forbliver (ρ^1) -høj investorerne.

De marginale investorer er (ρ^1) -høj, hvis der for (3.40) gælder:

$$(\lambda_T + \lambda_D) A(t) + \sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^2 \rho^j n_i^j(t) \bar{a}_i^j(t)$$

$$= \sum_{j=2}^N \rho^j n_1^j(t) \underbrace{\bar{a}_1^j(t)}_{=1 \text{ for } j>1} + \rho^1 n_1^1(t) \underbrace{\bar{a}_1^1(t)}_{=(1-\omega)} + \sum_{j=1}^N \rho^j n_2^j(t) \cdot \underbrace{\bar{a}_2^j(t)}_{=0 \forall j}$$

$$= \sum_{j=2}^N \rho^j n_1^j(t) + \rho^1 n_1^1(t) (1 - \omega)$$

$$\leq \sum_{j=1}^N \rho^j n_1^j(t)$$

$$\Rightarrow (\lambda_T + \lambda_D) A(t) + \sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t) \leq \sum_{j=1}^N \rho^j n_1^j(t) \quad (4.5)$$

(4.4) angiver venstresiden i (4.5) øjeblikkeligt efter et likviditetschok og dermed kan (4.5) omskrives til

$$\frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=2}^N \rho^j + (1 - \omega) \rho^1 \right) \leq \underbrace{\sum_{j=1}^N \rho^j}_{n_1(0)} (1 - s) \frac{\pi_1}{N} \quad (4.6)$$

hvor $n_1^j(t) = n_1(0)$, fordi chokket rammer et marked i *steady state* til tidspunkt 0, og $n_1^j(0)$ er ens for alle j . (4.6) angiver, at lige efter et likviditetschok, da er markedsudbuddet (venstresiden) uændret ift. *steady state*. I *steady state* vil markedslikevægten være opfyldt med lighedstegn, hvor det antages, at en gruppe udgør de marginale investorer. Ved (4.6) antages det, at der ikke er nogle marginale investorer, hvorfor alle høje typer har præference for at holde, mens alle lave typer har præference for at købe. Dermed opstår uligheden, da flere har præference for at holde i denne situation ift. *steady state*.

Af (4.6) kan størrelsen på chokket, s , der medfører ingen prisændring bestemmes:

$$\begin{aligned}
\frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=2}^N \rho^j + (1-\omega)\rho^1 \right) &\leq \sum_{j=1}^N \rho^j (1-s) \frac{\pi_1}{N} \\
\Rightarrow \frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=2}^N \rho^j + (1-\omega)\rho^1 \right) &\leq \frac{\sum_{j=1}^N \rho^j \frac{\pi_1}{N} (1-s)}{\sum_{j=1}^N \rho^j \frac{\pi_1}{N}} \\
\Rightarrow s-1 &\leq \frac{\sum_{j=2}^N \rho^j + (1-\omega)\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} \\
\Rightarrow s-1 &\leq \underbrace{\frac{\sum_{j=2}^N \rho^j + \rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}}_{=1} + \frac{\omega\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} \\
\Rightarrow s &\leq \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}
\end{aligned} \tag{4.7}$$

Heraf er det givet, at hvis $s \leq \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}$, dvs. s er meget lille, da vil de marginale investorer fortsat være (ρ^1) -høj, og likviditetschokket vil dermed ikke medføre en prisændring.

Ved at gennemgå stort set identiske beregninger, er det muligt at bestemme indenfor, hvilket interval af s , at de marginale investorer vil være ρ^1 -lav. Mellemregninger er vist i bilag A.18 og konklusionen er, at (ρ^1) -lav vil udgøre de marginale investorer, hvis likviditetschokket ligger i følgende interval:

$$\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \frac{\pi_1 \omega \rho^1 + (1-\pi_1) \rho^1}{\pi_1 \sum_{j=2}^N \rho^j}$$

Når de marginale investorer ændrer type fra (ρ^j) -høj til (ρ^j) -lav vil priserne ændre sig. Udledningen af disse priser er en smule kompleks og vil blive foretaget i det følgende.

Antag først, at der gælder

$$\omega \leq \frac{\rho^1(1-\pi_1)}{\pi_1 \sum_{j=2}^N \rho^j}$$

Intervallat for s , der gør marginal investor til (ρ^1) -lav kan derfor bestemmes ved:

$$\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \omega \leq \frac{\rho^1(1 - \pi_1)}{\pi_1 \sum_{j=2}^N \rho^j} \leq \frac{\rho^1(1 - \pi_1) + \pi_1 \omega \rho^1}{\pi_1 \sum_{j=2}^N \rho^j}$$

I tilfælde af at chokket er stort nok til at ændre typen for de marginale investorer, da vil de marginale investorer med tiden gå tilbage til at være (ρ^1) -høj og priserne vil komme tilbage til *steady-state* priserne. Dette antages at ske til tidspunkt $t_1(s)$. $t_1(s)$ er det tidspunkt, der løser:

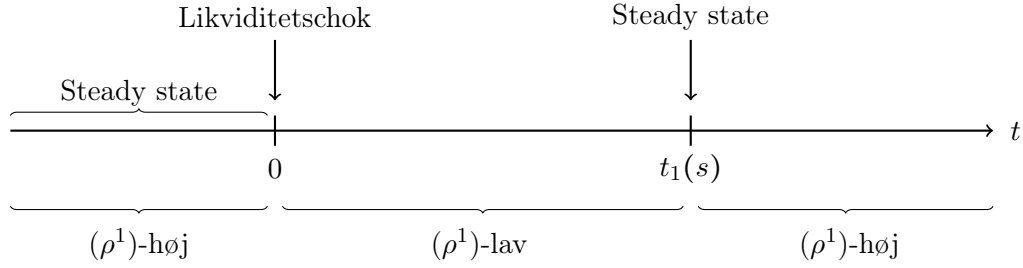
$$\underbrace{e^{-\lambda t_1}(1-s)\frac{\pi_1}{N} + (1-e^{-\lambda t_1})\frac{\pi_1}{N}}_{=n_1(t_1)} = \left(1 - \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}\right) \frac{\pi_1}{N} \quad (4.8)$$

Intuitionen bag dette udtryk er, at venstresiden er andelen af investorer, der tilhører den høje type til tidspunkt t_1 ($n_1(t_1)$). Højresiden angiver, hvilket niveau denne mængde skal nå op på, før de marginale investorer igen bliver af høj type. Det er tidligere givet, at øjeblikkeligt efter et chok vil $n_1(0) = (1-s)\frac{\pi_1}{N}$, hvor s er størrelsen på chokket. Når investortypen ændres, er det også vist, at $s > \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}$. Efter chokket vil andelen af høje investorer gå mod $\frac{\pi_1}{N}$ igen, og når de når til et punkt, hvor andelen af høje investorer er lig $\left(1 - \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}\right) \frac{\pi_1}{N}$, da er chokket aftaget tilstrækkeligt til, at de marginale investorer igen er af høj type, og priserne vender tilbage til *steady state*. Dermed er t_1 det tidspunkt, hvor chokket har aftaget tilstrækkeligt til, at andelen af høje investorer er tilstrækkelig stor.

Det er muligt at få et udtryk for $t_1(s)$ ved at omskrive (4.8) på følgende måde

$$\begin{aligned} e^{-\lambda t_1}(1-s)\frac{\pi_1}{N} + (1-e^{-\lambda t_1})\frac{\pi_1}{N} &= \left(1 - \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}\right) \frac{\pi_1}{N} \\ \cancel{e^{-\lambda t_1}\frac{\pi_1}{N}} - s\cancel{e^{-\lambda t_1}\frac{\pi_1}{N}} + \cancel{e^{-\lambda t_1}\frac{\pi_1}{N}} &= \cancel{\frac{\pi_1}{N}} - \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} \frac{\pi_1}{N} - \cancel{\frac{\pi_1}{N}} \\ \cancel{-s\cancel{e^{-\lambda t_1}\frac{\pi_1}{N}}} &= \frac{-\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} \frac{\pi_1}{N}}{-s\cancel{\frac{\pi_1}{N}}} \\ \log(e^{-\lambda t}) &= \log\left(\frac{\omega}{s} \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j}\right) \\ t_1(s) &= \log\left(\frac{s}{\omega} \frac{\sum_{j=1}^N \rho^j}{\rho^1}\right) / \lambda \end{aligned} \quad (4.9)$$

Figur 4.4 viser en tidslinje for, hvilken type, der udgør de marginale investorer, når $\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \omega$. Af figuren fremgår det, at likviditetschokket rammer et marked i *steady state* til tidspunkt 0. Chokket er tilstrækkelig stort til at ændre typen af de marginale investorer til at være (ρ^1) -lav. I en periode fra



Figur 4.4: Marginal investor-type når $\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \omega$

$t = 0$ til $t = t_1(s)$ er de marginale investorer (ρ^1) -lav. Ved $t_1(s)$ har chokket aftaget tilstrækkeligt, så de marginale investorer igen er (ρ^1) -høj, og markedet er tilbage i *steady state*. Ved at have bestemt et udtryk for $t_1(s)$ i (4.9) er det muligt at beregne priserne for ethvert $0 \leq t < t_1(s)$.

Det er kendt fra tidligere, at $\bar{U}_i^j(1) - q^j = 0$ for de marginale investorer, da disse er indifferente mellem $a = 1$ og $a = 0$ ($\bar{U}_i^j(0) = 0$). Eftersom det vides, at de marginale investorer til tidspunkt 0 er (ρ^1) -lav, må der til $t = 0$ gælde $q_s^1(0) = \bar{U}_2^1(1)$. Det vides ligeledes, at de marginale investorer er (ρ^1) -høj til $t = t_1(s)$, hvorfor der må gælde $q_s^1(t_1(s)) = \bar{U}_1^1(1)$. Udtryk for $\bar{U}_i^j(a)$ er givet ved (3.33) og anvendes til at bestemme $q_s^j(0)$ samt $q_s^j(t_1(s))$:

$$\begin{aligned}\bar{U}_i^j(a) &= \frac{a}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta 1_{\{i=2\}} + \frac{(C - \delta \pi_2)\lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\ q_s^1(0) = \bar{U}_2^1(1) &= \frac{1}{r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta + \frac{(C - \delta \pi_2)\lambda}{r + \kappa^1 + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\ q_s^1(t_1(s)) = \bar{U}_1^1(1) &= \frac{1}{r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[C + \frac{(C - \delta \pi_2)\lambda}{r + \kappa^1 + \lambda_D + \lambda_T} \right]\end{aligned}$$

Ved udtryk (4.3) blev der udledt en formel for prisen, $p_s^j(0)$, der angiver interdealerprisen/prisen for de marginale investorer. Denne formel kan ligeledes anvendes til at bestemme $p_s(t)$ for $0 \leq t < t_1(s)$, da $q_s^1(0) = q_s^1(t)$ for $0 \leq t < t_1(s)$, grundet at de marginale investorer er (ρ^1) -lav, når markedet er ude af *steady state*, men ikke er segmenteret. Eftersom markedet ryger i *steady state* ved $t_1(s)$ gælder $p(t_1(s)) = p_{ss}$.

Udtryk for $q_s^1(t_1(s))$ samt $q_s^1(0)$ indsættes derfor i (4.3) for at opnå et udtryk for prisen (mellemregninger

er givet i bilag A.19)

$$\begin{aligned}
p_s(t) &= e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \left[p_s(t_1(s)) + q_s^1(0) - q_s^1(t_1(s)) \right] + \left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{r + \kappa^1 + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T} q_s^1(0) + \frac{(\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{r + \lambda_D + \lambda_T} \right) \\
&= p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}
\end{aligned} \tag{4.10}$$

Dermed er prisen givet ved

$$p_s(t) = p_{ss} - V(t_1(s) - t) \tag{4.11}$$

$$V(t) = \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \tag{4.12}$$

Det ses, at prisen afhænger af tiden og dermed ikke er konstant for ethvert t . Dette skyldes, at når markedet er integreret men ude af *steady state*, da vil prisen konvergere mod *steady state*-prisen efterhånden som tiden går, og s fortager sig. Det ses ligeledes af (4.11), at når $t = t_1(s)$, da vil $p_s(t) = p_{ss}$.

Prisen for $\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \omega$ er hermed bestemt, og derfor er der nu tilbage at bestemme $\bar{U}_i^j(1) - q_s^j(t)$ for at kunne bestemme *fee* på disse handler og dermed de samlede *ask*- og *bid*-priser. Først bestemmes $q_s^j(t)$. Af (3.34) er det givet, at

$$\begin{aligned}
q_s^j(t) &= p_s(t) - \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_s(t+u) du - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j} \\
&= p_s(t) - \kappa^j \int_0^{t_1(s)-t} e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_s(t+u) du - \kappa^j \int_{t_1(s)-t}^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_{ss} du \\
&\quad - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j}
\end{aligned} \tag{4.13}$$

hvor $0 \leq t < t_1(s)$ og p_{ss} i sidste integrale kommer af, at markedet er i *steady state* i tidsintervallet $[t_1(s) - t, \infty[$. $p_s(t+u)$ er givet ved den netop beregnede pris i udtryk (4.11).

Det er muligt at omskrive (4.13) således, at $q_s^j(t)$ udtrykkes ift. q_{ss}^j . Denne omskrivning kræver en del mellemregninger, der er vist i bilag A.20. Bilaget viser, at (4.13) kan omskrives til

$$\begin{aligned}
q_s^j(t) &= \frac{r + \lambda_T + \lambda_D}{r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D} p_{ss} - \delta \frac{1}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \times \\
&\quad \left[r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D + e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)} (\kappa^j - \kappa^1) \right] - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j}
\end{aligned} \tag{4.14}$$

Eftersom q^j under *steady state* var givet ved $q_{ss}^j = \frac{r+\lambda_T+\lambda_D}{r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D} p_{ss} - \frac{\lambda_D(1-f)F+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j}$ kan $q_s^j(t)$ nemt udtrykkes som funktion af q_{ss}^j :

$$q_s^j(t) = q_{ss}^j - \delta \frac{r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D + e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \quad (4.15)$$

(4.15) skal anvendes til at bestemme den *fee*, som dealeren kan opkræve efter et likviditetsskok. Som tidligere udledt, da er *ask*-prisen givet ved $p_s(t) + z [\bar{U}_1^j(1) - q_s^j(t)]$. Det er klart ud fra (4.15), at $q_s^j(t) < q_{ss}^j$, hvorfor dealeren kan kræve en højere *fee* efter et likviditetsskok. Dette skyldes, at et likviditetsskok medfører, at der er mange investorer, der ønsker at sælge deres obligationer, hvorfor dealeren har en stærk forhandlingsposition. *Fee*'en for *ask*-prisen er givet ved $z [\bar{U}_1^j(1) - q_s^j(t)]$. $\bar{U}_1^j(1) - q_s^j(t)$ omskrives til:

$$\begin{aligned} \bar{U}_1^j(1) - q_s^j(t) &= \bar{U}_1^j(1) - \left(q_{ss}^j - \delta \frac{r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D + e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \right) \\ &= \bar{U}_1^j(1) - q_{ss}^j + \delta \frac{r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D + e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \\ &= R^j + S^j(t_1(s) - t) \end{aligned}$$

hvor

$$R^j = \bar{U}_1^j(1) - q_{ss}^j = \delta \frac{(\kappa^j - \kappa^1)\pi_2\lambda}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)} \quad (4.16)$$

$$S^j(t) = \delta \frac{r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D + e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)t}(\kappa^j - \kappa^1)}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \quad (4.17)$$

Hvor udtrykket for R^j er udledt tidligere ved udtryk (3.54). R^j bestemmes med (ρ^1) -høj som de marginale investorer - dvs. $m = 1$. Dette gøres, fordi i *steady state*, som q_{ss}^j henviser til, da er de marginale investorer af høj type.

Ved at kombinere (4.16) og (4.17) med udtrykket for $p_s^j(t)$ i (4.11) kan et simpelt udtryk for *ask*-prisen bestemmes:

$$\begin{aligned} A_s^j(t) &= p_s(t) + z [\bar{U}_1^j(1) - q_s^j(t)] \\ &\stackrel{1)}{=} p_{ss} - V(t_1(s) - t) + z [\bar{U}_1^j(1) - q_{ss} + S^j(t_1(s) - t)] \\ &\stackrel{2)}{=} p_{ss} + z [\bar{U}_1^j(1) - q_{ss}] - V(t_1(s) - t) + z S^j(t_1(s) - t) \\ &\stackrel{3)}{=} A_{ss}^j - V(t_1(s) - t) + z S^j(t_1(s) - t) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Ved 1) indsættes udtryk (4.11) for $p_s^j(t)$ samt (4.16) og (4.17). Ved 2) samles de led, der indgår i A_{ss}^j og ved 3) omskrives leddende til A_{ss}^j . Med samme fremgangsmåde bestemmes *bid*-prisen. *Fee* for denne pris udgøres af $z \left[\bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t) \right]$ eftersom lav type sælger.

$$\begin{aligned} B_s^j(t) &= p_s(t) + z \left[\bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t) \right] \\ &= p_{ss} - V(t_1(s) - t) + z \left[\bar{U}_2^j(1) - q_{ss} + S^j(t_1(s) - t) \right] \\ &= B_{ss}^j - V(t_1(s) - t) + z S^j(t_1(s) - t) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Det indses, at den eneste forskel på $A_s^j(t)$ og $B_s^j(t)$ er forskellen mellem priserne i *steady state*, hvorfor *spreadet* for disse priser må være lig

$$\begin{aligned} Spread &= A_s^j(t) - B_s^j(t) = A_{ss}^j - V(t_1(s) - t) + z S^j(t_1(s) - t) - (B_{ss}^j - V(t_1(s) - t) + z S^j(t_1(s) - t)) \\ &= A_{ss}^j - B_{ss}^j = \frac{\delta z}{\lambda + \rho^j(1 - z) + \Delta} \end{aligned} \quad (4.20)$$

hvor sidste lighedstegn ligeledes er bestemt ved (3.60).

Dermed er priserne bestemt, når likviditetschokket er $\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \omega$. Der er nu kun tilbage at bestemme priserne efter et likviditetschok, der segmenterer markedet - altså $s > \omega$.

4.1.2 *Bid- og ask-priser når $s > \omega$ - markedet segmenteres*

I det følgende vil *ask*- og *bid*-priserne for et likviditetschok på $s > \omega$, der medfører en segmentering af markedet, blive bestemt. Når chokket er større end ω , vil markedet være segmenteret fra chokket sker indtil $s = \omega$. Derfor kan perioden, hvor markedet er segmenteret bestemmes ved at løse følgende for $t_2(s)$

$$e^{-\lambda t_2}(1 - s) \frac{\pi_1}{N} + (1 - e^{-\lambda t_2}) \frac{\pi_1}{N} = (1 - \omega) \frac{\pi_1}{N} \quad \Rightarrow \quad t_2(s) = \log \left(\frac{s}{\omega} \right) / \lambda \quad (4.21)$$

Hvor $t_2(s)$ er bestemt ved samme fremgangsmåde, som tidligere blev anvendt for at bestemme $t_1(s)$.

Efter at have bestemt længden af perioden, hvor markedet er segmenteret, er det nu relevant at se på markedsligevægten for investorer med søgeintensitet ρ^j . Dette gøres for at bestemme, hvilken type investor, der udgør de marginale investorer efter et likviditetschok på $s > \omega$. Det antages, at mens markedet er segmenteret, der vil nye udstedelser af obligationer foregå med samme intensitet som i *steady state*. Dermed vil markedsligevægten for hver gruppe af investorer med søgeintensitet ρ^j være

$$(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D) A_j = \sum_{i=1}^2 \rho^j n_i(t) \bar{a}_i^j(t) \quad (4.22)$$

(4.22) adskiller sig fra markedsligevægten præsenteret i (3.40) ved, at (4.22) kun kigger på gruppen af investorer med søgeintensitet ρ^j , og der summeres derfor ikke over j , da de marginale investorer skal bestemmes for hvert enkelt j . ρ^j er intensiteten for obligationer, som j -gruppen af investorerne udbyder i markedet. λ_T og λ_D er intensiteten for, hvor mange obligationer af dem, der holdes af j -gruppen, der udløber eller går fallit. Højresiden i (4.22) omskrives for at opnå et udtryk, hvorfra typen af de marginale investorer for ethvert j kan bestemmes.

$$\begin{aligned}
 \sum_{i=1}^2 \rho^j n_i(t) \bar{a}_i^j(t) &= \rho^j \left(\underbrace{e^{-\lambda t} \frac{\pi_1}{N} (1-s) + (1-e^{-\lambda t}) \frac{\pi_1}{N}}_{n_1(0)} \bar{a}_1^j(t) + \rho^j \left(\underbrace{e^{-\lambda t} \left(\frac{\pi_2}{N} + s \frac{\pi_1}{N} \right) + (1-e^{-\lambda t}) \frac{\pi_2}{N}}_{n_2(0)} \bar{a}_2^j(t) \right. \right. \\
 &\stackrel{1)}{=} \rho^j \left(\cancel{e^{-\lambda t} \frac{(1-\pi_2)}{N} \bar{a}_1^j(t)} - e^{-\lambda t} \frac{(1-\pi_2)}{N} s \bar{a}_1^j(t) + \frac{(1-\pi_2)}{N} \bar{a}_1^j(t) - \cancel{e^{-\lambda t} \frac{(1-\pi_2)}{N} \bar{a}_1^j(t)} \right) \\
 &\quad + \rho^j \left(\cancel{e^{-\lambda t} \frac{\pi_2}{N} \bar{a}_2^j(t)} + e^{-\lambda t} s \frac{(1-\pi_2)}{N} \bar{a}_2^j(t) + \frac{\pi_2}{N} \bar{a}_2^j(t) - \cancel{e^{-\lambda t} \frac{\pi_2}{N} \bar{a}_2^j(t)} \right) \\
 &= \rho^j \left(\frac{1}{N} \bar{a}_1^j(t) - \frac{\pi_2}{N} \bar{a}_1^j(t) - e^{-\lambda t} \frac{1}{N} s \bar{a}_1^j(t) + e^{-\lambda t} \frac{\pi_2}{N} s \bar{a}_1^j(t) \right) \\
 &\quad + \rho^j \left(\frac{\pi_2}{N} \bar{a}_2^j(t) + e^{-\lambda t} s \frac{1}{N} \bar{a}_2^j(t) - e^{-\lambda t} s \frac{\pi_2}{N} \bar{a}_2^j(t) \right)
 \end{aligned}$$

Ved 1) er $\pi_1 = 1 - \pi_2$ indsat. Den omskrevne højreside indsættes i (4.22)

$$\begin{aligned}
 (\rho^j + \lambda_T + \lambda_D) A_j &= \rho^j \left(\frac{1}{N} \bar{a}_1^j(t) - \frac{\pi_2}{N} \bar{a}_1^j(t) - e^{-\lambda t} \frac{1}{N} s \bar{a}_1^j(t) + e^{-\lambda t} \frac{\pi_2}{N} s \bar{a}_1^j(t) \right) \\
 &\quad + \rho^j \left(\frac{\pi_2}{N} \bar{a}_2^j(t) + e^{-\lambda t} s \frac{1}{N} \bar{a}_2^j(t) - e^{-\lambda t} s \frac{\pi_2}{N} \bar{a}_2^j(t) \right) \Leftrightarrow \\
 \frac{N(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D) A_j}{\rho^j} &= \bar{a}_1^j(t) - \pi_2 \bar{a}_1^j(t) - e^{-\lambda t} s \bar{a}_1^j(t) + e^{-\lambda t} \pi_2 s \bar{a}_1^j(t) + \pi_2 \bar{a}_2^j(t) + e^{-\lambda t} s \bar{a}_2^j(t) - e^{-\lambda t} s \pi_2 \bar{a}_2^j(t) \Leftrightarrow \\
 \frac{N(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D) A_j}{\rho^j} &= [1 - \pi_2 - e^{-\lambda t} s + e^{-\lambda t} \pi_2 s] \bar{a}_1^j(t) + [\pi_2 + e^{-\lambda t} s - e^{-\lambda t} s \pi_2] \bar{a}_2^j(t) \Leftrightarrow \\
 \frac{N(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D) A_j}{\rho^j} &= [1 - \pi_2 - s(1 - \pi_2) e^{-\lambda t}] \bar{a}_1^j(t) + [\pi_2 + s(1 - \pi_2) e^{-\lambda t}] \bar{a}_2^j(t) \quad (4.23)
 \end{aligned}$$

Hermed er opnået et udtryk for markedsligevægten for hver gruppe af investorer med søgeintensitet ρ^j .

For at bestemme typen af de marginale investorer og dermed værdierne af $\bar{a}_1^j(t)$ og $\bar{a}_2^j(t)$ for ethvert j , er det nødvendigt at indsatte et udtryk for A_j i markedsligevægten. I *steady state* er $A_j = \frac{1}{N} \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_D + \lambda_T} \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{a}_k^{j,ss} \right]$ og dermed kan venstresiden i (4.23) omskrives til

$$\frac{\cancel{N}(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D)}{\cancel{\rho^j}} \frac{1}{\cancel{N} \cancel{\rho^j + \lambda_D + \lambda_T}} \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{a}_k^{j,ss} \right] = (1 - \pi_2) \bar{a}_1^{j,ss} + \pi_2 \bar{a}_2^{j,ss}$$

Samlet set bliver (4.23):

$$\begin{aligned}
(1 - \pi_2)\bar{a}_1^{j,ss} + \pi_2\bar{a}_2^{j,ss} &= [1 - \pi_2 - s(1 - \pi_2)e^{-\lambda t}]\bar{a}_1^j(t) + [\pi_2 + s(1 - \pi_2)e^{-\lambda t}]\bar{a}_2^j(t) \\
(1 - \pi_2)\bar{a}_1^{j,ss} + \pi_2\bar{a}_2^{j,ss} &= (1 - \pi_2)\bar{a}_1^j(t) - se^{-\lambda t}\bar{a}_1^j(t) + s\pi_2e^{-\lambda t}\bar{a}_1^j(t) + \pi_2\bar{a}_2^j(t) + se^{-\lambda t}\bar{a}_2^j(t) - s\pi_2e^{-\lambda t}\bar{a}_2^j(t) \\
se^{-\lambda t}\bar{a}_1^j(t) - s\pi_2e^{-\lambda t}\bar{a}_1^j(t) - se^{-\lambda t}\bar{a}_2^j(t) + s\pi_2e^{-\lambda t}\bar{a}_2^j(t) &= (1 - \pi_2)\bar{a}_1^j(t) - (1 - \pi_2)\bar{a}_1^{j,ss} + \pi_2\bar{a}_2^j(t) - \pi_2\bar{a}_2^{j,ss} \\
s(1 - \pi_2)e^{-\lambda t}[\bar{a}_1^j(t) - \bar{a}_2^j(t)] &= (1 - \pi_2)[\bar{a}_1^j(t) - \bar{a}_1^{j,ss}] + \pi_2[\bar{a}_2^j(t) - \bar{a}_2^{j,ss}]
\end{aligned} \tag{4.24}$$

Ved (4.24) er markedsligevægten blevet omskrevet, så den indeholder $\bar{a}_1^j(t)$, $\bar{a}_2^j(t)$ samt værdierne af $\bar{a}_i^j$ i *steady state*. Herfra kan værdierne for $\bar{a}_1^j(t)$ og $\bar{a}_2^j(t)$ bestemmes.

Fra rangordenen, der blev opstillet i afsnit 3.5, er det kendt, at høje typer altid køber før de lave typer, og dermed gælder $\bar{a}_1^j(t) - \bar{a}_2^j(t) \geq 0$. Heraf følger, at venstresiden i (4.24) ≥ 0 , hvorfor det samme må gælde for højresiden:

$$(1 - \pi_2)[\bar{a}_1^j(t) - \bar{a}_1^{j,ss}] + \pi_2[\bar{a}_2^j(t) - \bar{a}_2^{j,ss}] \geq 0 \tag{4.25}$$

I *steady state* blev $\bar{a}_1^{j,ss} = 1$ og $\bar{a}_2^{j,ss} = 0$ for $j > 1$ bestemt. Derfor sættes $\bar{a}_1^{j,ss} = 1$ og $\bar{a}_2^{j,ss} = 0$, hvorfra $\bar{a}_i^j(t)$ samt $\bar{a}_2^j(t)$ bestemmes for $j > 1$. $\bar{a}_i^j(t)$ og $\bar{a}_2^j(t)$ bestemmes ved modstridsargumenter.

Hvis $\bar{a}_1^j(t) < 1$ da må $\bar{a}_2^j(t) = 0$ eftersom, at høje typer altid antages at eje obligationen før lave typer. Disse størrelser vil medføre, at (4.25) ikke gælder, eftersom $\bar{a}_1^j(t) - \bar{a}_1^{j,ss} = (< 1) - 1 < 0$ og $\bar{a}_2^j(t) - \bar{a}_2^{j,ss} = 0 - 0 = 0$, hvorfor summen af disse ikke kan være større end eller lig 0 (som (4.25) viser, at de skal). Derfor kan det konkluderes, at $\bar{a}_1^j = 1$. Desuden må $\bar{a}_2^j(t) > 0$, hvilket indsættes via en modstrid, hvor $\bar{a}_2^j(t) = 0$ indsættes i (4.24)

$$s(1 - \pi_2)e^{-\lambda t} \underbrace{[\bar{a}_1^j(t)]}_{=1} - \underbrace{s\pi_2e^{-\lambda t}\bar{a}_1^j(t)}_{=0} = (1 - \pi_2) \underbrace{[\bar{a}_1^j(t)]}_{=1} - \underbrace{\bar{a}_1^{j,ss}}_{=1} + \pi_2 \underbrace{[\bar{a}_2^j(t)]}_{=0} - \underbrace{\bar{a}_2^{j,ss}}_{=0} \Rightarrow (> 0) = 0 \tag{4.26}$$

(4.26) er en modstrid, hvorfor $\bar{a}_2^j(t) > 0$. $\bar{a}_2^j(t) = 1$ kan ikke gælde, eftersom det vil medføre, at begge typer af investorer vil have præference for at eje obligationen. Dermed vil der ikke være nogen salgspris for denne gruppe, og essentielt set ej heller nogen købspris, da der slet ikke vil handles for dette j .

Dermed er det vist, at $0 < \bar{a}_2^j(t) < 1$ for $j > 1$, hvorfor den lave type på tidspunkt t for $0 \leq t < t_2(s)$ må udgøre de marginale investorer. Heraf kan det konkluderes, at når $s > \omega$, da vil alle høje typer have præference for at købe, mens de lave typer udgør de marginale investorer for ethvert $j \geq 2$.

Tilbage er at bestemme hvilken type, der udgør de marginale investorer for $j = 1$. For $j = 1$ er $a_1^{1,ss} = 1 - \omega$ og $a_2^{1,ss} = 0$, og derfor kan man ikke for $j = 1$ entydigt bestemme $\bar{a}_1^1$ og $\bar{a}_2^1$, eftersom resultatet afhænger af t (jf. (4.24)). Derfor bestemmes først det t for udtryk (4.24), hvor lige præcis ingen investorer ønsker at

handle (dvs. $\bar{a}_1^1 = 1$ og $\bar{a}_2^1 = 0$), og derudfra vil de marginale investorer for $j = 1$ blive bestemt.

$$\begin{aligned} (1 - \pi_2)[1 - (1 - \omega)] + \pi_2[0 - 0] &= s(1 - \pi_2)e^{-\lambda t}[1 - 0] \Rightarrow \frac{(1 - \pi_2)[1 - (1 - \omega)]}{s(1 - \pi_2)} = \frac{s(1 - \pi_2)e^{-\lambda t}}{s(1 - \pi_2)} \\ &\Rightarrow \log\left(\frac{\omega}{s}\right) = \log(e^{-\lambda t}) \Rightarrow t = \log\left(\frac{s}{\omega}\right) / \lambda \end{aligned}$$

Herved er det vist, at lige præcis det tidspunkt, hvor ingen ønsker at købe eller sælge er $t = t_2(s)$. Af (4.24) er det givet, at hvis $t > t_2(s) \Rightarrow$ højresiden vil falde, derfor må venstresiden falde, hvorfor $\bar{a}_1^1(t) < 1$. Dermed vil de høje typer blive marginale investorer for $t > t_2(s)$. Hvis der omvendt betragtes et tidspunkt for $t < t_2(s)$, da vil højresiden stige $\Rightarrow \bar{a}_2^1(t) > 0$ for, at ligheden holder. De lave typer vil derfor være marginale for $t < t_2(s)$.

For ethvert j i tidsintervallet $0 \leq t < t_2(s)$ ⁵ gælder, at de marginale investorer er af lav type og dermed

$$\begin{aligned} q_s^j(t) = \bar{U}_2^j(1) &= \frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta + \frac{(C - \delta\pi_2)\lambda}{r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D} \right] \\ &= \frac{C}{r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D} - \delta \frac{r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_T + \lambda_D}{(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \end{aligned}$$

hvor udtrykket for $\bar{U}_2^j(t)$ er givet ved (3.30), og det endelige udtryk fremkommer ved at sætte på fælles brøkstreg og samle led med C og δ hver for sig.

Heraf kan priserne øjeblikkeligt efter et chok på $s > \omega$ bestemmes ved at anvende (4.3) for $p_s^j(0)$. Endvidere vil det blive anvendt, at $q_s^j(0) = \bar{U}_2^j(1)$ og $t = t_2(s)$ indsættes, eftersom $t_2(s)$ udgør tidspunktet, hvor markedet akkurat ikke længere er segmenteret. Udledningerne for at nå frem til $p_s^j(0)$ indsætter $\bar{U}_2^j(1)$ i parenteser og omskriver hensigtsmæssigt. Mellemregningerne er præsenteret i bilag A.21.

$$\begin{aligned} p_s^j(0) &= e^{-(r + \lambda_D + \lambda_T)t} [p_s(t) + q_s^j(0) - q_s^j(t)] + \left(1 - e^{-(r\lambda_T + \lambda_D)t}\right) \left(\frac{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T} q_s^j(0) + \frac{(\lambda_D(1 - f) + \lambda_T)F}{r + \lambda_D + \lambda_T} \right) \\ &= e^{-(r + \lambda_D + \lambda_T)t_2(s)} [p_s^j(t_2(s)) + \bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t_2(s))] \\ &\quad + \left(1 - e^{-(r\lambda_T + \lambda_D)t_2(s)}\right) \left(\frac{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T} \bar{U}_2^j(1) + \frac{(\lambda_D(1 - f) + \lambda_T)F}{r + \lambda_D + \lambda_T} \right) \end{aligned}$$

⁵Feldhütter (2011) skriver denne ulighed ved $0 \leq t \leq t_2(s)$, hvorfor han ikke bruger skarp ulighed til sidst. Dette er forkert notation, da markedet til $t_2(s)$ netop er blevet integreret og dermed ikke længere er segmenteret. Fejlen er uddybet i bilag A.11

$$\begin{aligned}
p_s^j(0) = & e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t_2(s)} \left[p_s^j(t_2(s)) + \bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t_2(s)) \right] \\
& + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t_2(s)} \right) \left(\frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{(r + \lambda_D + \lambda_T)} - \delta \frac{(r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_T + \lambda_D)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)} \right)
\end{aligned} \tag{4.27}$$

Udtryk (4.27) adskiller sig fra tilsvarende udtryk i Feldhütter (2011), eftersom Feldhütter (2011) anvender forkert notation og skriver $U_2^j(1)$ frem for $\bar{U}_2^j(1)$. Notationsfejlen er uddybet i bilag A.11.

Ved $t_2(s)$ er markedet netop blevet integreret, og dermed er markedet gået fra N forskellige priser til én pris. Denne pris er betegnet ved $p_s^j(t_2(s))$. Prisen, der gælder for markedet i det øjeblik markedet integreres, kan angives ved $p_\omega(0)$, hvilket er prisen i det øjeblik, chokket rammer, når dette har en størrelse på ω . Bemærk, at $s = \omega$ er det størst mulige chok, der kan forekomme uden, at markedet segmenteres. Derfor gælder $p_s^j(t_2(s)) = p_\omega(0)$ samt $q_s^j(t_2(s)) = q_\omega^j(0)$ ⁶. Dermed kan den kantede parentes i (4.27) omskrives:

$$\left[p_s^j(t_2(s)) + \bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t_2(s)) \right] = p_\omega(0) + \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0) \tag{4.28}$$

$$\begin{aligned}
& \stackrel{1)}{=} \underbrace{p_\omega(0) + z\bar{U}_2^j(1) - zq_\omega^j(0) - z\bar{U}_2^j(1) + zq_\omega^j(0) + \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0)}_{=B_\omega^j(0)} \\
& = B_\omega^j(0) + (1-z) \left[\bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0) \right]
\end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
& \stackrel{2)}{=} B_\omega^j(0) + (1-z) \left[\bar{U}_1^j(1) - q_\omega^j(0) - \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D} \right] \\
& \stackrel{3)}{=} B_\omega^j(0) + (1-z) \left[R^j + S_\omega^j(0) - \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D} \right]
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Ved 1) er $z[\bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0)]$ blot lagt til og trukket fra. Ved 2) er $\bar{U}_2^j(1)$ erstattet af $\bar{U}_1^j(1) - \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D}$, eftersom forskellen på *bid*- og *ask*-priserne er givet ved hhv. $p_{ss} + z[\bar{U}_1^j(1) - q^j]$ og $p_{ss} + z[\bar{U}_2^j(1) - q^j]$ og *spreadet* udgør $\frac{\delta z}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D}$ jf. (3.60). Ved 3) er R^j og $S^j(t)$ defineret som ved (4.16) og (4.17).

Omskrivningen af de kantede parenteser var derfor smart ift. at ende op med et udtryk for $p_s^j(0)$ for $0 \leq t < t_2(s)$, der indeholder de samme størrelser som de tidligere udledte priser. Med ovenstående mellemregninger er det muligt at opstille et udtryk for *bid*- og *ask*-priserne.

Bid-prisen til tidspunkt 0 er givet ved $B_s^j(0) = p_s^j(0) + z[\bar{U}_2^j(1) - q_s^j(0)]$.

Eftersom det tidligere er udledt, at den lave type er marginal investor for ethvert j , vides ligeledes $\bar{U}_2^j(1) = q_s^j(0)$ for ethvert j for $0 \leq t < t_2(s)$, og dermed $B_s^j(0) = p_s^j(0)$. Derfor benyttes (4.27) og (4.30) til at

⁶Igen adskiller udtrykkene i denne afhandling sig fra dem præsenteret i Feldhütter (2011). Fejlen er uddybet i bilag A.11

bestemme *bid*-prisen

$$\begin{aligned}
 B_s^j(0) = & e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t_2(s)} \left(B_\omega^j(0) + (1-z) \left[R^j + S_\omega^j(0) - \frac{\delta}{r+\kappa^j+\lambda+\lambda_T+\lambda_D} \right] \right) \\
 & + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t_2(s)} \right) \left(\frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{(r+\lambda_D+\lambda_T)} - \delta \frac{(r+\kappa^j+\pi_2\lambda+\lambda_T+\lambda_D)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^j+\lambda+\lambda_T+\lambda_D)} \right)
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

(4.31) adskiller sig fra $B_s^j(0)$ i Feldhütter (2011), da $B_s^j(0)$ fra artiklen fejlagtigt lægger *spreadet* til. Fejlen er uddybet i bilag A.11.

Som tidligere udledt er forskellen på *bid*- og *ask*-prisen givet ved *spreadet*, hvilket er bestemt ved $\frac{\delta z}{r+\kappa^j+\lambda+\lambda_T+\lambda_D}$. Heraf er det oplagt, at *ask*-prisen er

$$A_s^j(0) = B_s^j(0) + \frac{\delta z}{r+\kappa^j+\lambda+\lambda_T+\lambda_D} \tag{4.32}$$

Samtlige *bid*- og *ask*-priser er hermed udledt uanset likviditetschokkets størrelse. Priserne er betinget af, at chokket rammer markedet i *steady state*.

Sætning 2.

Bid- og ask-priser øjeblikketligt efter et likviditetschok på $0 < s \leq 1$

$$\begin{aligned}
 B^j(s) &= B_{ss}^j & s \leq \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} \\
 B^j(s) &= B_{ss}^j - V(s) + zS^j(s) & \omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \omega \\
 B^j(s) &= e^{-\Delta t_2(s)} \left(B^j(\omega) + (1-z) \left[R^j + S^j(\omega) - \frac{\delta}{\lambda + (1-z)\rho^j + \Delta} \right] \right) & s > \omega \\
 &\quad + (1 - e^{-\Delta t_2(s)}) P_{chok}^j
 \end{aligned}$$

For samtlige s gælder
$$A^j(s) = B^j(s) + \frac{z\delta}{\lambda + (1-z)\rho^j + \Delta}$$

hvor

$$\begin{aligned}
 V(s) &= \delta \frac{\Delta + (1-z)\rho^1(1 - e^{-\Delta t_1(s)})}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta}, & S^j(s) &= \delta \frac{\Delta + (1-z)\rho^1 + e^{-(\Delta + (1-z)\rho^j)t_1(s)}(1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\lambda + (1-z)\rho^1 + \Delta)((1-z)\rho^j + \Delta)} \\
 R^j &= \delta \frac{(1-z)(\rho^j - \rho^1)\pi\lambda}{(\lambda + (1-z)\rho^1 + \Delta)(\Delta + (1-z)\rho^j)(\lambda + (1-z)\rho^j + \Delta)} \\
 P_{chok}^j &= \frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{\Delta} - \delta \frac{\pi\lambda + (1-z)\rho^j + \Delta}{(\lambda + (1-z)\rho^j + \Delta)\Delta} \\
 t_1(s) &= \log \left(\frac{s}{\omega} \frac{\sum_{j=1}^N \rho^j}{\rho^1} \right) / \lambda, & t_2(s) &= \log \left(\frac{s}{\omega} \right) / \lambda, & \Delta &= r + \lambda_T + \lambda_D, & \kappa^j &= (1-z)\rho^j, & \pi_2 &= \pi
 \end{aligned}$$

Bemærk i sætning 2, at priserne angives som funktion af likviditetschokkets størrelse og ikke af tiden, hvilket tydeliggør for læseren, at priserne påvirkes af likviditetschokkets størrelse. Bemærk endvidere, at $t_1(s)$ og $t_2(s)$ afhænger af s , men ikke af t .

Af sætning 2 kan det vises, at priserne er faldende i likviditetschokkets størrelse, s . Dette kan forklares ved, at des større s , des flere investorer vil gå fra høj til lav type, og dermed vil flere være interesserede i at sælge, hvorfor priserne presses ned. I bilag A.22 ses funktionsundersøgelsen af priserne, når markedet er ude af *steady state*, men fortsat er integreret. Af dette bilag fremgår det, at når markedet er i denne tilstand, er prisen aftagende i s , og ligeledes er prisen i denne periode lavere end prisen i *steady state*.

Endvidere kan priserne vises at være aftagende i s , når markedet segmenteres. Den sidste pris i sætning 2 indeholder P_{chok} , der afspejler de lave investor-typers reservationspris, som er den pris, der gør de lave investor-typer indifferente mellem at købe og sælge. P_{chok} svarer til p_{ss} , der blev bestemt ved (3.52) i afsnit

3.5 om *bid-* og *ask-*priserne i *steady state*. P_{chok} er således lig p_{ss} , hvor $m = 2$ og $\kappa^j = \kappa^n$, da markedet nu er segmenteret, og de lave typer er marginale investorer.

Det ses, at prisen, når markederne segmenteres, kan tolkes som et vægtet gennemsnit mellem P_{chok} og $\left(B^j(\omega) + (1 - z) \left[R^j + S^j(\omega) - \frac{\delta}{\lambda + (1 - z)\rho^j + \Delta} \right] \right)$. P_{chok} er som tidligere nævnt de lave typers reservationspris og er dermed den pris, som gør investorerne indifferente mellem at købe og sælge i den periode, hvor markedet er segmenteret. Vægten for, hvor stor betydning P_{chok} har for den endelige pris, bestemmes ved $(1 - e^{-\Delta t_2(s)})$, der udelukkende afhænger af s .

$$s \uparrow \Rightarrow t_2(s) \uparrow \Rightarrow e^{-\Delta t_2(s)} \downarrow \Rightarrow (1 - e^{-\Delta t_2(s)}) \uparrow$$

Med andre ord des større s , des større vægt på P_{chok} i den samlede pris. Dette giver god mening, idet større s betyder, at markedet er længere tid om at komme tilbage til integreret marked, og derved må prisen, mens markedet er segmenteret have større indflydelse på den samlede pris.

Det andet led i det vægtede gennemsnit $\left(B^j(\omega) + (1 - z) \left[R^j + S^j(\omega) - \frac{\delta}{\lambda + (1 - z)\rho^j + \Delta} \right] \right)$ afspejler prisen, efter markedet er integreret, hvilket både dækker over perioden, hvor markedet er ude af *steady state*, men er integreret, og når markedet rammer *steady state* igen.

Bemærk, at vægtene for de forskellige priser er identiske til de vægte, der blev bestemt ved udregning af integralerne i (4.1) og (4.2). Hvor første integrale beregnede værdien efter markedet igen var integreret med en vægt på $e^{-\Delta t_2(s)}$, og andet integrale beregnede prisen i perioden, hvor markedet er segmenteret og havde en vægt på $(1 - e^{-\Delta t_2(s)})$.

For prisen på de segmenterede markeder er det nu kendt, at hvis $s \uparrow \Rightarrow (1 - e^{-\Delta t_2(s)} P_{chok}) \uparrow$. En stigning i s vil have den modsatte effekt på det andet led i prisen, således at

$$s \uparrow \Rightarrow e^{-\Delta t_2(s)} \downarrow \Rightarrow e^{-\Delta t_2(s)} \left(B^j(\omega) + (1 - z) \left[R^j + S^j(\omega) - \frac{\delta}{\lambda + (1 - z)\rho^j + \Delta} \right] \right) \downarrow$$

Dermed er der to modstridende effekter på $B^j(s)$ når $s \uparrow$. Eftersom P_{chok} er den lavest mulige pris, der kan forekomme⁷, må $B^j(\omega) + (1 - z) \left[R^j + S^j(\omega) - \frac{\delta}{\lambda + (1 - z)\rho^j + \Delta} \right] > P_{chok}$, og deraf må faldet fra det første led være den dominerede effekt, hvorfor $B^j(s)$ for det segmenterede marked er faldende i s .

Hermed er det vist, at samtlige priser er faldende i likviditetschokket, s . Årsagen til de faldende priser er, at der i en periode vil være flere høje typer, der har præference for at sælge end der er lave typer, der har præference for at købe, hvilket presser priserne ned. Med udgangspunkt i rangordenen fra afsnit 3.5 betyder det, at hvis $s > \omega$, da vil der blive så mange lave typer, at de marginale investorer vil blive de mest sofistikerede lave typer. Dette ville medføre, at der ikke ville være nogen salgspris for de mest usofistikerede, eftersom alle disse investorer vil have præference for at holde obligationen. Ved at implementere, at markedet segmenteres, sikres det, at der for ethvert j eksisterer både købere og sælgere.

⁷ $P_{chok} = p_{ss}$ med $m = 2$. Den lavest mulige pris, der kan handles til, er p_{ss} , da det er prisen uden nogen *fee* til dealeren.

Antagelsen om segmenterede markeder retfærdiggøres af Feldhütter (2011) ved, at dealere ikke opsplitter handler under kriser. Det betyder i praksis, at dealeren kontakter en salgsperson for at lade ham finde en modpart. Først når modparten er fundet eksekveres handlen. Dette stemmer overens med den tidligere antagelse i modellen om, at dealeren med det samme lukker sin position, og han dermed ikke har *inventory risk*.

4.2 Relation mellem priser efter et likviditetschok

I dette afsnit vil det blive vist, at forskellen på prisen for sofistikerede og usofistikerede investorer efter et likviditetschok er monotont voksende i chokkets størrelse, s . Det gælder både for *ask*- og *bid*-prisen.

Sætning 3.

Relation mellem priser for sofistikerede og usofistikerede investorer efter et likviditetschok

Det antages, at et likviditetschok rammer et marked, når denne er i *steady state*. Hvis dette chok har en størrelse på $\omega \leq s < 1$, da vil markedet blive segmenteret. Hvis det tilmed antages, at følgende relation er opfyldt:

$$\begin{aligned} & (1 - \pi_2)\lambda\kappa^j(\kappa^j + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta) + (\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \\ & + (\Delta + \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \\ & > \left((\kappa^1 + \kappa^1 + \Delta + \Delta + \pi\lambda + (\kappa^j + \Delta)e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega)} - 1) \right) (\kappa^j + \lambda + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \end{aligned} \quad (4.33)$$

med

$$\begin{aligned} \kappa^j &= (1 - z)\rho^j \\ \Delta &= r + \lambda_T + \lambda_D \end{aligned}$$

da vil det gælde, at prisforskellen mellem sofistikerede og usofistikerede handler er monotont voksende i likviditetschokkets størrelse. Dette betyder, at for $\rho^i < \rho^j$, da vil priserne øjeblikkeligt efter chokket opfylde at

$$M_i(s) - M_j(s)$$

er stigende i s , hvor $M(s)$ kan angive både *bid*- og *ask*-prisen.

Ulighed (4.33) er ikke lig uligheden i Feldhütter (2011) og indgår derfor ligeledes i bilag A.11 sammen med de andre fejl, der er fundet i artiklen. Det er ikke utænkeligt, at uligheden i Feldhütter (2011) er korrekt, men beviset for denne ulighed indeholder flere fejl. Beviset for uligheden (4.33) er vist i bilag A.23.

Årsagen til, at forskellen mellem priser for sofistikerede og usofistikerede investorer er monotont voksende i chokkets størrelse, er, at priserne er et resultat af et forhandlingsspil og endvidere afspejler de investorernes *outside option*. De investorer, der ønsker at købe, har mulighed for at lede efter andre modparter. Denne mulighed er mere tilgængelig for de sofistikerede investorer, da de har høj søgeintensitet og dermed hurtigt finder en ny modpart. Heraf følger det, at de sofistikerede investorer kan forhandle sig til bedre priser, og dermed presses priserne for sofistikerede investorer mere ned ift. priserne for usofistikerede investorer efter et likviditetschok. Man kunne oplagt tro, at sofistikerede sælgere havde samme *outside option* til hurtigt at finde en ny modpart, og dermed ikke ville lade sig presse ned i pris af de sofistikerede købere. Dog er situationen efter et likviditetschok således, at der er langt flere sælgere end købere, hvorfor investorerne accepterer at sælge til deres reservationspris. Af denne årsag kommer sælgernes *outside option* ikke i spil under forhandlingsspillet.

Med resultatet i sætning 3 er alle vigtige resultater ift. salgspres fra Feldhütter (2011) udledt. For at anvende den teoretiske søgemodel som motivation for et empirisk mål til at identificere midlertidigt salgspres, skal de teoretiske størrelser 'oversættes' til observerbare størrelser. Derfor antages sofistikerede investorer at være det samme som store investorer og disse antages udelukkende at eksekvere store handler (handelsvolume > 100.000). Ligeledes er de usofistikerede investorer, små investorer der alle antages at eksekvere små handler (handelsvolume < 50.000). Det er nødvendigt at være i stand til at sammenkoble små/store handler med usofistikerede/sofistikerede investorer, da det er handelsstørrelserne, der er observerbare fra handelsdata - og ikke sofistikationsniveauet af investorerne.

Herefter er det muligt, at betragte empirisk data og analysere på, hvorvidt modellens resultater kan forklare virkeligheden. I den empiriske analyse vil der både blive opstillet en tidsrække- og tværsnitsanalyse. Dette gøres med henblik på at vise, at under et salgspres afspejler små handler en mere retvisende pris for erhvervsoligationer. Herefter vil der blive foretaget et event-studie. Formålet hermed er at undersøge om event-afkastet kan blive bestemt mere præcist - og dermed adskilt fra salgspres-afkast - ved at inddrage små handler i event-studiet.

Kapitel 5

Empirisk analyse af salgspres

Den teoretiske søgemodel, der er gennemgået i denne afhandling, har op til flere vigtige resultater. Ved sætning 2 viste søgemodellen, at både *bid*- og *ask*-priserne falder som følge af et likviditetschok - des større chok, des mere falder de. Endvidere viser sætningen, at efterhånden som likviditetschokket aftager, vil markedet gå tilbage i *steady state*. Sætning 3 viser, at når der forekommer et likviditetschok, da vil prisforskellen mellem små og store handler være voksende i chokkets størrelse. Med dette resultat er det muligt at bestemme, hvorvidt priserne falder grundet ny information i markedet, eller hvorvidt prisfaldet skyldes et salgspres. Sagt med andre ord kan det konkluderes på baggrund af søgemodellen, at hvis priserne falder, og prisforskellen mellem store og små handler vokser, da er der tale om et salgspres.

Når søgemodellens teoretiske mål skal føres over på virkeligheden, antages det, at et likviditetschok forekommer i forbindelse med en eller anden form for *event*. Denne afhandling vil undersøge *eventet*, hvor en obligation *downgrades* fra *investment grade* til *speculative grade*¹. Event-studiet vil således undersøge, om man kan anvende søgemodellens resultater til at belyse problemstillingen om, hvorvidt det er muligt at bedømme, om en *downgrade* medfører ny information til markedet. Sagt med andre ord så vil event-studiet, på baggrund af den viden søgemodellen har givet, undersøge, om det er muligt at adskille det afkast, der kommer fra selve eventet og det afkast, der kommer fra et eventuelt salgspres. Netop denne problemstilling har den eksisterende litteratur endnu ikke et klart svar på.

Førend event-studiet vil blive foretaget, er det relevant først at undersøge, om den teoretiske søgemodel forklarer virkelighedens data tilfredsstillende. Denne undersøgelse opdeles i to step. Første step går ud på at definere op til flere mål for salgspres og lave en graf over tidsrækken for disse. Af disse grafer forventes det i hvert fald, at der er salgspres under krisetider, da markedet generelt var presset i denne periode. I andet step vil priserne for små og store handler på obligationer blive undersøgt. Små handler = handelsvolumen < 50.000 og store handler = handelsvolumen > 100.000. Således vil søgemodellens mål for

¹'Downgrade' refererer i denne afhandling udelukkende til *downgrade* fra *investment grade* til *speculative grade*

salgspres blive anvendt til at identificere obligationer med højt salgspres, og priserne for hhv. små og store handler på disse obligationer vil blive overvåget henover en 26 ugers periode².

Inden event-studiet vil blive foretaget, vil der indledningsvist blive undersøgt, hvorvidt der er salgspres på *downgrade*-datoerne, samt hvorvidt handelsvolumen på disse dage er stor. Al handelsdata på erhvervsobligationer, der anvendes i dette afsnit, er fra TRACE. Der er endvidere anvendt data fra FISD til at opnå information omkring *downgrade*-datoer, samlet markedsværdi og rating-information.

5.1 TRACE

TRACE er standard transaktion-databasen for amerikanske erhvervsobligationer og anvendes i høj grad inden for empirisk forskning. TRACE har eksisteret siden 1. juli 2002 og stort set samtlige amerikanske erhvervsobligationer (Bessembinder et. al., 2008). Siden 6. februar 2012 har TRACE forbedret deres opsætning, således at filtrering af fejlagtig data er nemmere at foretage (Dick-Nielsen, 2014).

TRACE data kan ikke blindt anvendes, da der er mange fejlrapporteringer i systemet. Hvis TRACE data bliver anvendt uden først at filtrere fejlrapporter fra, vil det resultere i, at markedet ser ud til at være mere likvidt, end det er. Dette skyldes, at uden filtrering risikeres det, at den samme handel indgår flere gange i datasættet. Fejlrapporteringer i TRACE sker for eksempel, hvis en handel indrapporteres, men i virkeligheden ikke har fundet sted og derfor burde slettes. TRACE er opbygget således, at der ved disse fejlrapporter indrapporteres en ny rapport, der angiver, at den første handel burde slettes - men ingen af rapporterne slettes fra TRACE. Dermed er der to rapporter for samme handel, der i virkeligheden slet ikke burde optræde i handelsdatabasen. Stort set det samme princip gælder for handler, hvor der er indrapporteret en fejl i en handelsrapport. I disse tilfælde laves en korrektionsrapport, der gør opmærksom på fejlen, og derudover laves endnu en rapport, der indeholder de korrekte handelsdata. Dermed vil der for denne type fejl endeligt være tre handelsrapporter relateret til samme handel. Problemstillingen kompliceres yderligere, hvis fejl- eller korrektionsrapporterne ikke uploades i TRACE på samme dag, som den oprindelige handel er blevet rapporteret. Dette forklarer i hovedtræk, hvorfor ufiltreret data fra TRACE vil konkludere, at markedet er mere likvidt, end det i virkeligheden er. For en mere detaljeret forklaring af fejlrapporteringer i TRACE henvises til Dick-Nielsen (2009) og (2014). Dick-Nielsen (2014) indeholder endvidere en SAS-kode, der filtrerer TRACE data både for 2002-2012 og 2012-2014. SAS-koden til filtrering af data anvendes i de empiriske analyser i denne afhandling.

Til analyserne er anvendt data fra juli 2002 til marts 2014. Der er forsinkelse på, hvornår data offentliggøres i TRACE ift. handelsdatoen, hvorfor det ikke er muligt at anvende data op til 2016.

²26 uger er valgt, da det ca. svarer til et halvt år

5.2 Tidsserie- og tværsnitsanalyse af salgspres på data

I dette afsnit vil det blive undersøgt, hvorvidt resultaterne fra den teoretiske søgemodel passer på data. Dette vil blive gjort i to steps.

1) Er der salgspres i kriseperioder?

Det forventes, at der er salgspres i kriseperioder, da markedet er under et stort pres.

2) Vil prisen på store handler konvergere mod prisen på små handler?

Med dette resultat vil det blive belyst, hvorvidt søgemodellens sætning 3 er en god indikator for salgspres. Det er teoretisk bevist, at priserne for obligationer med salgspres vil konvergere, men for at søgemodellen har sin relevans i empiriske studier, kræves det, at den ligeledes gælder for data.

5.2.1 Salgspres i kriseperioder

På baggrund af søgemodellen er det muligt at opstille et empirisk mål for salgspres. Dette mål baseres på prisforskellen mellem små og store handler. Søgmodellen konkluderer, at usofistikerede investorer/små handler har en højere pris end sofistikerede investorer/store handler i perioder med slagspres. Derfor defineres nu et mål for salgspres ved

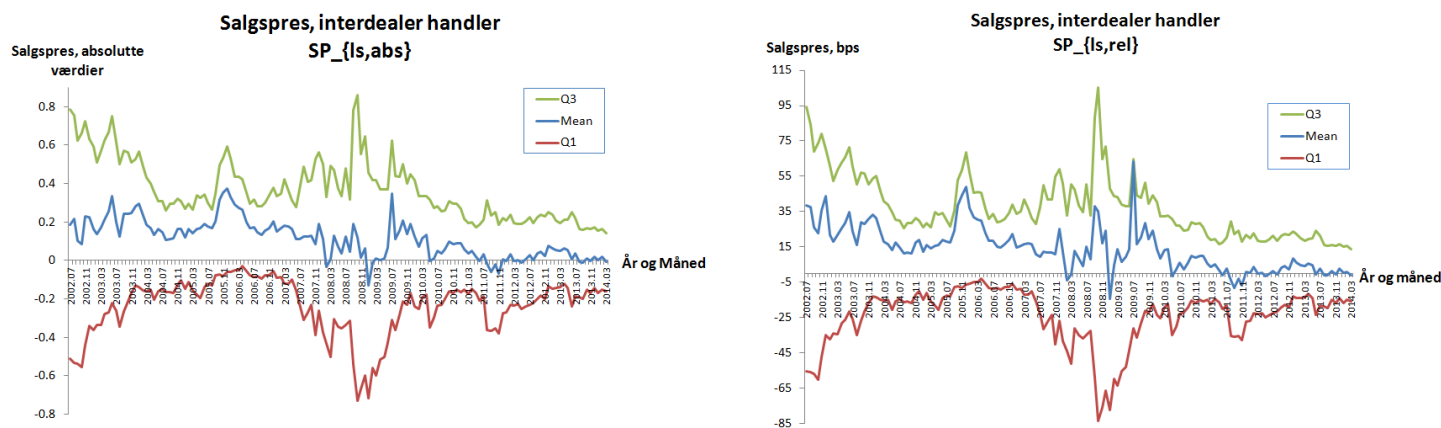
$$SP_{ls,abs} = P_{large_int} - P_{small_int} \quad (5.1)$$

Således skal dette mål være negativt, for at modellen siger, at der er salgspres i markedet. Er $SP_{ls,abs}$ omvendt positivt, da er der købspres. Bemærk, at målet for salgspres er defineret ved *int*, der står for interdealer-handler. Interdealer-handler anvendes for at undgå, at *spreadet*, der er asymmetrisk omkring interdealerprisen, påvirker målet.

Med henblik på at foretage en grundig analyse af data er fem mål for salgspres defineret og undersøgt:

$$\begin{aligned} SP_{ls,abs} &= P_{large_int} - P_{small_int} \\ SP_{ls,rel} &= (P_{large_int} - P_{small_int})/P_{large_int} \\ SP_B &= (P_{large_buy} - P_{interdealer})/P_{large_buy} \\ SP_S &= (P_{large_sell} - P_{interdealer})/P_{large_sell} \\ SP_L &= (P_{large} - P_{interdealer})/P_{large} \end{aligned}$$

$SP_{ls,abs}$ angiver salgspres som den absolutte forskel mellem priser på store og små handler. Dette mål vil blandt andet blive anvendt senere, når analysen om konvergens foretages, og obligationer med mest salgspres skal udvælges, da denne analyse fokuserer på prisernes absolutte værdier.



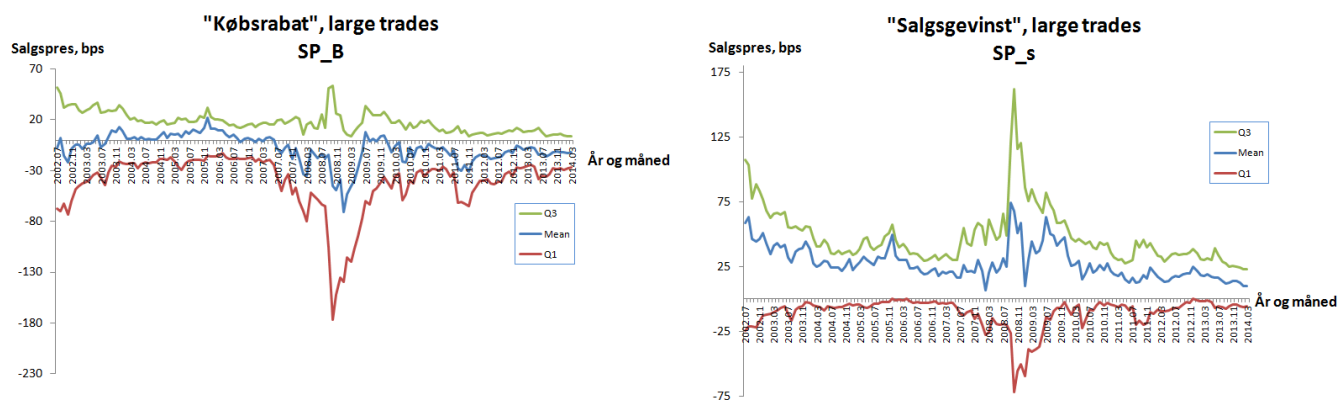
Figur 5.1: Salgspris for $SP_{ls,abs}$ og $SP_{ls,rel}$

De resterende mål for salgspris er relative mål set ift. prisen på store handler. Målene for salgspris er ud over forskellen på store og små handler defineret ved forskellen mellem hhv. store købshandler, store salgshandler, alle store handler og interdealer handler. Interdealer anvendes, da disse handler - i hvert fald i søgemodellen - antages at have de mest retvisende priser.

Data til tidsserieanalyserne er dannet ved at filtrere TRACE data som angivet i Dick-Nielsen (2014), og derefter definere de pågældende mål for salgspris. Salgspressene er herefter 'winsorizet' ved \$10 for det absolutte mål og 15% ved de relative mål.

Kvartilerne for $SP_{ls,abs}$ og $SP_{ls,rel}$ ses på graferne i figur 5.1. Det fremgår tydeligt, at der er salgspris for nogle obligationer under krisen, da der ses store negative værdier for $SP_{ls,abs}$ i denne periode. Det er interessant at bemærke, at der ligeledes ser ud til at være et købspres under krisen, eftersom 'Q3'-graferne har store positive udsving i denne periode. Dette købspres kan muligvis forklares med 'flight to quality'. Bilag A.24 viser graf for salgspris for SP_L , og konklusionen er her den samme som for $SP_{ls,abs}$ og $SP_{ls,rel}$. På figur 5.2 opdeles de store handler i hhv. købs- og salgshandler set fra dealerens synspunkt. SP_B -salgspris målet betegnes med 'købsrabat', og viser den forskel, der er på dealerens købspris og salgspris (interdealerprisen). Eftersom $SP_B = (P_{large_buy} - P_{interdealer})/P_{large_buy}$, da er målet ofte negativt, da købspris < interdealerpris, for at dealeren tjener penge på handlen. Jo mere negativ SP_B er, des større salgspris og dermed des større 'købsrabat', eftersom en dealer, der køber under et salgspris, er en meget eftertragtet modpart for alle de investorer, der ønsker at sælge, hvorfor han kan købe til en god pris. Når SP_B bliver positiv, betyder det, at dealeren køber til en højere pris, end han sælger videre til i interdealermarkedet. Dette indikerer et købspres, da mange investorer (og dealeren) ønsker at købe obligationen, og derved presses prisen op.

SP_S afspejler en 'salgsgevinst', og når denne er positiv, er der salgspris i markedet. 'Salgsgevinsten' er ofte

Figur 5.2: Salgspres for SP_B og SP_S

positiv, da den pris, investoren sælger til, oftest er højere, end den pris han køber til i interdealermarkedet. Dog kan man se for 'Q1'-grafnen, at 'salgsgevinsten' er negativ i kriseperioder, hvilket kan skyldes, at der i forvejen er mange investorer, der sælger ud i denne periode. Hvis dealeren ligeledes ønsker at sælge ud, må han acceptere at gøre det til en pris lavere end interdealerprisen, og dermed oplever dealeren et tab på sin handel.

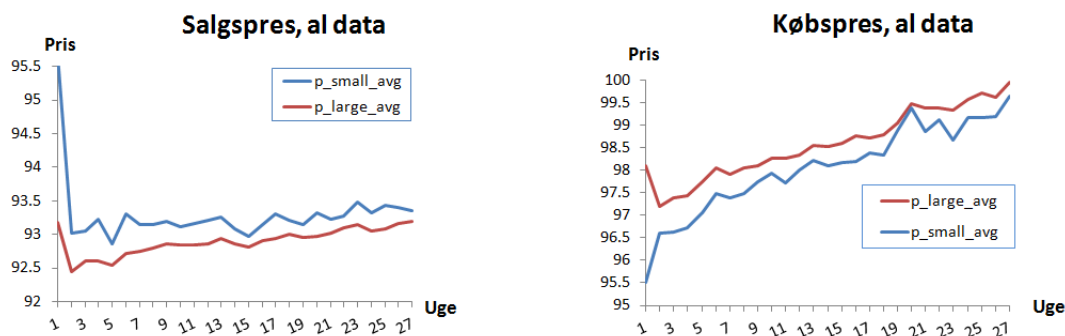
Konklusionen for alle tidsseriegraferne er rimelig entydig - der er salgspres under kriseperioder uanset, hvordan målet for salgspres defineres. Derved er første tjek med data foretaget, og det er nu tid til at se på, hvorvidt priser på store handler for obligationer med salgspres konvergerer mod prisen på små handler.

5.2.2 Konvergens af priser på store handler

I dette afsnit vil det blive undersøgt, hvorvidt prisen på store handler for obligationer med salgspres vil konvergere mod prisen på små handler. Søgemodellens sætning 3 har bevist, at teoretisk vil priserne på store handler falde mere end priserne på små handler efter et likviditetschok.

Konvergens vil blive undersøgt ved at lave en tværsnitsanalyse, hvor obligationer med hhv. 10% mest og mindst salgspres grupperes. Obligationerne med 10% mindst salgspres, er således dem, hvor målet for salgspres har en positiv værdi, og derfor kan denne gruppe af obligationer betegnes som obligationer med købspres. Grupperingen af obligationer med hhv. 10% mest salgs- og købspres foretages oplagt på baggrund af målet for salgspres. Analysen vil blive foretaget for $SP_{l,abs} = P_{large_int} - P_{small_int}$ ³. Derefter vil prisudviklingen for hhv. priser på små og store handler for hver obligation i hver af de to grup-

³En tværsnitsanalyse af $SP_{l,abs} = P_{large} - P_{interdealer}$ er ligeledes foretaget, og denne ses i bilag A.25. Konklusionerne for de to analyser er stort set ens.



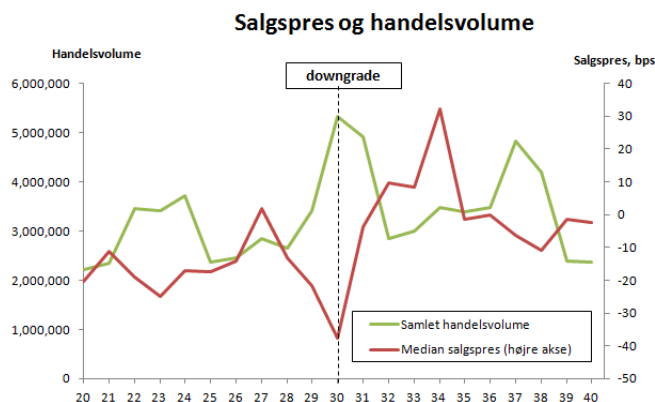
Figur 5.3: Prisudvikling for obligationer med salgs- og købspres for $SP_{ls,abs}$

per blive fulgt i de følgende 26 ugers data. Som tidligere nævnt anvendes TRACE data i denne analyse fra juli 2002 til marts 2014. Dette giver data for i alt 620 uger. Dermed laves grupperingen for uge 1 tom. uge 594 (620-26). Afslutningsvist er der taget et gennemsnit for priserne på små og store handler henover samtlige uge 1, uge 2,... og uge 27 observationer.

Resultatet af gennemsnittet henover alle disse tværsnitsundersøgelser er vist i figur 5.3. Figuren viser både købs- og salgspres for al data. For salgspres viser figuren, at priserne på store handler konsekvent ligger under priserne på små handler, hvilket er i overensstemmelse med teorien. Det ser endvidere ud som om, at priserne på store handler konvergerer mod priserne på små handler, hvilket ligeledes stemmer overens med teorien. Endvidere er det spændende at se på grafen for købspres, hvor priser på store handler ligger højest, og priserne ligeledes ser ud til at konvergere. I bilag A.26 ses en graf over forskellen på priserne ($P_{large} - P_{small}$) for købspres, der tydeliggør, at priserne konvergerer mod hinanden. Dette er en spændende observation, da det indikerer, at der er en mulighed for, at søgemodellen - med visse modifikationer - ligeledes kan håndtere et købspres. Dog bemærkes det, at købspres ikke opfører sig ligeså pænt som salgspres, hvilket kan forårsages af, at købspres er mindre veldefineret end salgspres. Købspres forekommer, hvis en masse investorer ønsker at købe en bestemt obligation, hvilket er en lidt mere speciel situation ift. salgspres. Købspres kunne tænkes at opstå i forbindelse med, at en obligation bliver *cheapest to deliver* for en CDS-kontrakt eller *flight-to-quality*.

Konklusionen for analysen af konvergens er, at priserne for obligationer med salgs- og købspres ser ud til at konvergere mod hinanden. For obligationer med salgspres konvergerer priserne på store handler mod priserne på små handler, hvorfor det kan konkluderes, at prisen på små handler er den mest retvisende pris for en obligation i perioder, hvor obligationen er udsat for salgspres.

De empiriske resultater, som er præsenteret indtil nu, giver således en viden om, at der er salgspres i

Figur 5.4: Salgspres og handelsvolume for $SP_{ls,abs}$

krisetider, samt at priserne på små handler er mest retvisende for obligationer, der er udsat for salgspres. Ud fra disse delresultater finder jeg det relevant at udfordre konklusionen fra Bessembinder et. al. (2008), der siger, at event-studier bør foretages udelukkende på store handler. Event-studier har til formål at bestemme abnormale afkast, der forårsages af forskellige former for *events*. Når det ud fra ovenstående analyse tyder på, at priser på små handler er mest retvisende for obligationer med salgspres, finder jeg det relevant at undersøge, hvorvidt små handler kan bidrage til event-studier. Min hypotese er, at afkastet fra store handler indeholder både et event-afkast samt et salgspres-afkast, mens små handler i højere grad udelukkende afspejler et event-afkast.

5.3 Event-studie

I forbindelse med et event-studie er det essentielt at beslutte, hvilket *event* man ønsker at undersøge. For denne afhandling vil *downgrades* blive anvendt som event, da det formodes, at der er salgspres i forbindelse med *downgrades*. Inden event-studiet påbegyndes vil der blive set på, hvorvidt det ser ud som om, at der gennemsnitligt er salgspres omkring *downgrade*-datoer.

På figur 5.4 ses en graf, der viser samlet handelsvolume omkring *downgrade*-datoen (dag 30 på x-aksen) samt medianen for salgspreset, når dette er bestemt ved $SP_{ls,abs}$. Af grafen ses det, at der er salgspres omkring *downgrade*-datoen, samt at der på denne dag er en stor handelsvolume, hvilket er vigtigt for, at der er tale om salgspres. På baggrund af grafen i figur 5.4 vil jeg mene, at der er tilstrækkelig indikation af, at der er salgspres omkring *downgrades* og dermed, at det er relevant at foretage et event-studie for *downgrades*. Det ses endvidere af figur 5.4, at den samlede handelsvolume stiger i dagene op til *downgrade*-datoen. Dette kan skyldes, at *downgrade*-informationen er et 'indeks' på tværs af de forskellige rating-selskaber, så det er muligt, at ét rating-selskab har *downgraded* på dag 28, mens andre først har *downgraded*

ved dag 30.

Event-studiets opbygning

Event-studiet vil se på afkast omkring *downgrades* fra *investment grade* til *speculative grade*. Data vil blive opdelt i tre tidsperioder, således at event-studiet foretages på data før, under og efter krisen. Kriseperioden udgør juni 2008 til og med december 2009. Dermed er før-krise-perioden givet ved juli 2002 tom. maj 2008 og efter-krise-perioden er januar 2010 til marts 2014. Der er i alt 770 *downgrades* i perioden juli 2002 til marts 2014, hvoraf 484 er i før-krise-perioden, 175 sker under krisen og 111 foregår i efter-krise-perioden.

Observerede og abnormale afkast omkring *downgrade*-datoerne vil blive bestemt for både små og store handler. Der vil blive bestemt to afkast - afkast fra før *downgrade* og afkast efter *downgrade*, hvor *downgrade*-datoen er skillelinjen. Hypotesen er, at man for både små og store handler først vil se stort negativt afkast og efterfølgende vil se et positivt afkast og endvidere, at disse udsving vil være mere markante for store handler. Derfor er det meget spændende at se på, hvordan afkastet for små og store handler opfører sig ift. hinanden, eftersom dette kan være med til at vise, hvorvidt afkastet på store handler både består af et event-afkast og et salgspres-afkast, hvilket vil blive uddybet senere.

For at beregne observerede og abnormale afkast skal event-vinduet fastlægges. På baggrund af figur 5.4, der viser, at handelsvolume stiger i dagene op til *downgrade*-datoen, beregnes afkast op til *downgrade*-datoen ved priserne på dag -3 ift. dag 0, hvor dag 0 udgør *downgrade*-datoen. For at øge stikprøvens størrelse vil event-vinduet før *downgraden* udvides til at gå 14 dage tilbage ift. dag -3. Således vil afkastet fra før *downgrade*-datoen beregnes ved:

$$\frac{P_{[-17;-3]} - P_0}{P_{[-17;-3]}}$$

Dette betyder, at prisen før *downgraden*, vælges som den pris, der ligger tættest på dag -3, dog maksimalt dag -17. På denne måde udvides størrelserne af stikprøverne, og det vurderes, at fald i priserne inden for en 17-dages periode omkring *downgrade*-datoen i høj grad kan tillægges dette *event*.

Når afkast efter *downgrade*-datoen skal bestemmes, vælges det minimum antal dage, der skal gå før afkastene bliver positive og signifikante. Dette antal dage svinger i de forskellige analyser alt efter, hvilken tidsperiode, der betragtes og ligger i et interval på +22 dage til +1550 dage.

Ved at have bestemt event-vinduet ud fra ovenstående, er det klart, at obligationer skal handle på *downgrade*-datoen, for at de medtages i analysen. Derudover skal de handle både før og efter *downgrade*-datoen inden for event-vinduet, og de skal ligeledes have både en stor og lille handel i hver periode.

Afkast er beregnet både for alle handler og udelukkende for interdealer handler. Derudover er de beregnet

ved at bestemme den gennemsnitlige daglige pris pr. *cusip-id*⁴ ved både ligevægtet og volume-vægtet metode. Event-studiet er lavet både for mean og median, hvor signifikansniveau bestemmes ved hhv. *t-test* og *sign test*⁵. De abnormale afkast bestemmes ved

$$ABR_i = OBR_i - EBR_i$$

hvor ABR står for 'abnormal returns', OBR står for 'observed returns' og EBR står for 'expected returns'. EBR bestemmes ved at matche hver enkelt obligation op med et indeks med tilsvarende rating og udløb. Eftersom det essentielle for dette event-studie er at vise forskellen på abnormale afkast for små og store handler, da defineres det abnormale afkast ved:

$$\begin{aligned} \text{Abnormalt afkast} &= ABR_{\text{små handler}} - ABR_{\text{store handler}} = OBR_{\text{små}} - \cancel{EBR_{\text{små}}} - (OBR_{\text{store}} - \cancel{EBR_{\text{store}}}) \\ &= OBR_{\text{små}} - OBR_{\text{store}} \end{aligned}$$

Eftersom de forventede afkast er identiske for hver obligation, uanset om man ser på en stor eller lille handel, da udgår EBR, og dermed kan det abnormale afkast bestemmes uden at matche obligationerne med et tilsvarende indeks.

Når de abnormale afkast er bestemt for hver obligation, skal det besluttes, hvordan hver af disse obligationer vægtes i den samlede fordeling. Denne vægtning kan foretages på mange måder, hvoraf nogle idéer kunne være; ligevægtet, volume-vægtet ift. handelsvolume eller volume-vægtet ift. obligationernes samlede markedsværdi. Af disse metoder vurderes det, at volume-vægtet ift. handelsvolume er den mest hensigtsmæssige, når formålet er at undersøge et salgspres. Det er oplagt, at der er mest handel i de obligationer, der udsættes for salgspres, hvilket den ligevægtede metode og volume-vægtet ift. markedsværdi ikke tager højde for. Ved at anvende den volume-vægtede metode ift. handelsvolume sikrer man sig, at obligationer, der *downgrades*, uden at det medfører et salgspres - fx. hvis de institutionelle investorer ikke holder den *downgradede* obligation - ikke påvirker analysens resultater u hensigtsmæssigt meget. Den volume-vægtede metode ift. handelsvolume kan yderligere uddybes ved, at det er handelsvolumen for de store handler, der bestemmer vægtene - også når afkast for små handler beregnes. Denne metode vurderes at være den mest korrekte, når salgspres skal undersøges, da et salgspres er defineret ved mange store handler. Ved denne metode vil handler med meget salgspres vægte mere i den samlede fordeling.

⁴Cusip-id er identifikationskoden for obligationer i TRACE

⁵For mean er de observerede afkast ikke signifikante, hvorfor kun medianen er vist i tabellerne i afsnit 5.3.1.

5.3.1 Event-studiets resultater

I dette asnit vil der blive præsenteret tre tabeller; en tabel for hver periode. Alle tabellerne baserer sig på data for alle handler. Event-studiet er ligeledes lavet på udelukkende interdealer-handler. Resultaterne af disse analyser ses i bilag A.27. Event-studierne for interdealer-handlerne viser ikke samme tydelige tendenser som event-studierne for alle handler. Dette kan virke overraskende, eftersom interdealer-handler - i hvert fald i søgemodellen - anses for at være de mest korrekte priser. Årsagen skal muligvis findes i, at dealere i virkeligheden ikke segmenteres, som søgemodellen antager det, og dermed påvirkes disse priser ikke i samme grad af salgspreset.

Stikprøve-størrelsen er bestemt på samme måde ved alle analyser. Først vælges samtlige obligationer, der er blevet *downgraded* i den pågældende periode. Derefter frasorteres obligationer, der ikke har haft en hhv. stor og lille handel før *downgrade*-datoen, på *downgrade*-datoen og efter *downgrade*-datoen. Det viser sig for alle analyserne, at den primære årsag, til at en obligaiton frasorteres, er manglende handel på selve *downgrade*-datoen. En betydelig mindre andel af obligationer frasorteres pga. manglende handel i event-vinduet inden *downgraden*, mens ingen handler frasorteres på baggrund af manglende handel efter *downgrade*-datoen. Se bilag A.28 for en gennemgang af, hvordan størrelsen af stikprøven bestemmes for 'alle handler' på før-krise *downgrades*. For de resterende analyser vil størrelsen af stikprøven blot blive angivet, men fremgangsmåden har været den samme for alle analyserne.

Event studie for før-krise-perioden

		Median afkast dag [-17;-3] til 0	Median afkast dag 0 til 22
Ligevægtede, daglige priser	Små handler	-2,50**	2,10
	Store handler	-6,59***	8,10***
	Abnormalt afkast	4,06	-5,98
Volume-vægtede, daglige priser	Små handler	-1,67*	1,48
	Store handler	-6,34***	9,69***
	Abnormalt afkast	4,67	-8,21

Tabel 5.1: Før krisen, alle handler. Afkast angivet i basispoints (bps)

I tabel 5.1 ses resultatet af event-studiet for alle handler i før-krise-perioden. Tabellen baserer sig på 186 obligationer, som er bestemt i bilag A.28. Stjernerne angiver signifikansniveauet for medianen, hvor *=signifikant på 10%-niveau, **=signifikant på 5%-niveau og ***=signifikant på 1%-niveau. Nulhypotesen er, at medianen er lig 0.

Tabel 5.1 viser median-afkastet op til og efter *downgrade*-datoerne for ligevægtede daglige priser og volumevægtede daglige priser. Tendenserne i afkastene er ens, uanset hvilken af metoderne man betragter. Der er flere spændende resultater i tabel 5.1. Først bemærkes det, at alle afkast er signifikante, på nær afkastet for små handler i perioden efter *downgrade*-datoerne. Det har for før-krise-perioden været nødvendigt at

gå +22 dage ud efter *downgraden*, før afkast for store handler blev signifikant positivt. Det ses endvidere, at afkastet for store handler er størst negativt op til *downgrade*-datoen, og efter *downgrade*-datoen er afkastet for store handler størst positivt. Dermed svinger afkastet for de store handler mest, hvilket resulterer i, at det abnormale afkast ændrer fortegn. Eftersom afkastet ikke svinger lige meget for både små og store handler, indikeres der med dette resultat, at afkastet fra store handler ikke udelukkende afspejler et event-afkast, da et event-afkast burde påvirke både små og store handler. Kombineres disse resultater med den tidligere erhvervede viden om, at priserne på store handler udsættes for salgspres, tyder disse resultater på, at afkast for store handler indeholder både event-afkast samt salgspres-afkast, mens afkast for små handler i større grad afspejler udelukkende et event-afkast.

Event-studie for krise perioden

Under krisen skete som tidligere nævnt 175 downgrades. For 'alle handler' ender event-studiet på en stikprøve på 61 handler. Tabel 5.2 angiver resultatet for 'alle handler' under krisen. Her ses alle afkast

		Median afkast dag [-17;-3] til 0	Median afkast dag 0 til 1550
Ligevægtede, daglige priser	Små handler	-156,25***	26,21*
	Store handler	-283,35***	35,48***
	Abnormalt afkast	127,10	-9,27
		Median afkast dag [-17;-3] til 0	Median afkast dag 0 til 475
Volume-vægtede, daglige priser	Små handler	-156,79***	23,63**
	Store handler	-325,71***	25,47**
	Abnormalt afkast	168,92	-1,84

Tabel 5.2: Under krisen, alle handler. Afkast angivet i basispoints (bps)

at være signifikante og tilmed ændrer det abnormale afkast fortegn præcis som ved tabel 5.1. Dermed understøtter denne tabel hypotesen om, at store handler indeholder både event-afkast samt salgspres-afkast, mens små handler i større grad afspejler et rent event-afkast. Fra tabel 5.2 er det endvidere værd at bemærke, at median-afkastet i perioden efter en *downgraden* er bestemt for et event-vindue på hhv. [0;1550] og [0;475]. Dette betyder, at under krisen skulle der gå længere tid efter *downgrade*, førend at afkastene blev signifikant positive. Forklaringen herpå skal muligvis findes i, at markedet generelt var presset på likviditet, og der herskede meget usikkerhed i denne periode. Derfor søgte investorer mod mere sikre investeringer, som for eksempel *investment grade* obligationer. Dette stemmer overens med figur 5.1 og 5.2, der alle viste købspres under krisen, som kunne tyde på, at investorer sælger ud af *speculative grade* og placerer midler i mere sikre obligationer.

Event-studie for efter-krise-perioden

Resultaterne for efter-krise-perioden ses i tabel 5.3 (111 *downgrades*, 75 obligationer i stikprøven). Tendenserne i disse tabeller er stort set identiske med de to andre perioder. For alle handler ses afkast i de store handler at svinge mest, og det abnormale afkast ændrer fortegn. Det bemærkes, at i efter-krise-perioden skal der gå 40 dage, inden afkastet efter *downgraden* bliver signifikant positivt.

		Median afkast dag [-17;-3] til 0	Median afkast dag 0 til 40
Ligevægtede, daglige priser	Små handler	-27,06***	25,50*
	Store handler	-37,96***	42,90**
	Abnormalt afkast	10,90	-44,87
Volume-vægtede, daglige priser	Små handler	-30,50***	16,84*
	Store handler	-45,40***	53,68***
	Abnormalt afkast	14,90	-36,85

Tabel 5.3: Efter krisen, alle handler. Afkast angivet i basispoints (bps)

Konklusion på event-studierne

Event-studierne viser flere tendenser, der er værd at bemærke. Først og fremmest ses for alle studier for 'alle handler', at store handler har et større negativt afkast efterfulgt af et større positivt afkast ift. små handler. Denne forskel i afkast leder til abnormale afkast, der går fra at være positive til at være negative. Ændringen i fortegnet på de abnormale afkast kombineret med viden om, at store handler udsættes for salgspres, indikerer, at afkastet for store handler udgøres af en sum af event-afkast samt salgspres-afkast. Hvorimod de små handler i højere grad afspejler et event-afkast, da de ikke ændrer sig ligeså meget i forbindelse med *downgrades*. Dette er et spændende resultat, da det strider imod konklusionen i Bessembinder et. al. (2008). I den artikel konkluderes det, at i forbindelse med event-studier er det mest retvisende at se på afkast for store handler. Resultaterne af event-studiet i denne afhandling indikerer, at i forbindelse med *events*, hvor der opstår salgspres, da er det mest retvisende at bestemme event-afkastet ud fra afkast på små handler. Dette resultat er vist at gælde for medianen på afkast, når 'alle handler' indgår i analysen. Dermed vil man ved at se på afkastet for små handler i højere grad kunne bedømme, hvorvidt en *downgrade* indeholder ny information.

Af bilag A.27 fremgår det, at event-studierne på interdealer-handler ikke viser samme entydige tendenser. Årsagen til, at interdealer-handler ikke viser det samme som 'alle handler', kan skyldes, at dealere i virkeligheden ikke bliver segmenteret, som søgemodellen antager, eftersom de muligvis kan have et *inventory*. Derfor kan det være, at interdealer-handler ikke i samme grad påvirkes af et salgspres. På baggrund af ovenstående resultater vurderes det, at event-studiet bedst foretages ved at anvende alle handler, hvilket stemmer overens med blandt andet Ederington et. al. (2015) samt den anvendte metode i Bessembinder et. al. (2008).

Kapitel 6

Konklusion

Formålet med denne afhandling har været at opstille og udlede en søgemodel for salgspres, anvende denne model som teoretisk motivation for et empirisk mål for salgspres samt at foretage et event-studie med henblik på at vise, at i perioder med salgspres er det mest retvisende at foretage event-studier på baggrund af små handler.

Søgemodellen for salgspres viste tre vigtige resultater. Først og fremmest blev *bid*- og *ask*-priserne i *steady state* udledt. Af priserne fremgår det, at sofistikerede investorer forhandler sig til bedre priser. Efterfølgende blev priserne udledt, efter markedet er blevet udsat for et likviditetschok. Af disse priser fremgår det, at des større chok, des større prisfald. *Spreadet* er uændret, således at sofistikerede investorer i kriseperioder fortsat forhandler sig til bedre priser. Afslutningsvist viste søgemodellen, at i forbindelse med et likviditetschok, da vil prisen for sofistikerede investorer falde mere end prisen for usofistikerede. De teoretiske resultater danner motivation for det empiriske mål for salgspres givet ved $P_{large_int} - P_{small_int}$.

Herefter blev handelsdata fra TRACE analyseret med henblik på at vise, at det empiriske mål for salgspres kunne beskrive data retvisende. Til denne analyse blev der opstillet fem forskellige mål for salgspres og konklusionen var entydig - der ser ud til at være salgspres i kriseperioder. Endvidere blev det vist, at for obligationer med salgspres vil prisen på store handler konvergere mod prisen på små handler. På baggrund af de empiriske analyser kan det konkluderes, at søgemodellen beskriver data retvisende.

Afslutningsvis blev flere event-studier foretaget på *downgrades*, hvor det for nogle af event-studierne blev vist, at abnormale afkast for små og store handler viser sig at ændre fortegn omkring *downgrade*-datoen. Dermed indikerer disse resultater, at for perioder, hvor obligationer udsættes for salgspres, kan det være hensigtsmæssigt at se på abnormale afkast for små handler frem for store handler, som førhen har været kutymen i empiriske event-studier på obligationer. Dette skyldes, at både teori og data indikerer, at store handler i højere grad er udsat for et salgspres, og derfor afspejler både et *event*-afkast og et salgspres-afkast, mens små handler ikke udsættes for samme salgspres, og derfor i højere grad afspejler et mere rent *event-afkast*.

Bilag A

Bilag

A.1 Omskrivning af $\sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} (rW_s ds - dW_s) \right]$

Udtryk 3.4 er i afhandlingen givet ved

$$U_i^j(a, t, W_t) = \sup_{\theta} E_t \left[\underbrace{\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} (rW_s ds - dW_s)}_{*} + \int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \theta_s (C - \delta 1_{\{k(s)=2\}}) ds - \int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \hat{P}_s^j d\theta_s \right]$$

Dette bilag vil vise, hvordan (*) kan omskrive til W_t . Parentesen i (*) kan omskrives til:

$$(rW_s ds - dW_s) = \left(rW_s - \frac{dW_s}{ds} \right) ds$$

Herefter kan man omskrive $\left(rW_s - \frac{dW_s}{ds} \right)$ til $-e^{rs} \partial_s [e^{-rs} W_s]$, hvilket indses at være korrekt, fordi

$$-e^{rs} \partial_s [e^{-rs} W_s] = -e^{rs} \times \left(-r \cdot e^{-rs} W_s + e^{-rs} \frac{dW_s}{ds} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$= rW_s - \frac{dW_s}{ds} \quad (\text{A.2})$$

Hermed er omskrivningen vist, og udtrykket for $rW_s ds - \frac{dW_s}{ds}$ indsættes i (A.1), og frem kommer et enkelt udtryk givet ved

$$\begin{aligned} \sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} \left(rW_s - \frac{dW_s}{ds} \right) ds \right] &= \sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} e^{-r(s-t)} (-e^{rs} \partial_s [e^{-rs} W_s]) ds \right] \\ &= \sup_{\theta} E_t \left[\int_t^{\infty} -e^{-r(s-t)+rs} \partial_s [e^{-rs} W_s] ds \right] \\ &\stackrel{1)}{=} \sup_{\theta} E_t \left[-e^{rt} e^{-rs} W_s \right]_t^{\infty} \\ &= \sup_{\theta} E_t \left[-e^{-r(\infty-t)} W_{\infty} + e^{-r(t-t)} W_t \right] \\ &= \sup_{\theta} E_t \left[\underbrace{-e^{-r \cdot \infty} W_{\infty}}_{=0} + e^{-r \cdot 0} W_t \right] \\ &= \sup_{\theta} E_t [W_t] \\ &= W_t \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Ved 1) fjernes differentialet, da stamfunktionen til $\partial_s [e^{-rs} W_s]$ er udtrykket selv.

$-e^{-r \cdot \infty} W_{\infty} = 0$ skyldes antagelsen om *Ponzi's scheme*; $e^{-\infty}$ går hurtigere mod 0, end W_{∞} vokser, da der eksisterer en øvre grænse for, hvor meget investorerne kan låne.

A.2 Nash-ligevægt i forhandlingsspil med assymmetrisk forhandlingsstyrke

Teorien omkring Nash-ligevægten i et forhandlingsspil, der gennemgås i dette bilag, baserer sig på MIT (2010) samt Humboldt University of Berlin.

Nash-ligevægten i et forhandlingsspil bestemmes ud fra to set af nytter. (v_1, v_2) angiver nytten for hhv. spiller 1 og spiller 2 i tilfælde af, at de når til enighed (= de forhandler). (d_1, d_2) angiver nytten for de to spillere i tilfælde af, at der ikke opnås enighed (= de handler ikke).

En Nash-ligevægt er endvidere karakteriseret ved, at den opfylder 4 grundsætninger:

1) **Pareto optimal:**

Ingen spillere kan blive stillet bedre uden, at den anden spiller står dårligere.

2) **Symmetri:**

Hvis spillerene er ens, da skal løsningen ikke favorisere den ene spiller

3) **Upåvirkelig overfor affine transformationer:**

En affin transformation af nyttefunktionerne skal ikke påvirke forhandlingsspillet's løsning

4) **Uafhængighed overfor irrelevante alternativer:**

Hvis (v_1, v_2) vælges over (w_1, w_2) , da vil inklusion af et nyt muligt valg (g_1, g_2) ikke ændre på, at (v_1, v_2) foretrækkes ift. (w_1, w_2)

I tilfælde af at spillerne ikke har identisk forhandlingsstyrke, da vil grundsætningen om symmetri blive lempet.

Nash-ligevægt for forhandlingsspil

Nash har vist, at for et spil hvor spillerne har forskellige forhandlingsstyrker (angivet ved $\alpha \in [0, 1]$ og $\beta = 1 - \alpha$), er løsningen til forhandlingsproblemet bestemt ved (v_1^*, v_2^*) , hvis dette løser:

$$\max_{v_1, v_2} (v_1 - d_1)^\alpha (v_2 - d_2)^\beta$$

$$\text{ub. } (v_1, v_2) \in B$$

$$(v_1, v_2) \geq (d_1, d_2)$$

hvor $B = \{(v_1, v_2) | u_1(x) = v_1, u_2(x) = v_2, \text{ for et } x \in X\}$, hvor X er mængden af mulige aftaler. Desuden angiver u_i spiller i 's nyttefunktion.

Oversættes den generelle fremstilling af Nash-ligevægten til forhandlingsspillet mellem investor og dealer, da har vi, at investorens nytte ved hhv. handel og ingen handel er

$$\begin{aligned}v_1 &= V_i^j(a', t) - p^j(t)(a' - a) - \phi \\d_1 &= V_i^j(a, t)\end{aligned}$$

Dealerens nytte er givet ved

$$\begin{aligned}v_2 &= \phi_i^j(a', t) \\d_2 &= 0\end{aligned}$$

Indsættes disse størrelser i det generelle udtryk for Nash-ligevægten fås udtryk (3.8), der er angivet i afsnit 3.2.

A.3 Matematisk gennemgang af beregningerne til udtryk (3.16)

Udtryk (3.16) er i opgaven beregnet ved

$$\begin{aligned}
 E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_D\}} e^{-r(T_D - t)} \right] &= \int_t^\infty \int_t^\infty 1_{\{x < y\}} e^{-r(x-t)} \cdot \underbrace{\lambda_D e^{-\lambda_D(x-t)} \cdot (\lambda_T + \kappa^j) e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(y-t)}}_{*} dy dx \\
 &= \int_t^\infty \lambda_D e^{-(r+\lambda_D)(x-t)} \int_x^\infty (\lambda_T + \kappa^j) e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(y-t)} dy dx \\
 &= \int_t^\infty \lambda_D e^{-(r+\lambda_D)(x-t)} e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(x-t)} dx \\
 &= \frac{\lambda_D}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r}
 \end{aligned}$$

Første lighedstegn

Det første lighedstegn fremkommer ved, at man deler de mulige udfald for $T_{\kappa MD}^j$ op i to events, hvor:

- 1) x: Fallit, der sker med intensitet λ_D
- 2) y: Udløb og møde med dealer, der sker med intensitet $\lambda_T + \kappa^j$.

For at bestemme sandsynligheden for, at x forekommer før y skal den simultane sandsynlighed først bestemmes:

$$P(t \leq x \leq \infty, t \leq y \leq \infty) = f(x-t, y-t) = f(x-t|y-t) \cdot f(y-t) = f(x-t) \cdot f(y-t)$$

Den simultane tæthed er blot givet ved produktet af de marginale tætheder, eftersom alle Poisson-processerne antages at være uafhængige. x og y dækker over Poissonfordelte hændelser, og derfor er ventetiden for disse hændelser eksponentialfordelt:

$$P(L_D > x-t) = P(\text{ingen hændelser til tid } x-t) = \frac{\Lambda^0 e^{-\Lambda}}{0!} = e^{-\Lambda(x-t)}$$

med $\Lambda = \lambda(x-t)$, hvilket medfører

$$\begin{aligned}
 P(L_D < x-t) &= 1 - P(L_D > x-t) = 1 - e^{-\Lambda(x-t)} \\
 &\Rightarrow f(x-t) = \lambda e^{-\Lambda(x-t)} \text{ for } x \geq t
 \end{aligned}$$

hvor L_D definerer ventetiden indtil T_D indtræffer. Med de marginale tætheder på plads, kan vi nu indsætte for hhv. λ_D og $\lambda_T + \kappa^j$ og dermed få (*) i første lighedstegn.

Indikatorfunktionen $1_{\{x < y\}}$ sikrer, at kun de tilfælde, hvor det gælder, at ventetiden for T_D ($x-t$) er mindre end ventetiden for $T_M + T_\kappa^j$ ($y-t$) medregnes, da dette netop er ækvivalent med, at T_D indtræffer først.

Andet lighedstegn

I andet lighedstegn samles alle led, der afhænger af x i det første integrale. I det andet integrale omskrives grænsen til at gå fra x til ∞ , hvorfor y aldrig antager værdier mindre end x og indikatorfunktionen er dermed overflødig.

Tredje lighedstegn

Det sidste integrale udregnes og afhænger nu kun af x . Udregningen er

$$\begin{aligned}
 & \int_x^\infty (\lambda_T + \kappa^j) e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(y-t)} dy \\
 &= \left[(\lambda_T + \kappa^j) * \left(-\frac{1}{\lambda_T + \kappa^j} \right) e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(y-t)} \right]_x^\infty \\
 &= \left[-e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(y-t)} \right]_x^\infty \\
 &= \underbrace{-e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(\infty-t)}}_{=0} - (-) e^{-(\lambda_T + \kappa^j)(x-t)}
 \end{aligned}$$

Fjerde lighedstegn

Integralet udregnes og resultatet er en enkel størrelse givet ved intensiteten for fallit over summen af renten samt intensiteterne for samtlige hændelser.

A.4 Omskrivning af (3.24)

I dette bilag vil mellemregningerne til omskrivning af udtryk (3.24) blive gennemgået. Udtrykket er givet ved

$$\begin{aligned} E_i \left[\int_t^{T_{\lambda\kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{i=2\}}) ds \right] \\ = (C - \delta 1_{\{i=2\}}) \int_t^\infty \left[\int_t^x e^{-r(s-t)} ds \right] (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (x-t)} dx \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Først udregnes $\left[\int_t^x e^{-r(s-t)} ds \right]$:

$$\left[\int_t^x e^{-r(s-t)} ds \right] = \left[-\frac{1}{r} e^{-r(s-t)} \right]_t^x = -\frac{1}{r} e^{-r(x-t)} - \underbrace{\left(-\frac{1}{r} e^{-r(t-t)} \right)}_{=e^0=1} = \frac{1}{r} - \frac{1}{r} e^{-r(x-t)} = \frac{1}{r} (1 - e^{-r(x-t)}) \quad (\text{A.5})$$

(A.5) indsættes i (A.4) og integralet i (A.4) bliver bestemt ved

$$\begin{aligned} & \int_t^\infty \frac{1}{r} (1 - e^{-r(x-t)}) \cdot (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (x-t)} dx \\ & \stackrel{1)}{=} \int_t^\infty \frac{1}{r} (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (x-t)} - \frac{1}{r} e^{-r(x-t)} (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (x-t)} dx \\ & \stackrel{2)}{=} \int_t^\infty \left(\frac{1}{r} (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (x-t)} - \frac{1}{r} (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(x-t)} \right) dx \\ & \stackrel{3)}{=} \left[\frac{1}{r} \cancel{(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \cdot \left(-\frac{1}{(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (x-t)} \right) \right. \\ & \quad \left. - \frac{1}{r} (\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) \cdot \left(-\frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(x-t)} \right) \right]_t^\infty \\ & \stackrel{4)}{=} \left[-\frac{1}{r} e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (x-t)} + \frac{\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(x-t)} \right]_t^\infty \\ & \stackrel{5)}{=} -\frac{1}{r} \underbrace{e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (\infty-t)}}_{e^{-\infty}=0} + \frac{\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \underbrace{e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(\infty-t)}}_{e^{-\infty}=0} \\ & \quad - \left(-\frac{1}{r} \underbrace{e^{-(\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) * (t-t)}}_{e^{-0}=1} + \frac{\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \underbrace{e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(t-t)}}_{e^{-0}=1} \right) \\ & = \frac{1}{r} - \frac{\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} = \frac{1 \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)}{r \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} - \frac{\lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \\ & = \frac{\cancel{r}}{\cancel{r} \cdot (r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} = \frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

1) viser udtrykket fuldt ganget ud. Ved 2) sammenskrives eksponentialfunktionerne i andet led. Ved 3) beregnes integralet og stamfunktionen fremkommer. Ved 4) fjernes størrelserne, der går ud samt der foretages en sammenskrivning. Det første led indgår negativt, da der er minus foran brøken, mens andet

led indgår positivt grundet dobbelt minus. I 5) er grænserne indsat og værdierne af e^{-y} er angivet. For de resterende lighedstegn foregår der trivielle regnerier.

(A.6) indsættes i (A.4) og får det udtryk, der ligeledes er præsenteret i opgaven som udtryk (3.25)

$$E_i \left[\int_t^{T_{\lambda \kappa MD}^j} e^{-r(s-t)} (C - \delta 1_{\{i=2\}}) ds \right] = (C - \delta 1_{\{i=2\}}) \cdot \frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} = \frac{C - \delta 1_{\{i=2\}}}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \quad (\text{A.7})$$

A.5 Mellemregninger til udtryk (3.27)

I dette bilag vil udtryk (3.27) blive udregnet, og det vil blive vist, at udtryk (3.27) er lig udtryk (3.28).

Udtryk (3.27) er givet ved

$$\left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] \int_0^\infty (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T) T_{MD}} \times \int_0^{T_{MD}} e^{-r T_\lambda} \cdot \lambda e^{-\lambda T_\lambda} \int_{T_\lambda}^\infty \kappa^j e^{-\kappa^j T_\kappa^j} dT_\kappa^j dT_\lambda dT_{MD} \quad (\text{A.8})$$

(A.8) beregnes ved at udregne integralerne indefra. Derfor løses først $\int_{T_\lambda}^\infty \kappa^j e^{-\kappa^j T_\kappa^j} dT_\kappa^j$

$$\int_{T_\lambda}^\infty \kappa^j e^{-\kappa^j T_\kappa^j} dT_\kappa^j = \left[\cancel{\kappa^j} \cdot \left(-\frac{1}{\cancel{\kappa^j}} \right) e^{-\kappa^j T_\kappa^j} \right]_{T_\lambda}^\infty = \underbrace{-e^{-\kappa^j \infty}}_{=0} - (-e^{-\kappa^j T_\lambda}) = e^{-\kappa^j T_\lambda} \quad (\text{A.9})$$

(A.9) indsættes i (A.8)

$$\left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] \int_0^\infty (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T) T_{MD}} \times \int_0^{T_{MD}} \lambda e^{-(r+\lambda) T_\lambda} \times e^{-\kappa^j T_\lambda} dT_\lambda dT_{MD} \quad (\text{A.10})$$

Nu løses $\int_0^{T_{MD}} \lambda e^{-(r+\lambda) T_\lambda} \times e^{-\kappa^j T_\lambda} dT_\lambda$

$$\begin{aligned} \int_0^{T_{MD}} \lambda e^{-(r+\lambda) T_\lambda} \times e^{-\kappa^j T_\lambda} dT_\lambda &= \int_0^{T_{MD}} \lambda e^{-(r+\lambda+\kappa^j) T_\lambda} dT_\lambda = \left[\lambda \cdot \left(-\frac{1}{r+\lambda+\kappa^j} \right) e^{-(r+\lambda+\kappa^j) T_\lambda} \right]_0^{T_{MD}} \\ &= -\frac{\lambda}{r+\lambda+\kappa^j} e^{-(r+\lambda+\kappa^j) T_{MD}} - \left(-\frac{\lambda}{r+\lambda+\kappa^j} \underbrace{e^{-(r+\lambda+\kappa^j) 0}}_{=1} \right) = \frac{\lambda}{r+\lambda+\kappa^j} \left(1 - e^{-(r+\lambda+\kappa^j) T_{MD}} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

(A.11) indsættes i (A.10)

$$\left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] \int_0^\infty (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T) T_{MD}} \times \frac{\lambda}{r+\lambda+\kappa^j} \left(1 - e^{-(r+\lambda+\kappa^j) T_{MD}} \right) dT_{MD} \quad (\text{A.12})$$

Integralet løses:

$$\begin{aligned}
& \int_0^\infty (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} \frac{\lambda}{r + \lambda + \kappa^j} - e^{-(r + \lambda + \kappa^j)T_{MD}} \frac{\lambda}{r + \lambda + \kappa^j} (\lambda_D + \lambda_T) e^{-(\lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} dT_{MD} \\
&= \int_0^\infty e^{-(\lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} \frac{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}{r + \lambda + \kappa^j} - \frac{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}{r + \lambda + \kappa^j} e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} dT_{MD} \\
&= \left[\left(-\frac{1}{\cancel{\lambda_D + \lambda_T}} \right) \frac{\cancel{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}}{r + \lambda + \kappa^j} e^{-(\lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} - \frac{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}{r + \lambda + \kappa^j} \left(-\frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} \right]_0^\infty \\
&= \left[-\frac{\lambda}{r + \lambda + \kappa^j} e^{-(\lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} + \frac{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}{(r + \lambda + \kappa^j)(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)T_{MD}} \right]_0^\infty \\
&= - \left(-\frac{\lambda}{r + \lambda + \kappa^j} \underbrace{e^{-(\lambda_D + \lambda_T)0}}_{=1} + \frac{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}{(r + \lambda + \kappa^j)(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \underbrace{e^{-(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)0}}_{=1} \right) \\
&= \frac{\lambda}{r + \lambda + \kappa^j} - \frac{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}{(r + \lambda + \kappa^j)(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \\
&= \frac{\lambda(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + \lambda + \kappa^j)(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} - \frac{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}{(r + \lambda + \kappa^j)(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \\
&= \frac{\cancel{\lambda(r + \lambda + \kappa^j)} + \cancel{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)} - \cancel{\lambda(\lambda_D + \lambda_T)}}{\cancel{(r + \lambda + \kappa^j)}(r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \\
&= \frac{\lambda}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \tag{A.13}
\end{aligned}$$

(A.13) indsættes i (A.12) og det fulde udtryk, der er lig udtryk (3.28) i afhandlingen kan skrives som:

$$E_i \left[1_{\{T_{\lambda\kappa}^j < T_{MD}^j\}} 1_{\{T_\lambda < T_\kappa^j\}} e^{-r(T_\lambda - t)} \bar{U}_{k(T_\lambda)}^j(1) \right] = \frac{\lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \tag{A.14}$$

A.6 Omskrivninger til udtryk (3.29)

Der ønskes et udtryk for (3.29), hvor sum-leddet ikke indgår.

(3.29) er givet ved

$$\bar{U}_i^j(1) = \frac{C - \delta 1_{\{i=2\}} + \lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^i(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \quad (\text{A.15})$$

Først multipliceres begge sider med π_i :

$$\pi_i \bar{U}_i^j(1) = \frac{\pi_i C - \pi_i \delta 1_{\{i=2\}} + \pi_i \lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \quad (\text{A.16})$$

Herefter adderes over i

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 \pi_i \bar{U}_i^j(1) &= \\ \frac{(1 - \pi_2)C - (1 - \pi_2)\delta 1_{\{i=2\}} + (1 - \pi_2)\lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} + \frac{(\pi_2)C - \pi_2\delta + (\pi_2)\lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\ \Downarrow \\ \sum_{i=1}^2 \pi_i \bar{U}_i^j(1) &= \frac{C - \pi_2\delta + \lambda \left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

hvor $\pi_1 = 1 - \pi$ og $\pi_2 = \pi$ er benyttet. Der gælder $i = k$, da begge dækker over de to præferencetyper, hvorfor de to summer er identiske. $\left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right]$ kan dermed isoleres

$$\left[\sum_{k=1}^2 \pi_k \bar{U}_k^j(1) \right] = \frac{C - \pi_2\delta}{r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D} \quad (\text{A.18})$$

(A.18) indsættes i (A.15) og det endelige omskrevne udtryk af $\bar{U}_i^j(1)$ er givet ved

$$\bar{U}_i^j(1) = \frac{1}{r + \lambda + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta 1_{\{i=2\}} + \frac{(C - \delta \pi_2)\lambda}{r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D} \right]$$

Dette udtryk er identisk med (3.30) i afhandlingen.

A.7 Omskrivning af $E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right]$

I afsnit 3.3 ønskes udtrykket for $E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right]$. Dette gøres ved at bestemme forventningen:

$$\begin{aligned} E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right] &= \int_t^\infty \int_s^\infty e^{-r(s-t)} p^j(s) \cdot (\lambda_T + \lambda_D) e^{-(\lambda_T + \lambda_D)(y-t)} \cdot \kappa^j e^{-\kappa^j(s-t)} dy ds \\ &= \int_t^\infty e^{-r(s-t)} p^j(s) \cdot \kappa^j e^{-\kappa^j(s-t)} \int_s^\infty (\lambda_T + \lambda_D) e^{-(\lambda_T + \lambda_D)(y-t)} dy ds \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

I (A.19) omskrives forventningen og indikatorfunktionen via integraler. For at $T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j$ må der gælde, at T_{κ}^j sker før T_M og T_D . Fallit og udløb grupperes nu til ét *event*, og y definerer tidspunktet for, hvornår dette forekommer. s angiver hvornår T_{κ}^j sker. Ved at lade s - og dermed T_{κ}^j - gå fra t til ∞ og y - det andet *event* - gå fra s til ∞ bestemmer man således de udfald, hvor T_{κ}^j sker før T_M og T_D . Eftersom s er tidspunktet, hvor T_{κ}^j forekommer, er dette også tidspunktet, hvortil prisen beregnes ($p^j(s)$) og den periode, der diskonteres henover ($e^{-r(s-t)}$).

For at løse disse integraler løses først det inderste integrale henover dy og derefter indsættes dette og udtrykket omskrives, så den nedre grænse går fra 0 og ikke t . Dermed fås

$$E_i \left[1_{\{T_{\kappa MD}^j = T_{\kappa}^j\}} e^{-r(T_{\kappa}^j - t)} p^j(T_{\kappa}^j) \right] = \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)s} p^j(t + s) ds \quad (\text{A.20})$$

hvor (A.20) er identisk med (3.31) i afsnit 3.3.

A.8 Beregning af differentialet af $f(t)$ ift. t .

$f(t)$ er i udtryk (3.35) givet ved:

$$f(t) = p^j(t) - q^j(t) = \kappa^j e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} \int_t^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(s) ds + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r}$$

$f(t)$ udgøres af et produkt af to funktioner, hvor de begge afhænger af t :

$$f(t) = \underbrace{\kappa^j e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t}}_{h(t)} \underbrace{\int_t^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(s) ds}_{g(t,s)} + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r}$$

$f(t)$ differentieres ved:

$$\dot{f}(t) = h'(t)g(t, s) + h(t)g'(t, s) \quad (\text{A.21})$$

hvor

$$h(t) = \kappa^j e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t}$$

$$h'(t) = \kappa^j \cdot (r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D) \cdot e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t}$$

$$g(t, s) = \int_t^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(s) ds$$

$g'(t, s)$ beregnes via Liebniz integralet, der generelt er givet ved

$$\frac{d}{dx} \left(\int_{a(x)}^{b(x)} f(x, t) dt \right) = f(x, b(x)) \cdot b'(x) - f(x, a(x)) \cdot a'(x) + \int_{a(x)}^{b(x)} \frac{d}{dx} f(x, t) dt$$

Oversat til dette problem findes løsningen ved:

$$\frac{d}{dt} \left(\int_{a(t)}^{b(t)} g(t, s) ds \right) = g(t, b(t)) \cdot b'(t) - g(t, a(t)) \cdot a'(t) + \int_{a(t)}^{b(t)} \frac{d}{dt} g(t, s) ds \quad (\text{A.22})$$

med

$$a(t) = t$$

$$a'(t) = 1$$

$$b(t) = \infty$$

$$b'(t) = 0$$

Dermed er de tre led i (A.22) givet ved

$$\begin{aligned} g(t, b(t)) \cdot b'(t) &= e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)\infty} p^j(\infty) \cdot 0 = 0 \\ g(t, a(t)) \cdot a'(t) &= e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} p^j(t) \cdot 1 \\ \frac{d}{dt} g(t, s) &= 0 \end{aligned}$$

Heraf opnås et udtryk for $g'(t, s)$:

$$g'(t, s) = 0 - e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} p^j(t) + 0$$

Alle led for $\dot{f}(t)$ i (A.21) er bestemt og kan indsættes:

$$\begin{aligned} \dot{f}(t) &= \kappa^j \cdot (r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D) \cdot e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} \times \int_t^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(s) ds \\ &\quad + \kappa^j e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} \times \left(-e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} p^j(t) \right) \end{aligned}$$

Udtrykket sammenskrives ved at gange de to eksponentialfunktioner i sidste led sammen:

$$\begin{aligned} \dot{f}(t) &= (r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D) \underbrace{\kappa^j e^{(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)t} \times \int_t^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} p^j(s) ds - \kappa^j p^j(t)}_{= f(t) - \frac{(\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r}} \end{aligned}$$

$\dot{f}(t)$ kan yderligere simplificeres ved at omskrive de røde led. Dette gøres ved at indsætte $p^j(t) = f(t) + q^j(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{f}(t) &= (r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D) \cdot \left(f(t) - \frac{(\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{\lambda_D + \lambda_T + \kappa^j + r} \right) - \kappa^j (f(t) + q^j(t)) \\ &= (r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D) \cdot f(t) - \kappa^j \cdot f(t) - (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F - \kappa^j q^j(t) \\ &\Downarrow \\ \dot{f}(t) &= (r + \lambda_T + \lambda_D) \cdot f(t) - (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F - \kappa^j q^j(t) \\ &\Downarrow \\ \kappa^j q^j(t) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F &= (r + \lambda_T + \lambda_D)f(t) - \dot{f}(t) \end{aligned} \tag{A.23}$$

hvor (A.23) er identisk med (3.36) i afhandlingen.

A.9 Udledning af $p^j(t)$ i afsnit 3.3

Ved udtryk (3.37) i afhandlingen har man udgangspunktet for at bestemme et udtryk for $p^j(t)$. (3.37) er givet ved:

$$\int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [\kappa^j q^j(t) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] ds = \int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [(r + \lambda_T + \lambda_D)f(s) - \dot{f}(s)] ds \quad (\text{A.24})$$

Strukturen på højresiden i ovenstående udtryk minder om den, der blev præsenteret ved udtryk (3.4) og som blev omskrevet i bilag A.1. Ved at anvende samme omskriving kan det indses at

$$\begin{aligned} & -e^{(r+\lambda_T+\lambda_D)(s-t)} \partial_s \left[e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(s-t)} f(s) \right] \\ & = -e^{(r+\lambda_T+\lambda_D)(s-t)} \cdot \left(-(r + \lambda_T + \lambda_D) e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(s-t)} f(s) + e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(s-t)} \dot{f}(s) \right) \\ & = (r + \lambda_D + \lambda_T) f(s) + \dot{f}(s) \\ \Leftrightarrow & -e^{(r+\lambda_T+\lambda_D)(s-t)} \partial_s \left[e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(s-t)} f(s) \right] = (r + \lambda_D + \lambda_T) f(s) + \dot{f}(s) \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Ved at indsætte (A.25) i (A.24) og anvende samme omskrivninger som ved (A.3), da kan det indses, at

$$\int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [(r + \lambda_T + \lambda_D)f(s) - \dot{f}(s)] ds = f(t)$$

Indsættes dette i (A.24), da fåset udtryk for $p^j(t)$:

$$\begin{aligned} f(t) & = \int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [\kappa^j q^j(t) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] ds \\ \Leftrightarrow p^j(t) & = q^j(t) + \int_t^\infty e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(s-t)} [\kappa^j q^j(t) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F] ds \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

A.10 Matematisk forklaring af udtryk (3.39) for $n_i^j(t)$

$n_i^j(t)$ er i opgaven givet ved:

$$n_i^j(t) = \underbrace{e^{-\lambda t}}_{\text{ssh. for intet chok}} \cdot n_i^j(0) + \underbrace{(1 - e^{-\lambda t})}_{\text{ssh. for chok}} \frac{1}{N} \cdot \pi_i \quad (\text{A.27})$$

I (A.27) er anvendt, at ventetiden for en Poissonfordelt variabel er eksponentialfordelt. Dermed gælder

$$P(L > t) = P(\text{ingen spring til tid } t) = P(Y = 0) = \frac{(\lambda t)^0 e^{-\lambda t}}{0!} = e^{-\lambda t}$$

$\Downarrow$

$$P(L < t) = 1 - P(L > t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

hvor L er ventetiden og Poisson parameteren er lig λt .

Heraf ses, at sandsynligheden for at ventetiden på et præferencechok er større end t og dermed ikke er sket til t er $e^{-\lambda t}$. Omvendt, hvis ventetiden er mindre end t , så er et præferencechok forekommet, og sandsynligheden for at dette er tilfældet er $1 - e^{-\lambda t}$.

A.11 Uoverensstemmelser mellem Feldhütter (2011) og denne afhandling

I forbindelse med udarbejdelsen af denne afhandling har jeg foretaget en grundig gennemgang af samtlige mellemregninger og resultater præsenteret i Feldhütter (2011). I forlængelse heraf er jeg stødt på flere fejl og dårlig notation i Feldhütter (2011) som dette bilag har til formål at give et overblik over. I forbindelse med en del af disse fejl, har jeg været i kontakt med Peter Feldhütter og diskuteret fejlene. Nedenfor vil det være angivet, hvilke fejl som Peter Feldhütter har indrømmet.

1) $H_0^j(a, k)$ frem for $H_0^j(a, i)$.

I afsnit 3.4 har jeg vurderet, at der bør stå $H_0^j(a, k)$ i stedet for $H_0^j(a, i)$, når størrelserne for $n_{ki}^{0,j}(a, t)$ skal bestemmes. Jeg baserer denne vurdering på, at $H_0^j(a, k)$ skal angive mængden af obligationer, der holdes, af investorer fra den oprindelige k, j -gruppe, og ikke fra i, j -gruppen som er den endelige gruppe.

Her er således tale om uhensigtsmæssig notation mere end der er tale om en decideret fejl.

2) Fortegnsfejl i *ask-* og *bid-prisen* i *steady state*.

Udtryk (3.56) for A_{ss}^j er i afhandlingen givet ved:

$$A_{ss}^j = \psi - \delta \frac{\lambda \pi}{(\Delta + (1 - z)\rho^1 + \lambda)\Delta} + \delta \frac{z\lambda\pi(1 - z)(\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1 - z)\rho^j)(\Delta + (1 - z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1 - z)\rho^1 + \lambda)}$$

hvor Feldhütter (2011) har '-' foran den sidste brøk. I afhandlingen er det bevist, at det skal være et '+' foran denne brøk. Jeg har diskuteret denne fejl med Peter Feldhütter og han har erkendt, at der er en fortegnsfejl i hans artikel, samt at A_{ss}^j er givet ved (3.56). Fejlen i A_{ss}^j påvirker ligeledes B_{ss}^j , der er en funktion af A_{ss}^j .

3) Forkert notation for ulighed, der angiver hvornår markederne ikke segmenteres.

I afsnit 4.1 opstilles uligheden for, hvornår markederne aldrig segmenteres. Dette er i afhandlingen givet ved $n_1(0) \geq \frac{\pi_1}{N}(1 - \omega)$, hvilket adskiller sig fra Feldhütter (2011), hvor der står $n_2(0) \geq \frac{\pi_1}{N}(1 - \omega)$. Peter Feldhütter har givet mig ret i denne notationsfejl.

4) Forkert notation omkring ulighed for, hvornår $q_s^j(t) = \bar{U}_2^j(1)$.

I afsnit 4.1.2 bestemmes de marginale typer til ethvert j til at være de lave typer. Derfor gælder $q_s^j(t) = \bar{U}_2^j(1)$ i et interval på $0 \leq t < t_2(s)$. Præcis ved $t = t_2(s)$ er markedet ikke længere segmenteret, og derfor går markedet fra at have en marginal investor pr. j til at have én marginal investor-gruppe, der gælder for alle j . Derfor er det forkert, at skrive uligheden med $t \leq t_2(s)$, da det lige netop IKKE gælder for $t = t_2(s)$.

5) **Forkert notation og dermed forvirring om $U_2^j(1)$ og $\bar{U}_2^j(1)$.**

I afsnit 4.1.2 dropper Feldhütter (2011) undervejs i udledningerne 'baren' over $U_2^j(1)$. Dette er ikke korrekt, da $U_i^j(a)$ relaterer sig til investorens samlede nyttefunktion, der udgøres af summen af bankbogen ($W(t)$) og værdifunktionen ($V_i^J(a, t)$). Derfor har $U_i^j(1)$ ingen relevans i udligningen af priserne på et segmenteret marked. $\bar{U}_i^j(1)$ angiver derimod den pengestrøm investoren 'modtager' ved at holde obligationen, og har således betydning for den pris, som investoren er villig til at betale for obligationen.

Jeg har diskuteret denne fejl med Peter Feldhütter og han erkender, at der er notations-sjusk i hans artikel.

6) **Forkert notation for $p_s^j(t_2(s))$ og $q_s^j(t_2(s))$.**

I afsnit 4.1.2 anvendes det til udledning af prisen for de segmenterede markedet, at $p_s^j(t_2(s))$ og $q_s^j(t_2(s))$ kan erstattes af andre udtryk. I Feldhütter (2011) står der forkert, at der gælder $p_s^j(t_2(s)) = p_\omega(t_1(\omega))$ og $q_s^j(t_2(s)) = q_\omega^j(t_1(\omega))$. $p_s^j(t_2(s))$ angiver den pris, der netop gælder når markederne akkurat lige er integreret igen, og dermed når priserne er på grænsen til at være segmenteret. $p_\omega(t_1(\omega))$ angiver prisen når markedet lige akkurat er gået i *steady state* igen efter at have været ramt af en chok på $s = \omega$. Disse to priser er derfor IKKE lig hinanden. Dog angiver $p_\omega(0)$ præcis den pris, der gælder på tidspunkt 0, når markedet er blevet ramt af et chok, der lige præcis er så stort, at markedet akkurat forbliver integreret. Dermed er $p_s^j(t_2(s)) = p_\omega(0)$, og samme argumentation forklarer, hvorfor $q_s^j(t_2(s)) = q_\omega^j(0)$ gælder. Jeg tror forklaringen på fejlnotationen i Feldhütter (2011) er, at artiklen skifter notation fra at anvende tiden til at anvende chokkets størrelse som parameter og i denne omskrivning, er der gået noget galt.

7) **Forkert udtryk for $B_s^j(0)$.**

I afsnit 4.1.2 angives $B_s^j(0)$ og denne adskiller sig fra $B_s^j(0)$ fra Feldhütter (2011). Artiklen har lagt *spreadet* til *bid*-prisen, hvilket ikke er korrekt, da dealerens *bid*-pris altid ligger lavere end *ask*-prisen, og *spreadet* derfor skal lægges til denne i stedet for.

8) **Forkert ulighed for sætning 3**

Uligheden som ifølge Feldhütter (2011) skal gælde for at prisforskellen er monotont voksende i s er udledt ved ukorrekte matematiske beregninger. Det afvises ikke, at uligheden, der er angivet i Feldhütter (2011), er en tilstrækkelig betingelse til at sikre monotont voksende prisforskel, men eftersom den er baseret på ukorrekte matematiske beregninger, vælges det ikke at angive uligheden fra Feldhütter (2011) i denne afhandling.

A.12 Mellemregninger til afsnit 3.5 hvor udtryk for $\bar{U}_i^j(1) - q^j$ udledes

Dette bilag indeholder mellemregninger til afsnit 3.5.

1) Udtryk 3.50 for q^j i *steady state*

Udgangspunktet til at bestemme (3.50) er i afhandlingen givet ved:

$$q^j = p^j - \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} \underbrace{p^j(t+s)}_{\text{konstant i ss}} ds - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}$$

For at nå frem til udtryk (3.50) foretages følgende mellemregninger:

$$\begin{aligned} q^j &= p^j - \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)s} \underbrace{p^j(t+s)}_{\text{konstant i ss}} ds - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\ &= p_{ss} - \left(-\frac{(p_{ss} \cdot \kappa^j)}{(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \underbrace{e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)\cdot\infty}}_{=0} - \left(-\frac{(p_{ss} \cdot \kappa^j)}{(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} \underbrace{e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)\cdot 0}}_{=1} \right) \right) \\ &\quad - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\ &= p_{ss} - \frac{(p_{ss} \cdot \kappa^j)}{(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\ &= \frac{p_{ss}(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)}{r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D} - \frac{p_{ss} \cdot \kappa^j}{(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\ &= \left(\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) p_{ss} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \end{aligned}$$

2) Mellemregninger til udtryk (3.51) for $\bar{U}_i^j(1) - q^j$

Disse beregninger viser, hvordan alle led med C sammenskrives for at opnå udtryk (3.51)

$$\begin{aligned} &\frac{C}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} + \frac{C\lambda}{(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \\ &= \frac{C(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} + \frac{C\lambda}{(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \\ &= \frac{C(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + \lambda)}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \\ &= \frac{C}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \end{aligned}$$

3) Mellemregninger til udtryk (3.53)

I afhandlingen tages udgangspunkt i udtryk (3.51), hvor udtryk (3.52) for p_{ss} indsættes. Herefter går mellemregningerne ud på at omskrive og sætte på fælles brøkstreg for at opnå udtryk (3.53)

$$\begin{aligned}
\bar{U}_i^j(1) - q^j &= \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
&\quad - \underbrace{\left(\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) \left(\frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D} - \delta \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \lambda_T + \lambda_D)} \right] \right)}_{=p_{ss}} \\
&\quad - \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[1_{\{i=2\}} + \frac{\pi_2 \lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\
&= \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
&\quad - \left(\frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right) + \delta \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \right] \\
&\quad - \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[1_{\{i=2\}} + \frac{\pi_2 \lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\
&= \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \right] \\
&\quad - \left(\frac{(\delta 1_{\{i=2\}})(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} + \frac{\delta\pi_2\lambda}{(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} \right) \\
&= \frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} - \frac{1_{\{i=2\}}(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) + \pi_2\lambda}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \right]
\end{aligned} \tag{A.28}$$

hvor

$$\begin{aligned}
C_1 &= \frac{\delta}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
C_2 &= \lambda(r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)
\end{aligned}$$

I det følgende, vil det blive vist, hvordan det er muligt at komme frem til det sidste lighedstegn i (A.28).

Beregningerne sker meget enkelt ved at sætte alle størrelser i udtrykket på fælles brøkstreg og derefter skrive udtrykket på en kompakt og smart måde.

Omskrivningen vil blive gennemgået ved at udskrive det kompakte udtryk i (A.28), hvor der indsættes for C_1 og C_2 .

Udskriver først udtryk (A.28) ved at indsætte C_1 og C_2 .

$$\frac{\delta}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \cdot \left[(\kappa^j - \kappa^n) \lambda \pi_2 + \lambda (1_{\{m=2\}} \kappa^n - 1_{\{i=2\}} \kappa^j) + (1_{\{m=2\}} - 1_{\{i=2\}}) \times \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) \right]$$

Nu ganges de kantede parenteser ud

$$\frac{\delta}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \cdot \left[\kappa^j \lambda \pi_2 - \kappa^n \lambda \pi_2 + \lambda 1_{\{m=2\}} \kappa^n - \lambda 1_{\{i=2\}} \kappa^j + 1_{\{m=2\}} (\lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)) - 1_{\{i=2\}} (\lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)) \right]$$

Brøken med δ ganges ind på udtrykket i de kantede parenteser

$$\begin{aligned} & \frac{\delta \kappa^j \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\ & - \frac{\delta \kappa^n \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\ & + \frac{\delta \lambda \kappa^n 1_{\{m=2\}}}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\ & - \frac{\delta \lambda \kappa^j 1_{\{i=2\}}}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\ & + \frac{\delta (1_{\{m=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T))}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\ & - \frac{\delta (1_{\{i=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T))}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \end{aligned}$$

Alle led med indikatorfunktionerne samles

$$\begin{aligned}
& \frac{\delta \kappa^j \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& - \frac{\delta \kappa^n \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& + \frac{\delta \lambda \kappa^n 1_{\{m=2\}}}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& + \frac{\delta (1_{\{m=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T))}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& - \frac{\delta \lambda \kappa^j 1_{\{i=2\}}}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& - \frac{\delta (1_{\{i=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T))}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}
\end{aligned}$$

Alle led med samme indikatorfunktion sættes på samme brøkstreg

$$\begin{aligned}
& \frac{\delta \kappa^j \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& - \frac{\delta \kappa^n \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& + \frac{\delta \lambda \kappa^n 1_{\{m=2\}} + \delta (1_{\{m=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T))}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& - \frac{\delta \lambda \kappa^j 1_{\{i=2\}} + (\delta (1_{\{i=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)))}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}
\end{aligned}$$

Tællerne for indikatorfunktionerne udskrives

$$\begin{aligned}
& \frac{\delta \kappa^j \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& - \frac{\delta \kappa^n \lambda \pi_2}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& + \frac{\delta \lambda \kappa^n 1_{\{m=2\}} + \delta 1_{\{m=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + \delta 1_{\{m=2\}} (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& - \frac{\delta \lambda \kappa^j 1_{\{i=2\}} + \delta 1_{\{i=2\}} \lambda (r + \lambda_D + \lambda_T) + \delta 1_{\{i=2\}} (r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}
\end{aligned}$$

De led, der er farvet røde i ovenstående, er de led, der indgår i (A.28).

Det indses, at alle overskydne led afspejler de led som må ganges på for at opnå fælles brøkstreg for hele udtrykket. Det er muligvis ikke lige til at gennemskue og vil derfor blive forklaret yderligere i det følgende.

For de to sidste brøker med indikatorfunktionerne, er der sat på fælles brøk ved at gange både tæller og nævner med $(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)$. I nævneren har man sat det ved siden af hinanden, hvorimod man har delt det lidt op i tæller. Det ses ved, at der i den sidste parentes i tælleren mangler:

$$\begin{aligned}\delta 1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)\lambda &= \delta \lambda \kappa^n 1_{\{m=2\}} + \delta 1_{\{m=2\}}\lambda(r + \lambda_D + \lambda_T) \\ &= \lambda \delta 1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T)\end{aligned}$$

Samme trick er anvendt i den sidste brøk med indikatorfunktion $i = 2$. Der har man ganget op med $(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)$ i tæller og nævner, for at opnå den fælles brøkstreg.

Med samme fremgangsmåde er udtrykkene for de to første brøker med $\delta \lambda \pi_2$ fremkommet. I den første brøk med $\delta \kappa^j \lambda \pi_2$ er der ganget op med $(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)$ i både tæller og nævner. Det giver en nævner på

$$\delta \lambda \pi_2 \kappa^j + \delta \lambda \pi_2 (r + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)$$

Det samme sker for den anden brøk, hvor der ganges op med $(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)$. Her bliver tælleren

$$\delta \lambda \pi_2 \kappa^n + \delta \lambda \pi_2 (r + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)$$

Trækkes de to tællere fra hinanden fås

$$\delta \lambda \pi_2 \kappa^j + \delta \lambda \pi_2 \cancel{(r + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} - \left(\delta \lambda \pi_2 \kappa^n + \delta \lambda \pi_2 \cancel{(r + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) = \delta \lambda \pi_2 \kappa^j - \delta \lambda \pi_2 \kappa^n$$

Hvilket præcis udgør tællerne i de to første brøker.

Dermed er det vist, hvordan den kompakte og smarte omskrivning givet ved (3.53) i afhandlingen angiver det samme som $\bar{U}_i^j(1) - q^j$

A.13 Udregning af *bid*-prisen i *steady state*

Bid-prisen i *steady state* er givet ved udtryk (3.57). De anvendte mellemregninger er vist i det følgende:

$$\begin{aligned}
B_{ss}^j &= p_{ss} + z [\bar{U}_2^j(1) - q^j] \\
&= \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_T + \lambda_D} - \delta \left[\frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{(r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \lambda_T + \lambda_D)} \right] \\
&\quad + z \left[\frac{\delta}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \left\{ \frac{1_{\{m=2\}}(r + \kappa^n + \lambda_D + \lambda_T) + \lambda\pi_2}{r + \kappa^n + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} - \frac{1_{\{i=2\}}(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T) + \pi_2\lambda}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \right\} \right] \\
&\stackrel{1)}{=} \psi - \delta \frac{\lambda\pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} \\
&\quad + z \left[\frac{\delta\lambda\pi_2}{(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\delta(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T) + \delta\lambda\pi_2}{(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right] \\
&= \psi - \delta \frac{\lambda\pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} \\
&\quad + z \left[\frac{\delta\lambda\pi_2(r + (1-z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\delta(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) + \delta\lambda\pi_2(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right] \\
&= \psi - \delta \frac{\lambda\pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} \\
&\quad + z \left[\frac{\delta\lambda\pi(r + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) + \delta\lambda\pi(1-z)\rho^j - \delta(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda) - \delta\lambda\pi(r + \lambda_D + \lambda_T + \lambda)}{(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right. \\
&\quad \left. - \frac{\delta\lambda\pi(1-z)\rho^1}{(r + (1-z)\rho^j + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + (1-z)\rho^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right] \\
&\stackrel{2)}{=} \psi - \delta \frac{\lambda\pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} \\
&\quad + \delta \frac{z\lambda\pi(1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)} \\
&\quad - z \frac{\delta(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)} \\
B_{ss}^j &= A_{ss}^j - \frac{\delta z}{\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda}
\end{aligned}$$

Ved 1) er $m = 1$, $i = 2$, $\pi_2 = \pi$, $\Delta = r + \lambda_T + \lambda_D$, ψ , $(1 - z)\rho^j$ indsat.

Ved 2) opdeles brøken, så A_{ss}^j fremkommer.

A.14 Udledning af ulighed (3.62)

I afsnit 3.5 angives det, at A_{ss}^j er aftagende i ρ^j , hvis følgende ulighed gælder:

$$\Delta^2 + \Delta(\lambda - 2\rho^1(z-1)) < (z-1)(\lambda\rho^1 - \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j))$$

I dette bilag vil det blive vist, hvordan man når frem til denne ulighed.

Det kan indsæses, at betingelserne gælder ved at se på differentialet af det sidste led i A_{ss}^j (der er givet ved (3.61).) ift. ρ^j :

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \delta \frac{z\lambda\pi(1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)}}{\partial \rho^j} \\ &= \frac{\delta\lambda\pi(z-1)z \left(-\Delta^2 - \Delta(\lambda - 2\rho^1(z-1)) + (z-1)(\lambda\rho^1 - \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j)) \right)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)^2(\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1)(\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)^2} \end{aligned}$$

Nævneren vil altid være positiv. For første del af tælleren gælder der $\delta\lambda\pi(z-1)z \leq 0$. Hvis det samlede differentiale skal være negativt, da kræver det, at indholdet i den blå parentes er positivt. $-\Delta^2$ og $-\Delta(\lambda - 2\rho^1(z-1))$ er oplagt negative. Tilbage er at se på det sidste led i parentesen, som er givet ved

$$\underbrace{(z-1)(\lambda\rho^1)}_{\leq 0} - \underbrace{\rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j)}_{\leq 0}$$

For at dette er positivt, må der gælde $\lambda\rho^1 < \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j)$ således, at indholdet i parentesen er negativt og parentesen multipliceret med $(z-1)$ dermed bliver positivt. For at hele den blå parentes skal være positiv, må der nødvendigvis gælde, at det positive led er større end summen af de negative, hvoraf betingelsen i (3.62) fremkommer:

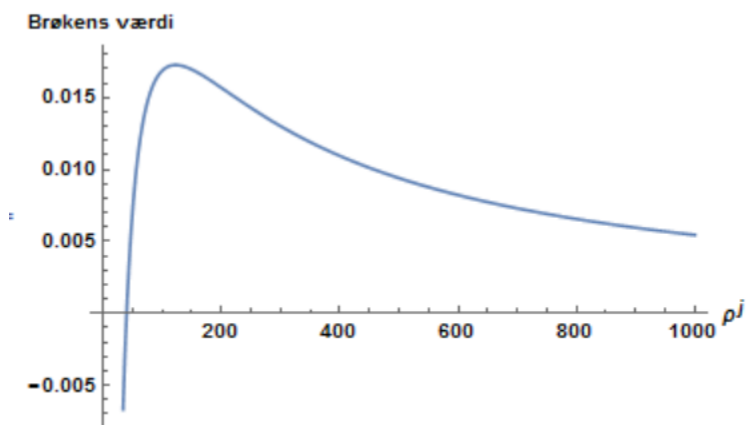
$$\Delta^2 + \Delta(\lambda - 2\rho^1(z-1)) < (z-1)(\lambda\rho^1 - \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j))$$

Desuden gælder:

$$\lim_{\rho^j \rightarrow \infty} \frac{\delta\lambda\pi(z-1)z(-\Delta^2 - \Delta(\lambda - 2\rho^1(z-1)) + (z-1)(\lambda\rho^1 - \rho^j(z-1)(2\rho^1 - \rho^j)))}{(\Delta + (1-z)\rho^j)^2(\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1)(\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)^2} = 0$$

hvorfor det er klart, at når $\rho^j \rightarrow \infty$, da vil brøken gå mod 0, og dermed må brøken være aftagende i ρ^j , når ρ^j er tilstrækkelig stor. Et tilstrækkeligt stort ρ^j er sikret, når betingelsen i (3.62) er opfyldt. I figur A.1 er brøken i (3.61) plottet som funktion af ρ^j , hvor det ses, at denne er aftagende, når ρ^j når et vidst niveau. Værdierne for parametrene, der der er anvendt til at plotte funktionen er taget fra Feldhütter (2011). Jeg

er opmærksom på, at disse estimater baserer sig på Feldhütters udgave af *bid*- og *ask*-priser, der tidligere er vist at være forkerte. Ikke desto mindre anvendes disse, da det er acceptabelt ift. formålet med denne figur.



Figur A.1: Sidste led i A_{ss}^j som funktion af ρ^j . Parameter værdierne er givet ved: $\delta = 2.911$, $z = 0.97$, $\pi = 0.092$, $\rho^1 = 40$, $r = 0.05$, $\lambda_T = 0.012$, $\lambda_D = 0.012$ og $\lambda = 3.58$

A.15 Bevis for at B_{ss}^j er stigende i ρ^j .

Det er indtil videre vist, at

$$\begin{aligned}\rho^j \uparrow &\Rightarrow A_{ss}^j \downarrow \\ \rho^j \uparrow &\Rightarrow \text{spread} \downarrow\end{aligned}$$

Det vil sige, at ask-prisen er lavere for mere sofistikerede investorer, og deres spread er ligeledes mindre. Hvad der endnu ikke er vist er, at B_{ss}^j er stigende i ρ^j . Dette ville give god mening, da det ville betyde, at Ask-pris og bid-pris lå smallere for de sofistikerede investorer. Og dermed at de usofistikeredes priser "indrammede" de sofistikerede. Det er ikke vist endnu, da lav ask pris kombineret med lille spread, i teorien godt kunne resultere i samme pris som høj ask pris kombineret med stort spread, da vi ikke har vist noget sted, at midprisen er ca. det samme for alle j .

Derfor betragtes nu B_{ss}^j givet i (3.59)

$$B_{ss}^j = A_{ss}^j - \frac{\delta z}{\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda}$$

hvor

$$A_{ss}^j = \psi - \delta \frac{\lambda \pi}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta} + \delta \frac{z\lambda\pi(1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)(\Delta + (1-z)\rho^j + \lambda)(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)}$$

Hvis B_{ss}^j differentieres ift. ρ^j da fås:

$$\begin{aligned}\frac{\partial B_{ss}^j}{\partial \rho^j} &= - \frac{\delta \lambda \pi z (1-z)^2 (\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)^2 (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)} \\ &\quad - \frac{\delta \lambda \pi z (1-z)^2 (\rho^j - \rho^1)}{(\Delta + (1-z)\rho^j) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)^2} \\ &\quad + \frac{\delta \lambda \pi z (1-z)}{(\Delta + (1-z)\rho^j) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)} \\ &\quad + \frac{\delta z (1-z)}{(\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)}\end{aligned}$$

Simplificeres dette udtryk i Mathematica, da haves:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_{ss}^j}{\partial \rho^j} = & - \left(\frac{\overbrace{\delta(z-1)z}^{-} \left(\overbrace{\Delta^3}^{+} + \overbrace{\Delta^2(\lambda(\pi+1) - (z-1)(\rho^1 + 2\rho^j))}^{+} \right)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)^2 (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)^2} + \right. \\ & + \frac{\Delta \left(\overbrace{\lambda^2 \pi - 2\lambda(z-1)(\pi\rho^1 + \rho^j)}^{+} + \overbrace{\rho^j(z-1)^2(2\rho^1 + \rho^j)}^{+} \right)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)^2 (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)^2} \\ & \left. - \frac{\overbrace{(z-1)}^{-} \left(\overbrace{\lambda^2 \pi \rho^1}^{+} + \overbrace{\lambda \rho^j}^{+} \overbrace{(z-1)}^{-} \left(\overbrace{\pi(\rho^j - 2\rho^1) - \rho^j}^{-} \right) + \overbrace{\rho^1(\rho^j)^2(z-1)^2}^{+} \right)}{(\Delta + (1-z)\rho^j)^2 (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^1) (\Delta + \lambda + (1-z)\rho^j)^2} \right) > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

I (A.29) er det oplagt, at nævneren må være positiv eftersom $z \in [0, 1]$. Bemærk venligst at der er samme nævner i alle led, men de blot er skrevet op flere gange ad hensyn til plads. For at hele udtrykket i (A.29) er positivt, kræves det, at indeholdet i den store parentes er negativt. Betragt først:

$$\delta(z-1)z$$

hvilket klart er større end eller lig med 0. $\delta(z-1)z = 0$ sker kun i de ekstreme situationer, hvor $z = 1$ eller $z = 0$, hvorfor det for nu antages, at leddet er negativt.

For at hele parentensen er negativ, må indholdet i den **røde parentes** derfor være positivt. Δ^3 er oplagt positivt. $(z-1)$ er negativt med minus foran indgår leddet i den **blå parentes** positivt.

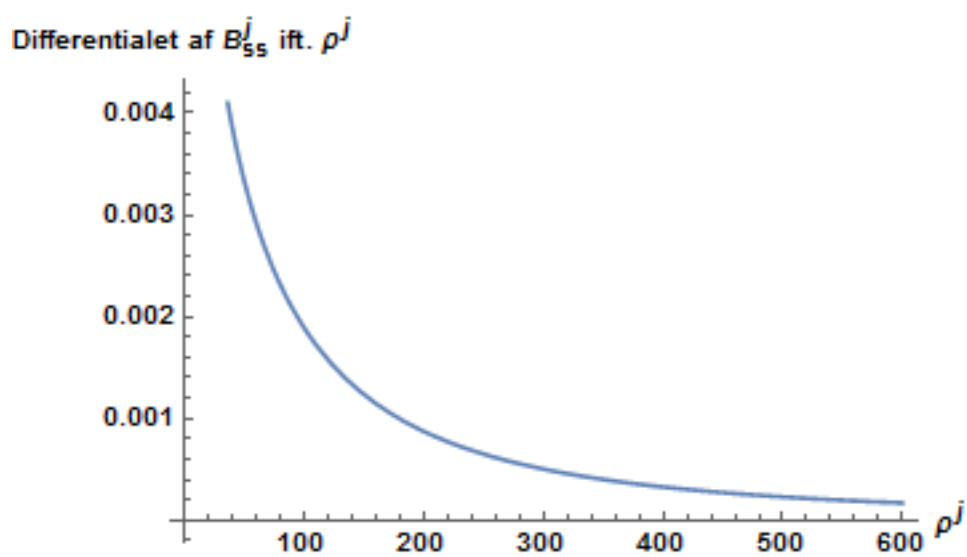
Indholdet i den **orange parentes** er positivt eftersom $(z-1)^2 > 0$ og $(z-1) < 0$ med minus foran indgår det samlet set positivt.

Det sidste store led i den store parentes indgår med minus foran. $(z-1)$ er ligeledes negativt og indholdet i den **brune parentes** er positivt, eftersom der indgår to negative led ($(z-1)$ og $\pi(\rho^j - 2\rho^1) - \rho^j$) der multipliceres med hinanden.

Alt i alt er alle led i den **røde parentes** positive. Det positive led multipliceres med $\delta(1-z)z$, der er negativt og herefter sættes minus foran det hele, hvilket medfører at udtrykket alt i alt bliver positivt.

Hermed er det vist, at B_{ss}^j er stigende i ρ^j og dermed, at sofistikerede investorer formår at handle sig til bedre salgspriser.

Som et ekstra tjek er $\frac{\partial B_{ss}^j}{\partial \rho^j}$ plottet for de estimerede værdier fra Feldhütter (2011). Af figur A.2 ses det ligeledes, at differentialet er positivt for alle ρ^j (for de estimerede værdier er det største $\rho^j=372$), hvilket understøtter konklusionen om, at B_{ss}^j er stigende i ρ^j



Figur A.2: $\frac{\partial B_{ss}^j}{\partial \rho^j}$ som funktion af ρ^j . Parameter værdierne er givet ved: $\delta = 2.911$, $z = 0.97$, $\pi = 0.092$, $\rho^1 = 40$, $r = 0.05$, $\lambda_T = 0.012$, $\lambda_D = 0.012$ og $\lambda = 3.58$

A.16 Udledning af A (3.63)

A_j kan bestemmes ved at anvende $H^j(1, i)$ (3.48), da dette angiver andelen af ρ^j -investorer, der ejer obligationen i *steady state*. A_j bestemmes derved som summen af $H^j(1, i)$ henover de to præferencetyper (i). Inden A_j bestemmes bemærkes, at fra (3.39) må $\lim_{t \rightarrow \infty} n_i^j(t) = \frac{\pi_i}{N}$ og fra (3.43) haves

$$\lim_{t \rightarrow \infty} n_{ki}^{0,j}(1, t) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\underbrace{(1 - e^{-\lambda t})}_{\rightarrow 0} \pi_i + \underbrace{e^{-\lambda t}}_{\rightarrow 0} 1_{\{k=i\}} \right] \underbrace{e^{-(\rho^j + \lambda_T + \lambda_D)t}}_{\rightarrow 0} H_0^j(1, k) = 0 \quad (\text{A.30})$$

Det er oplagt, at mængden af investorer, der aldrig har mødt en dealer og som holder 1 obligation vil gå mod 0 som tiden går mod ∞ . Dette skyldes to faktorer; 1) alle investorer søger efter dealer så på et eller andet tidspunkt vil et møde ske, 2) når tiden går mod ∞ vil obligationen udløbe eller gå fallit.

$H^j(1, i)$ bestemmes i *steady state*. Dette gøres ved at lade $t \rightarrow \infty$. $H_t^j(a, i)$ er som bekendt givet ved

$$H_t^j(a, i) = \sum_{k=1}^2 \left[n_{ki}^{0,j}(a, t) + \int_0^t n_{ki}^j(a, 1, \tau, t) + n_{ki}^j(a, 0, \tau, t) d\tau \right]$$

Som det er vist ovenfor er $n_{ki}^{0,j}(1, t) = 0$ i *steady state*. Eftersom vi betragter $H^j(1, i)$ når A_j skal bestemmes, da vil den sidste del af integralet $n_{ki}^j(a, 0, \tau, t) = 0$, eftersom indikatorfunktionen i dette udtryk er slukket. Tilbage er der at bestemme

$$\begin{aligned} \int_0^\infty n_{ki}^j(1, 1, \tau, t) d\tau &= \int_0^\infty \rho^j e^{-\rho^j \tau} \times e^{-\tau(\lambda_T + \lambda_D)} \cdot \left[(1 - e^{-\lambda \tau}) \pi_i + e^{-\lambda \tau} 1_{\{k=i\}} \right] \underbrace{n_k^j(t - \tau)}_{\rightarrow \frac{\pi_k}{N}} \underbrace{\bar{a}_k^j(t - \tau)}_{\rightarrow \bar{a}_k^j} d\tau \\ &= \left[\frac{\pi_k}{N} \bar{a}_k^j \rho^j e^{-(\lambda + \rho^j + \lambda_D + \lambda_T)\tau} \left(\frac{\pi_i - 1_{\{k=i\}}}{\lambda + \lambda_D + \lambda_T + \rho^j} - \frac{\pi_i e^{\lambda \tau}}{\lambda_D + \lambda_t + \rho^j} \right) \right]_0^\infty \\ &= \bar{a}_k^j \rho^j \frac{\pi_k}{N} \underbrace{e^{-(\lambda + \rho^j + \lambda_D + \lambda_T)0}}_{=1} \left(\frac{\pi_i - 1_{\{k=i\}}}{\lambda + \lambda_D + \lambda_T + \rho^j} - \frac{\pi_i e^{\lambda \cdot 0}}{\lambda_D + \lambda_t + \rho^j} \right) \\ &= \bar{a}_k^j \rho^j \frac{\pi_k}{N} \left(\frac{\pi_i}{\lambda_D + \lambda_t + \rho^j} + \frac{1_{\{k=i\}} - \pi_i}{\lambda + \lambda_D + \lambda_T + \rho^j} \right) \end{aligned}$$

hvor grænseværdien for $n_i^j(t)$ er benyttet.

Alle nødvendige mellemregninger for at opstille A_j er foretaget, og dermed bliver

$$\begin{aligned}
 A_j &= \sum_{i=1}^2 H^j(1, i) = \underbrace{\sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \rho^j \frac{\pi_k}{N} \left(\frac{\pi_i}{\lambda_D + \lambda_t + \rho^j} + \frac{1_{\{k=i\}} - \pi_i}{\lambda + \lambda_D + \lambda_T + \rho^j} \right)}_{H^j(1, i)} \\
 &\stackrel{1)}{=} \frac{1}{N} \rho^j \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\pi_i \left[\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k \right]}{\rho^j + \lambda_D + \lambda_T} + \frac{\bar{a}_i^j \pi_i - \left[\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k \right]}{\lambda + \lambda_D + \lambda_T + \rho^j} \right) \\
 &\stackrel{2)}{=} \frac{1}{N} \rho^j \left(\frac{\left[\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k \right]}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} + \frac{\left[\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k \right] - \left[\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k \right]}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D + \lambda} \right) \\
 &= \frac{1}{N} \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} \left[\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k \right] \tag{A.31}
 \end{aligned}$$

Ved 1) er $\sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k$ ganget ind på hvert led i parentesen, og da $i = k$ for indikatorfunktionen har a og π fået fodtegn i .

Ved 2) er der summeret over i . Husk $\pi_1 = 1 - \pi$ og $\pi_2 = \pi$, hvorfor π_i udgår. Desuden gælder $\sum_{i=1}^2 \bar{a}_i^j \pi_i = \sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k$.

Med (A.31) er A_j bestemt og A kan udledes ved at summere over A_j for alle j

$$A = \sum_{j=1}^N A_j = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} \sum_{k=1}^2 \bar{a}_k^j \pi_k$$

Herved er et generelt udtryk for A bestemt og dette kan specificeres yderligere ved at anvende $\bar{a}_1^j = 1$ og $\bar{a}_2^j = 0$ for $j > 1$. Dermed vil A for $j > 1$ være

$$\sum_{j=2}^N A_j = \frac{1}{N} \sum_{j=2}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} \sum_{k=1}^2 1 \pi_1 = \frac{\pi_1}{N} \sum_{j=2}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D}$$

For $j = 1$ vil det størst mulige A opnås ved $\bar{a}_1^1 = 1$ og $\bar{a}_2^1 = 1$. Bemærk, at hvis $\bar{a}_1^1 = 1$ og $\bar{a}_2^1 = 1$ gælder, vil der ikke være nogen salgspris for investorer med en laveste søgeintensitet. Som det vil være klart om lidt, vil $\bar{a}_1^1 = 1$ og $\bar{a}_2^1 = 1$ ikke begge gælde i det endelige udtryk for A , men kun anvendes i mellemregningerne til at bestemme intervallet for A . Med $\bar{a}_1^1 = 1$ og $\bar{a}_2^1 = 1$ vil A nå sit maks og dermed være:

$$A = \frac{\pi_1}{N} \sum_{j=2}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} + \frac{1}{N} \frac{\rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D}$$

eftersom

$$\frac{1}{N} \frac{\rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D} \cdot (1 \cdot \pi_1 + 1 \cdot \pi_2) = \frac{1}{N} \frac{\rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D} \cdot (1 \cdot (1 - \pi) + 1 \cdot \pi)$$

Herved er det oplagt, at A vil ligge i et intervallet:

$$\frac{\pi_1}{N} \sum_{j=2}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} \leq A \leq \frac{\pi_1}{N} \sum_{j=2}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_T + \lambda_D} + \frac{1}{N} \frac{\rho^1}{\rho^1 + \lambda_T + \lambda_D}$$

Eftersom det i modellen er antaget, at de marginale investorer udgøres af de usofistikerede høje typer, da sættes $\bar{a}_1^1 = 1 - \omega$ og $\bar{a}_2^1 = 0$. A er heraf givet ved:

$$A = \frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=1}^N \frac{\rho^j}{\rho^j + \lambda_D + \lambda_T} + (1 - \omega) \frac{\rho^1}{\rho^1 + \lambda_D + \lambda_T} \right) \quad (\text{A.32})$$

hvor (A.32) er identisk med (3.63) fra afhandlingen afsnit 3.6.

A.17 Mellemregninger til udtryk (4.3)

Udtryk (4.3) omskrives i afhandlingen ved:

$$\begin{aligned}
 p_s^j(0) &= q_s^j(0) + e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} [p_s(t) - q_s^j(t)] \\
 &\quad + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t}\right) \left(\frac{\kappa^j q_s^j(0) + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{r + \lambda_D + \lambda_T}\right) \\
 &= e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} [p_s(t) + q_s^j(0) - q_s^j(t)] \\
 &\quad + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t}\right) \left(\frac{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T} q_s^j(0) + \frac{(\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{r + \lambda_D + \lambda_T}\right)
 \end{aligned}$$

For at indse, at omskrivningen er korrekt, betragtes alle led, der indeholder $q_s^j(0)$. I det første udtryk er disse led givet ved

$$q_s^j(0) + \frac{\kappa^j q_s^j(0)}{r + \lambda_D + \lambda_T} - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t} \frac{\kappa^j q_s^j(0)}{r + \lambda_D + \lambda_T} \quad (\text{A.33})$$

I andet udtryk indgår $q_s^j(0)$ i følgende led:

$$e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} q_s^j(0) + \frac{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T} q_s^j(0) - e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} \frac{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T} q_s^j(0) \quad (\text{A.34})$$

Brøkerne i (A.34) opdeles i to led, og dermed ses, at (A.34) kan omskrives til (A.33), hvorfor lighedstegnet i (4.3) er korrekt:

$$\begin{aligned}
 &\cancel{e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} q_s^j(0)} + \frac{\kappa^j q_s^j(0)}{r + \lambda_D + \lambda_T} + \underbrace{\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T}}_{=1} q_s^j(0) - e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} \frac{\kappa^j q_s^j(0)}{r + \lambda_D + \lambda_T} - \cancel{e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} \underbrace{\frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T}}_{=1} q_s^j(0)} \\
 &= q_s^j(0) + \frac{\kappa^j q_s^j(0)}{r + \lambda_D + \lambda_T} - e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} \frac{\kappa^j q_s^j(0)}{r + \lambda_D + \lambda_T}
 \end{aligned}$$

A.18 Interval for s , der medfører (ρ^1) -lav som marginale investorer

I afsnit 4.1.1 skal intervallet for s , der medfører, at de marginale investorer er (ρ^1) -lav, bestemmes. Dette gøres ved at tage udgangspunkt i markedsligevægten fra (3.40):

$$(\lambda_T + \lambda_D)A(t) + \sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^2 \rho^j n_i^j(t) \bar{a}_i^j(t)$$

Venstresiden udgør mængden af obligationer, der er til salg i markedet på et givet tidspunkt. Øjeblikket efter et likviditetschok er forekommet, er venstresiden identisk med *steady state* og er derfor givet ved (4.4), hvorfor der øjeblikkeligt efter chokket gælder:

$$(\lambda_T + \lambda_D)A(t) + \sum_{j=1}^N \rho^j A_j(t) = \frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=2}^N \rho^j + (1 - \omega) \rho^1 \right)$$

Højresiden i markedsligevægten bestemmes nu under antagelsen om, at ρ^1 -lav er marginal investor.

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^2 \rho^j n_i^j(t) \bar{a}_i^j(t) &= \sum_{j=1}^N \rho^j n_1^j(t) \underbrace{\bar{a}_1^j(t)}_{=1 \ \forall j} + \rho^1 n_2^j(t) \cdot \underbrace{\bar{a}_2^1(t)}_{=(1-\omega)} + \sum_{j=2}^N \rho^j n_2^j(t) \cdot \underbrace{\bar{a}_2^j(t)}_{=0 \text{ for } j>1} \\ &= \sum_{j=1}^N \rho^j n_1^j(t) + \rho^1 n_2^j(t)(1 - \omega) \\ &\leq \sum_{j=1}^N \rho^j n_1^j(t) + \rho^1 n_2^1(t) \end{aligned} \tag{A.35}$$

Indsættes udtryk for $n_1^j(0)$ og $n_2^1(0)$ i (A.35) kan uligheden omskrives ved

$$\frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=2}^N \rho^j + (1-\omega)\rho^1 \right) \leq \underbrace{\sum_{j=1}^N \rho^j (1-s) \frac{\pi_1}{N}}_{=n_1(0)} + \rho^1 \frac{\pi_1}{N} \left(\sum_{j=2}^N \rho^j + (1-\omega)\rho^1 \right) \underbrace{\left(\frac{(1-\pi_1)}{N} + \frac{s\pi_1}{N} \right)}_{n_2(0)}$$

$$\Downarrow$$

$$\cancel{\frac{\pi_1}{N} \sum_{j=1}^N \rho^j} - \frac{\pi_1}{N} \omega \rho^1 \leq \cancel{\sum_{j=1}^N \rho^j (1-s) \frac{\pi_1}{N}} + \left(\frac{(1-\pi_1)}{N} + \rho^1 \frac{s\pi_1}{N} \right)$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{\pi_1}{N} \omega \rho^1 \leq -\sum_{j=2}^N \rho^j s \frac{\pi_1}{N} + \frac{(1-\pi_1)}{N} \rho^1$$

$$\Downarrow$$

$$-\pi_1 \omega \rho^1 \leq -\sum_{j=2}^N \rho^j s \pi_1 + (1-\pi_1) \rho^1$$

$$\Downarrow$$

$$s \leq \frac{\pi_1 \omega \rho^1 + (1-\pi_1) \rho^1}{\pi_1 \sum_{j=2}^N \rho^j}$$

(A.36)

(A.37)

A.19 Bestem $p_s(t)$ for $0 \leq t < t_1(s)$

I dette bilag vil prisen der gælder i markedet, når dette er ude af *steady state*, men endnu ikke er segmenteret, blive udledt. Prisen er i afhandlingen endeligt bestemt ved udtryk (4.10).

$$\begin{aligned}
p_s(t) &= e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \left[p_s(t_1(s)) + q_s^1(0) - q_s^1(t_1(s)) \right] + \left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T} q_s^1(0) + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \left[p_s(t_1(s)) + \bar{U}_2^1(1) - \bar{U}_1^1(1) \right] + \left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T} \bar{U}_2^1(1) + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \left[p_{ss} + \left(\frac{1}{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T} \left[\cancel{C} - \delta + \frac{(C-\delta\pi_2)\lambda}{\cancel{r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T}} \right] \right) \right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{1}{\cancel{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T}} \left[\cancel{C} + \frac{(C-\delta\pi_2)\lambda}{r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T} \right] \right) \right] + \left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T} \left(\underbrace{\frac{1}{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T} \left[C - \delta + \frac{(C-\delta\pi_2)\lambda}{r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T} \right]}_{\bar{U}_2^1(1)} + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} p_{ss} - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \frac{\delta}{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T} + \left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)C}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} - \delta \frac{(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)(C-\delta\pi_2)\lambda}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)} + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} p_{ss} - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \frac{\delta}{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T} \\
&\quad + \frac{\left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) (r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)C}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} - \delta \frac{\left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) (r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&\quad + \frac{\left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) (r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)(C-\delta\pi_2)\lambda}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&\quad + \frac{\left(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \right) (\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T}
\end{aligned} \tag{A.38}$$

Det vil vise sig, at udtrykket kan reduceres yderligere. Dette gøres ved først at omskrive de tre blå led i (A.38).

For at holde notationen så simpel som mulig defineres følgende størrelser

$$\begin{aligned}\Delta &= r + \lambda_T + \lambda_D \\ \cup &= r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D \\ \circ &= r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D\end{aligned}$$

De blå led er givet ved:

$$\begin{aligned}& \frac{(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)}) (r + \kappa^1 + \lambda_D + \lambda_T) C}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} + \frac{(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)}) (r + \kappa^1 + \lambda_D + \lambda_T)(C - \delta\pi_2)\lambda}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda_D + \lambda_T)} \\ & + \frac{(1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)}) (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F}{r + \lambda_D + \lambda_T}\end{aligned}\quad (\text{A.39})$$

Med de definerede størrelser ovenfor bliver udtrykket mere overskueligt:

$$\frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ C}{\Delta \cup} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ (C - \delta\pi_2)\lambda}{\Delta \cup \circ} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F}{\Delta}$$

Der sættes på fælles brøkstreg, så det er muligt at addere brøkerne:

$$\frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ C \circ}{\Delta \cup \circ} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ (C - \delta\pi_2)\lambda}{\Delta \cup \circ} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F \circ \cup}{\Delta \circ \cup} \quad (\text{A.40})$$

2. led i (A.40) opdeles i to led - et led, der afhænger af C og et led, der ikke gør:

$$\begin{aligned}& \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ C \circ}{\Delta \cup \circ} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ C \lambda}{\Delta \cup \circ} - \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ \delta\pi_2 \lambda}{\Delta \cup \circ} \\ & + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F \circ \cup}{\Delta \circ \cup}\end{aligned}$$

Betragt først alle led, der indeholder C

$$\frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ C \circ}{\Delta \cup \circ} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ C \lambda}{\Delta \cup \circ}$$

Her kan $\circ$ forkortes ud i tæller og nævner i begge brøker

$$\frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \circ C}{\Delta \cup} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) C \lambda}{\Delta \cup} = \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \cup C}{\Delta \cup}$$

hvor $\circ C + \lambda C = \cup C$. Betragtes endvidere de to andre led, hvor C ikke indgår, kan $\circ$ ligeledes forkortes ud, og det samlede udtryk bliver

$$\frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \cup C}{\Delta \cup} - \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \delta \pi_2 \lambda}{\Delta \cup} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F \cup}{\Delta \cup} \quad (\text{A.41})$$

Første og sidste led sammenskrives:

$$\frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \cancel{\cup} C}{\Delta \cancel{\cup}} + \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F \cancel{\cup}}{\Delta \cancel{\cup}} = (1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \left(\frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F}{\Delta} \right)$$

De omskrevne størrelser indsættes nu i (A.41) og (A.39) er hermed reduceret til

$$\begin{aligned} & (1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \left(\frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F}{\Delta} \right) - \frac{(1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \delta \pi_2 \lambda}{\Delta \cup} \\ &= (1 - e^{-\Delta(t_1(s)-t)}) \underbrace{\left(\frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T) F}{\Delta} - \delta \frac{\pi_2 \lambda}{\Delta \cup} \right)}_{=p_{ss}} \end{aligned}$$

De blå led er hermed omskrevet og (A.38) kan derved bestemmes som:

$$\begin{aligned}
p_s(t) &= e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} p_{ss} - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \frac{\delta}{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T} \\
&+ \frac{(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)C}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} - \delta \frac{(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&+ \frac{(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)(C-\delta\pi_2)\lambda}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&+ \frac{(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \\
&= \cancel{e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} p_{ss}} - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \frac{\delta}{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T} \\
&+ \left(1 - \cancel{e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)}}\right) \cancel{p_{ss}} - \delta \frac{(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&= p_{ss} - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \frac{\delta}{r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T} \\
&- \delta \frac{(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&= p_{ss} - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)} \frac{\delta(r+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&- \delta \frac{(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})(r+\kappa^1+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)} \\
&= p_{ss} - \delta \frac{r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^1(1-e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)}
\end{aligned} \tag{A.42}$$

A.20 Omskrivning af $q_s^j(t)$ for $0 \leq t < t_1(s)$

I afhandlingen er $q_s^j(t)$ ved (4.13) bestemt ved

$$\begin{aligned}
 q_s^j(t) &= p_s(t) - \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_s(t+u) du - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j} \\
 &= p_s(t) - \kappa^j \int_0^{t_1(s)-t} e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_s(t+u) du - \kappa^j \int_{t_1(s)-t}^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_{ss} du \\
 &\quad - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j}
 \end{aligned} \tag{A.43}$$

Omskrivningen af $q_s^j(t)$ sker ved at beregne integralerne og omskrive udtrykket på en smart måde, således at $q_s^j(t)$ udtrykkes som funktion af q_{ss}^j .

Integralerne i (A.43) bestemmes og heraf er det muligt at opnå et udtryk for $q_s^j(t)$ som funktion af q_{ss}^j . Dermed kan priserne efter et likviditetschok nemt relateres til priserne i *steady state*.

Først indsættes udtryk for $p(t+u)$

$$\begin{aligned}
q_s^j(t) &= \left(p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) \\
&\quad - \underbrace{\kappa^j \int_0^{t_1(s)-t} e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} \left(p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-(t+u))})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) du}_{p_s(t+u)} \\
&\quad - \kappa^j \int_{t_1(s)-t}^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_{ss} du - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j} \\
&= \left(p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) \\
&\quad - \kappa^j \int_0^\infty e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} p_{ss} du \\
&\quad + \kappa^j \int_0^{t_1(s)-t} e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)u} \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-(t+u))})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} du - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j} \\
&= \left(p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) \\
&\quad - \kappa^j p_{ss} \cdot \frac{1}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
&\quad + \kappa^j \cdot \frac{\delta}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
&\quad \times \left(\int_0^{t_1(s)-t} e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)u} \cdot (r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) du \right. \\
&\quad \left. - \int_0^{t_1(s)-t} e^{-(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)u} \cdot \kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t-u)} du \right) - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j} \\
&= \left(p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) \\
&\quad - \kappa^j p_{ss} \cdot \frac{1}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
&\quad + \kappa^j \cdot \frac{\delta}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
&\quad \times \left(\left[-\frac{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) \cdot e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)u}}{r + \kappa^1 + \lambda_D + \lambda_T} \right]_0^{t_1(s)-t} - \left[-\frac{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)-\kappa^j \cdot u}}{\kappa^j} \right]_0^{t_1(s)-t} \right) \\
&\quad - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) \\
&\quad - \kappa^j p_{ss} \cdot \frac{1}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
&\quad + \kappa^j \cdot \frac{\delta}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
&\quad \times \left(- \frac{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r} + \frac{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j) \cdot 0}}{\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t) - \kappa^j \cdot (t_1(s)-t)}}{\kappa^j} - \frac{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t) - \kappa^j \cdot 0}}{\kappa^j} \right) - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j} \\
&= \left(p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right) \\
&\quad - \kappa^j p_{ss} \cdot \frac{1}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
&\quad + \kappa^j \cdot \frac{\delta}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
&\quad \times \left(- \frac{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r} + \frac{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1)}{\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{\kappa^j} - \frac{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}}{\kappa^j} \right) - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j} \\
&= p_{ss} - \delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} - \frac{\kappa^j p_{ss}}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \\
&\quad - \frac{(\kappa^j \delta)(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)} \\
&\quad + \frac{\kappa^j \delta (r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)} \\
&\quad + \frac{\kappa^j \delta \kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) \kappa^j} - \frac{\kappa^j \delta \kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) \kappa^j} \\
&\quad - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^j}
\end{aligned} \tag{A.44}$$

Betrægt først alle de blå led, hvor p_{ss} indgår. Det ses, at disse kan sammenskrives til:

$$p_{ss} - \frac{\kappa^j p_{ss}}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} = \frac{p_{ss}(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)}{(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)} - \frac{\kappa^j p_{ss}}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} = \frac{r + \lambda_D + \lambda_T}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} p_{ss} \tag{A.45}$$

Betragt dernæst de to orange led i (A.44), der indeholder $e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)}$

$$\begin{aligned}
& -\delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 (1 - e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)})}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} - \frac{\cancel{\kappa^j} \delta \kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T) \cancel{\kappa^j}} \\
& = -\delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1 - \cancel{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_T+\lambda_D)(t_1(s)-t)}} + \cancel{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}}}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \\
& = -\delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \tag{A.46}
\end{aligned}$$

(A.46) sammenskrives med det røde led i (A.44):

$$\begin{aligned}
& -\delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} + \delta \frac{\kappa^j (r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)} \\
& = -\delta \frac{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1)(\cancel{\kappa^j} + \lambda_D + \lambda_T + r)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(\cancel{\kappa^j} + \lambda_D + \lambda_T + r)} \\
& + \delta \frac{\kappa^j (r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)} \\
& = -\delta \frac{\cancel{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) \kappa^j} + (r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1)(\cancel{\lambda_D + \lambda_T + r}) - \cancel{(r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1) \kappa^j}}{(\cancel{r + \lambda_D + \lambda_T})(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)} \\
& = -\delta \frac{r + \lambda_D + \lambda_T + \kappa^1}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)} \tag{A.47}
\end{aligned}$$

De grønne led, der indeholder $e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}$, omskrives:

$$\begin{aligned}
& -\delta \frac{\kappa^j(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^1)e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T+r)} + \delta \frac{\cancel{\kappa^j} \kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)\cancel{\kappa^j}} \\
& = -\delta \frac{\kappa^j(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^1)e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T+r)} \\
& + \delta \frac{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)} (\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(\kappa^j + \lambda_D + \lambda_T + r)} \\
& = -\delta \frac{\cancel{\kappa^j \kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}} + \kappa^j(r+\lambda_D+\lambda_T)e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T+r)} \\
& + \delta \frac{\cancel{\kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}} \kappa^j - \kappa^1 e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}(r+\lambda_D+\lambda_T)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T+r)} \\
& = -\delta \frac{(\cancel{r+\lambda_D+\lambda_T})e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}(\kappa^j-\kappa^1)}{(\cancel{r+\lambda_D+\lambda_T})(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T+r)} \\
& = -\delta \frac{e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j)(t_1(s)-t)}(\kappa^j-\kappa^1)}{(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_D+\lambda_T)(\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T+r)} \tag{A.48}
\end{aligned}$$

Hermed er alle hensigtsmæssige omskrivninger foretaget og ved at indsætte (A.45), (A.47) og (A.48) i (A.44) opnås et forholdsvis simpelt udtryk for $q_s^j(t)$

$$\begin{aligned}
q_s^j(t) &= \frac{r+\lambda_T+\lambda_D}{r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D} p_{ss} - \delta \frac{1}{(r+\kappa^1+\lambda+\lambda_T+\lambda_D)(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)} \times \\
& \left[r+\kappa^1+\lambda_T+\lambda_D + e^{-(r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T)(t_1(s)-t)}(\kappa^j-\kappa^1) \right] - \frac{\lambda_D(1-f)F+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T+\kappa^j} \tag{A.49}
\end{aligned}$$

A.21 Udledning af $p_s^j(0)$ for et segmenteret marked

$p_s^j(0)$ udledes som prisen for hvert j , når markedet er segmenteret. Mellemregningerne, der anvendes for at nå frem til (4.27) er givet ved

$$\begin{aligned}
p_s^j(0) &= e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t} \left[p_s(t) + q_s^j(0) - q_s^j(t) \right] + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t} \right) \left(\frac{r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T} q_s^j(0) + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t_2(s)} \left[p_s^j(t_2(s)) + \bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t_2(s)) \right] \\
&\quad + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t_2(s)} \right) \left(\frac{r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T} \bar{U}_2^j(1) + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t_2(s)} \left[p_s^j(t_2(s)) + \bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t_2(s)) \right] + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t_2(s)} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T}{r+\lambda_D+\lambda_T} \left(\frac{C}{r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D} - \delta \frac{r+\kappa^j+\pi_2\lambda+\lambda_T+\lambda_D}{(r+\kappa^j+\lambda+\lambda_T+\lambda_D)(r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D)} \right) + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t_2(s)} \left[p_s^j(t_2(s)) + \bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t_2(s)) \right] + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t_2(s)} \right) \\
&\quad \times \left(\frac{(\cancel{r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T})C}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(\cancel{r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D})} - \delta \frac{(\cancel{r+\kappa^j+\lambda_D+\lambda_T})(r+\kappa^j+\pi_2\lambda+\lambda_T+\lambda_D)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^j+\lambda+\lambda_T+\lambda_D)(\cancel{r+\kappa^j+\lambda_T+\lambda_D})} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(\lambda_D(1-f)+\lambda_T)F}{r+\lambda_D+\lambda_T} \right) \\
&= e^{-(r+\lambda_D+\lambda_T)t_2(s)} \left[p_s^j(t_2(s)) + \bar{U}_2^j(1) - q_s^j(t_2(s)) \right] \\
&\quad + \left(1 - e^{-(r\lambda_T+\lambda_D)t_2(s)} \right) \left(\frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{(r+\lambda_D+\lambda_T)} - \delta \frac{(r+\kappa^j+\pi_2\lambda+\lambda_T+\lambda_D)}{(r+\lambda_D+\lambda_T)(r+\kappa^j+\lambda+\lambda_T+\lambda_D)} \right)
\end{aligned}$$

A.22 Bevis for at priserne i sætning 2 er faldende i likviditetschokket, s

Af sætning 2 vides det, at når likviditetschokket ligger i et interval på $\omega \frac{\rho^1}{\sum_{j=1}^N \rho^j} < s \leq \omega$, da vil *bid*-prisen være givet ved

$$B^j(s) = B_{ss}^j - V(s) + zS^j(s)$$

hvor

$$V(s) = \delta \frac{\Delta + (1-z)\rho^1(1 - e^{-\Delta t_1(s)})}{(\Delta + (1-z)\rho^1 + \lambda)\Delta}$$

$$S^j(s) = \delta \frac{\Delta + (1-z)\rho^1 + e^{-(\Delta + (1-z)\rho^1)t_1(s)}(1-z)(\rho^j - \rho^1)}{(\lambda + (1-z)\rho^1 + \Delta)((1-z)\rho^j + \Delta)}$$

Dette bilag vil bevise, at $B^j(s)$ i dette tidsinterval er faldende i chokkets størrelse. $\frac{\partial B^j(s)}{\partial s} < 0$ er ækvivalent med $\frac{\partial(V(s) - zS^j(s))}{\partial s} > 0$, for dermed vises at $V(s)$ vokser mere end $zS^j(s)$ når s vokser.

$$\frac{\partial(V(s) - zS^j(s))}{\partial s} = \frac{\delta \left(\frac{s \sum_{j=1}^N \rho^j}{\omega \rho^1} \right)^{-\frac{\Delta + (1-z)\rho^1}{\lambda}} \left(\kappa^1 \left(\frac{s \sum_{j=1}^N \rho^j}{\omega \rho^1} \right)^{\frac{(1-z)\rho^j}{\lambda}} + (z-1)z(\rho^1 - \rho^j) \right)}{\lambda s(\Delta + \kappa^1 + \lambda)} > 0$$

Differentialet er større end 0, eftersom tælleren er større end 0, det første positive udtryk opløftet i noget negativt er større end 0 og den sidste parentes er ligeledes positiv, eftersom $(z-1) < 0$ multipliceret med $(\rho^1 - \rho^j) < 0$ giver noget positivt.

Hermed er det ligeledes vist, at for ethvert $s > 0$ vil $B^j(s) = B_{ss}^j - V(s) + zS^j(s) < B_{ss}^j$

A.23 Bevis for ulighed (4.33)

Uligheden i afsnit 4.2, der sikrer at prisforskellen mellem små og store handler er monotont voksende i likviditetschokkets størrelse s , er givet ved

$$\begin{aligned}
& (1 - \pi_2)\lambda\kappa^j(\kappa^j + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta) + (\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \\
& + (\Delta + \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \\
& > \left((\kappa^1 + \kappa^1 + \Delta + \Delta + \pi\lambda + (\kappa^j + \Delta)e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega)})^{-1} \right) (\kappa^j + \lambda + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta
\end{aligned} \tag{A.50}$$

For at bevise, at relationen fra sætning 3 gælder, når uligheden givet ved (A.50) er opfyldt, skal en del matematiske step gennemgås. Det vil være mest oplagt at vise, at $\frac{\partial[p_s^i(0) - p_s^j(0)]}{\partial s} > 0$ for ethvert $\kappa^i < \kappa^j$ og dermed, at prisforskellen er strengt voksende i s . Dog er det ikke ligetil at vise dette, hvorfor det i stedet vil vises, at $\frac{\partial^2 p_s^j(0)}{\partial s \partial \kappa^j} < 0$, hvilket er ækvivalent med at vise $\frac{\partial[p_s^i(0) - p_s^j(0)]}{\partial s} > 0$. Det er ikke nødvendigt at inkludere fee 'en i denne analyse, eftersom fee 'en ikke afhænger af chokkets størrelse, s . I dette bilag vil det blive vist, at $\frac{\partial^2 p_s^j(0)}{\partial s \partial \kappa^j} < 0$ kan reduceres til at vise:

$$\frac{\partial}{\partial \kappa^j} \left[\delta \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)\Delta} + \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(t_1(\omega)) \right] > 0$$

Bevis for $\frac{\partial^2 p_s^j(0)}{\partial s \partial \kappa^j} < 0$

Dette afsnit i bilaget vil udlede, hvordan man kan vise, at prisforskellen er monotont voksende i s ved at vise $\frac{\partial^2 p_s^j(0)}{\partial s \partial \kappa^j} < 0$. Det antages at $\frac{\partial t_1(s)}{\partial \kappa^j} = 0$.

Først bestemmes et udtryk for $p_s^j(0)$, hvilket gøres med udgangspunkt i udtryk (4.27). Udtryk (4.28) angiver omskrivningen af de kantede parenteser i udtrykket for $p_s^j(0)$ og denne omskrivning indsættes, hvorfor $p_s^j(0)$ kan angives ved:

$$\begin{aligned}
p_s^j(0) &= e^{-(r + \lambda_D + \lambda_T)t_2(s)} \left[p_\omega(0) + \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0) \right] \\
&+ \left(1 - e^{-(r\lambda_T + \lambda_D)t_2(s)} \right) \left(\frac{C + (\lambda_D(1 - f) + \lambda_T)F}{(r + \lambda_D + \lambda_T)} - \delta \frac{(r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_T + \lambda_D)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)} \right) \\
&= \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0) + e^{-(r + \lambda_T + \lambda_D)t_2(s)} p_\omega(0) + (1 - e^{-(r + \lambda_D + \lambda_T)t_2(s)}) \\
&\times \left(q_\omega^j(0) - \bar{U}_2^j(1) + \frac{C + (\lambda(1 - f) + \lambda_T)F}{(r + \lambda_D + \lambda_T)} - \delta \frac{(r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_T + \lambda_D)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)} \right)
\end{aligned} \tag{A.51}$$

Med (A.51) kan $\frac{\partial p_s^j(0)}{\partial s}$ bestemmes:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_s^j(0)}{\partial s} = & -\Delta e^{-\Delta t_2(s)} \cdot t_2'(s) \cdot p_\omega(0) + \Delta e^{-\Delta t_2(s)} t_2'(s) \\ & \times \left(q_\omega^j(0) - \bar{U}_2^j(1) + \frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{(r + \lambda_D + \lambda_T)} - \delta \frac{(r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_T + \lambda_D)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

(A.52) skal herefter differentieres mht. κ^j . Det er klart, at κ^j ikke påvirker $-\Delta e^{-\Delta t_1(s)} \cdot t_2'(s) \cdot p_\omega(0)$ (første led), eftersom $p_\omega(0) = p_{ss} - V(t_1(\omega))$ givet ved (4.11), hvor hverken p_{ss} eller $V(t_1(\omega) - t)$ afhænger af κ^j . Inde i parenteser i (A.52) afhænger alle led på nær $\frac{C + (\lambda_D(1-f) + \lambda_T)F}{(r + \lambda_D + \lambda_T)}$ af κ^j . Dermed reduceres det relevante udtryk, der skal differentieres ift. κ^j , til

$$\frac{\partial}{\partial \kappa^j} \left[\Delta e^{-\Delta t_2(s)} t_2'(s) \left(q_\omega^j(0) - \bar{U}_2^j(1) - \delta \frac{(r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_T + \lambda_D)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)} \right) \right]$$

Dette udtryk skal være negativt, for at $\frac{\partial^2 p_s^j(0)}{\partial s \partial \kappa^j} < 0$ er opfyldt, hvilket kan reduceres til, at indholdet i parenteser skal være negativt. Det er mere simpelt at vise, at (-1) multipliceret med parenteser er positivt, hvormed problemet reduceres til

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \kappa^j} \left[\Delta e^{-\Delta t_2(s)} t_2'(s) \left(q_\omega^j(0) - \bar{U}_2^j(1) - \delta \frac{(r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_T + \lambda_D)}{(r + \lambda_D + \lambda_T)(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)} \right) \right] < 0 \\ \Updownarrow & \\ & \frac{\partial}{\partial \kappa^j} \left[\delta \frac{r + \kappa^j + \pi_2\lambda + \lambda_D + \lambda_T}{(r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T)(r + \lambda_D + \lambda_T)} + \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0) \right] > 0 \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

hvor $\Delta e^{-\Delta t_2(s)} t_2'(s)$ ikke afhænger af κ^j . Udtrykket i den kantede parentes omskrives til

$$\delta \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)\Delta} + \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0) = \frac{\delta}{\kappa^j + \Delta} \left(\frac{(\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta)\kappa^j}{(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta} + \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda\pi_2 + \Delta + e^{-\kappa^j + \Delta} t_1(\omega)(\kappa^j - \kappa^1)}{\kappa^1 + \lambda + \Delta} \right) \quad (\text{A.54})$$

Omskrivningerne der anvendes for at komme frem til (A.54) gives i det følgende:

Først indsættes udtryk for $\bar{U}_2^j(1)$ (3.30) og $q_\omega^j(0) = q_s^j(t)$ (4.15) og venstresiden i (A.54) bliver

$$\begin{aligned} \delta \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} + \bar{U}_2^j(1) - q_\omega^j(0) &= \delta \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} + \underbrace{\frac{1}{r + \kappa^j + \lambda + \lambda_D + \lambda_T} \left[C - \delta + \frac{(C - \delta \pi_2) \lambda}{r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T} \right]}_{=\bar{U}_2^j(1)} \\ &\quad - \underbrace{q_{ss}^j + \delta \frac{r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D + e^{-(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)t_1(\omega)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)}}_{q_\omega^j(0)} \end{aligned}$$

hvor $m = 2$ og $i = 2$ er anvendt for $\bar{U}_2^j(1)$. Udtryk (3.50) for $q_{ss}^j = \left(\frac{\Delta}{\kappa^j + \Delta} \right) \times p_{ss} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\kappa^j + \Delta}$ indsættes. Heri indgår p_{ss} , der er angivet i udtryk (3.52) som ligeledes indsættes.

$$\begin{aligned} &\delta \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} + \underbrace{\frac{1}{\kappa^j + \Delta + \lambda} \left[C - \delta + \frac{(C - \delta \pi_2) \lambda}{\kappa^j + \Delta} \right]}_{=\bar{U}_2^j(1)} - \underbrace{q_{ss}^j + \delta \frac{r + \kappa^1 + \lambda_T + \lambda_D + e^{-(r + \kappa^j + \lambda_D + \lambda_T)t_1(\omega)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(r + \kappa^1 + \lambda + \lambda_T + \lambda_D)(r + \kappa^j + \lambda_T + \lambda_D)}}_{q_\omega^j(0)} \\ &= \delta \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} + \frac{1}{\kappa^j + \Delta + \lambda} \left[C - \delta + \frac{(C - \delta \pi_2) \lambda}{\kappa^j + \Delta} \right] \\ &\quad - \underbrace{\left(\frac{\Delta}{\kappa^j + \Delta} \right) \times \left(\frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\Delta} - \delta \frac{(\kappa^1 + \Delta) + \lambda \pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda) \Delta} \right)}_{=p_{ss}} + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\kappa^j + \Delta} \\ &\quad + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \end{aligned} \tag{A.55}$$

(A.55) indeholder C som ikke indgår i (A.54). Derfor vil alle led med C først blive behandlet, og det vil blive indset, at disse led går ud.

$$\begin{aligned}
& \frac{C}{\kappa^j + \Delta + \lambda} + \frac{C\lambda}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} - \left(\frac{\cancel{C}}{\kappa^j + \Delta} \right) \left(\frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\cancel{C}} - \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)\cancel{C}} \right) \\
& \stackrel{1)}{=} \frac{C}{\kappa^j + \Delta + \lambda} + \frac{C\lambda}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} - \frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\kappa^j + \Delta} + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \\
& \stackrel{2)}{=} \frac{C(\kappa^j + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} + \frac{C\lambda}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} - \frac{C(\kappa^j + \Delta + \lambda)}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\kappa^j + \Delta} \\
& \quad + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \\
& \stackrel{3)}{=} \frac{C(\kappa^j + \Delta) + C\lambda - C(\kappa^j + \Delta + \lambda)}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\kappa^j + \Delta} + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \\
& \stackrel{4)}{=} 0 - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\kappa^j + \Delta} + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)}
\end{aligned}$$

Ved 1) er parenteserne ganget sammen og Δ går ud, da det står i både tæller og nævner i hvert led. Ved 2) sættes på fælles brøkstreg. Ved 3) sættes alle led med C sammen på én brøk. Ved 4) indsættes at alle led med C udgår. Dermed kan det resterende af udtrykket indsættes i (A.55)

$$\begin{aligned}
& \delta \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)\Delta} + \frac{1}{\kappa^j + \Delta + \lambda} \left[C - \delta + \frac{(C - \delta\pi_2)\lambda}{\kappa^j + \Delta} \right] \\
& - \underbrace{\left(\frac{\Delta}{\kappa^j + \Delta} \right) \times \left(\frac{C + \lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\Delta} - \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)\Delta} \right)}_{=p_{ss}} + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\kappa^j + \Delta} \\
& + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \\
& = \delta \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)\Delta} - \frac{\delta}{\kappa^j + \Delta + \lambda} - \frac{\delta\pi_2\lambda}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} + \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\cancel{\kappa^j + \Delta}} + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \\
& - \frac{\lambda_D(1-f)F + \lambda_T F}{\cancel{\kappa^j + \Delta}} + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \tag{A.56}
\end{aligned}$$

Det blå led er stort set identisk med det andet led i (A.54) på nær, at der mangler $\pi_2\lambda$ i tælleren. Dette skal komme fra det sidste led, så disse to led sammenskrives:

$$= \delta \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)\Delta} - \frac{\delta}{\kappa^j + \Delta + \lambda} - \frac{\delta\pi_2\lambda}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda\pi_2 + \kappa^1 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \tag{A.57}$$

De tre sorte led kan sammenskrives til ét enkelt led:

$$\begin{aligned}
& \delta \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} - \frac{\delta}{\kappa^j + \Delta + \lambda} - \frac{\delta \pi_2 \lambda}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)(\kappa^j + \Delta)} \\
&= \delta \left(\frac{(\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta)(\kappa^j + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta (\kappa^j + \Delta)} - \frac{(\kappa^j + \Delta) \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) (\kappa^j + \Delta) \Delta} - \frac{\pi_2 \lambda \Delta}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) (\kappa^j + \Delta) \Delta} \right) \\
&= \delta \frac{\cancel{\pi_2 \lambda \Delta} + \pi_2 \lambda \kappa^j + (\kappa^j + \Delta)(\kappa^j + \Delta) - (\kappa^j + \Delta) \Delta - \cancel{\pi_2 \lambda \Delta}}{(\kappa^j + \lambda + \Delta) \Delta (\kappa^j + \Delta)} \\
&= \delta \frac{\pi_2 \lambda \kappa^j + \cancel{(\kappa^j + \Delta) \Delta} + (\kappa^j + \Delta) \kappa^j - \cancel{(\kappa^j + \Delta) \Delta}}{(\kappa^j + \lambda + \Delta) \Delta (\kappa^j + \Delta)} \\
&= \delta \frac{(\pi_2 \lambda + \kappa^j + \Delta) \kappa^j}{(\kappa^j + \lambda + \Delta) \Delta (\kappa^j + \Delta)} \tag{A.58}
\end{aligned}$$

(A.58) indsættes i (A.57) og udtrykket fra (A.54) bliver

$$\begin{aligned}
& \delta \frac{(\pi_2 \lambda + \kappa^j + \Delta) \kappa^j}{(\kappa^j + \lambda + \Delta) \Delta (\kappa^j + \Delta)} + \delta \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda \pi_2 + \kappa^1 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} (\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda) (\kappa^j + \Delta)} \\
&= \frac{\delta}{\kappa^j + \Delta} \left(\frac{(\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta) \kappa^j}{(\kappa^j + \lambda + \Delta) \Delta} + \frac{\kappa^1 + \Delta + \lambda \pi_2 + \kappa^1 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} (\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^1 + \Delta + \lambda)} \right) \tag{A.59}
\end{aligned}$$

Først vil differentialet af det første led i parentesen blive bestemt og derefter vil differentialet af hele udtrykket blive betragtet.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial \kappa^j} \left(\frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)} \right) &= \frac{\Delta^2 + \Delta(2\kappa^j + \lambda \pi_2 + \lambda) + (\kappa^j)^2 + 2\kappa^j \lambda + \lambda^2 \pi_2}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} \\
&= \frac{(1 - \pi_2) \lambda \kappa^j}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} + \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{\Delta + \kappa^j + \lambda} \tag{A.60}
\end{aligned}$$

Sidste lighedstegn i (A.60) gælder fordi:

$$\begin{aligned}
& \frac{(1 - \pi_2)\lambda\kappa^j}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} + \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{\Delta + \kappa^j + \lambda} = \frac{\Delta^2 + \Delta(2\kappa^j + \lambda\pi_2 + \lambda) + (\kappa^j)^2 + 2\kappa^j\lambda + \lambda^2\pi_2}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} \\
& 1) \Downarrow \\
& \frac{(1 - \pi_2)\lambda\kappa^j}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} + \frac{(\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta)(\Delta + \kappa^j + \lambda)}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} = \frac{\Delta^2 + \Delta(2\kappa^j + \lambda\pi_2 + \lambda) + (\kappa^j)^2 + 2\kappa^j\lambda + \lambda^2\pi_2}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} \\
& 2) \Downarrow \\
& \frac{\lambda\kappa^j - \pi_2\lambda\kappa^j + \pi_2\lambda\kappa^j + \pi_2\lambda(\Delta + \lambda) + (\kappa^j + \Delta)(\Delta + \kappa^j + \lambda)}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} = \frac{\Delta^2 + \Delta(2\kappa^j + \lambda\pi_2 + \lambda) + (\kappa^j)^2 + 2\kappa^j\lambda + \lambda^2\pi_2}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} \\
& 3) \Downarrow \\
& \frac{\lambda\kappa^j + \pi_2\lambda\Delta + \pi_2\lambda^2 + \kappa^j\Delta + (\kappa^j)^2 + \kappa^j\lambda + \Delta^2 + \Delta\kappa^j + \Delta\lambda}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} = \frac{\Delta^2 + 2\kappa^j\Delta + \lambda\pi_2\Delta + \Delta\lambda + (\kappa^j)^2 + 2\kappa^j\lambda + \lambda^2\pi_2}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} \\
& 4) \Downarrow \\
& \frac{\Delta^2 + 2\kappa^j\Delta + \lambda\pi_2\Delta + \Delta\lambda + (\kappa^j)^2 + 2\kappa^j\lambda + \lambda^2\pi_2}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2} = \frac{\Delta^2 + 2\kappa^j\Delta + \lambda\pi_2\Delta + \Delta\lambda + (\kappa^j)^2 + 2\kappa^j\lambda + \lambda^2\pi_2}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2}
\end{aligned}$$

Heraf burde det være oplagt, at lighedstegnet i (A.60) gælder. Ved 1) sættes venstresiden på fælles brøkstreg. Ved 2) er der på venstresiden ganget ind i parenteserne i andet led for nogle af parametrene med henblik på at lade nogle led udgå. Ved 3) ganges parenteserne ud. Ved 4) ændres rækkefølgen på leddene på venstresiden så de matcher højresiden.

Med udtryk (A.60) er (A.54) blevet vist. Differentiallet fra udtryk (A.53) kan således skrives ved:

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial \kappa^j} \left[\frac{1}{\kappa^j + \Delta} \left(\frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} + \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda \pi_2 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} (\kappa^j - \kappa^1)}{\kappa^1 + \lambda + \Delta} \right) \right] \\
& \stackrel{1)}{=} - \frac{1}{(\kappa^j + \Delta)^2} \left(\frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j}{(\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} + \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda \pi_2 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} (\kappa^j - \kappa^1)}{\kappa^1 + \lambda + \Delta} \right) \\
& + \frac{1}{\kappa^j + \Delta} \left(\frac{(1 - \pi_2) \lambda \kappa^j}{(\Delta + \kappa^j + \lambda)^2 \Delta} + \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\Delta + \kappa^j + \lambda) \Delta} + \frac{1 - t_1(\omega) (\kappa^j - \kappa^1)}{\kappa^1 + \lambda + \Delta} e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} \right) \\
& \stackrel{2)}{=} - \frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda) \Delta} - \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda \pi_2 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} (\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\
& + \frac{(1 - \pi_2) \lambda \kappa^j}{(\kappa^j + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta} + \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta) (\Delta + \kappa^j + \lambda) \Delta} + \frac{1 - t_1(\omega) (\kappa^j - \kappa^1)}{(\kappa^j + \Delta) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} \\
& \stackrel{3)}{=} - \frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j (\kappa^j + \Delta + \lambda) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} - \frac{(\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda \pi_2 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} (\kappa^j - \kappa^1)) (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\
& + \frac{(1 - \pi_2) \lambda \kappa^j (\kappa^j + \Delta) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{(\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta) (\kappa^j + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\
& + \frac{(1 - t_1(\omega) (\kappa^j - \kappa^1)) (\kappa^j + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta) \Delta (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2} e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)} \\
& \stackrel{4)}{=} - \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda \pi_2 + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{(1 - \pi_2) \lambda \kappa^j}{(\kappa^j + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta} + \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)} \\
& - \frac{t_1(\omega) (\kappa^j - \kappa^1) e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{\Delta e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{\kappa^1 e^{-(\kappa^j + \Delta) t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \tag{A.61}
\end{aligned}$$

Ved 1) er $f'(\kappa^j) = h'(\kappa^j) \cdot g(\kappa^j) + h(\kappa^j) \cdot g'(\kappa^j)$ med $h(\kappa^j) = \frac{1}{\kappa^j + \Delta}$, (A.60) og antagelsen om $\frac{\partial t_1(s)}{\partial \kappa^j} = 0$ anvendt. Ved 2) ganges der ind i parenteserne. Ved 3) udgør de orange dele af udtrykket, det der er tilføjet

for at opnå fælles brøkstreg. Ved 4) er der gjort brug af følgende omskrivninger:

Første led:

$$-\frac{(\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda\pi_2 + \Delta)(\cancel{\kappa^j + \lambda + \Delta})^2 \cancel{\Delta}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\cancel{\kappa^j + \Delta + \lambda})^2 \cancel{\Delta} (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} = -\frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}$$

Andet led:

$$\frac{(1 - \pi_2) \lambda \kappa^j (\cancel{\kappa^j + \Delta}) (\cancel{\kappa^1 + \lambda + \Delta})}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \cancel{\Delta} (\cancel{\kappa^1 + \lambda + \Delta})} = \frac{(1 - \pi_2) \lambda \kappa^j}{(\kappa^j + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}$$

Tredje led:

$$\begin{aligned} & -\frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j (\kappa^j + \Delta + \lambda) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{(\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta) (\kappa^j + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\ & = \frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j (\kappa^j + \Delta + \lambda) (\cancel{\kappa^1 + \lambda + \Delta})}{(\cancel{\kappa^j + \Delta})^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \Delta (\kappa^j + \Delta + \lambda) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\ & - \frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \kappa^j (\kappa^j + \Delta + \lambda) (\cancel{\kappa^1 + \lambda + \Delta})}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\ & = \frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2 \lambda) \cancel{\Delta} (\cancel{\kappa^j + \Delta + \lambda}) (\cancel{\kappa^1 + \lambda + \Delta})}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \Delta + \lambda)^2 \cancel{\Delta} (\cancel{\kappa^1 + \lambda + \Delta})} = \frac{\kappa^j + \pi_2 \lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)} \end{aligned}$$

Fjerde led:

$$-\frac{t_1(\omega) (\kappa^j - \kappa^1) (\cancel{\kappa^j + \Delta}) (\cancel{\kappa^j + \lambda + \Delta})^2 \cancel{\Delta}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta) \cancel{\Delta} (\cancel{\kappa^j + \lambda + \Delta})^2} e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} = -\frac{t_1(\omega) (\kappa^j - \kappa^1) e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta) (\kappa^1 + \lambda + \Delta)}$$

Femte og sjette led:

$$\begin{aligned} & -\frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} (\kappa^j - \kappa^1) (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} (\kappa^j + \Delta) (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}{\kappa^j + \Delta (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\ & = \frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \cancel{\kappa^j (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}}{(\cancel{\kappa^j + \Delta})^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \Delta (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\ & - \frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \cancel{\kappa^j (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}}{(\cancel{\kappa^j + \Delta})^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \kappa^1 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \Delta (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\ & = \frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \cancel{\Delta (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \cancel{\Delta}}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\cancel{\kappa^j + \lambda + \Delta})^2 \cancel{\Delta} (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \cancel{\kappa^1 (\kappa^j + \lambda + \Delta)^2 \cancel{\Delta}}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\cancel{\kappa^j + \lambda + \Delta})^2 \cancel{\Delta} (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\ & = \frac{\Delta e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{\kappa^1 e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2 (\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \end{aligned}$$

Hermed er der grundigt argumenteret for, hvordan differentialet ift. κ^j bliver til (A.61). Yderligere omskrivninger kan foretages for at komme frem til et simpelt forhold, der skal gælde for, at den blandede afledte < 0 og dermed, at prisforskellen for små og store investorer er monotont voksende i likviditetschokets størrelse.

Omskrivningen der nu foretages vil udelukkende se på tælleren det fjerde led $f(\kappa^j) := t_1(\omega)(\kappa^j - \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}$. Maks af $f(\kappa^j)$ er givet ved $\kappa^j = \frac{1}{t_1(\omega)} + \kappa^1$. Indsættes dette udtryk for κ i $f(\kappa^j)$ fås:

$$\begin{aligned}
 f(\kappa^j) &= t_1(\omega)(\kappa^j - \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \\
 &= t_1(\omega) \left(\frac{1}{t_1(\omega)} + \kappa^1 - \kappa^1 \right) e^{-(\frac{1}{t_1(\omega)} + \kappa^1 + \Delta)t_1(\omega)} \\
 &= e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega)} e^{-\frac{1}{t_1(\omega)}t_1(\omega)} \\
 &= e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega) - 1}
 \end{aligned} \tag{A.62}$$

Dermed må der nødvendigvis gælde $e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega) - 1} \geq t_1(\omega)(\kappa^j - \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}$. Indsættes (A.62) i (A.61) gælder der:

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda\pi_2 + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{(1 - \pi_2)\lambda\kappa^j}{(\kappa^j + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)^2\Delta} + \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^j + \lambda + \Delta)} \\
 & - \frac{t_1(\omega)(\kappa^j - \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{\Delta e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{\kappa^1 e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\
 & \geq - \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda\pi_2 + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{(1 - \pi_2)\lambda\kappa^j}{(\kappa^j + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)^2\Delta} + \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^j + \lambda + \Delta)} \\
 & - \frac{e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega) - 1}}{(\kappa^j + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{\Delta e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} + \frac{\kappa^1 e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)}
 \end{aligned} \tag{A.63}$$

da begge de blå led indgår negativt.

Nu omskrives (A.63) med henblik på at opnå et mere simpelt udtryk, hvor alle udtryk, der indgår negativt er samlet:

$$\begin{aligned}
 & \frac{(1 - \pi_2)\lambda\kappa^j}{(\kappa^j + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)^2\Delta} + \frac{\Delta e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} \cdot (\kappa^j + \Delta)}{(\kappa^1 + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \Delta)^2} + \frac{\kappa^1 e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}}{(\kappa^1 + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \Delta)^2} + \frac{(\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta)(\kappa^j + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2(\Delta + \kappa^j + \lambda)} \\
 & - \frac{e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega) - 1}(\kappa^j + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2(\Delta + \kappa^j + \lambda)} - \frac{\kappa^1 + \Delta + \kappa^1 + \lambda\pi_2 + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\
 & = \frac{(1 - \pi_2)\lambda\kappa^j}{(\kappa^j + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)^2\Delta} + \frac{\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^j + \lambda + \Delta)} \\
 & + \frac{(\Delta + \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)} - (\kappa^1 + \kappa^1 + \Delta + \Delta + \pi\lambda + (\kappa^j + \Delta)e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega) - 1})}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)}
 \end{aligned} \tag{A.64}$$

Ud fra (A.64) kan man opstille en ulighed, der sikrer, at hvis denne er opfyldt, da vil (A.54), der angiver udtrykket som vi differentierer, være strengt positiv. Dette gøres ved først at sætte (A.64) på fælles brøkstreg:

$$\begin{aligned}
& \frac{(1 - \pi_2)\lambda\kappa^j(\kappa^j + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta)}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^j + \lambda + \Delta)^2\Delta(\kappa^1 + \lambda + \Delta)} \\
& + \frac{\left((\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta) + (\Delta + \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j + \lambda + \Delta)\right)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)^2\Delta} \\
& - \frac{\left((\kappa^1 + \kappa^1 + \Delta + \Delta + \pi\lambda + (\kappa^j + \Delta)e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega)-1})\right)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta}{(\kappa^j + \Delta)^2(\kappa^1 + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)^2\Delta} \tag{A.65}
\end{aligned}$$

hvor de orange led angiver de led, der skal til for at skabe en fælles brøkstreg. Heraf kan uligheden bestemmes til:

$$\begin{aligned}
& (1 - \pi_2)\lambda\kappa^j(\kappa^j + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta) + (\kappa^j + \pi_2\lambda + \Delta)(\kappa^1 + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \\
& + (\Delta + \kappa^1)e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \\
& > \left((\kappa^1 + \kappa^1 + \Delta + \Delta + \pi\lambda + (\kappa^j + \Delta)e^{-(\kappa^1 + \Delta)t_1(\omega)-1})\right)(\kappa^j + \lambda + \Delta)(\kappa^j + \lambda + \Delta)\Delta \tag{A.66}
\end{aligned}$$

som ganske enkelt viser, at alle de positive led skal være større end de negative. Uligheden i (A.66) er ikke identisk med den ulighed, der er angivet i Feldhütter (2011). Det er ikke utænkeligt, at uligheden i Feldhütter (2011) er korrekt, men beviset for denne ulighed indeholder flere fejl, hvorfor jeg stoler mest på beregningerne i denne afhandling og uligheden i (A.66).

Herved har dette bilag vist, at $\frac{\partial}{\partial \kappa^j} > 0$ kan vises at gælde ved at vise

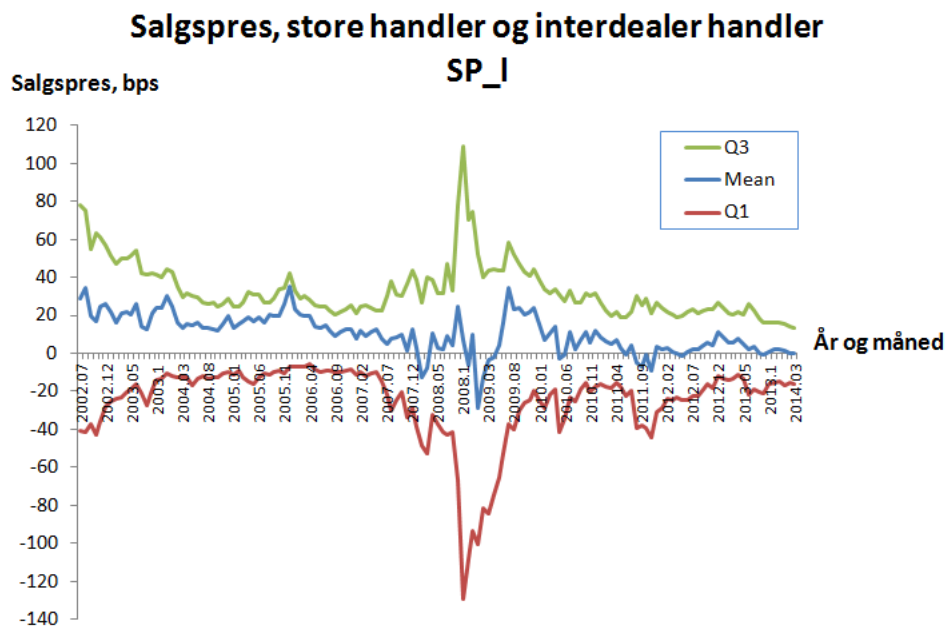
$$\frac{\partial}{\partial \kappa^j} \left[\frac{1}{\kappa^j + \Delta} \left(\frac{(\kappa^j + \Delta + \pi_2\lambda)\kappa^j}{(\kappa^j + \Delta + \lambda)\Delta} + \frac{\kappa^1 + \lambda\pi_2 + \Delta + e^{-(\kappa^j + \Delta)t_1(\omega)}(\kappa^j - \kappa^1)}{\kappa^1 + \lambda + \Delta} \right) \right] = (A.61) \geq (A.63) = (A.65)$$

hvor (A.65) er strengt positivt, hvis uligheden givet i (A.66) gælder.

Dermed er det vist, at (A.66) er en tilstrækkelig betingelse for, at prisforskellen mellem små og store handler er voksende i s .

A.24 Graf for SP_L

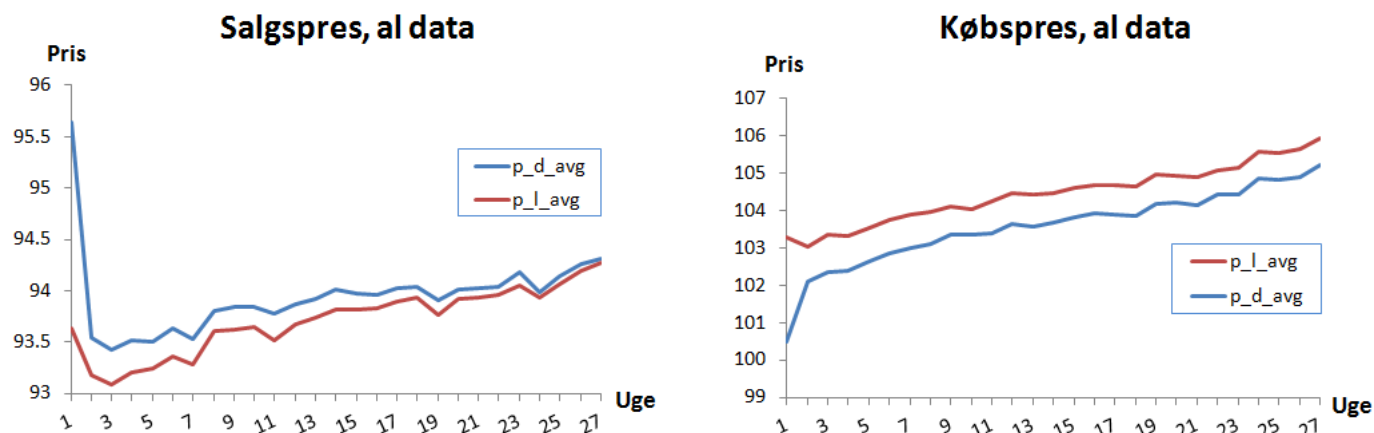
Figur A.3 viser fordelingen af salgspresset bestemt ved $SP_L = (P_{large} - P_{interdealer})/P_{large}$ for alle obligationer med handelsdata i TRACE for perioden juli 2002 til marst 2014.



Figur A.3: Salgspres for $SP_L = P_{large} - P_{interdealer}/P_{large}$

A.25 Tværsnitanalyse af $SP_{l,abs} = P_{large} - P_{interdealer}$

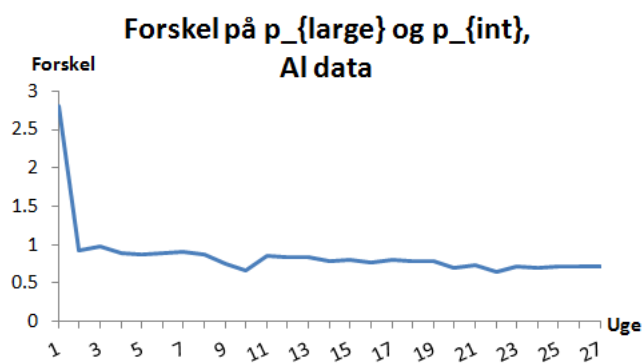
Priserne på obligationer med hhv. 10% mindst og mest salgspres er i opgaven bestemt ud fra målet for salgspres givet ved $SP_{ls,abs} = P_{large_int} - P_{small_int}$. Analysen er ligeledes foretaget for mål for salgspres givet ved $SP_{l,abs} = P_{large} - P_{interdealer}$ og resultaterne af denne analyse er præsenteret i dette bilag. Formålet med denne analyse er at vise, at der er konvergens i priserne på obligationer med salgspres, selv hvis salgspresmålet defineres en smule anderledes ift. den teoretiske søgemodels resultater. Figur A.4 viser, at



Figur A.4: Prisudvikling for obligationer med salgspres og købspres for $SP_{l,abs}$

for obligationer med salgspres, da ligger priserne på store handler under priserne på små handler. Desuden ser det ud som om, at prisen på store handler konvergerer mod priserne på små handler, hvilket stemmer overens med teorien.

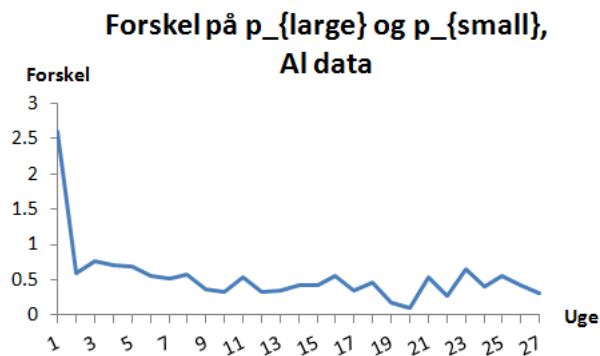
På figuren ses ligeledes prisudviklingen for obligationer med købspres. Her ses prisen på store handler og ligge over prisen på små handler. Der ses endvidere at priserne konvergerer. I modsætning til figur 5.3 fra afsnit 5.2.2 ser priserne for obligationer med købspres ud til at konvergere mod et konstant niveau og ikke mod hinanden. Figur A.5 viser en graf over prisforskellen, der tydeliggør, at priserne går mod et konstant niveau.



Figur A.5: Prisforskellen på små og store handler for obligationer med købspres.

A.26 Forskel på priser for købspres

Dette bilag viser forskellen på P_{large_int} og P_{small_int} for obligationer med købspres. Figur A.6 viser, at prisforskellen går mod 0, når målet for salgspres defineres ved $P_{large_int} - P_{small_int}$ og dermed at priserne på små og store interdealer handler konvergerer mod hinanden.



Figur A.6: Prisforskel på handler, der indgår i mål for salgspres

A.27 Event-studie på interdealer-handler

I dette bilag vil resulaterne for event-studiet for interdealerne i de tre periode blive præsenteret. Som det fremgår af resultaterne er disse ikke ligeså entydige som resultaterne for 'alle handler'. En mulig forklaring er givet i afhandlingen i afsnit 5.3.1.

		Median afkast dag [-17;-3] til 0	Median afkast dag 0 til 22
Ligevægtede, daglige priser	Små handler	-0,24	5,90***
	Store handler	-1,33***	8,56***
	Abnormalt afkast	1,09	-2,66
Volume-vægtede, daglige priser	Små handler	-0,20	8,83***
	Store handler	-1,28	5,40***
	Abnormalt afkast	1,09	3,43

Tabel A.1: Før krisen, interdealer-handler. Afkast angivet i basispunkter (bps)

Tabel A.1 baserer sig på et en stikprøve på 119 obligationr. Det ses af tabellen, at for ligevægtet gennemsnit, da vender fortegnet på det abnormale afkast, som man givet søgemodellens resultater ville forvente. Endvidere ses det, at der ikke er en signifikant negativ afkast for små handler op imod *downgrade*den.

Hvis volume-vægtet daglige priser betragtes, da opfører abnormalt afkast sig på en måde, som søgemodellen ikke er i stand til at forklare. For de volume-vægtede daglige priser bemærkes det, at det negative afkast ved *downgrade*-datoerne ikke er signifikant forskelligt fra 0 for hverken små eller store handler, hvilket virker meget overraskende. Endvidere ses det, at fortegnet på det abnormale afkast ikke skifter. En mulig forklaring på, hvorfor interdealer-handler opfører sig anderledes end ventet kan være, at disse priser i virkeligheden ikke er så 'korrekte' som søgemodellen antager. I virkeligheden vil dealere i nogle situationer påtage sig *inventory* og dermed vil interdealer-markedet ikke altid segmenteres som modellen beskriver det, hvorfor interdealer-priserne ikke reagerer som modellen siger. Tabel A.2 viser, at under krisen, skal

		Median afkast dag [-17;-3] til 0	Median afkast dag 0 til 1550
Ligevægtede, daglige priser	Små handler	-753,54***	76,40
	Store handler	-1.038,75***	81,41
	Abnormalt afkast	285,21	-5,11
Volume-vægtede, daglige priser	Små handler	-752,40***	78,73
	Store handler	-1.035,12***	80,20
	Abnormalt afkast	282,72	-1,47

Tabel A.2: Under krisen, interdealer handler. Afkast angivet i basispunkter (bps)

der gå over 4 år før afkastet vender og bliver positivt, men afkastet er stadig ikke signifikant forskelligt fra 0, hvorfor det ikke er muligt at sige noget om de abnormale afkast. Tabel A.3 viser, igen at, de ligevægtede interdealer priser kan forklares meget godt af modellen, mens volume-vægtede ikke kan.

		Median afkast dag [-17;-3] til 0	Median afkast dag 0 til 40
Ligevægtede, daglige priser	Små handler	-15,25***	16,66*
	Store handler	-15,48***	21,35*
	Abnormalt afkast	0,23	-4,69
Volume-vægtede, daglige priser	Små handler	-18,86**	17,87*
	Store handler	-13,79**	21,03*
	Abnormalt afkast	-5,07	-3,16

Tabel A.3: Efter krisen, interdealer handler. Afkast angivet i basispunkter (bps)

Konklusionen på event-studierne foretaget på interdealer handler er, at resultatet afhænger meget af, hvordan de daglige priser vægtes og hvilken periode, der betragtes.

A.28 Størrelsen på stikprøven til event-studie

I dette bilag vil det blive gennemgået, hvordan der er nået frem til en stikprøve-størrelse på 185 for 'alle handler' på *downgrades* i før-krise perioden. Fremgangsmåde har været præcis den samme til at bestemme størrelsen på de andre stikprøver, men disse vil ikke blive gennemgået detaljeret.

Størrelsen på stikprøven for alle handler på før-krise data er 186. De 186 obligaitoner, der indgår i event-studiet er bestemt ved, at der i før-krise perioden skete 484 *downgrades*, hvoraf der var store handler indenfor event-vinduet på 473 af disse. Af de 473 obligationer er der 142, der ikke handler på *downgrade*-datoen og derfor ryger ud af stikprøven. Endvidere er der 18 obligationer, der ikke handlede fra dag [-17;-3], hvorfor disse også sorteres fra. Dermed ender stikprøven for store handler på 313 obligationer.

Der var 403 af de ialt 484 obligationer, der blev *downgraded* før krisen, der havde små handler indenfor event-vinduet. Af disse er der 171, der ikke havde en lille handel på *downgrade*-datoen, og endeligt var der 12 handler, der ikke handlede inden *downgrade*-datoen. Dermed ender stikprøven for de små handler på 220 obligationer.

For at opnå sammenlignelige afkast kræves det, at de samme obligationer indgår i afkast for små og store handler. Af de 313 obligationer med afkast for store handler og 220 obligationer med afkast for små handler, er der 186 obligationer, der indgår i begge datasæt. Dermed ender størrelsen på stikprøven på 186.

Litteraturliste

Artikler

Bessembinder, H., Kahle, K., Maxwell, W. & Xu, D. (2008). *Measuring abnormal bond performance*. Review of Financial Studies. Lokaliseret den 6. januar 2016 på:

<http://rfs.oxfordjournals.org/content/22/10/4219.short>

Dick-Nielsen, J. (2009). *Liquidity biases in TRACE*. Journal of Fixed Income. Lokaliseret den 22. april 2016 på :

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1424870

Dick-Nielsen, J. (2014). *How to clean Enhanced TRACE data*. Lokaliseret den 22. april 2016 på:

http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2337908

Ederington, L., Guan, W. & Yang, L. (2015). *Bond market event study methods*. Lokaliseret den 28. april 2016 på:

<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378426615000904>

Fang, C., Han, S. & Li, D. (2012). *Institutional herding in the corporate bond market*. International Finance Discussion Papers 1071. Board of Governors of the Federal Reserve System (U.S.). Lokaliseret den 29. april 2016 på:

<http://www.federalreserve.gov/pubs/ifdp/2012/1071/ifdp1071.pdf>

Feldhütter, P. (2011). *The same bond at different prices: identifying search frictions and selling pressure*. The Review of Financial Studies. Lokaliseret den 6. januar 2016 på:

<http://www.feldhutter.com/search.pdf>

Lagos, R., Rocheteau, G. & Weill, P (2009). *Crisis and liquidity in over-the-counter markets*. The Na-

tional Bureau of Economic Research. Lokaliseret den 5. maj 2016 på:

[http://www.sciencedirect.com/esc-web.lib.cbs.dk/science/article/pii/S0022053111001311](http://www.sciencedirect.com/esc-web/lib.cbs.dk/science/article/pii/S0022053111001311)

Tekster fra nettet

Humboldt University of Berlin: *Nash-Bargaining-Solution*. Lokaltiseret den 10. februar 2016 på:

<http://www2.wiwi.hu-berlin.de/institute/hns/material/L-Nash-Bargaining-s.pdf>

MIT (Massachusetts Institute of Technology) (2010): *Game Theory with Engineering Applications. Lecture 14: Nash Bargaining Solution*. Lokaliseret 10. februar 2016 på:

http://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-254-game-theory-with-engineering-applications-spring-2010/lecture-notes/MIT6_254S10 lec14.pdf