

ALTERNATIVE INVESTERINGER

GIVER DET VÆRDI I EN INVESTERINGSPORTEFØLJE?

Skribent: Jeanette Kølbek Christensen

Vejleder: Bo Vad Steffensen

HD Finansiering, 4 semester

Afgangprojekt

Institut for Finansiering

Copenhagen Business School

Efteråret 2015

Indholdsfortegnelse

Indledning	1
Problemformuleringen	2
Struktur og metode	3
Kildekritik	6
Afgrænsning	6
Kapitel 1: Hvad er Alternative Investeringer?	9
Kapitel 2: Teori	12
2.1 Forventet afkast og standardafvigelse for et aktiv	12
2.2 Kovarians og korrelation	14
2.2.1 Kovarians	14
2.2.2 Korrelations koefficienter	15
2.3 Forventet afkast og standardafvigelse for en portefølje	18
2.4 Diversifikation	19
2.4.1 Imødekommelse af den usystematiske risiko	21
2.4.2 Imødekommelse af den systematiske risiko	21
2.5 Den efficiente rand	22
2.5.1 Minimum varians porteføljen (MVP)	23
2.5.2 Porteføljer med og uden Alternative Investeringer på den efficiente rand	24
2.5.3 Den efficiente rand kombineret med et risikofrit aktiv	24
2.5.4 Kapitalmarkedslinjen (CML)	26
2.6 Danske Banks risikomål	27
2.6.1 Value-at-Risk (VaR)	27
2.6.2 Expected shortfall (ES)	29
2.7 Delkonklusion	30
Kapitel 3: Empiri og analyse	31
3.1 Grundlag for valg af empiri	31
3.1.1 Underliggende aktiver i datasæt 1	32
3.1.2 Underliggende aktiver i datasæt 2	33
3.1.3 Gennemgang af de udvalgte Alternative Investeringer	34
3.2 Forventet afkast og standardafvigelse på et aktiv	35
3.3 Kovarians og korrelationskoefficienter	36
3.3.1 Kovarians og korrelationskoefficienter for datasæt 1	37
3.3.2 Kovarians og korrelationskoefficienter for datasæt 2	38
3.4 Forventet afkast og standardafvigelse for porteføljerne	40
3.4.1 Forventede afkast og standardafvigelse for datasæt 1	40
3.4.2 Forventede afkast og standardafvigelse for datasæt 2	42
3.5 Den risikofrie rente	45
3.6 Den efficiente rand	47
3.6.1 Porteføljerne fra datasæt 1 på den efficiente rand	47

3.6.2 Porteføljerne fra datasæt 2 på den efficiente rand	52
3.7 Vigtige nøgletal	57
3.7.1 Value-at-Risk	57
3.7.2 Expected Shortfall	66
3.8 Opsamling på de udvalgte Alternative Investeringer	70
3.9 Delkonklusion	73
Kapitel 5: Konklusion	74
Litteraturliste	77
Appendiks	78
Figuroversigt	78
Tabeloversigt	79
Bilag	80
Bilag 1 – Uddybning af de fire AI	80
Bilag 2 – Korrelationskoefficienter	82

Indledning

Investering er et emne, som er relevant for mange borgere, virksomheder, institutioner etc. Ved at vælge de gode investeringer kan vejen til at realisere økonomiske mål, for eksempel køb af fast ejendom og god levestandard ved pensioneringen, med gode chancer opnås.

Vi lever i dag i en økonomisk situation, hvor banker og andre finansielle institutioner ikke tilbyder særlig høj rente på indlån, hvor obligationskurserne er høje og obligationsrenterne er lave¹. Derudover er aktiekurserne steget kraftigt de senere år, hvilket har vanskeliggjort mulighederne for et godt afkast.

Investeringer i solceller, skovbrug, infrastruktur, landbrug etc., dvs. investering i Alternative Investeringer (AI), er attraktiv, fordi de forventes at give højere og mere stabile afkast end traditionelle porteføljer med aktier og obligationer samtidig med, at de bidrager til at sprede risikoen på flere investeringer. Dette er fundet attraktiv hos investorerne, hvorfor der er kommet øget fokus på AI.

De senere år har AI vundet indpas hos private og professionelle investorer. Finanstilsynet lavede, i forbindelse med et julebrev i december 2012, en undersøgelse blandt landets Liv- og Pensionsselskaber (L&P-selskaber), hvor resultatet viste, at 7% af pensionsselskabernes formuer var investeret i AI². Lige siden undersøgelsen i december 2012 har interessen for AI ikke været nedadgående, tværtimod. Den samlede formue investeret i AI for L&P-selskaberne udgjorde i 2014 8,6%³.

Store pensionsselskaber har den mængde af likviditet som ofte kræves, når der skal investeres i AI. Almindelige private investorer eller mindre erhvervsvirksomheder kan ofte have svært ved at investere i AI, da AI ofte er forbundet med en del omkostninger og store minimumsinvesteringer i millionklassen. Det skal ikke begrænse de mindre investores muligheder for at få noget AI i deres porteføljer, og det er derfor muligt for de mindre investorer at investere i AI igennem fonde som eksempelvis Hedgefonde, Private Equity fonde etc.

¹ <http://www.morningstar.dk/dk/news/141201/muligheder-i-investeringsklima-med-beskedne-afkast.aspx>

² <http://www.dbmf.dk/Resources/Documents/DBMF%20-%20DK/Pressemeddelser/%C3%85rsm%C3%B8de%202015/Ulrik%20N%C3%B8dgaards%20indl%C3%A6g%20-%202026.%20marts%202015.pdf>

³ <http://penge.dk/pension/kun-store-pensionsselskaber-satser-alternativt>

Problemformuleringen

Alternative Investeringer er en bred definition og der findes mange af slagsen med forskellige investeringsstrategier. Mange investorer kan ofte opfatte AI som værende uigennemsigtige, da det ofte er en mere kompleks opsætning af aktiver, der giver et afkast eller tab.

Opgaven vil derfor omhandle en privat investors mulighed for at investere i AI, som en del af en langsigtet portefølje. Foruden at investor skal have en klar forståelse af hvilken investeringsstrategi samt risiko AI indebærer, vil opgaven også analysere, hvorvidt AI har bidraget til større afkast og/eller diversifikation af risikoen i porteføljen.

Problemformuleringen tager derfor udgangspunkt i følgende hovedspørgsmål:

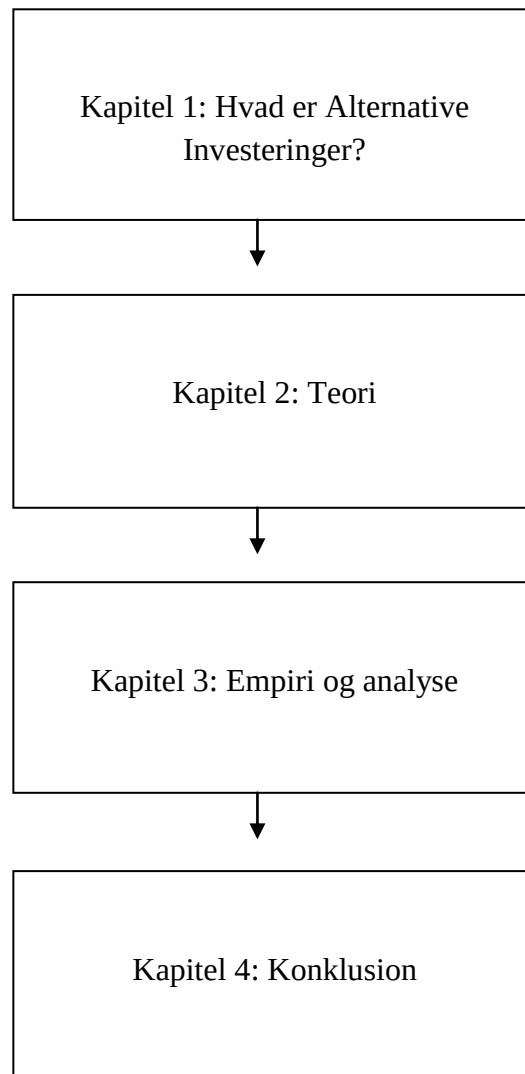
Bidrager Alternative Investeringer med højere afkast og spredning af risikoen, i en portefølje med traditionelle børsnoterede aktier og obligationer?

For at kunne besvare hovedspørgsmålet vil opgaven søge at besvare følgende underspørgsmål:

- Hvad er Alternative Investeringer, og hvad indebærer det at investere heri?
- Hvordan har porteføljer, uden og med Alternative Investeringer og med forskellige risikoaversioner, performet igennem en repræsentativ periode?
- I hvilke scenarier kan det være fordelagtigt at implementere Alternative Investeringer i porteføljen?

Struktur og metode

Grafisk illustreret er opgaven inddelt således:



Kapitel 1: Hvad er Alternative Investeringer?

Indledende vil opgaven redegøre for hvad AI er.

I forlængelse af redegørelsen vil opgaven fokusere på, hvad AI kan bidrage med, når vi tager udgangspunkt i tilstanden på det finansielle marked, som agerer på nuværende tidspunkt. Herunder vil den komme ind på de fordele og ulemper, der er ved investering i AI.

Dette kapitel har til formål at give en forståelse af, hvad AI er, og hvilke fordele og ulemper der er forbundet med AI.

Kapitel 2: Teori:

Andet kapitel tager udgangspunkt i teorien, som senere anvendes i kapitel 3 til analysen.

Indledningsvis introduceres til porteføljeteori for at give en klar forståelse af denne, og begrunde dens relevans for at opnå højest mulig afkast til mindst mulig risiko. Igennem hele kapitel 2 redegøres for hvilke formler og udregninger, der skal anvendes til udledning af den efficiente rand.

Afslutningsvis redegøres for de to risikonøgletal Danske Bank anvender til beregning af risikomål.

Alt dette har til formål at give læseren en forståelse af vigtigheden ved porteføljeteori-tankegangen samt en forståelse for, hvordan AI kan indgå i porteføljen med henblik på at optimere afkast og reducere risiko.

Kapitel 3: Empiri og analyse

Dette tredje kapitel følger op på anvendeligheden fra den teoretiske del i kapitel to.

I dette afsnit vil opgaven udregne performance og risiko på fire porteføljer med hver især seks forskellige risikoaversioner. Med afsæt i en mængde repræsentativt empirisk datamateriale fra fire porteføljer, vil porteføljeteori og Danske Banks udvalgte risikomål blive beregnet. Udfaldet af beregningerne vil blive analyseret med henblik på at rangere de fire porteføljers performance og risiko.

Det empiriske datamateriale er hentet fra Bloomberg, som er en investeringsplatform, jeg har adgang til i mit daglige arbejde.

Ved udvælgelsen af de empiriske data er der stræbt efter en 10-årig historik, hvilket har været muligt at indhente på to af porteføljerne. De to andre porteføljer har det midlertidig kun været muligt og indhente data fra i en periode på to år og ni måneder, hvorfor der er valgt daglige observationer for at få flest mulige observationer og dermed blive mest mulig repræsentativ. Den 10-årige historik er at foretrække for at sikre kvalitet i datamaterialet og resultatet, idet perioden vil have udspillet sig i forskellige markedstilstande, herunder inden, under og efter finanskrisen i 2008.

Afslutningsvis følges op på, om de Alternative Investeringer har performet tilstrækkeligt, når vi har analyseret på dem.

Kapitel 4: Konklusion

Opgavens problemformulering besvares med en konklusion, der samler op på problemstillingen, hovedspørgsmålet samt underspørgsmålene. Til sidst i opgaven diskuteres relevante perspektiver for problemstillingen i opgaven.

De enkelte kapitler vil afslutningsvis blive rundet af med en sammenfatning. Sammenfatningerne har til formål at opsummere, hvad der er vist og/eller ikke har kunnet blive vist i det givne kapitel.

Kildekritik

Enhver kilde som indgår i denne opgave, er der kritisk taget stilling til. Den kritiske tilgang til anvendelse af kilder er for at sikre, at den information, som bruges, er retvisende og pålidelig.

For at højne troværdigheden af opgavens kilder, er der i de tilfælde, hvor det har været muligt, anvendt andre kilder.

Afgrænsning

For at kunne besvare hovedopgavens problemstilling bedst muligt, har jeg valgt og opstillet en række afgrænsninger.

Til vurdering af hvorvidt implementeringen af Alternative Investeringer i en portefølje er kærkommen, anvendes Markowitz' mean-variance porteføljeteori. Netop denne porteføljeteori anvendes til vurderingen, fordi den i dag er så bredt anvendt og grundlæggende for mange pensionskassers og investeringsforeningers porteføljer. Der bliver ej heller stillet kritiske spørgsmål til antagelsen om, at afkastet er normalfordelt, men derimod blot implementeret i blind tro på, at porteføljer baseret på normalfordelingen er optimalt allokeret.

Opgaven tager udelukkende udgangspunkt i den moderne porteføljeteori og to risikomål Danske Bank anvender, herunder Value-at-Risk og Expected Shortfall. Jarque-Bara vil ikke blive anvendt til at teste, hvorvidt antagelsen om at afkastene i porteføljerne er normalfordelte, og hvorvidt de så skal forkastes eller ej. Samtidig vil der ses bort fra kortsalg mulighederne, da det kan være vanskeligt for en privat investor og skulle leve op til kravene, herunder at låne til den risikofrie rente

Opgavens analytiske del, tager udelukkende udgangspunkt i en privat investor, som med frie midler, ønsker at investere med en lang tidshorisont (over 15 år).

Det skal pointeres, at opgavens fokus er på fordelingen af afkast på porteføljer uden og med Alternative Investeringer, for på den måde at undersøge om det giver værdi at investere i

Alternativer. Allokeringer, beholdninger og valutamæssige eksponeringer i de anvendte fonde og indeks vil ikke blive behandlet grundigt, da det ikke har direkte relevans for problemformuleringen.

Omend en analyse af optimal porteføljesammensætning mellem alle aktiverne kunne være spændende, ville problemstillingen have været anderledes, idet andre aktiver ikke bærer de samme karakteristika som Alternative Investeringer. På samme tid er det tilsvarende vigtigt at påpege, at de implikationer af normalitetsbrud, jeg fremfører i opgaven, ikke nødvendigvis på samme måde gør sig gældende for balancerede porteføljer eller i det hele taget porteføljer, der indeholder andre aktiver.

Analysen tager udgangspunkt i en verden uden skatter, hvorfor skattereglers effekt på investors valg af investeringsforeninger ikke behandles i opgaven. Lovgivning vil ligeledes kunne have indflydelse på investeringsforeninger og deres handlinger, men den vil ikke blive behandlet, medmindre det findes gavnligt.

Jeg har valgt ikke at analysere fordelingen af afkastet på individuelle aktiver, men i stedet anvende toneangivende indeks fra Bloomberg samt nogle udvalgte fonde fra Danske Banks samarbejdspartnere, Danske Invest og Partners Group. Fælles for disse indeks og fonde er, at de alle indeholder en række aktiver, der tilsammen udgør en portefølje. Ved at se på eksempelvis råvareindekset, MSCI World Indeks etc. minimeres betydningen af usystematisk risiko, mens kursudsvingene i højere grad vil være præget af systematiske tendenser, der omfatter de samlede indeks.

De mange tabeller og figurer som fremgår i opgaven antages ikke at være en ulempe, da de er af mindre omfang, hvilket ikke vurderes at påvirke hverken opgavens kvalitet og kvantitet. Tværtimod forventes de mange små tabeller og figurer at give læseren et bedre og mere overkommeligt syn på opgaven. Alle de medbragte tabeller og figurer anses som værende væsentlige for opgavens formål.

Jeg forudsætter at læseren er bekendt med økonomisk og teoretisk viden, der svarer til HD Finansiering.

Denne sidste afgrænsning omhandler vigtigheden af tidsaspektet for, hvornår denne opgave er lavet samt hvilke analyseperioder der er valgt. Konklusionen vil ikke nødvendigvis være generelt

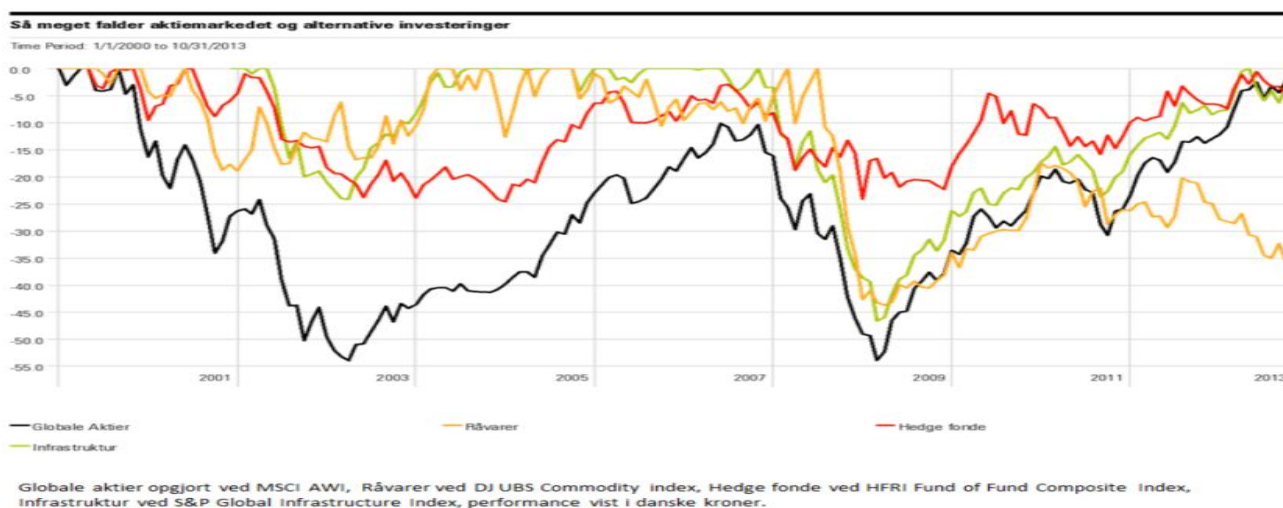
gældende samt stemme overens med andre empiriske undersøgelser af Alternative Investerings profitabilitet og brister. Opgaven er et øjebliksbillede af, hvordan jeg fra min synsvinkel kan se, at Alternative Investeringer bidrager i en portefølje med traditionelle aktier og obligationer.

Kapitel 1: Hvad er Alternative Investeringer?

Alternative Investeringer defineres typisk som en investering, der ikke falder ind under traditionelle aktiver såsom børsnoterede aktier og obligationer samt valutaspekulationer⁴. Bag AI gemmer sig en bred skare af vidt forskellige strategier. Det kan være investering i råvarer, infrastruktur og hedgefonde - blot for at nævne nogle. Under hedgefonde åbner sig igen et helt nyt univers af forskellige artede strategier. AI er typisk kendetegnet ved at være mindre likvide end børsnoterede aktier og obligationer, idet der typisk ikke er et organiseret marked for sådanne investeringer. Dette gør også, at vurderingen af risiko og afkast i AI kræver større omhu og viden.

Historisk har de ovenfor nævnte eksempler på AI, klaret sig betydeligt bedre end det brede aktiemarked under nedturen i starten af sidste årti, hvor IT boblen (DOT COM boblen) påvirkede markedet. Billedet har imidlertid været lidt anderledes siden finanskrisen i 2008, hvor alle aktivklasserne klarede sig markant dårligere end under den forrige nedtur (IT boblen). Af nedenstående graf fremgår det, at råvarer og infrastruktur tabte stort set det samme som aktiemarkedet under finanskrisen.

Figur 1 - Graf over historisk performance for AI og globale aktier



Kilde: <http://www.morningstar.dk/dk/news/114363/er-alternative-investeringer-vejen-frem.aspx>

Til trods for at AI har klaret sig historisk dårligere under finanskrisen, i forhold IT boblen i starten af 00'erne, har AI vundet mere indpas i porteføljerne hos de private samt professionelle investorer.

⁴ <https://www.danskebank.dk/da-dk/privat/investering/produkter/specialiserede-produkter/pages/specialiserede-produkter.aspx>

Den større interesse og fokus på AI er drevet af flere faktorer. De drivende faktorer for at vælge AI er et marked hvor obligationsrenterne er historisk lave, volatile aktiemarkeder som er meget drevet af udmeldinger fra fra centralbankchefer og politikere, diversifikation af risiko og adgang til ukorrelerede afkast samt høje illikviditetspræmier. Investorerne er nødsaget til at søge nye græsange for at opnå højere afkast og/eller diversificere risikoen yderligere.

Den stigende globalisering har muliggjort, at det efterhånden ikke er så svært endda, at få fingre i råvarer, infrastruktur eller lignende AI - selv ikke for den private investor. Det har typisk krævet en minimumsinvestering på et millionbeløb for at kunne investere i AI, hvilket har afholdt mange private investorer fra at investere⁵. Igennem de senere år er der kommet en del fonde, som investerer i AI, og på den måde har de private investorer fået nemmere adgang til AI ved at købe en del af fonden, et såkaldt fondsbevis. Det er eksempelvis muligt for private investorer at købe en Private Equity fond, udstedt af finanshuset Partners Group, og på den måde få adgang til at investere i unoterede værdipapirer. Minimumsinvesteringen for køb af et fondsbevis i Partners Group er 355,50 CHF (svarende til cirka 2.437 DKK)⁶.

Investorerne har også mulighed for at eksponere sig i råvarer, infrastruktur, landbrug etc. ved investering i en Exchange Traded Funds (ETF). ETF'er er en indeksbaserede fond, hvorfor den følger udviklingen i et indeks, eksempelvis guld indekset. På samme vis som man kan investere i en fond med fokus på globale aktier, kan man også investere i en ETF'er, der følger udviklingen på en eller flere AI. I 1993 blev den første Exchange Traded Funds (ETF) introduceret, og siden 1998 er volumen af investerede kapital i ETF'erne vokset markant. I 2004 var der på verdensplan investeret en milliard USD i råvare-ETF'er i modsætning til 2011, hvor den investerede kapital var steget til 109 milliarder USD⁷. ETF'er kan typisk handles med en lille minimumsinvestering. Eksempelvis har iShares, som finanshuset BlackRock står bag, udstedt en ETF'er som følger guldprisen, og som handles til 11,26 USD (svarende til cirka 76 DKK)⁸.

⁵ <https://www.joep.dk/Pension--Forsikring/Investeringer/Aktivklasser/Alternative-investeringer>

⁶ <http://www.partnersgroup.com/en/investors-media/share-information/>

⁷ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 104

⁸ <https://www.ishares.com/us/products/239561/ishares-gold-trust-fund>

ETF'erne er typisk de billigste og mest likvide genveje til AI, idet de årlige administrationsomkostninger er lave, og der er stor volumen i ETF'erne dagligt⁹.

De fleste aktivklasser, herunder også AI, er i en eller anden udstrækning påvirket af økonomisk vækst og inflation. Derfor er det vigtigt, at investorerne gør op med sig selv, hvor megen følsomhed de kan tåle. Selv blandt AI er der betydelig forskel på, hvordan undergrupperne er påvirket af udviklingen på aktie- og obligationsmarkederne. Derfor er det ikke ligegyldigt, hvilke AI man tager med i porteføljen, hvis målet er højere afkast eller risikospredning. For at sikre at AI kan anvendes som optimal risikospredning, bør man gå efter AI med et anderledes kursmønster end aktier og obligationer over en fuld markedscyklus.

Motiverne for valget af Alternative Investeringer til analysen i kapitel 3, bliver uddybet i starten af kapitlet.

⁹ <https://www.ishares.com/us/products/239561/ishares-gold-trust-fund>

Kapitel 2: Teori

Dette kapitel har, som tidligere nævnt, til formål at præsentere den bagvedliggende teori, som i kapitel tre bruges i analysen. Kapitlet vil fremhæve elementerne i Markowitz' mean-variance porteføljeteori samt risikonøgletal som Danske Bank anvender.

I enhver porteføljetankegang er det væsentligste formål at opnå højest muligt afkast for en given risiko, eller minimere risikoen for et givet forventet afkast.

Porteføljeteori handler om at sprede sine investeringer, for på den måde at reducere sin samlede risiko. Den akademiske forsker Harry Markowitz slog sit navn fast i den finansielle verden, da han i 1952 i *Journal of Finance* præsenterede sin teori om, hvordan investor ved brug af statistik kan sammensætte den mest optimale portefølje¹⁰. Det er her Markowitz' mean-variance porteføljeteori fremkommer. Forudsætningen for anvendelse af Markowitz' mean-variance porteføljeteori er, at afkastene antages at være normalfordelte.

2.1 Forventet afkast og standardafvigelse for et aktiv

En sammensætning af enkelte investeringsaktiver danner til sammen en portefølje. Kriterierne for sammensætningen af porteføljen er mange og lige så forskellige, men noget af det mest essentielle for investorerne er, hvordan de enkelte aktivers gennemsnitlige afkast og risici er. Aktivernes gennemsnitlige afkast og risici er også en nødvendighed for at kunne udlede den efficiente rand. Det forventede afkast for aktivet vil senere blive anvendt igen, når det forventede afkast for en portefølje skal udregnes. Det forventede afkast har til formål at give investor en forestilling om, hvad der kan forventes af investeringen fremadrettet.

I det meste af den finansielle litteratur bliver der skelnet mellem to forskellige metoder, hvorpå de gennemsnitlige årlige afkast bliver beregnet. De to forskellige metoder er det geometriske- og aritmetiske gennemsnit, hvilke er henholdsvis kontinuert og diskret. Det geometriske gennemsnit tager højde for rentes rente, hvorimod det aritmetiske gennemsnit er et simpelt gennemsnit. Det giver mening at anvende det geometriske gennemsnit til at udregne gennemsnittet af afkastet over

¹⁰ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 222

flere perioder, hvilket giver et mest muligt nøjagtigt resultat, såfremt de årlige afkast ikke er lig med hinanden. Er det tilfældet, at afkastene er uændret år for år, vil resultatet ved anvendelse af geometrisk og aritmetiske gennemsnit være det samme.

Når opgaven bruger historiske data, behandles hver observation som et lige så sandsynligt "scenarie", og derfor anvendes det aritmetiske gennemsnit. Det aritmetiske gennemsnitlige afkast fra en historisk periode giver en prognose over de investeringsafkast, der forventes fremover. Det aritmetiske gennemsnitlig tager summen af værdierne i datasættet og dividerer med antallet af observationer. Dette gennemsnit bliver i andre sammenhæng kaldt for middelværdien eller middeltallet¹¹.

$$\bar{x} = \frac{1}{n} * \sum_{i=1}^n x_i = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (2.1)$$

Formlen 2.1 kan anvendes til at udregne det gennemsnitlige aritmetiske afkast, men bidrager ikke til at at indikere over for investor, hvor meget det egentlige afkast kan afvige fra gennemsnittet. For at kunne give et svar herpå, bruges variansen til at beskrive, hvor stor risiko der er forbundet med aktivet. Variansen udregnes ved følgende formel¹²:

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n \hat{e}_s^2 = \frac{1}{n} \sum_{s=1}^n (r(s) - \bar{r})^2 \quad (2.2)$$

Af formel 2.2 fremgår det, at den estimerede varians er lig med den forventede værdi af kvadrerede afvigelser.

Standardafvigelse skal senere i opgaven anvendes. Standardafvigelsen udregnes ved at tage kvadratroden af variansen. Problemet ved at udregne risiko på baggrund af standardafvigelser er, at det implicit antages, at investor er ligeså interesseret i tab som gevinst. Dette modsiger selvfølgelig al fornuft, da det vides, at en investor er glad for uventet ekstraafkast men derimod bliver betænkelig efter uventet tab.

¹¹ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 130

¹² Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 133

Standardafvigelsen udregnes ved følgende formel¹³:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n \hat{e}_j^2} \quad (2.3)$$

hvor σ (lille sigma) er standardafvigelsen, der er kvadratroden af variansen.

2.2 Kovarians og korrelation

Foruden det enkelte aktivs risiko inkorporerer Markowitz porteføljeteori også de enkelte aktivers indbyrdes korrelation. Herved er det muligt at samle en portefølje, hvor investor kan få en lavere samlet risiko for porteføljen, end hvad der er på det enkelte aktiv. Dette kan lade sig gøre ved at sammensætte en portefølje af aktiver, der ikke svinger sammen, således at det udnyttes, at nogle aktiver har modsatvirkende afkast, så det på denne måde er muligt at eliminere dele af risikoen.

2.2.1 Kovarians

Inden det er muligt at udregne den samlede porteføljes risiko, må man først beregne kovariansen imellem de enkelte aktiver. Kovariansen angiver, hvordan afkastene fluktuerer med hinanden. Kovariansen imellem to aktiver udregnes på følgende måde¹⁴:

$$\sigma_p^2 = w_D^2 \sigma_D^2 + w_E^2 \sigma_E^2 + 2w_D w_E \text{Cov}(r_D, r_E) \quad (2.4)$$

Hvor,

σ_D^2 = varians på aktiv D

σ_E^2 = varians på aktiv E

$\text{Cov}(r_D, r_E)$ = kovariansen på afkastet mellem aktiv D og E

¹³ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 133

¹⁴ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 252

Ud fra formel 2.4, ses det, at kovariansen kan antage en værdi mellem $-\infty$ og ∞ . Hvis begge aktiver afviger enten positivt eller negativt fra middelværdien, er det muligt at opnå en positiv kovarians, men hvis den ene afviger negativt fra middelværdien, vil kovariansen være negativ.

2.2.2 Korrelations koefficienter

Da kovariansen potentielt kan gå fra $-\infty$ til ∞ , kan den være umådelig svær at arbejde med. Derfor kan det være en god idé, at omregne kovariansen til en korrelationsfaktor. Dette gøres på følgende måde¹⁵:

$$\rho(r_D, r_E) = \frac{\text{Cov}(r_D, r_E)}{\sigma_D \sigma_E} \quad (2.5)$$

Af formel 2.5 ses det, at korrelations-koefficienterne er kovariansen divideret med produktet af de to aktivers standardafvigelser.

Sammenhængen mellem korrelations-koefficienterne kan angives på følgende måde:

$$+ 1.0 > r > -1.0$$

Hvis $0 < \rho_{DE} \leq 1.0$ korrelerer aktiverne D og E positivt med hinanden.

Hvis $\rho_{DE} = 0$ korrelerer aktiverne D og E ikke med hinanden.

Hvis $0 > \rho_{DE} \geq -1.0$ korrelerer aktiverne D og E negativt med hinanden.

Der er tidligere udledt korrelationsfaktorer for to aktiver (2.5), hvorfor det er muligt matematisk at udlede, hvordan korrelationen vil påvirke en portefølje med to aktivers standardafvigelse. Formlen herfor ses nedenunder¹⁶:

$$\sigma_P = \sqrt{w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 + 2 * w_D * w_E * \rho_{D,E} * \sigma_D * \sigma_E} \quad (2.6)$$

¹⁵ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 69

¹⁶ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 71

Hvor variansen således kan udledes som:

$$\sigma_P^2 = w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 + 2 * w_D * w_E * \rho_{D,E} * \sigma_D * \sigma_E \quad (2.7)$$

Som tidligere nævnt korrelerer aktiverne negativt med hinanden, hvis korrelationsfaktoren er lig med -1. Det betyder, at hvis aktiv D falder i værdi, så stiger aktiv E med en tilsvarende værdi. Dette kaldes perfekt negativ korrelation. Risikoen kan i tilfælde af perfekt negativ korrelation elimineres på følgende måde:

1. $\sigma_P^2 = w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 + 2 * w_D * w_E * \rho_{D,E} * \sigma_D * \sigma_E$
2. $\sigma_P^2 = w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 + 2 * w_D * w_E * \sigma_D * \sigma_E$
3. $\sigma_P^2 = (w_D * \sigma_D - w_E * \sigma_E)^2$
4. $\sigma_P = w_D * \sigma_D - w_E * \sigma_E$

Det er nu muligt at diversificere risikoen bort, såfremt $\sigma_P = 0$. Dette kan gøres på følgende måde:

5. $0 = w_D * \sigma_D - w_E * \sigma_E$
6. $w_E * \sigma_E = w_D * \sigma_D$
7. $\frac{w_E}{w_D} = \frac{\sigma_D}{\sigma_E}$
8. $W_E \frac{w_D * \sigma_D}{\sigma_E} \Leftrightarrow W_E \frac{W_E * \sigma_E}{\sigma_D}$

Dette kan nu indsættes i ligningen fra punkt 5, hvorefter følgende opnås:

$$9. \frac{w_E \sigma_E}{\sigma_D} * \sigma_D - w_E \sigma_E = 0 \text{ og } \frac{w_D \sigma_D}{\sigma_E} * \sigma_E - w_D \sigma_D = 0$$

Ud fra ovenstående fremgår det, at ved en perfekt negativ korrelation, vil det være muligt at bortdiversificere risikoen fuldstændigt.

Hvis korrelationsfaktoren er lig nul, vil det betyde, at der ikke er nogen sammenhæng imellem aktiverne. Her vil det første led være som tidligere anvist i formel 2.7:

$$1. \sigma_P^2 = w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 + 2 * w_D * w_E * \rho_{D,E} * \sigma_D * \sigma_E$$

Korrelationsfaktoren er her nul, og derfor kan det sidste led afvises. Formlen kan derfor forlænges til at gælde M aktiver:

$$2. \sigma_P^2 = w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 + \dots + w_M^2 * \sigma_M^2$$

$$3. \sigma_P^2 = \left(\frac{1}{M}\right)^2 * \sigma_D^2 + \left(\frac{1}{M}\right)^2 * \sigma_E^2 + \dots + \left(\frac{1}{M}\right)^2 * \sigma_M^2$$

$$4. \sigma_P^2 = M * \left(\frac{1}{M}\right)^2 * \sigma^2$$

$$5. \sigma_P^2 = \frac{M}{M^2} * \sigma^2$$

$$6. \sigma_P^2 = \frac{\sigma^2}{M}$$

$$7. \sigma_P = \frac{\sigma}{\sqrt{M}}$$

Af ovenstående syv sætninger fremgår det, at porteføljerisikoen reduceres, når korrelationsfaktoren er lig nul. Risikoreduktionen er dog aftagende desto flere aktiver, der eksekveres.

Positiv korrelation mellem to aktiver er det muligt og opnå, hvis korrelationsfaktoren er lig 1. Herved vil aktiv D stige med det samme som aktiv E. Risikoen skal derfor beregnes på denne måde:

$$1. \sigma_P^2 = w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 + 2 * w_D * w_E * \rho_{D,E} * \sigma_D * \sigma_E$$

$$2. \sigma_P^2 = w_D^2 * \sigma_D^2 + w_E^2 * \sigma_E^2 - 2 * w_D * w_E * \sigma_D * \sigma_E$$

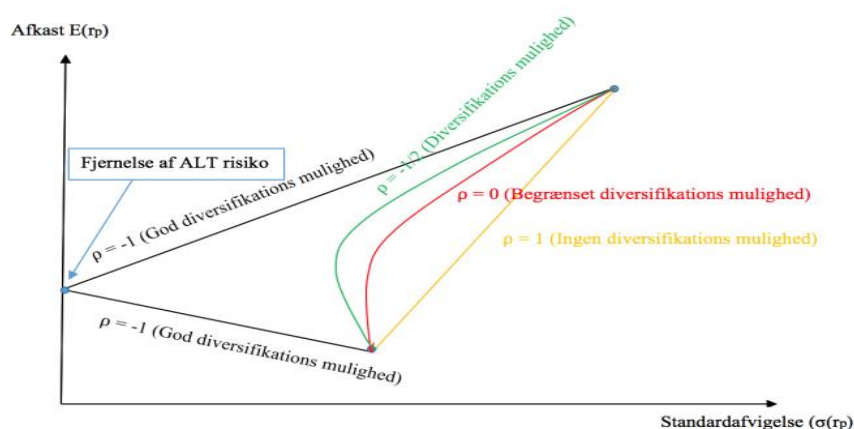
$$3. \sigma_P^2 = (w_D * \sigma_D - w_E * \sigma_E)^2$$

$$4. \sigma_P = w_D * \sigma_D - w_E * \sigma_E$$

Af ovenstående fire sætninger fremgår det, at perfekt korrelerede aktiver ikke giver mulighed for at nedbringe risikoen. Porteføljens risiko vil derfor være summen af aktivernes totale risiko, og inddragelse af yderligere aktiver vil ikke resultere i nogen reduktion af risikoen.

I nedenstående figur 2 er forholdet imellem afkast og standardafvigelse for de tre ovenstående korrelationsfaktorer illustreret.

Figur 2 - Korrelationens betydning på det forventede afkast og risiko



Kilde: Egen tilvirkning med inspiration fra bogen: Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3. udgave, s 70

Her fremgår det tydeligt, at desto lavere korrelationen er, desto højere er muligheden for at reducere risikoen.

2.3 Forventet afkast og standardafvigelse for en portefølje

Det forventede afkast for en portefølje indeholdende flere aktiver kan udregnes på følgende måde¹⁷:

$$E(r_p) = \sum_{D=1}^M w_D * E(r_D) \quad (2.8)$$

¹⁷ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 63

I formel 2.8 angiver $E(r_p)$ porteføljens forventede afkast, og M angiver antallet af investeringsaktiver i porteføljen. w_D står for vægten af det enkelte aktiv i porteføljen. Men er samtlige aktiver i porteføljen vægtet ens, kan w_D erstattes med M^{-1} .

Standardafvigelsen på porteføljen kan udregnes på følgende måde¹⁸:

$$\sigma(r_p) = \sqrt{\sum_{D=1}^M \sum_{E=1}^M w_D * w_E * \sigma(r_{D,E})} \quad (2.9)$$

$\sigma(r_{D,E})$ angiver kovariansen mellem aktiv D og aktiv E, og kan udregnes som følger¹⁹:

$$\sigma(r_{D,E}) = \sum_{t=1}^N q_t * (r_{Dt} - E(r_D)) * (r_{Et} - E(r_E)) \quad (2.10)$$

hvor q_t angiver sandsynligheden for at scenarie t indtræffer.

2.4 Diversifikation

Diversifikation er en arbejdsmetode inden for risikostyring, der blander forskellige investeringer inden for en portefølje. Rationalet bag en sådan arbejdsmetode antager, at en portefølje med forskellige aktiver i gennemsnit vil skabe et højere afkast og indebære mindre risiko end investeringer i enkelte aktiver.

Diversifikation forsøger at udglatte de usystematiske risikohændelser, der kan komme i en portefølje, så det positive afkast i nogle aktiver vil neutralisere den negative afkast i andre aktiver. Diversifikation har kun virkning, hvis værdipapirerne i porteføljen ikke er perfekt korreleret.

Grundlaget for investering i AI er, at opnå størst mulig diversificering og hedging. Diversificering anvendes til at reducere den usystematiske risiko, og hedging anvendes til reducere af den systematiske risiko - også kaldet markedsrisiko.

Når diversifikation behandles, skelnes der derfor imellem den usystematisk og systematisk risiko.

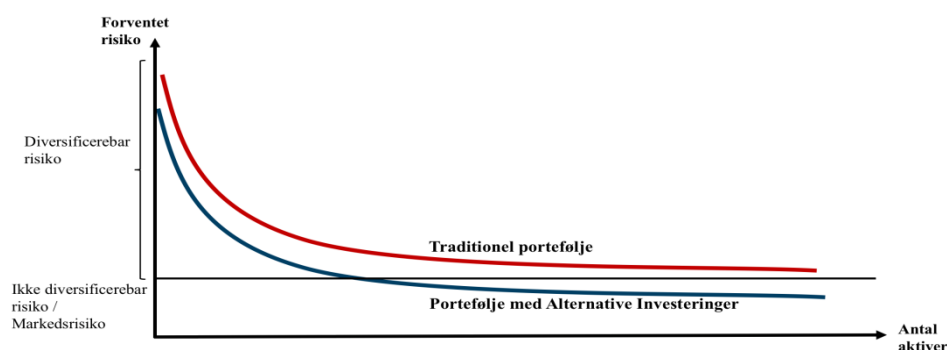
¹⁸ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 63

¹⁹ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 63

Usystematisk risiko er den risiko, der er forbundet med at eje aktier i individuelle virksomheder og industrier såvel som andre typer værdipapirer såsom obligationer. Herved kan investorer blive mindre påvirket af en begivenhed eller beslutning, som har en stærk påvirkning på en virksomhed, industri eller investeringstype²⁰. Eksempler på usystematisk risiko er en ny konkurrent, en regulerende ændring, en ledelsesændring, en produkttilbagekaldelse etc.

Systematisk risiko, også kaldt for markedsrisikoen, er ikke en risiko man kan diversificere bort, fordi det er den risiko, der er ved hele markedet eller et helt markedssegment. Systematisk risiko påvirker det overordnede marked og ikke bare en enkelt aktie eller industri. Denne type risiko er både uforudsigelig og umulig helt at undgå²¹. Renteændringer, inflation, recession og krig er nogle eksempler på systematisk risiko, fordi de påvirker hele markedet. Når det ikke er muligt og diversificere den systematiske risiko bort, kan investor anvende hedging²² og derved nedbringe den systematiske risiko.

Figur 3 - Diversifikation og hedging effekten



Kilde: Danske Capital, risk management group, David Jönsson

Ovenstående figur 3 viser, at en traditionel portefølje konsekvent ligger med en højere forventet risiko end en tilsvarende portefølje med AI.

Figur 3 viser også, hvordan en traditionel portefølje, indeholdende børnoterede aktier og obligationer (rød linje), kan minimere den forventede risiko, ved at implementere flere aktiver, og

²⁰ <http://www.morningstar.dk/dk/news/88114/hold-styr-på-risikoen.aspx>

²¹ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 205 og 908

²² Hedge risiko = afdække risiko

dermed eliminere næsten hele den usystematiske risiko. På et tidspunkt vil implementering af flere nye aktiver ikke hjælpe til yderligere risikoreduktion, og diversificeringseffekten forsvinder.

Af figuren fremgår det også, at ved implementering af AI i en traditionel portefølje (blå linje), vil det være muligt at fjerne den usystematiske risiko helt og samtidig minimere den systematiske risiko. Ligesom den traditionelle portefølje vil implementeringen af for mange aktiver ikke hjælpe til yderligere risikoreduktion.

2.4.1 Imødekommelse af den usystematiske risiko

En investor der kun ejer aktiver i en branche, vil under brancheorienterede hændelser stå over for en høj grad af usystematisk risiko. Ved at diversificere sin portefølje med negativt korrelerede aktiver, vil investor stå over for mindre usystematisk risiko. Her vil AI assistere med negativ korrelation og vil kunne eliminere den usystematiske risiko helt. Implementeringen af AI vil ikke kun eliminere den usystematiske risiko helt, men den vil også reducere og senere fjerne den usystematiske risiko hurtigere end den traditionelle portefølje. AI kan have perfekt negative korrelationer med de andre aktiver i porteføljen, hvorfor det kan fjerne hele den usystematiske risiko og også hurtigere reducere den i modsætning til den traditionelle portefølje²³.

2.4.2 Imødekommelse af den systematiske risiko

Den systematiske risiko kan ikke diversificeres bort, men som illustreret i figur 3, kan AI hedge noget af den systematiske risiko bort. Det er muligt at investere i en AI, som fokuserer på hedging, herunder en hedgefond. Hedgefonde har mulighed for at kortsælge (shortselling), hvilket betyder, at de kan sælge et aktiv, som de har lånt for at tilbagekøbe det senere til en billigere pris, hvis aktivet ellers er faldet i værdi, som hedgefonden forventer²⁴. På denne måde er det muligt at afdække de aktiver, der har en stærk positiv korrelation, eller gå langt (købe) i aktiver med negativ korrelation til porteføljen. På denne måde er det også muligt at afdække porteføljen for kursfald, eksempelvis i forbindelse med en rentestigning eller politiske tiltag.

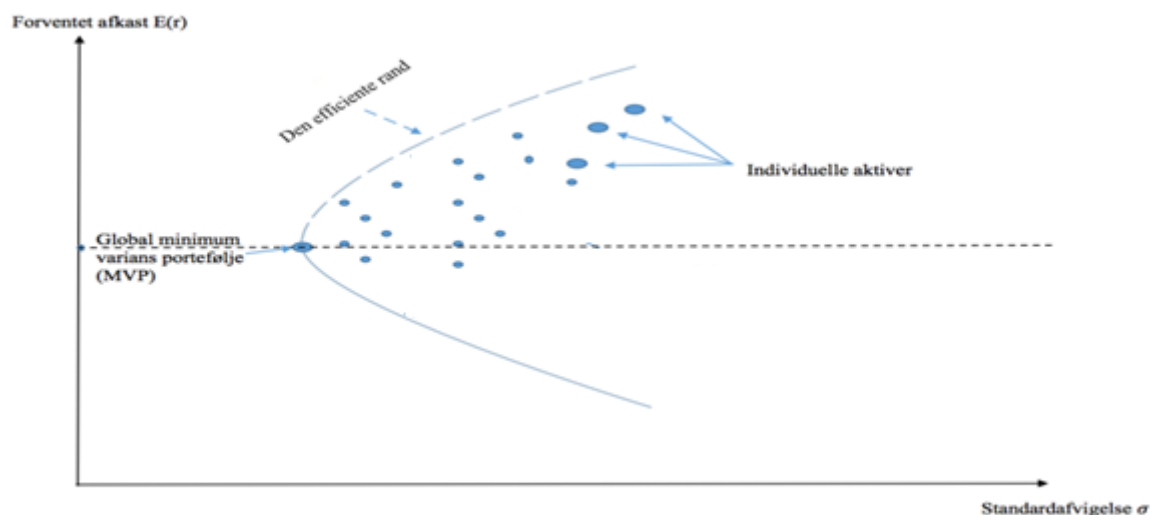
²³ <https://www.joep.dk/Pension--Forsikring/Investeringer/Aktivklasser/Alternative-investeringer>

²⁴ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 72

2.5 Den efficiente rand

Den efficiente rand er mængden af alle porteføljer, der giver det højeste forventede afkast for ethvert givet risikoniveau. Ved at plotte alle kombinationer af porteføljer og enkelte aktiver ind i forhold til risiko og afkast, fremstår mange porteføljemuligheder i et koordinatsystem. Den efficiente rand starter i minimum varians porteføljen (MVP), som er det punkt hvor porteføljen indeholder porteføljekombinationen med lavest mulig risiko.

Figur 4 - Minimum varians grænsen for risikofyldte aktiver



Kilde: Egen tilvirkning med inspiration fra bogen: Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 220

Af ovenstående figur 4 fremgår det, at den efficiente rand udgør den stiplede linje, som går fra MVP og mod højre. De mange prikker udgør det forventede afkast og risiko for enkelte aktiver og andre porteføljesammensætninger, som ikke antages at være efficiente, da det er muligt at finde en tilsvarende portefølje med samme risiko men med et højere afkast eller det samme afkast til lavere risiko på den efficiente rand.

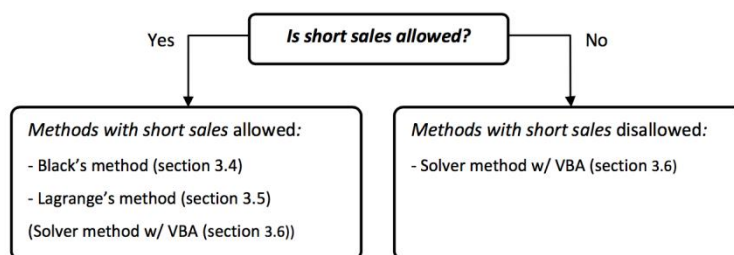
2.5.1 Minimum varians porteføljen (MVP)

Tages sammenhængen mellem afkast og risiko i betragtning, er der uendelig mange muligheder for at kombinere en portefølje. En portefølje er dog ganske interessant - nemlig MVP, hvor porteføljekombinationen giver den lavest mulige risiko.

Instinktivt skal en risikoavers investor investere i MVP, da denne porteføljekombination kun har til formål at skulle have den mindste varians. Da enkelte aktivers korrelationer imellem kan give mulighed for at sammensætte en anden portefølje med lavere varians, end aktivet med den laveste varians, vil en risikoavers investor være bedre tjent med sådan en porteføljesammensætning.

Nedenstående figur viser hvilken metode der skal anvendes til udregning af MVP, når kortsalg ikke er tilladt²⁵.

Figur 5 – Metode til udregning af MVP



Ved anvendelse af Solver i Excel, er det vigtigt at indskrive følgende to betingelse:

1. $\sum_{D=1}^N w_D = 1$
2. $w_D \geq 0, D = 1, \dots, N$

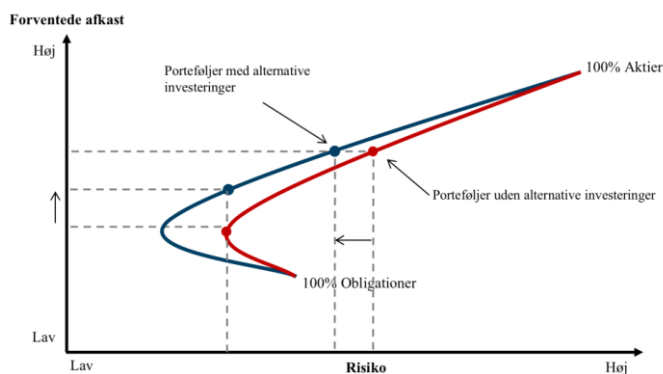
Betingelse nr. 1 sørger for, at summen af de vægtede aktiver i porteføljen giver 1 og sammen med betingelse nr. 2 gør, at kortsalg ikke er muligt, idet vægtningen af de enkelte aktiver ikke er negative.

²⁵ Sørensen D. Klaus, Rasmussen Lars, Jørgensen I.K.E Kenneth og Brandstrup Jeppe: Kompendie "Portfolio Optimization and Matrix Calculation in Excel", udgivelsesdato 06.06.2008 af Analytical Knowledge Group.

2.5.2 Porteføljer med og uden Alternative Investeringer på den effiente rand

AI vil have forskellig indflydelse på porteføljerne. En portefølje med hovedsageligt obligationer vil modsat aktier primært bruge AI til at øge afkastet. En portefølje med aktier, vil primært bruge AI til nedbringelse af risikoen. Dette illustreres grafisk nedenfor:

Figur 6 – Den effiente rand på porteføljer med og uden AI



Kilde: Danske Capital, risk management group, David Jönsson

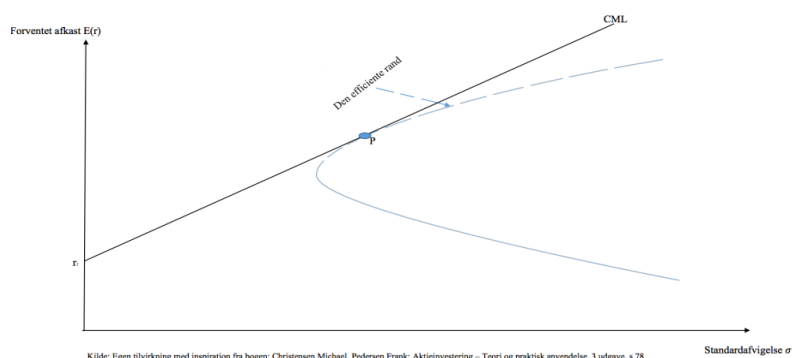
Det fremgår af figur 6, at ved implementering af AI til porteføljen vil investor kunne forhøje det forventede afkast til samme risiko eller minimere risikoen til samme afkast.

Figur 6 er den grafiske illustration af, hvorfor AI er godt at implementere i porteføljen, og hvorfor flere pensionsselskaber, virksomheder, private investorer etc. anvender dem i disse tider.

2.5.3 Den effiente rand kombineret med et risikofrit aktiv

Indtil nu er den effiente rand bestemt ud fra den antagelse, at det kun er muligt at investere i risikofyldte aktiver. Det er langt fra alle investorer, som vælger at placere alle sine midler i risikofyldte aktiver, og det er derfor nærliggende at implementere kombinationsmuligheder, der kan indeholde et risikofrit aktiv. Kombinationsmulighederne mellem det risikofrie aktiv og den risikofyldte portefølje vil danne en lineær sammenhæng, kaldet kapitalmarkedslinien (CML). Af nedenstående figur fremgår den effiente rand med CML.

Figur 7 - CML og den efficiente rand



Kilde: Eigen tilvirkning med inspiration fra bogen: Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 78

Det forventede afkast for en sådan porteføljekombination, udregnes ved følgende formel²⁶:

(2.11)

$$E(r_c) = w_p * E(r_p) + (1 - w_p) * r_f$$

Hvor $E(r_p) - r_f$ angiver risikopræmien, der viser det merafkast, man opnår ud over den risikofrie rente.

Samtidig kan risikoen udregnes som følger²⁷:

(2.12)

$$\begin{aligned} \sigma(r_c) &= \sqrt{(w_p^2 * \sigma^2(r_p) + (1-w_p)^2 * \sigma^2(r_f) + 2 * w_p * (1 - w_p) * \sigma(r_{fp}))} \\ &= w_p * \sigma(r_p) \end{aligned}$$

Udregningen kan forkortes ned, da risikoen på det risikofrie aktiv $\sigma^2(r_f)$, som er kovariansen mellem det risikofrie aktiv og den risikofyldte portefølje $\sigma(r_{fp})$, er lig nul.

Formel 2.12 betyder, at hvis andelen som er investeret i den risikofyldte portefølje øges, stiger det forventede afkast proportionalt med risikopræmien, mens den kombinerede porteføljes risiko stiger proportionalt med risikoen på den risikofyldte portefølje.

²⁶ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 78

²⁷ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 78

2.5.4 Kapitalmarkedslinjen (CML)

Kapitalmarkedslinjen (CML) er den lineære sammenhæng mellem det risikofrie aktiv og den risikofyldte portefølje. Hvis formel 2.12 indsættes i 2.11 er det muligt og eliminerer W_p , hvorfor CML kan udregnes på følgende måde²⁸:

$$E(r_c) = r_f \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma(r_p)} * \sigma(r_c) \quad (2.13)$$

Formel 2.13 viser at CML bestemmes af to dele. Den ene er den risikofrie rente, som er en konstant. Den anden er hældningskoefficienten, som er bestemt ud fra risikoen for den kombinerede portefølje ganget med risikopræmien, som er det forventede afkast for porteføljesammensætningen minus den risikofrie rente pr. risikoenhed. Det sidste udtryk i ligningen kaldes for Reward-to-Variability ratio (RTVR). Hældningen på CML vil således blive der, hvor RTVR er størst. Hældningskoefficienten (RTVR) er også kendt som Sharpe ratio, hvilket er et performancemål, som angiver den risikopræmie pr. risikoenhed investor modtager. Af figur 6 fremgår det af den blå prik (P), at der hvor CML tangerer den efficiente rand, kaldes tangentporteføljen eller markedsporteføljen, og er der, hvor RTVR er højest.

Hvis investor ønsker en porteføljesammensætning, som ligger til højre for tangentporteføljen på CML linjen, skal det være muligt at geare sine investeringer ved at låne til den risikofrie rente og placere de lånte midler i den risikofrie portefølje.

²⁸ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 79

2.6 Danske Banks risikomål

Indtil nu har opgaven redegjort for, hvordan det er muligt at finde frem til den portefølje, hvor investor kan opnå højest mulig afkast for en given risiko, eller minimere risikoen for et givet forventet afkast.

I kapitel 1, figur 1 fremgik det, at værdipapirmarkedet siden 2000 har oplevet nogle kraftige udsving - ikke mindst på grund af IT Boblen og Finanskrisen. Såfremt der skulle komme en ny krise, af større eller mindre kaliber, er det aktuelt og vigtigt at se nærmere på, hvad investorer kan forvente at tabe, såfremt porteføljeafkastet er negativt.

I tilfælde af et faldende marked, kan Value-at-Risk og Expected Shortfall anvendes til at beregne, hvor meget investor kan forvente at tabe.

2.6.1 Value-at-Risk (VaR)

VaR er et risikomål til opgørelse af markedsrisici. VaR udtrykker det største tab et aktiv eller en portefølje kan udsættes for over en given periode og med en given sandsynlighed (konfidensniveau) under normale markedsbetingelser. Det betyder, at opstår der unormale markedsbetingelser, eksempelvis krig eller terrorangreb, ophører normale markedsbetingelser, og VaR er ikke længere brugbart.

Ved anvendelse af al ovenstående porteføljeteori, er det en forudsætning og antagelse, at afkastene er normalfordelte. Det samme kan gøre sig gældende for VaR, som kan beregnes på to måder - den parametriske VaR og den ikke parametriske VaR.

Den parametriske VaR antager en statistisk sandsynlighedsfordeling, herunder normalfordelingen, og estimerer parametre som standardafvigelse og middelværdi. Formlen for VaR i sin simpleste version med antagelsen om normalfordelte afkast udregnes på følgende måde²⁹:

$$VaR = afkast * \sigma_p * fraktilniveau \quad (2.14)$$

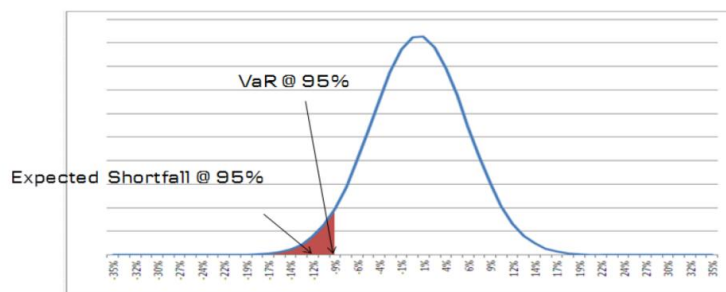
²⁹ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 139

Hvor *afkast* angiver størrelsen på investeringen, σ_p er standardafvigelsen på porteføljen og fraktilniveauet angiver sandsynligheden.

Det er også muligt at anvende den ikke parametriske VaR, som antager, at afkastene ikke er normalfordelte og tager højde for det i beregningen af VaR. Den tager derfor udgangspunkt i den empiriske fordeling, hvilket gør det muligt at anvende denne i alle tilfælde. Ulempen er, at det implicit antages, at den faktiske fordeling af den empiriske fordeling er et tilstrækkeligt godt estimat for den sande fremtidige afkastfordeling til, at den kan danne baggrund for pålidelige VaR værdier. Ikke parametriske VaR udregnes på baggrund af en given observationsperiode bestående af x antal historiske observationer på afkastet. Derefter vælges et konfidensniveau, og VaR-værdien aflæses som netop det afkast, der svarer til fraktilen.

VaR viser altså med eksempelvis et 95% konfidensniveau, hvor meget investor med 95% sandsynlighed højst risikerer at tabe, hvis markedet falder. Ulempen med VaR er dog, at det ikke siger noget om, hvor meget investor risikerer at tabe, hvis de 5% indtræffer, hvor halerne på afkast fordelingen kan være større. Se grafisk illustration nedenfor.

Figur 8 - VaR og ES



Kilde: Egen tilvirkning

Figur 8 viser, at med 95% sandsynlighed vil investor ikke tabe mere end 9% af porteføljeværdien for en given periode. Dette illustreres ved at se på den venstre hale, der er markeret med rødt.

Det er også muligt at se nærmere på skævhed (skewness), som angiver, hvor meget afkastfordelingen afviger fra symmetrisk. Hvis skævheden er 0, er fordelingen perfekt symmetrisk (normalfordeling). Det samme som illustreret i figur 8. Hvis skævheden er positiv (højreskæv), vil

fordelingen have koncentrerede værdier til venstre og mere spredte værdier til højre. Hvis skævheden er negativ (venstreskæv), vil fordelingen have vægten til højre og halen til venstre³⁰. Formlen for skævhed er³¹:

$$Skew = \left[\frac{(R - \bar{R})^3}{\sigma^3} \right]$$

Derudover er det en fordel at kigge på kurtosis (topstejlhed), som beskriver forholdet mellem midten af fordelingen og halerne dvs. graden af fede haler. Alle porteføljer med en kurtosis, som er større end nul, har fede haler. En portefølje med et normalfordelt afkast vil have en kurtosis på 3. Er kurtosis under 3, er halerne mere fede, og afkastet i porteføljen har haft mere ekstreme udfald. Er kurtosis over 3, er halerne mindre fede, og afkastet i porteføljen har haft mindre ekstreme udfald. Formlen for kurtosis er følgende³²:

(2.16)

$$Skew = \left[\frac{(R - \bar{R})^4}{\sigma^4} \right] - 3$$

Kurtosis skal afslutningsvis fratrækkes 3, som er den kurtosis normalfordelingen har.

2.6.2 Expected shortfall (ES)

VaRs svaghed er, som angivet i afsnit 2.6.1, at det ikke fortæller investor, hvor meget der tabes, hvis de 5% worst case indtræffer, og der lides et tab. Det er her, at Expected Shortfall kan anvendes.

ES anvendes til at give et mere realistisk syn på downside eksponeringen. Det skal give investor et signal om, hvor stort det forventede tab vil blive i en situation, hvor investor befinder sig i en worst case scenario.

I figur 8 illustreres forskellen mellem VaR og ES grafisk. Kort sagt viser VaR, at investor med 95% sandsynlighed ikke vil tabe mere end 9% af porteføljeværdien over en given periode. Indtræffer de 5% worst case, vil ES fortælle, hvor meget investor kan forvente at tabe med 95% sandsynlighed.

³⁰ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 138

³¹ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 138

³² Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 139

2.7 Delkonklusion

I dette kapitel er det gennemgået, hvordan den mest efficiente portefølje kan sammensættes ved Markowitz' mean-variance porteføljeteori. Inden det er muligt at finde den mest efficiente portefølje, skal de enkelte aktivers gennemsnitlige afkast beregnes, hvor det aritmetiske gennemsnit i denne opgave er det bedste og mest praktiske til at beskrive afkastet. Standardafvigelsen blev også fundet, og tilsammen danner disse to tal grundlaget for resten af analysen, som bygger på udregningen af det forventede afkast og risiko for en portefølje samt udregning af korrelationen. Derudover blev det fremstillet, hvordan den efficiente rand bestemmes uden kortsalg og med et risikofrit aktiv. I forlængelse heraf blev der redegjort for CML og dennes hældning, som benævnes Reward-to-Variability - også kendt som performancemålet Sharpe ratio.

Slutteligt blev der redegjort for de risikomål, Danske Bank anvender Value-at-Risk og Expected Shortfall, som begge beskriver investors downside-risiko i tilfælde af et faldende marked.

Kapitel 3: Empiri og analyse

I dette kapitel vil datamaterialet indledningsvis blive fremlagt og gennemgået. Det skal danne grundlag for anvendelse af teorien, som er beskrevet i kapitel 2. Undervejs vil der også være en beskrivelse af, hvilke statistiske metoder og udregninger der gennemarbejdes.

3.1 Grundlag for valg af empiri

I dette første og indledende afsnit bliver det bagvedliggende datamateriale fremlagt. Herved fremstilles, hvilke data der ligger til grund for de enkelte porteføljer, som senere skal analyseres.

Opgaven har ikke til formål og finde den optimale porteføljesammensætning mellem de enkelte aktiver eller aktivklasser. Derfor tager opgaven udgangspunkt i Danske Banks nuværende allokeringsanbefaling af aktivklasserne til investorer med en lang tidshorisont (over 15 år) og med følgende seks risikoprofiler: 1) Obligationer, 2) Forsigtig, 3) Middel, 4) Middel/høj, 5) Høj, og 6) Aktier.

Allokeringen mellem aktivklasserne fremgår nedenfor i tabel 1.

Tabel 1 - Fordeling af aktivklasser

UDEN Alternativer							Med Alternativer						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier	Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0%	35%	50%	60%	80%	100%	Aktier	0%	30%	45%	55%	75%	100%
Obligationer	100%	65%	50%	40%	20%	0%	Obligationer	100%	60%	45%	35%	15%	0%
AI	0%	0%	0%	0%	0%	0%	AI	0%	10%	10%	10%	10%	0%
Sum	100%	100%	100%	100%	100%	100%	Sum	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Kilde: Egen tilvirkning

Datasæt 1 tager udgangspunkt i de bagvedliggende aktiver, som Danske Bank anvender til, at analysere på AI indflydelse på en traditionel portefølje. De empiriske data har kun været mulig og hente fra perioden den 2. januar 2013 til 17. september 2015 i de respektive seks risikoprofiler. Dette skyldes at nogle af de underliggende aktiver kun har eksisteret siden medio-ultimo december 2012. De respektive data er trukket på dagsbasis, hvilket giver 707 observationer.

Datasæt 2 forsøger at imødekomme en længere og mere repræsentativ periode, hvorfor der er fundet nogle andre underliggende aktiver med 10-årige data. De underliggende aktiver fra datasæt 1 og 2 er ikke nøjagtig ens, hvorfor performance og risiko ikke kan sammenlignes. Datasæt 2 har til formål at vurdere, hvordan en traditionel portefølje og en portefølje med AI har performet, hvis vi

tager udgangspunkt i historiske data, hvor observationerne er taget fra en længere markedscyklus, herunder før, under og efter Finanskrisen. De respektive data er trukket på månedsbasis, hvilket giver 120 observationer.

3.1.1 Underliggende aktiver i datasæt 1

I ovenstående afsnit blev den overordnede allokering mellem aktivklasserne fremlagt. De underliggende aktiver i aktivklasserne fremgår af nedenstående tabel.

Tabel 2 - Aktiver i datasæt 1

Indeks	Navn	Underliggende
OMXS30GI Index	OMX Stockholm	De 30 mest omsatte aktier i Sverige
MXWD Index	Globale aktier	MSCI Wold indeks (alle lande inkl. Nye Markeder)
DSLIVKVI SS Equity	Korte obligationer	Svenske korte obligationer (likvide kortløbende rentebærende svenske obligationer med "investment grade" kreditvurdering)
RXBO Index	Lange obligationer	Svenske lange obligationer (likvide rentebærende svenske obligationer)
IBOXIG Index	Investment Grade obligationer	Likvide investment grade kreditobligationer
IBOXHY Index	High Yield obligationer	Likvide globale high yield kreditobligationer
GEMXEMB1 Index	Nye Markeder obligationer	Markit iBoxx globale Nye Markeder obligationer (360 obligationer fra 24 lande. Afkastet er i lokal valuta og obligationerne er likvide)
DIELSDA LX Equity	DI Europe L/S Dynamic	Danske Invest Long/Short dynamic Hedgefond
DANEABA LX Equity	DI European Absolute	Danske Invest European Absolut Hedgefond
DANHFIO GU Equity	DI Europe Relative Value	Danske Invest Europe Relative Value Hedgefond
PGGLVAR LX Equity	Partners Group Private Equity	Partners Group - Private Equity fond

Kilde: Egen tilvirkning

Af tabel 2 fremgår det, at 6 ud af 11 aktiver er indeks, hvor dataene på indeksene er hentet fra Bloomberg, og de resterende fem er Danske Invest investeringsforeninger/hedgefonde, hvor dataene kan hentes fra Danske Invest hjemmeside³³.

Grunden til, at der er valgt seks indeks, er, at de repræsenterer en bred vifte af aktier og obligationer, og samtidig har det ikke været muligt at finde nogle fonde, som dækker samme brede vifte af aktier eller obligationer. Mange af indeksene kan anvendes til benchmark, og for at måle hvorvidt AI har bidraget til porteføljeoptimering, er det en fordel at anvende nogle kendte benchmark med bred eksponering, for på bedste vis at se effekten ved at tilføje AI.

Valget af underliggende aktiver afspejler sig i Danske Banks allokering anbefalinger, hvor der skal være 50% OMXS30GI Index og 50% MXWD i aktivklassen aktier. I aktivklassen obligationer, indgår DSLIVKVI SS Equity med 40%, RXBO Index med 30 %, IBOXIG Index med 10%,

³³ Af bilag 1 kan man læse mere om de fire Alternative Investeringer som indgår i aktivklassen AI for datasæt 1

IBOXHY Index med 10% og GEMXEMB1 Index med 10%. I aktivklassen AI indgår de fire AI med lige stor vægt, herunder 25 % i DIELSDA LX Equity, 25 % i DANEABA LX Equity, 25% i DANHFIO GU Equity og 25% i PGGLVAR LX Equity.

3.1.2 Underliggende aktiver i datasæt 2

Formålet med datasæt 2 er, som tidligere nævnt, at se hvordan porteføljer, uden og med AI, har performet i forskellige markedstilstande over en længere tidsperiode.

I nedenstående tabel fremgår de aktiver, der repræsenteres i datasæt 2.

Tabel 3 - Aktiver i datasæt 2

Indeks	Navn	Underliggende
OMXS30GI Index	OMX Stockholm 30	De 30 mest omsatte aktier i Sverige
MXWD Index	MSCI ACWI	MSCI World indeks (alle lande inkl. Nye Markeder)
RXBO Index	OMRX BOND indeks	Svenske obligationer (likvide rentebærende svenske værdipapirer)
IBOXHY Index	Liquid High Yield	Likvide globale High Yield kreditobligationer
IBOXIG Index	Liquid Investment Grade	Likvide globale Investment Grade kreditobligationer
GEMXEMB1 Index	Markit iBoxx Global Emerging Market	Markit iBoxx globale Nye Markeder obligationer (360 obligationer fra 24 lande. Afkastet er i lokal valuta, og obligationerne er likvide)
BCOMTR Index	BBG Commodity	Bloombergs råvareindeks - total afkast
BBHFUNDS Index	BBG Global AggrHedgeFund	Bloombergs samlede Hedgefonde indeks
SPLPEQTY Index	S&P Listed Private Equity Index	S&P's listet Private Equity fonde

Kilde: Egen tilvirkning

Af tabel 3 fremgår det, at nogle af aktiverne er gengangere fra datasæt 1, imens andre er nye.

De nye underliggende aktiver er ikke en ulempe, idet analysen af datasæt 2, som tidligere nævnt, ikke har til hensigt at skulle sammenlignes med udfaldet fra datasæt 1, men at besvare spørgsmålet, om en portefølje med AI har performet bedre over en længere periode, end en portefølje uden AI.

Fordelingen af de underliggende aktiver i aktivklasserne er som følger:

50% OMXS30GI Index og 50% MXWD i aktivklassen aktier. I aktivklassen obligationer indgår RXBO Index med 70 %, IBOXIG Index med 10%, IBOXHY Index med 10% og GEMXEMB1 Index med 10%. I aktivklassen AI indgår tre aktiver, herunder BCOMTR 33,33%, Index BBHFUNDS Index 33,33 % og SPLPEQTY Index med 33,33 %.

3.1.3 Gennemgang af de udvalgte Alternative Investeringer

I kapitel 1 blev der redegjort for, hvad AI er, hvordan de har performet igennem et årti, og at markedet for AI er blevet mere gangbart og overkommelig for private investorer de senere år. Det er midlertidig ikke alle AI, som har performet lige godt for en given periode, hvorfor det er vigtigt at have en selektiv tilgang til udvælgelsen af AI til porteføljen.

De AI som indgår i datasæt 1 og 2 er hedgefonde som investerer i aktier (fx DI Europe Long Short Dynamic), hedgefonde obligationer (fx DI Relative Value), Private Equity fonde som investerer i unoterede virksomheder og råvare. Alle disse AI har forskellig indflydelse på porteføljeafkastet og risikoen.

Hvad angår andelen af, hvilken AI der skal være i en portefølje, afhænger det meget af typen og af den enkelte investors horisont. Hvis man kan risikere at skulle bruge alle pengene lige her og nu, så skal man slet ikke have nogle AI. Er tidshorisonten derimod meget lang, vil det aldrig være et problem, og investor kan godt tåle at investere en forholdsvis stor andel i AI. Set fra et optimeringsmæssigt synspunkt besidder de fleste AI rigtigt gode diversificerende egenskaber, så en optimeringsalgoritme vil meget gerne have AI - afhængig af investorens risikoprofil, og hvilken slags AI der i det givne tilfælde måtte være tale om.

Nedenstående tabel har til formål og skitsere, hvad AI kan bidrage med, når der tages højde for de udfordringer, markedet står overfor.

Tabel 4 - Alternative Investeringers bidrag til porteføljen

AI	Motivering
Hedgefond Aktier	• Mulighed for at afdække risikoen fra faldende markeder • Mulighed for at opnå yderligere afkast • Lav korrelation til aktier
Hedgefond Obligationer	• Mulighed for et godt afkast i stigende rentemiljø • Mulighed for at udnytte til både stigende og faldende rentespænd
Råvarer	• Råvarer er meget cykliske • Mindre efterspørgsel fra Kina
Private Equity	• Øget aktivitet i virksomhedsovertagelser = attraktive værdiansættelser = positivt miljø for private virksomheder

Tabel 4 giver investor et indblik i, hvilke typer af AI han skal investere i ud fra, hvad han ønsker, at AI skal bidrage med i porteføljen. Det er samtidig vigtigt at se på porteføljen som helhed, da det kan være nyttigt at vurdere investeringer i AI i forhold til, hvad de eventuelt kan erstattes af, af traditionelle aktiver. I forhold til aktier er private equity en oplagt substitut, hvorimod infrastruktur, skov etc. som følge af mere forudsigelige cash flows i højere grad kan sammenlignes med obligationer.

3.2 Forventet afkast og standardafvigelse på et aktiv

Allokeringen i aktivklasserne er allerede bekendtgjort i opgaven og lægger sig op ad Danske Banks anbefaling, jf. afsnit 3.1.1 og 3.1.2. Derfor vil opgaven ikke beregne de enkelte underliggende aktivers afkast og standardafvigelse, men derimod de enkelte aktivklassers afkast og standardafvigelse.

Indledende beregnes den procentuelle udvikling for aktivklasserne, aktier, obligationer og AI. Bemærk at det for datasæt 1 er den procentuelle udvikling på dagsbasis, og for datasæt 2 den procentuelle udvikling på månedsbasis. Ved anvendelse af formel 2.1 multipliceres de daglige eller månedlige observationer, og divideres efterfølgende med antallet af observationer. Resultatet ses af nedenstående tabeller.

Tabel 5 - Forventet afkast og standardafvigelse aktivklasser datasæt 1

	Aktier	Obligationer	AI
E[r]	30,78%	3,72%	23,59%
Varsians	159,8214	4,3971	53,1846
Standardafvigelse	12,64%	2,10%	7,29%

Tabel 6 - Forventet afkast og standardafvigelse aktivklasser datasæt 2

	Aktier	Obligationer	Alternativer
E[r]	83,98%	53,54%	-12,53%
Var	890,1502	365,3324	194,1455
Std.	29,84%	19,11%	13,93%

Kilde: Tabel 5 og 6 er lavet af egen tilvirkning, udregnet i Excel arkene "Datasæt 1 – Efficiente rand" samt "Datasæt 2 – porteføljeark"

Af tabellerne 5 og 6 fremgår det forventede afkast ved udregning af det gennemsnitlige aritmetiske afkast.

For at finde aktivklassernes varians anvendes formel 2.2. Standardafvigelsen vil efterfølgende kunne beregnes ved at tage kvadratroden af variansen ved anvendelse af formel 2.3.

Tabellerne 5 og 6 viser, at afkast og risiko følges ad. I datasæt 1 har aktierne det højest forventede afkast på 30,78%, men det kræver til gengæld også, at investor er villig til at løbe en risiko derefter med en standardafvigelse på 12,64%. Obligationer derimod har den lavest forventede risiko på 2,10%, men også det laveste afkast på 3,72%. AI ligger midt imellem med et forventet afkast på 23,59 % og en forventet risiko på 7,29 %.

Datasæt 2 viser også, at risiko og afkast har en sammenhæng, og igen er det aktierne, som forventes at levere det største afkast på 83,98% over en 10-årig periode mod accept af en høj risiko standardafvigelse på 29,84%. Obligationer følger efter aktier med den anden højeste risiko på 19,11% mod et forventet afkast på 53,54%. AI har den laveste risiko på 13,93% men vil modsat de andre aktivklasser forventeligt levere et negativt afkast på 12,53%.

3.3 Kovarians og korrelationskoefficienter

Ved porteføljesammensætning er korrelationen mellem de enkelte aktivklasser og disse aktivklassers standardafvigelser med til at fortælle en eventuel investor om risikoen ved en given portefølje. Kovariansen og standardafvigelsen hænger sammen i form af korrelationen, der forklarer, hvordan aktiverne stiger eller falder afhængigt af hinanden.

Kovariansen for to aktiver skal udregnes ved anvendelse af formel 2.4 og korrelationen ved anvendelse af formel 2.5.

3.3.1 Kovarians og korrelationskoefficienter for datasæt 1

Som tidligere nævnt måler kovariansen aktivernes samvariation, hvilket udtrykker, i hvor høj grad udsving i afkastet på aktiverne følger hinanden. I nedenstående tabel fremgår kovarians matricen. De lysegrå felter angiver aktivklassernes varianser, imens de hvide er kovarianserne.

Tabel 7 - Kovarians matrice datasæt 1

Varsians - kovarians matrice			
	Aktier	Fixed Income	Alternativer
Aktier	0,01598214204	0,00064234896	0,00167147960
Fixed Income	0,00064234896	0,00043970957	0,00009894328
Alternativer	0,00167147960	0,00009894328	0,00531846141

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 1 – Efficiente rand"

For ovenstående tabel gælder det, at værdierne for kovariansen ligger mellem $-\infty$ og $+\infty$. I tabel 7 fremgår det, at alle kovarianserne er positive, og det betyder, at to aktivklasser vil afvige positivt fra middelværdien samtidigt. Kovariansen mellem obligationer og AI er 0,00009894328 og tæt på nul, hvilket betyder, at der stort set ikke er nogen sammenhæng mellem disse to aktivklassers afvigelser.

Aktivernes sammenhæng kan bedre analyseres ved udregning af korrelationskoefficienten. Korrelationskoefficienten fortæller, hvor meget de enkelte aktier lineært samvarierer med hinanden, hvilket de gør inden for en nedre og øvre grænse på -1 og +1. Nedenstående tabel viser korrelationskoefficienten.

Tabel 8 - Korrelations matrice datasæt 1

	Aktier	Fixed Income	Alternativer
Aktier	1	0,242309575	0,181296985
Fixed Income	0,242309575	1	0,064700906
Alternativer	0,181296985	0,064700906	1

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 1 – Efficiente rand"

Korrelationskoefficienten udregnes, som tidligere nævnt, ved at tage kovariansen for de to aktivklasser og dividere med produktet af de enkelte aktivklassers standardafvigelser.

I ovenstående tabel 8 bekræftes det, at korrelationen mellem obligationer og AI er 0,064700906, hvilket viser, at den er tæt på nul, og at der stort set ingen sammenhæng er i udviklingen mellem de to aktivklasser. Obligationer og aktier har derimod en højere korrelation på 0,242309575, hvilket ikke er en perfekt positiv korrelation, da de ikke følger hinanden fuldstændig, og i så fald skulle have været en korrelation på 1. De følger hinanden delvist, men fælles er, at de begge stiger i de samme perioder. Aktier og AI har også en positiv korrelation på 0,181296985, men igen er den ikke perfekt. De følger delvist hinanden i stigende og faldende markeder.

AI er den aktivklasse, som korrelerer mindst med aktier og obligationer, hvilket gør AI attraktivt at implementere i en traditionel portefølje med aktier og obligationer, da det bidrager til diversifikation. Udviklingen i aktier og obligationer vil i højere grad følge hinanden i modsætning til AI, som vil have tilbøjelighed til at følge dem i en mindre grad - dog stadigvæk i samme opadgående eller nedadgående retning. For at opnå mest mulig diversifikation havde det været hensigtsmæssigt, hvis korrelationen mellem AI og aktier samt obligationer var negativ, så tab og fald havde neutraliseret hinanden.

3.3.2 Kovarians og korrelationskoefficienter for datasæt 2

Kovarians matricen udtrykker igen, i hvor høj grad udsving i afkastet på aktiverne følger hinanden. Af nedenstående tabel 9 fremgår det, hvordan kovarians matricen ser ud for datasæt 2.

Tabel 9 - Kovarians matrice datasæt 2

Vars - kovarians matrice			
	Aktier	Fixed Income	Alternativer
Aktier	0,08901502199	0,02483973436	0,03216937030
Fixed Income	0,02483973436	0,03653323547	0,00872933796
Alternativer	0,03216937030	0,00872933796	0,01941455000

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 2 – Efficiente rand"

Af ovenstående tabel fremgår det, at kovariansen mellem obligationer og AI igen er lavest, nemlig 0,00872933796. Kovariansen mellem aktier og obligationer er næstlavest, mens kovariansen mellem aktier og AI er højest.

Omregnes kovarianserne til korrelationskoefficienter, får vi igen et mere overskueligt tal, hvilket fremgår af nedenstående tabel.

Tabel 10 - Korrelations matrice datasæt 2

	Aktier	Fixed Income	Alternativer
Aktier	1	0,435583307	0,773832996
Fixed Income	0,435583307	1	0,327773301
Alternativer	0,773832996	0,327773301	1

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 2 – Efficiente rand"

Korrelationskoefficienten bekræfter kovariansens resultater, nemlig at sammenhængen mellem obligationer og AI har den laveste positive samvariation, hvilket giver en korrelation på 0,327773301. Korrelationen mellem aktier og obligationer er 0,435583307. Aktier og AI har en korrelation, som er tættest på en perfekt positiv korrelation på 1. Korrelationen er på 0,773832996, hvorfor udviklingen i aktier og AI i større omfang vil følge hinanden. Det er i datasæt 2 endnu mere vanskeligt at diversificere risikoen, idet aktivklasserne indbyrdes har nogle højere korrelationer.

Fælles for datasæt 1 og 2 er, at begge har positive korrelationer i større eller mindre omfang. Det vanskeliggør diversifikationseffekten, hvor det havde været mest optimalt, hvis nogle af aktivklasserne havde en negativ korrelation, således at kursfald i en aktivklasse var blevet neutraliseret ved kursstigning i den anden aktivklasse.

Det er kan blive muligt at få en aktivklasse i datasæt 2 med en negativ korrelation, såfremt de underliggende aktiver, der har den mest negative korrelation, kommer til at fylde mere i aktivklassen. Det er muligt og se den fulde korrelationsmatrice af bilag 2. De underliggende aktiver i datasæt 2 korrelerer forskelligt med hinanden, og for at diversificere spredningen noget mere, vil implementeringen af de negativ korreleret aktiver være hensigtsmæssig. I bilag 2 fremgår det, at BCOMTR indekset (råvareindekset) er den AI, som har den mest negative korrelation til aktier. Ved at øge andelen af BCOMTR i aktivklassen AI, vil korrelationen blive svagere over for aktivklassen aktier. Med det scenarie, at BCOMTR indekset udelukkende var det indeks, som indgik i aktivklassen AI, vil korrelationen mellem aktivklasserne aktier og alternativer være negativ. Dette fordi at de svenske aktier, OMXS30 GI, og globale aktieindeks, MXWD, begge indgår med 50 % i aktivklassen aktier, og korrelationen mellem BCOMTR og OMXS30 GI er -0,44050, og korrelationen mellem BCOMTR og MXWD er 0,38596. Den negative korrelation med OMXS30 GI på -0,44050 er altså større end den positive korrelation med MXWD på 0,38596.

Det er også muligt at øge andelen af IBOXIG indekset (Investment Grade obligationer), fordi dette aktiv korrelerer negativt med alle AI'erne samt MXWD indekset, og meget svagt positivt (tæt på nul) med det svenske OMXS 30GI. Herved implementeres nogle obligationer, som går modsat AI og delvist også aktierne, hvilket giver porteføljen diversificering, og dermed nogle obligationer som kan opveje et potentielt tab på AI og aktier.

3.4 Forventet afkast og standardafvigelse for porteføljerne

Indtil videre har opgaven kunnet konstatere, hvordan de enkelte aktivklassers forventede afkast og standardafvigelse er. Derfor skal aktivklasserne implementeres i porteføljerne med de seks forskellige risikoprofiler for at se, om der er en diversifikationseffekt ved at investere i en portefølje med forskellige aktivklasser frem for udelukkende og investere i en aktivklasse.

Ved anvendelse af formlerne 2.8, 2.9 og 2.10 kan henholdsvis afkastet, variansen og standardafvigelsen for porteføljerne beregnes.

3.4.1 Forventede afkast og standardafvigelse for datasæt 1

Med udgangspunkt i Danske Banks aktivallokering er der sammensat en fordeling af aktivklasser, som anses for værende optimale. Fordelingen fremgår af nedenstående tabel.

Tabel 11 - Forventet afkast og standardafvigelse porteføljerne uden AI datasæt 1

UDEN Alternativer - Datasæt 1						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0%	35%	50%	60%	80%	100%
Obligationer	100%	65%	50%	40%	20%	0%
AI	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Sum	100%	100%	100%	100%	100%	100%
E(r)	3,719%	13,189%	17,247%	19,953%	25,364%	30,776%
Varians	0,00043971	0,00243586	0,00442664	0,00613225	0,01045171	0,01598214
Standardafvigelse	2,097%	4,935%	6,653%	7,831%	10,223%	12,642%

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 1 – Efficiente rand"

I tabel 11 fremgår fordelingen mellem aktier og obligationer i en traditionel portefølje, og ligesom ved forventet afkast og risiko ved de enkelte aktivklasser i afsnit 3.2, tabel 5 og 6, kan det

konkluderes, at forventet afkast og risiko følges ad. Desto højere afkast desto mere risikovillig skal man være.

Senere i opgaven behandles Sharpe Ratio som har stor relevans, når investor skal vurdere, om det giver værdi at øge risikoenheden i forhold til den risikopræmie, der modtages. Det er eksempelvis tankevækkende, at en investor med udelukkende obligationer ”kun” får et afkast på 3,719% men skal acceptere en risiko på 2,097 %, modsat en investor med en forsigtig risikoprofil, som får hele 13,189 % i afkast mod ”kun” at skulle acceptere en risiko på 4,935%. En investor med en portefølje udelukkende med obligationer får altså kun 1,77 gange sit afkast igen målt i forhold til den risikoen, der påtages. Investor med en portefølje med forsigtige risikoprofil får derimod sit afkast 2,67 gange igen, målt i forhold til den risiko, der påtages. Det skal understreges, at udregning af hvor mange gange investor får afkastet igen, målt i forhold til risikoen, ikke er Sharpe Ratio, idet den risikofrie rente ikke er medregnet. Det vil den, som tidligere nævnt, blive senere i opgaven.

I den nedenstående tabel fremgår det forventede afkast, varians og standardafvigelse for den traditionelle portefølje med AI.

Tabel 12 - Forventet afkast og standardafvigelse porteføljerne med AI datasæt 1

Med Alternativer - Datasæt 1						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0%	30%	45%	55%	75%	100%
Obligationer	100%	60%	45%	35%	15%	0%
AI	0%	10%	10%	10%	10%	0%
Sum	100%	100%	100%	100%	100%	100%
E(r)	3,719%	13,823%	17,882%	20,587%	25,999%	30,776%
Varians	0,00043971	0,00199328	0,003798099	0,00537974	0,009451252	0,015982142
Standardafvigelse	2,097%	4,465%	6,163%	7,335%	9,722%	12,642%

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket ”Datasæt 1 – Efficiente rand”

Ligesom ved den traditionelle portefølje uden AI er afkast/risiko mønsteret det samme, hvor det forventede afkastet stiger i takt med, at investor påtager sig mere risiko. Igen er der en markant forskel på, hvor meget afkast kontra risiko investor får ved en portefølje kun med obligationer mod en portefølje med forsigtig risikoprofil.

Sammenlignes afkastet mellem de traditionelle porteføljer og porteføljerne med AI, fremgår det, at samtlige porteføljer med 10% AI ligger lidt højere på afkastet og lavere på risikoen. Afkastet på de

traditionelle porteføljer, fra risikoprofilen forsigtig til høj, ligger mellem 13,189% og 25,364%, som i modsætning til porteføljerne med AI, ligger mellem 13,823% og 25,999%. Samtidig med at afkastet på porteføljerne med AI er lidt højere, er risikoen også lavere. Det ses nemlig af udregningerne, at de traditionelle porteføljer, forsigtig til høj, ligger med en risiko på mellem 4,935% og 10,223%, hvorimod porteføljerne med AI, ligger mellem 4,465% og 9,722%. Porteføljer med 10% AI har altså givet investor et lidt større afkast til en lidt lavere risiko.

3.4.2 Forventede afkast og standardafvigelse for datasæt 2

I dette datasæt er de bagvedliggende observationer trukket fra en længere historik, og det vil tilsvarende være muligt at beregne det forventede afkast og standardafvigelse. Den længere historik gør, at dataene kan være mere valide, idet de er indhentet igennem en 10-årig periode med forskellige markedstilstande.

Fordelingen mellem aktivklasserne er den samme som for datasæt 1, mens de underliggende aktiver er en smule differerende, da det, som tidligere nævnt, ikke var muligt og indhente 10-årige data på alle underliggende aktiver fra datasæt 1.

I nedenstående tabel fremgår aktivfordelingen, det forventede afkast, varians og standardafvigelse fra de traditionelle porteføljer uden alternativer.

Tabel 13 - Forventet afkast og standardafvigelse porteføljerne uden AI datasæt 2

UDEN Alternativer - Datasæt 2						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0%	35%	50%	60%	80%	100%
Obligationer	100%	65%	50%	40%	20%	0%
AI	0%	0%	0%	0%	0%	0%
Sum	100%	100%	100%	100%	100%	100%
E(r)	53,543%	64,195%	68,761%	71,805%	77,892%	83,979%
Varians	0,036533235	0,03764171	0,0438069	0,0498138	0,0663797	0,08901502
Standardafvigelse	19,114%	19,401%	20,930%	22,319%	25,764%	29,835%

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 2 – Efficiente rand"

Selvom de underliggende aktiver i datasæt 2 er forskellige fra datasæt 1, og de historiske data er indhentet over en længere tidshorisont, er det samme mønster, som gør sig gældende - nemlig at afkast og risiko følges ad. Hver gang investor går på i risiko, øges afkastet og risikoen. Det er igen

vigtigt at se på, hvor meget mere afkast investor får ved at øge risikoen, hvilket bliver behandlet senere i opgaven ved udregning af Sharpe Ratio.

Af tabel 13 er det særligt at bemærke, hvor meget mere afkast investor får ved at ændre sin portefølje fra risikoprofilen obligationer til forsigtig. Afkastet øges med 10,653%-point, imens risiko kun øges med 0,288%-point.

Hvis vi tilføjer nogle AI til porteføljen er det måske muligt for investor at øge afkast eller minimere risikoen? Resultatet af porteføljerne med AI fremgår af nedenstående tabel.

Tabel 14 - Forventet afkast og standardafvigelse porteføljerne med AI datasæt 2

Med Alternativer - Datasæt 2						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0%	30%	45%	55%	75%	100%
Obligationer	100%	60%	45%	35%	15%	0%
AI	0%	10%	10%	10%	10%	0%
Sum	100%	100%	100%	100%	100%	100%
E(r)	53,543%	56,066%	60,631%	63,675%	69,762%	83,979%
Varsians	0,036533235	0,03185817	0,037604215	0,043331631	0,059338591	0,089015022
Standardafvigelse	19,114%	17,849%	19,392%	20,816%	24,360%	29,835%

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 2 – Efficiente rand"

Nej, ved første øjekast kan investor ikke øge afkastet ved at implementere AI, men til gengæld reducere lidt at risikoen. Derudover er det overordnede indtryk af udfaldet fra tabel 14 endnu engang, at i takt med at afkastet øges, stiger risikoen også. Det er dog med undtagelse af en portefølje - den forsigtige.

Investor med en portefølje af obligationer vil med fordel kunne omlægge porteføljen til forsigtig, hvorved risikoen reduceres, samtidig med at afkastet stiger. De 5% mindre i aktier, 5% mindre i obligationer og 10% mere i AI bidrager til diversificering og nedbringelse risikoen fra 19,114% til 17,849%. Investor kommer altså til at løbe en mindre risiko, end der er på porteføljen med obligationer, som var 19,114%, og samtidig opnås et større afkast, hvilket er en win-win situation for investor at omlægge porteføljen fra obligationer til forsigtig. Til forskel fra porteføljerne uden AI, er forskellen på obligationsporteføljen og den forsigtige risikoprofil ikke lige så stor. I porteføljerne med AI falder risikoen med 1,625%-point, imens afkastet kun stiger med 2,523 %-point

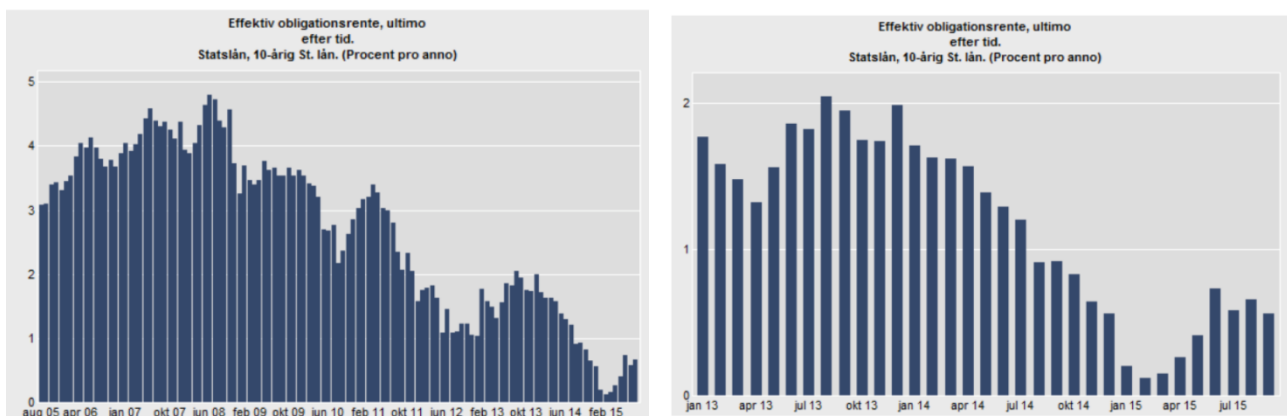
I henhold til afsnit 3.2, tabel 6, har aktivklassen AI leveret et negativ afkast i den 10-årige periode på -12,53 % med en standardafvigelse på 13,93 %. AI har bidraget med negativt afkast for porteføljerne men samtidig også minimering af risikoen, idet standardafvigelsen på aktier og obligationer var højere, hhv. 29,84% og 19,11%.

3.5 Den risikofrie rente

Den risikofrie rente er den rente, investor kan placere sine penge til uden nogen risiko for at tabe dem. Den risikofrie rente skal senere anvendes til udregning af Sharpe Ratio (hældningen på CML linjen), hvorfor den i dette afsnit beregnes.

For at beregne den risikofrie rente ses der på statsobligationer i henhold til Bodie, Kane og Marcus forslag³⁴. Her anvendes renten for en 10-årig statsobligation og i samme valuta, som investeringerne er noteret i. Det betyder, at en 10-årig dansk statsobligation anvendes, og der vælges en rente, som har eksisteret i den periode, analyserne på datasæt 1 og 2 strækker sig over. Derfor er renten, på en 10-årig statsobligation over en periode på cirka 2 år og 9 måneder samt en 10-årig periode, beregnet, og den anvendes som den risikofrie rente. Der er valgt to forskellige risikofrie renter, for at de på bedste vis kan matche antallet af år, der analyseres på i de to datasæt.

Figur 9 - Risikofrie rente



Kilde: <http://www.statistikbanken.dk/MPK22> og <http://www.statistikbanken.dk/MPK22>

Grafen til venstre i figur 9 viser udviklingen i renten på en 10-årig dansk statsobligation. Den har generelt udviklet sig negativt siden juni 2008, hvor den toppede på cirka 4,79%. I 2014 er renten helt nede på 0,56%. Den risikofrie rente bestemmes ud fra gennemsnittet af renten i perioden fra august 2005 til august 2015. Gennemsnitsrenten er i perioden beregnet til 2,71%, og denne rentesats vil blive benyttet som den risikofrie rente, r_t for datasæt 2.

³⁴ Investments, 10th Global edition, Bodie, Kane, Marcus, 2014, side 159

Grafen til højre i figur 9 viser udviklingen i renten på en 10-årig dansk statsobligation i perioden januar 2013 til medio september 2015. Renten har i denne periode toppet i august 2013 på cirka 2,07% men er efterfølgende faldet og bundede februar 2015 på cirka 0,14%. Gennemsnitsrenten er i perioden beregnet til 1,176%, og denne rentesats vil blive benyttet som den risikofrie rente, rt for datasæt 1.

Den nuværende rente på en statsobligation er meget lav, men det vil den ikke vil være i al evighed. Derfor er der taget et gennemsnit af renten, da den nuværende lave rente ikke er retvisende for den fremtidige risikofrie rente.

3.6 Den effiente rand

Der vil i dette afsnit blive sammensat en portefølje for MVP, tangentporteføljen og for hhv. traditionelle porteføljer og porteføljer med AI. Herefter vil det blive illustreret, hvordan de ligger på den effiente rand.

3.6.1 Porteføljerne fra datasæt 1 på den effiente rand

For de traditionelle porteføljer og porteføljer med AI er der beregnet adskillige porteføljekombinationer, som skal danne den effiente rand. I nedenstående tabel fremgår de beregnede porteføljekombinationer ved anvendelse af formel 2.6 og 2.7 til udregning af de nedenstående risici samt Solver funktionen til anvendelse af udregning af MVP for tre aktivklasser, jf. figur 5 i afsnit 5.2.1.

Tabel 15 - Porteføljekombinationer uden og med AI datasæt 1

UDEN ALTERNATIVER							MED ALTERNATIVER						
Aktier	Obligationer	Alternativer	Førværet afkast	Risiko	Risikofri rente	RTVT	Aktier	Obligationer	Alternativer	Førværet afkast	Risiko	Risikofri rente	RTVT
0%	100%	0%	3,739%	2,022%	1,176%	1,213	0%	100%	0%	3,719%	2,022%	1,176%	1,213
5%	95%	0%	5,072%	2,231%	1,176%	1,146	0%	90%	10%	5,706%	2,022%	1,176%	1,192
10%	90%	0%	6,423%	2,513%	1,176%	2,088	5%	85%	10%	7,039%	2,234%	1,176%	2,634
15%	85%	0%	7,777%	2,900%	1,176%	2,276	10%	80%	10%	8,412%	2,543%	1,176%	2,846
20%	80%	0%	9,130%	3,356%	1,176%	2,370	15%	75%	10%	9,766%	2,849%	1,176%	2,972
25%	75%	0%	10,483%	3,856%	1,176%	2,413	20%	70%	10%	11,117%	3,418%	1,176%	2,968
30%	70%	0%	11,838%	4,386%	1,176%	2,431	25%	65%	10%	12,470%	3,928%	1,176%	2,875
35%	65%	0%	13,189%	4,935%	1,176%	2,434	30%	60%	10%	13,823%	4,465%	1,176%	2,833
40%	60%	0%	14,542%	5,499%	1,176%	2,431	35%	55%	10%	15,176%	5,019%	1,176%	2,789
45%	55%	0%	15,895%	6,072%	1,176%	2,424	40%	50%	10%	16,529%	5,586%	1,176%	2,748
50%	50%	0%	17,247%	6,653%	1,176%	2,416	45%	45%	10%	17,882%	6,163%	1,176%	2,711
55%	45%	0%	18,600%	7,240%	1,176%	2,407	50%	40%	10%	19,234%	6,746%	1,176%	2,677
60%	40%	0%	19,953%	7,831%	1,176%	2,398	55%	35%	10%	20,587%	7,335%	1,176%	2,647
65%	35%	0%	21,306%	8,425%	1,176%	2,389	60%	30%	10%	21,940%	7,927%	1,176%	2,619
70%	30%	0%	22,659%	9,023%	1,176%	2,381	65%	25%	10%	23,293%	8,523%	1,176%	2,595
75%	25%	0%	24,012%	9,622%	1,176%	2,373	70%	20%	10%	24,646%	9,121%	1,176%	2,573
80%	20%	0%	25,364%	10,223%	1,176%	2,366	75%	15%	10%	25,999%	9,722%	1,176%	2,553
85%	15%	0%	26,717%	10,836%	1,176%	2,359	80%	10%	10%	27,351%	10,324%	1,176%	2,535
90%	10%	0%	28,070%	11,450%	1,176%	2,353	85%	5%	10%	28,704%	10,928%	1,176%	2,519
95%	5%	0%	29,423%	12,065%	1,176%	2,347	90%	0%	10%	30,057%	11,532%	1,176%	2,504
100%	0%	0%	30,776%	12,682%	1,176%	2,341	100%	0%	0%	30,776%	12,642%	1,176%	2,341

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 1 – Efficiente rand"

I ovenstående tabel fremgår nogle mulige porteføljekombinationer inklusiv de porteføljekombinationer, som Danske Bank har fastsat jf. tabel 2.

De gult markerede porteføljer er MVP porteføljerne, og de grønne er tangentporteføljerne.

3.6.1.1 Minimumvarians porteføljen

Ved anvendelse af Solver funktionen i Excel er MVP for porteføljerne med og uden AI fundet³⁵.

For at finde MVP ved hjælp af Solver, skal det angives, at standardafvigelsen for porteføljen skal minimeres ved at ændre sammensætningen mellem aktivklasserne. Derudover skal de tre betingelser fra afsnit 2.5.1 overholdes. For at overholde betingelse nr. 1 skal der indskrives i Solver, at summen af de tre vægtede aktivklasser (eller to, når det er porteføljen uden AI) til sammen skal

³⁵ I excelarket, Datasæt 2 fremgår hvordan MVP er fundet ved anvendelse af Solver Funktionen

summere til 100%. Betingelse 2 opfyldes ved at angive, at aktivklasserne som minimum skal indgå i porteføljen med 0 eller større andel for at imødekomme kortsalgsmulighederne.

Herved fremkommer resultatet, at der i MVP for den traditionelle portefølje skal investeres 100% i obligationer, og MVP for traditionelle porteføljer med AI skal investeres 90% obligationer og 10% AI.

Det kan ved første øjekast på den traditionelle portefølje undre, at MVP findes ved investering i 100 % obligationer, fordi diversifikationseffekten gerne skulle spille ind, hvis der også kom nogle aktier med i porteføljen. Der kan være to årsager til, at det ikke nedbringer risikoen at implementere nogle aktier i MVP. Den første årsag er korrelationen mellem aktier og obligationer, som er positiv på 0,24. Udviklingen i aktier og obligationer er positiv, og selvom de ikke følger hinanden perfekt (i så fald havde korrelationen været 1), så vil begge aktivklasser stige og falde samtidig, hvilket ikke diversificerer porteføljens risiko tilstrækkeligt. Den anden årsag er de underliggende aktiver i aktivklassen obligationer. Det er en væsentlig faktor, at det ikke kun er en almindelig stats- eller realkreditobligation, som er underliggende i aktivklassen obligationer men derimod obligationer med forskellig risikoaversioner, herunder High Yield obligationer, som er obligationer med en større risiko men til gengæld også et større afkast. Den store spredning af obligationstyper i aktivklassen obligationere bidrager med en god diversifikation, som aktier ikke vil kunne matche med mindre risikoen øges tilsvarende.

For at udregne MVP med AI anvendes samme fremgangsmåde ved hjælp af Solver funktionen, dog med den ekstra betingelse af der minimum skal være 10% i AI, som er på lige vilkår med de seks porteføljer med AI i datasæt 1 og 2. Resultatet blev 10% i AI og 90% i obligationer. Investor kan med fordel investere 10% i AI og nedbringe risikoen fra 2,097% til 2,067% og som bonus forvente et afkast fra 3,719% til 5,706%.

En rationel risikoavers investor vil altså vælge en MVP bestående af 10% AI og 90% obligationer, idet denne portefølje har den lavest risiko.

3.6.1.2 Kapitalmarkedslinjen (CML)

Til udregning af CML er anvendt de i tabel 15 porteføljekombinationer. Ved at inddrage kombinationsmuligheden med den risikofrie rente kan CML udregnes ved formel 3.13. Resultatet fra formel 3.13 fremgår af kolonnen RTVT. Den porteføljekombination, hvor RTVT er højest, angiver tangentporteføljen, og er der, hvor CML tangerer den efficiente rand.

I porteføljen uden AI er den højeste RTVT og dermed hældningen på CML på 2,434. Dette er ved en porteføljesammensætning på 35% aktier og 65% obligationer svarende til samme porteføljekombination som "forsigtig".

RTVT (hældningen) på CML er også kendt som Sharpe Ratio, hvorfor den ved det højeste RTVT giver investor den største risikopræmie pr. risikoenhed, der påtages. Investor kan altså ikke vælge nogle af de andre porteføljekombinationer, hvor det er muligt og få en højere risikopræmie end 2,434 for hver risikoenhed, der påtages.

CML starter i den risikofrie rente på 1,176% på y-aksen og laver en lineær linje med en hældning på 2,434, hvorefter den vil tangere den efficiente rand i punktet for porteføljen "forsigtig", også kaldet tangentporteføljen. Investor har altså mulighed for at få et afkast over den inefficiente rand, samt den efficiente rand fra MVP til tangentporteføljen, hvilket skal ske ved at kombinere den risikofrie rente med nogle aktiver for at holde sig på CML. Hvis investor ønsker et højere afkast end tangentporteføljen og ikke ønsker at placere sig på den efficiente rand, er han nødsaget til at geare investeringerne (kort salg) for at maksimere afkastet til samme risiko.

Ved anvendelse af formel 2.13 er CML givet ved:

$$E(r_c) = 1,176 + 2,434 * \sigma(r_c)$$

Ved anvendelse af formel 2.11 og 2.12 er det muligt at bestemme den kombinerede porteføljes forventede afkast og risiko ved en given fordeling mellem det risikofrie aktiv og den i tabel 16 udregnede portefølje bestående af 35% obligationer og 65% aktier. Antages eksempelvis, at det risikofyldte aktiv skal indgå med 60% og 40% i risikofrit aktiv, vil følgende punkt være at finde på CML, inden den tangerer tangentporteføljen.

Formel 2.11 (afkast): $8,38\% = 1,176 + 0,60*(13,189-1,176)$

Formel 2.12 (standardafvigelse): $2,96\% = 0,6 * 4,935$

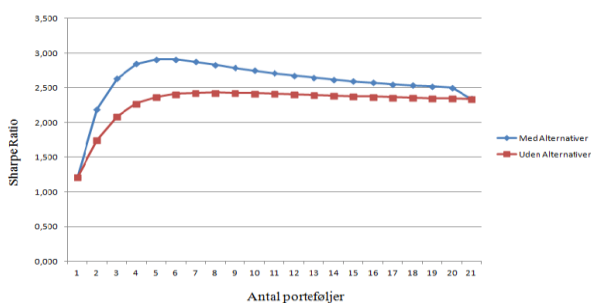
Investor kan med fordel placere 60% i en risikofyldt portefølje og 40% i det risikofrie aktiv og forvente en portefølje på CML med forventet afkast på 8,38% og standardafvigelse på 2,96%, hvilket er højere, end hvis porteføljen fulgte den efficiente rand.

CML for porteføljekombinationerne med AI har en højere RTVT på 2,912, hvilket betyder, at investor kan omlægge en traditionel portefølje til en portefølje med AI og få en højere risikopræmie pr. risikoenhed, investor har påtaget sig. Sammenlignes samtlige porteføljekombinationer med og uden AI, kan det konkluderes, at investor vil modtage en højere risikopræmie pr. risikoenhed ved at investere i porteføljer med AI.

Figur 10 - Sharpe Ratio på porteføljer uden og med AI - datasæt 1

porteføljekombinationer med AI overperformer tilsvarende porteføljekombinationer uden AI. Det er den første og sidste porteføljekombination Sharpe Ratio er ens, hvilket skyldes, at

Figur 10 illustrerer grafisk, hvordan samtlige



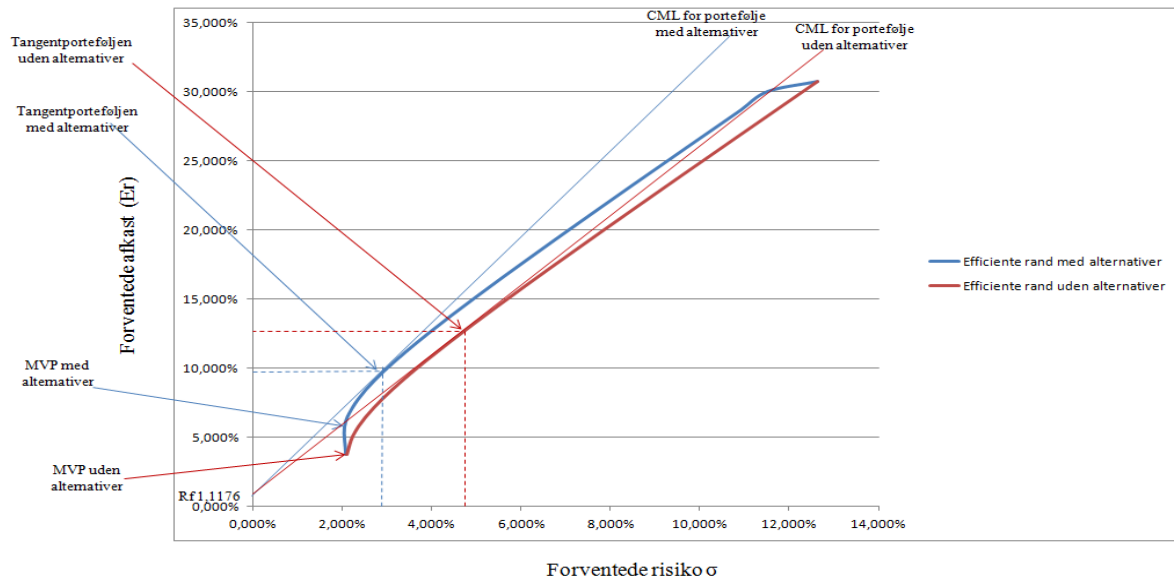
kun
hvor

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 1 – Efficiente rand"

porteføljekombinationerne er ens i disse porteføljer. Det er samtidig værd at bemærke, at der, hvor AI har den største indflydelse på Sharpe Ratio, er i porteføljerne med flest obligationer. I de porteføljer, hvor obligationer vægter tungest, bidrager AI til øget afkast mod en højere risiko. Af Sharpe Ratio grafen kan det konkluderes, at AI bidrager med langt mere afkast, end hvad risikoen øges med, hvorfor risikopræmien er højest for porteføljer med AI. Når aktierne begynder at vægte tungere i porteføljerne, vil afkastet gradvist blive neutraliseret med en tilsvarende højere risiko. Porteføljer med tung andel af aktier vil derfor have glæde af AI for at diversificere porteføljen og nedbringe risikoen på bekostning af, at afkastet også reduceres.

Samler vi de beregnede porteføljekombinationer, MVP og CML for den traditionelle portefølje og portefølje med AI, fremgår de af nedenstående graf.

Figur 11 - Den efficiente rand - datasæt 1



Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 1 – Efficiente rand"

Af figur 11 er det grafisk illustreret, at ved investering i AI er det muligt at få nogle porteføljekombinationer, som er mere efficiente end porteføljekombinationer uden AI. Investor har altså mulighed for at øge afkastet til samme risiko eller minimere risikoen til samme afkast ved at vælge en portefølje med AI. Den rationelle og risikoaverse investor vil vælge MVP med AI, da det her er muligt og få en portefølje med mindst mulig risiko. Det er ikke en mulighed for den mest risikoaverse investor at drive risikoen helt ned til nul, ved at blive helt væk fra markedet, fordi investor stadig vil kunne tabe penge på inflationen.

3.6.2 Porteføljerne fra datasæt 2 på den efficiente rand

Nu vælges datasæt 2, hvor der er en længere tidshorisont og andre underliggende aktiver i aktivklasserne for at se, om det har indflydelse på den efficiente rand, MVP og CML.

I nedenstående tabel fremgår adskillige porteføljekombinationer.

Tabel 16 - Porteføljekombinationer uden og med AI datasæt 2

UDEN ALTERNATIVER							MED ALTERNATIVER						
Aktier	Obligationer	Alternativer	Forventet afkast	Risiko	Risikofri rente	RTVT	Aktier	Obligationer	Alternativer	Forventet afkast	Risiko	Risikofri rente	RTVT
0,00%	100,00%	0%	53,543%	19,114%	2,710%	2,659	0,00%	100,00%	0,0%	53,543%	19,114%	2,710%	2,659
5,00%	95,00%	0%	53,063%	18,856%	2,710%	2,777	0,00%	90,00%	10,0%	46,935%	17,495%	2,710%	2,528
10,00%	90,00%	0%	56,596%	18,040%	2,710%	2,882	5,00%	85,00%	10,0%	48,457%	17,282%	2,710%	2,647
15,42%	84,58%	0%	59,230%	18,620%	2,710%	2,959	10,78%	79,22%	10,0%	50,316%	17,171%	2,710%	2,767
20,00%	80,00%	0%	59,630%	18,679%	2,710%	3,047	15,00%	75,00%	10,0%	51,501%	17,187%	2,710%	2,839
25,00%	75,00%	0%	61,152%	18,822%	2,710%	3,185	20,00%	70,00%	10,0%	53,022%	17,299%	2,710%	2,908
30,00%	70,00%	0%	62,674%	19,064%	2,710%	3,145	25,00%	65,00%	10,0%	54,544%	17,522%	2,710%	2,958
35,00%	65,00%	0%	64,195%	19,401%	2,710%	3,169	30,00%	60,00%	10,0%	56,066%	17,849%	2,710%	2,989
40,00%	60,00%	0%	65,717%	19,829%	2,710%	3,178	35,00%	55,00%	10,0%	57,588%	18,274%	2,710%	3,003
45,00%	55,00%	0%	67,239%	20,340%	2,710%	3,172	40,00%	50,00%	10,0%	59,110%	18,791%	2,710%	3,001
50,00%	50,00%	0%	68,761%	20,930%	2,710%	3,156	45,00%	45,00%	10,0%	60,631%	19,392%	2,710%	2,987
55,00%	45,00%	0%	70,283%	21,592%	2,710%	3,130	50,00%	40,00%	10,0%	62,153%	20,069%	2,710%	2,962
60,00%	40,00%	0%	71,805%	22,319%	2,710%	3,096	55,00%	35,00%	10,0%	63,675%	20,816%	2,710%	2,929
65,00%	35,00%	0%	73,326%	23,105%	2,710%	3,056	60,00%	30,00%	10,0%	65,197%	21,625%	2,710%	2,890
70,00%	30,00%	0%	74,848%	23,945%	2,710%	3,013	65,00%	25,00%	10,0%	66,719%	22,489%	2,710%	2,846
75,00%	25,00%	0%	76,370%	24,833%	2,710%	2,966	70,00%	20,00%	10,0%	68,241%	23,403%	2,710%	2,800
80,00%	20,00%	0%	77,892%	25,764%	2,710%	2,918	75,00%	15,00%	10,0%	69,762%	24,360%	2,710%	2,753
85,00%	15,00%	0%	79,414%	26,734%	2,710%	2,869	80,00%	10,00%	10,0%	71,284%	25,355%	2,710%	2,705
90,00%	10,00%	0%	80,936%	27,738%	2,710%	2,820	85,00%	5,00%	10,0%	72,806%	26,385%	2,710%	2,657
95,00%	5,00%	0%	82,457%	28,773%	2,710%	2,772	90,00%	0,00%	10,0%	74,328%	27,446%	2,710%	2,609
100,00%	0,00%	0%	83,979%	29,835%	2,710%	2,724	100,00%	0,0%	0,0%	83,979%	29,835%	2,710%	2,724

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 2 – Efficiente rand"

I ovenstående tabel fremgår nogle mulige porteføljekombinationer, inklusiv de porteføljekombinationer som Danske Bank har fastsat jf. tabel 2.

De gult markerede porteføljer er MVP porteføljerne, og de grønne er tangentporteføljerne.

3.6.2.1 Minimumvarians porteføljen

For udregning af MVP uden og med AI anvendes Solver funktionen i Excel.

De samme betingelser som i afsnit 3.6.1.1 skal være opfyldt, herunder at porteføljevægtene skal summere til 100%, og at kortsalg ikke er tilladt.

Efter udregningerne er resultatet, at der i MVP for den traditionelle portefølje skal investeres 84,58% i obligationer og 15,42% i aktier, og MVP for porteføljerne med AI skal investeres 79,22% i obligationer, 10,78% i aktier og 10% i AI, da det er en forudsætning, at 10% investeres i AI. Anvender investor disse porteføljesammensætninger, er risikoen for MVP hhv. 18,636% og 17,171%. Med udgangspunkt i en 10-årig historik og delvis andre underliggende aktiver i aktivklasserne er MVP med AI at foretrække for den rationelle og risikoaverse investor, da det er her, den lavest mulige risiko opnås.

3.6.2.2 Kapitalmarkedslinjen (CML)

Til udregning af CML er anvendt de i tabel 16 porteføljekombinationer. Fremgangsmåden er igen den samme som i afsnit 3.6.1.2, hvor kombinationsmuligheden med den risikofrie rente inddrages, og CML kan udregnes ved formel 3.13. Resultatet fra formel 3.13 fremgår igen af kolonnen RTVT. Porteføljekombinationen med den højeste RTVT er 3,178 for en porteføljekombination uden AI og 3,003 for en portefølje med AI.

Hældningen på CML for en portefølje uden AI er 3,178, og dette er ved en porteføljesammensætning på 40% aktier og 60% obligationer svarende til en porteføljekombination som ligger mellem Danske Banks angivende kombinationer forsigtig- og middelrisikoprofil. Ved en fordeling på 40% aktier og 60% obligationer findes den højeste RTVT på 3,178, også kaldt Sharpe Ratio, hvor investor får den højest mulige risikopræmie af alle porteføljekombinationerne uden AI i tabel 16.

CML starter i den risikofrie rente på 2,71% på y-aksen, og laver ud fra startpunktet en lineær linje med en hældning på 3,178, og den vil tangere den efficiente rand ved en porteføljekombination på 40% aktier og 60% obligationer også kaldt tangentporteføljen. Investor har også her mulighed for at få et afkast, som er højere end den inefficente rand samt den efficiente rand fra MVP til tangentporteføljen. Dette sker ved at sammensætte en portefølje, som ligger på CML, indtil den tangerer tangentporteføljen. Sammensætning skal ske ved at kombinere den risikofrie rente med nogle aktiver for at holde sig på CML. Med ønske om et højere afkast end hvad tangentporteføljen og den efficiente rand kan levere, skal investor have mulighed for at geare investeringerne (kort salg) for at maksimere afkastet til samme risiko som den efficiente rand. Såfremt investor har mulighed for kortsalg, vil det være muligt at kunne lave en porteføljekombination, som ligger til højre for tangentporteføljen på CML.

Ved anvendelse af formel 2.13 er CML givet ved:

$$E(r_c) = 2,71 + 3,178 * \sigma(r_c)$$

Det er igen muligt at finde en porteføljes afkast og risiko på CML ved anvendelse af formel 2.11 og 2.12, ud fra en given fordelingen mellem det risikofyldte og risikofrie aktiv. Eksempelvis kan

risikofyldte aktiver indgå med 40% og 60% i risikofrit aktiv, hvor følgende punkt vil være at finde på CML, inden den tangerer tangentporteføljen.

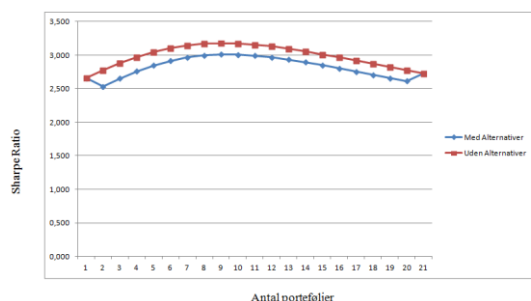
Formel 2.11 (afkast): $27,91 \% = 2,71 + 0,40 \cdot (65,717 - 2,71)$

Formel 2.12 (standardafvigelsen): $7,93\% = 0,4 \cdot 19,829$

Placerer investor 40 % i en risikofyldt portefølje og 60% i det risikofrie aktiv, og forvente en portefølje på CML med forventet afkast på 27,91% og standardafvigelse på 7,93%, hvilket er højere end hvis porteføljen fulgte den efficiente rand.

CML for porteføljekombinationerne med AI har en lavere RTVT på 3,003, hvilket betyder at investor kan omlægge en portefølje med AI til en traditionel portefølje og få en højere risikopræmie pr. risikoenhed, som påtages. Sammenlignes samtlige porteføljekombinationer uden og med AI fra tabel 16, kan det konkluderes, at investor vil modtage en højere risikopræmie pr. risikoenhed i alle porteføljekombinationer ved at investere i traditionelle porteføljer.

Figur 12 - Sharpe Ratio på porteføljer uden og med AI - datasæt 2



Kilde: Egen tilvirkning

Figur 12 illustrerer grafisk, hvordan samtlige

porteføljekombinationer med AI underperformer tilsvarende porteføljekombinationer uden AI. Modsat datasæt 1 har tidshorisonten og de delvis anderledes underliggende aktiver (anderledes i forhold til datasæt 1) gjort, at Sharpe Ratio i alle porteføljekombinationer

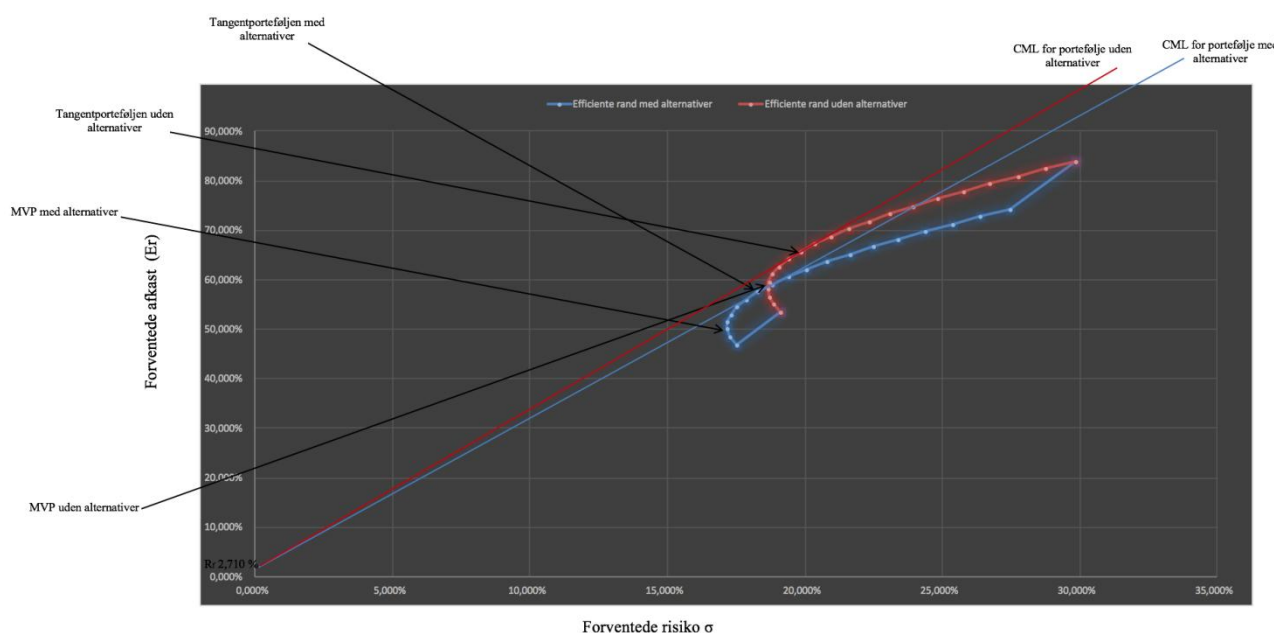
med AI underperformer de traditionelle porteføljer. Investor opnår ikke et højere afkast målt i forhold til risikoen ved at implementere AI, hvilket der kan være to årsager til. Den ene årsag er manglende diversifikationseffekt og dermed nedbringelse af risikoen. Der er ikke meget diversifikationseffekt, hvilket skyldes den høje korrelation mellem AI og aktier samt AI og obligationer. Som tidligere nævnt i afsnit 3.3.2 var korrelationen mellem AI og aktier 0,773832996, og mellem AI og obligationer 0,435583307. Den anden årsag er, at AI igennem den 10-årige periode har haft et negativt afkast på 12,53, hvilket nedbringer porteføljeafkastet i større omfang end nedbringelse af risikoen.

Det er værd at bemærke, at ligesom Sharpe Ratio var størst i de mindst risikobetonede porteføljer fra datasæt 1, er forskellen også størst her - blot med omvendt ordstilling, så det er porteføljer med AI og lavere risiko, der er hårdest ramt som følge af AI's høje korrelation med aktier og obligationer samt dårlige afkast. Når der implementeres flere aktier, begynder Sharpe Ratio spændet mellem portefølje uden og med AI at indskrænkes, fordi aktierne genererer et højere afkast til porteføljen mod, at nogle obligationer forsvinder.

Af grafen i figur 12 kan det altså bevises, at AI bidrager med negativt og langt ringere afkast end, hvad risikoen øges med, hvorfor risikopræmien er lavest på porteføljer med AI. Når aktierne begynder at vægte tungere i porteføljerne med AI, vil det høje afkast i aktierne gradvist neutralisere lidt af det tab, AI har bidraget med, uden at risikoen for porteføljen øges markant. Dette fordi aktiernes tungere vægte i porteføljen sker på baggrund af færre obligationer, hvilket øger risikoen en smule, men afkastet i større omfang, og dermed en indskrænkelse af spændet mellem Sharpe Ratio på porteføljer uden og med AI.

Endnu engang samles de beregnede porteføljekombinationer, MVP og CML for den traditionelle portefølje og portefølje med AI, og resultatet fremgår af nedenstående graf.

Figur 13 - Den efficiente rand - datasæt 2



Kilde: Egen tilvirkning, Excel arkent "Datasæt 2 – Efficiente rand"

Af figur 13 fremgår den efficiente rand for porteføljekombinationerne i tabel 16, MVP og CML for porteføljekombinationer uden og med AI. Alle porteføljer som ligger under MVP er inefficiente og ikke en del af den efficiente rand.

Figur 13 viser, at en investor med stor fordel kan investere i en porteføljekombination uden AI. Herved er det muligt at få et højere afkast til samme risiko eller samme afkast til lavere risiko. Hvis investor ønsker en lavere risiko end, hvad porteføljerne uden AI kan tilbyde, er det ikke en fordel at placere sig på den efficiente rand for porteføljerne med AI men derimod på CML for porteføljerne uden AI (den røde lineære linje), hvor investor kan opnå det samme afkast som den efficiente rand for portefølje med AI men til en lavere risiko.

3.7 Vigtige nøgletal

Indtil nu har vi set, at størrelsen på porteføljens risiko hænger sammen med investors risikovillighed. Derfor er det oplagt at se nærmere på, hvor meget porteføljeværdierne forventes at falde over en given periode og med en given sandsynlighed.

I den netop gennemgåede porteføljeteori har det været en antagelse, at afkastet var normalfordelt men ved udregning af VaR, beregnes der efter scenarierne om at afkastet er normalfordelt og historisk. VaR vil derfor blive udregnet på to måder: som den parametriske VaR (normalfordelt) og den ikke parametriske VaR (historiske simulation), for at sikre at ingen af dem under- eller overvurderer den reelle risiko.

Afslutningsvis bliver Expected Shortfall også beregnet for at se, hvor stort et tab investor kan forvente, hvis worst case scenarier indtræffer.

3.7.1 Value-at-Risk

VaR er beregnet i Excel med udgangspunkt i formel 2.14 og med et konfindensinterval på 90% og 95%.

Ingen investorer ønsker et tab, men når faldende markeder ikke kan forudsiges, vil det være nærliggende at se nærmere på, hvor meget downside-risikoen er ved at holde en position i en af de analyserede porteføljer.

3.7.1.1 Value-at-Risk på datasæt 1

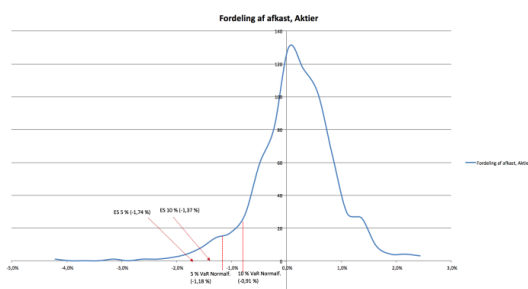
VaR beregning på datasæt 1 er baseret på daglige observationer, og resultaterne er derfor det daglige VaR, også kaldet DeaR (Daily earnings Risk)³⁶.

Inden VaR beregnes på porteføljerne, er det nærliggende at teste, om aktivklasserne er normalfordelte, hvilket gøres ved at teste for skævhed og kurtosis. Her anvendes formlerne 2.15 og 2.16, eller "SKEW" OG "TOPSTEJL" i Excel.

Beregningen af parametrisk VaR kan antages at være valid, hvis testen angiver, at afkastene i de tre aktivklasser er normalfordelt.

³⁶ Christensen Michael, Pedersen Frank: Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse, 3 udgave, s 107

Figur 14 - Test af normalfordeling, aktivklasse: aktier - datasæt 1



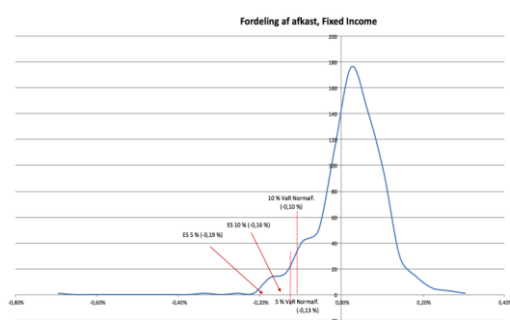
Kilde: Egen tilvirkning

været nul, hvis det var normalfordelt.

Udregningen af kurtosis på 2,7168 angiver samtidigt, at kurven for afkastfordelingen er lidt stejlere, end hvis afkastet havde været normalfordelt, hvor kurtosis i så fald havde været 3. Aktivklassen aktier har i nogle perioder flere ekstreme udfald i afkastet, hvilket går godt i tråd med, at den også har federe haler end normalfordelingen, da der ligger flere observationer i halerne.

Aktivklassen obligationer er heller ikke normalfordelt, hvilket fremgår af nedenstående graf.

Figur 15 - Test af normalfordeling, aktivklasse: obligationer - datasæt 1



Kilde: Egen tilvirkning

Kurtosis på 7,6962 angiver, til forskel fra aktierne og normalfordelingen, at afkastfordelingen vil have mindre fede haler og færre ekstreme udfald i det forventede afkast for obligationer.

I figur 14 fremstår en graf som illustrerer at aktivklassen aktier ikke er normalfordelt. Grafen danner ikke en symmetrisk og ”klokkeformet” facon ligesom grafen i figur 8, afsnit 2.6.1 om VaR og ES.

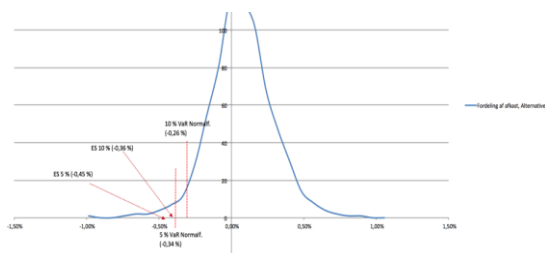
Grafen i figur 14 illustrerer en lang venstre hale, hvilket bekræftes ved at se på udregningen af skævheden (skewness), som er beregnet til -0,4953³⁷. Den negative skævhed betyder, at afkastet er venstreskæv og ville have

Af figur 15 fremgår det, at afkastet fra obligationerne har en meget lang venstre hale. Beregner vi igen skævheden (skewness), bliver resultatet 1,0082³⁸, hvilket bekræfter, at afkastet er venstreskæv. Den større venstreskævhed på obligationer i forhold til aktier betyder, at obligationer i højere grad har en mere asymmetrisk fordeling end aktier og end normalfordelingen.

³⁷ Se vedlagt data i excel arket – faneblad ”VaR og ES aktivklasserne”

³⁸ Se vedlagt data i excel arket – faneblad ”VaR og ES aktivklasserne”

Figur 16 - Test af normalfordeling, aktivklasse: AI - datasæt 1



Kilde: Egen tilvirkning

Den sidste aktivklasse er AI, som grafisk er illustreret i figur 16. Af den lidt asymmetriske og ikke helt så fine ”klokkeformede” graf fremgår det endnu engang, at afkastet ikke er normalfordelt.

Til forskel fra aktivklasserne aktier og obligationer er skævheden her positiv og beregnet til 0,1004³⁹, hvilket betyder, at fordelingen er højreskæv. En skævhed på nul er lig med en normalfordeling, hvorfor

aktivklassen AI er tæt på en normalfordeling af afkastet.

AI har den mindste kurtosis af alle aktivklasserne på 1,9957 og er samtidig lavere end normalfordelingen, hvilket betyder at aktivklassen AI tenderer til flere ekstreme udfald i det forventede afkast. Derudover har AI også de fedeste haler, hvilket betyder, at der ligger flere observationer i halerne, og endnu engang bekræftes, at der har været flere ekstreme udfald.

Vi har indtil videre kunne vise, at ingen af de tre aktivklasser er perfekt normalfordelt, men fordi datasæt 1 ikke har så lang en historik, kan det ikke afvises, at afkastet over en længere horisont er normalfordelt.

Sammenlægges aktivklasserne, så porteføljerne dannes, vil VaR, skævhed og kurtosis være som nedenfor i tabel 17.

Tabel 17 - VaR, Skævhed og Kurtosis uden AI – datasæt 1

Uden Alternativer - Datasæt 1						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0	35	50	60	80	100
Fixed Income	100	65	50	40	20	0
Alternativer	0	0	0	0	0	0
	100	100	100	100	100	100
VaR (normalfordeling) 10 %	-0,10%	-0,38%	-0,51%	-0,60%	-0,76%	-0,91%
VaR (normalfordeling) 5 %	-0,13%	-0,49%	-0,66%	-0,77%	-0,99%	-1,18%
VaR (historisk) 10 %	-0,10%	-0,35%	-0,46%	-0,53%	-0,66%	-0,80%
VaR (historisk) 5 %	-0,14%	-0,52%	-0,70%	-0,81%	-1,04%	-1,23%
Skævhed	-1,008	-0,6157	-0,5657	-0,5446	-0,5155	-0,4953
Kurtosis	7,6962	3,5698	3,2035	3,0555	2,8544	2,7168

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket ”Datasæt 1 –VaR og ES”

³⁹ Se vedlagt data i excel arket – faneblad ”VaR og ES aktivklasserne”

Af ovenstående tabel fremgår det, at VaR for porteføljen med mindst mulig risiko har de laveste VaR på mellem -0,10% og -0,14%, og porteføljen med mest mulig risiko har de højeste VaR på mellem -0,80% og -1,23% for henholdsvis 90% konfindensinterval og 95% konfindensinterval. Igen falder det godt i tråd med, at jo højere afkast investor ønsker, jo højere er risikoen for at tabe noget af formuen.

VaR er beregnet med både 90% og 95% konfindensinterval til måling af den statistiske usikkerhed, hvor 95% konfindensinterval er det mest konkretiserende. konfindensinterval er valgt ud fra de sandsynligheder, Danske Bank opererer med. I dette tilfælde angiver VaR, hvor meget porteføljerne med 90% og 95% sandsynlighed maksimalt kommer til at tabe pr. dag. Investor kan af ovenstående tabel se, at vælges en risikofyldt portefølje, eksempelvis aktier, vil porteføljen i tilfælde af faldende kurser med 90% sandsynlighed ikke tabe mere end 0,80 % pr. dag og med 95% sandsynlighed ikke tabe mere 1,23 % pr. dag. Disse statistiske sandsynligheder er baseret på historisk data, hvilket gør, at historien skal gentage sig, for at sandsynlighederne er valide. Samtidig er de statistiske sandsynligheder målt over en kort tidshorisont (707 dage), som var en periode præget af høje aktiekurser og stigende obligationskurser i kølvandet af gentagne rentenedsættelser, hvilket med stor sandsynlighed ikke vil ske de kommende 15 år eller mere.

Hvor stor en betydning det har for VaR, om det er beregnet parametrisk eller ikke parametrisk, fremgår også af tabellen. Her vises det, at den parametriske VaR 10% ligger højere end ikke parametrisk VaR 10%, og omvendt ligger den parametriske VaR 5% lavere end den ikke parametriske VaR.

Med udgangspunkt i en portefølje med høj risikoprofil vil investor med 90% sandsynlighed ikke tabe mere end 0,66% pr. dag ved det ikke parametriske VaR og 0,76% ved det parametriske VaR. Aktivklasserne er ikke normalfordelt, og når de sammensættes som en portefølje, er de fortsat ikke normalfordelte, hvilket bekræftes ved at se porteføljens skævhed på -0,5551 og dermed en venstreskæv fordeling. Samtidig har porteføljen en kurtosis på 2,8544, hvilket angiver, at afkastene kan have mere ekstreme udfald end normalfordelt afkast. Med udgangspunkt i porteføljen med høj risikoprofil vil den parametriske VaR dermed overvurdere den reelle risiko for tab ved 90% sandsynlighed. Ser vi på VaR 5% er det den parametriske VaR som undervurderer den reelle risiko, idet den parametriske VaR angiver -0,99%, og den ikke-parametriske VaR angiver -1,04%. Tager

investor derfor udgangspunkt i den parametriske VaR, og historien gentager sig, vil investor med 90% sandsynlighed få et mindre tab end forventet men med 95% sandsynlighed få et større tab end forventet. Det er vigtigt at bemærke, at jo større konfindensinterval der er valgt, jo højere vil den parametriske VaR ligge i forhold til den ikke-parametriske VaR, hvilket skyldes, at flere afkastfordelinger kan medregnes.

Gradvist med at aktieandelen vægter mere i porteføljerne, bliver venstreskævheden mindre, idet der er færre ekstreme udfald. Det er også i overensstemmelse med, at kurtosis gradvist falder, hvorfor halerne bliver federe, idet udfaldene bliver mere ekstreme, og det ikke nogen overraskelse, da porteføljer med større vægt af aktier er forbundet med større risiko og udsving.

Ser vi nærmere på VaR, skævhed og kurtosis for samme porteføljer, men med AI, er følgende dataer i tabel 18 beregnet.

Tabel 18 - VaR, Skævhed og Kurtosis med AI – datasæt 1

Med Alternativer - Datasæt 1						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0	30	45	55	75	100
Fixed Income	100	60	45	35	15	0
Alternativer	0	10	10	10	10	0
	100	100	100	100	100	100
VaR (normalfordeling) 10 %	-0,10%	-0,33%	-0,46%	-0,55%	-0,71%	-0,91%
VaR (normalfordeling) 5 %	-0,13%	-0,43%	-0,60%	-0,71%	-0,93%	-1,18%
VaR (historisk) 10 %	-0,09%	-0,29%	-0,42%	-0,50%	-0,62%	-0,80%
VaR (historisk) 5 %	-0,13%	-0,44%	-0,64%	-0,76%	-0,99%	-1,23%
Skævhed	-1,0082	-0,6614	-0,5928	-0,5654	-0,5292	-0,4953
Kurtosis	7,6962	3,7714	3,3034	3,122	2,8843	2,7168

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 1 –VaR og ES"

Af tabel 18 fremgår det igen, at VaR stiger i takt med, at risikoandelen øges.

Ser vi på porteføljernes VaR, står det hurtigt klart, at det parametriske VaR 10% konsekvent er højere end det ikke-parametriske VaR 10%, og omvendt er det parametriske VaR 5% konsekvent lavere end det ikke-parametriske VaR 5%. Samtidig fremgår det, at ingen af de skitserede porteføljer er normalfordelte, idet ingen af porteføljerne har en skævhed på nul og en kurtosis på 3. Vi må derfor endnu engang antage, at det historiske afkast er det mest valide, og med det taget i

betragtning kan vi se, at det parametriske VaR 10% overvurderer den reelle risiko modsat den ikke-parametriske 5%, som undervurderer den reelle risiko.

Det tankevækkende og forskellige fra tabel 17 til tabel 18 er, at samtlige VaR er lavere i porteføljer med AI. Porteføljerne med risikoprofilerne obligationer og aktier er selvfølgelig ens, mens de andre fire porteføljer er differencerne. Med start i porteføljen med forsigtig profil fremgår det, at samtlige VaR er lavere, når der er AI i porteføljerne. I porteføljerne med forsigtig profil fremgår det, at de parametriske VaR 10% og 5% er dem med den mindste forskel. Her ses, at den parametriske VaR 10% for porteføljer med AI er 13,16% lavere end den tilsvarende portefølje uden AI. Den parametriske VaR 5% for porteføljer med AI er 12,24% lavere end den tilsvarende portefølje uden AI, den ikke parametriske VaR 10% for porteføljer med AI er 17,14 % lavere, og den ikke parametriske VaR 5% er 15,38% mindre. For investor betyder det, at havde han investeret i en portefølje uden AI, havde det daglige tab i 90% og 95% sandsynlighed været større, end hvis pengene havde været placeret i en tilsvarende portefølje med AI.

Gradvist ved implementering af flere aktier i porteføljen, falder forskellen mellem den parametriske VaR og den ikke parametriske VaR for porteføljerne uden og med AI, hvorfor spændet mellem de to portefølgers VaR bliver mindre. Dette er i god tråd med, at den største diversificeringseffekt, jf. figur 10, er i de porteføljer med laveste risikoprofiler. Ydermere bidrager flere aktier i porteføljerne til federe haler og mindre venstreskævhed, hvorfor VaR spreadet for porteføljerne uden og med AI indsnævres.

Kurtosis på porteføljerne med AI er konsekvent lidt højere end porteføljerne uden AI, hvilket indikerer at porteføljer med AI har mindre ekstreme udsving og dermed mindre risiko for tab.

3.7.1.2 Value-at-Risk på datasæt 2

VaR på datasæt 2 er angivet på månedsbasis, da beregningen er foretaget ud fra månedlige observationer.

Tabel 19 - VaR, Skævhed og Kurtosis uden AI – datasæt 2

Uden Alternativer - Datasæt 2						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0	35	50	60	80	100
Fixed Income	100	65	50	40	20	0
Alternativer	0	0	0	0	0	0
	100	100	100	100	100	100
VaR (normalfordeling) 10 %	-0,72%	-1,98%	-2,71%	-3,21%	-4,24%	-5,33%
VaR (normalfordeling) 5 %	-1,02%	-2,66%	-3,61%	-4,26%	-5,61%	-7,02%
VaR (historisk) 10 %	-0,70%	-2,63%	-3,32%	-3,72%	-4,69%	-5,58%
VaR (historisk) 5 %	-1,16%	-3,07%	-4,14%	-5,00%	-6,80%	-8,64%
Skævhed	0,4564	-0,9405	-0,9551	-0,9343	-0,8603	-0,7547
Kurtosis	3,5492	2,3670	2,5275	2,6147	2,7907	3,0175

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 2 –VaR og ES"

I ovenstående tabel rettes blikket først mod skævhed og kurtosis for at få be- eller afkræftet, hvorvidt porteføljeafkastene er normalfordelt. Samtlige porteføljer har en negativ skævhed med undtagelse af porteføljen obligationer. Sidst nævnte portefølje har en positiv skævhed, hvilket betyder, at den er skævt fordelt mod højre og dermed højere sandsynlighed for profit. De resterende fem porteføljer har alle en negativ skævhed, hvilket betyder, at de er venstreskæve og højere sandsynlighed for tab. Derudover er kurtosis på obligationsporteføljen 3,5492, hvilket indikerer lidt smallere haler end normalfordelingen, modsat porteføljerne forsigtig, middel, middel/høj og høj, som alle har en kurtosis på mellem 2,3670 og 2,7907, hvilket indikerer at halerne i disse porteføljer er federe end normalfordelingen. Aktieporteføljen har derimod en kurtosis på godt og vel 3 (3,0175), hvilket angiver, at denne portefølje har nogle fede haler, som næsten følger normalfordelingen.

Samtlige porteføljer lever altså ikke op til kravene for en 100 % normalfordeling, og derfor vurderes de ikke-parametriske VaR som værende mest valide. Især i dette datasæt, fordi observationerne er trukket fra en 10-årig periode, og data fra forskellige markedstilstande er medregnet.

For obligationsporteføljen ligger den parametriske VaR 10% og 5% lavere end den ikke-parametriske VaR 10% og 5%. Årsagen skal findes i at obligationsporteføljen har en højreskæv

fordeling dvs. flere observationer til den positive side samtidig med, at kurtosis er 3,5492 og dermed mindre fede haler end normalfordeling. Det betyder, at når VaR 10% og 5% skal findes, er der færre negative observationer i obligationsporteføljen, fordi den er højreskæv samt har smallere haler, hvilket resulterer i færre observationer for VaR 10% og 5%.

De andre porteføljer har kurtosis på mellem 2,3670 og 3,0175, hvilket angiver, at disse portefølgers afkast har tenderet til større og mere ekstreme udfald, hvilket øger distancen mellem normalfordelingen og de historiske data og smitter af på VaR. Halerne på porteføljeafkastfordelingerne er federe end normalfordelingen og samtidig med, at de er venstreskæve, vil der ligge et større antal af observationer til den negative side. Det betyder større sandsynlighed for tab, og derfor er den ikke-parametriske VaR større end den parametriske VaR.

Den parametriske VaR for både 90% og 95% konfindensinterval, vil undervurdere den ikke-parametriske VaRs reelle risiko. De historiske afkast har ikke været normalfordelt, hvorfor worst case har været større, herunder et tab med 90% sandsynlighed på mellem 0,70% og 5,58% om måneden i stedet for normalfordelingsberegningen på et tab mellem 0,72% og 5,33%. Risikoen for tab, med 95% sandsynlighed, har været mellem 1,02 % til 7,02 % pr. måned ved anvendelse af den parametriske VaR, imens den reelle risiko har været mellem 1,16% og 8,64%.

I nedenstående tabel fremgår VaR, skævhed og kurtosis på de enkelte porteføljer med AI.

Tabel 20 - VaR, skævhed og kurtosis med AI – datasæt 2

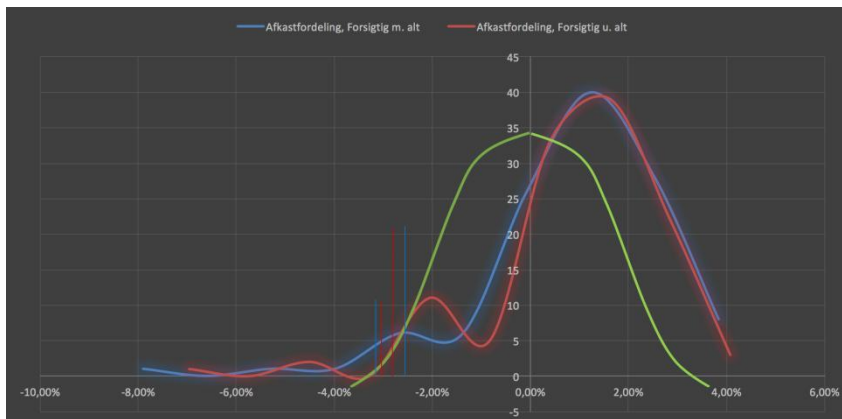
Med Alternativer - Datasæt 2						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Aktier	0	30	45	55	75	100
Fixed Income	100	60	45	35	15	0
Alternativer	0	10	10	10	10	0
	100	100	100	100	100	100
VaR (normalfordeling) 10 %	-0,72%	-2,06%	-2,93%	-3,32%	-4,39%	-5,33%
VaR (normalfordeling) 5 %	-1,02%	-2,76%	-3,88%	-4,39%	-5,78%	-7,02%
VaR (historisk) 10 %	-0,70%	-2,54%	-3,19%	-3,88%	-4,85%	-5,58%
VaR (historisk) 5 %	-1,16%	-3,10%	-4,49%	-5,11%	-6,96%	-8,64%
Skævhed	0,4564	-1,073	-1,034	-0,9921	-0,8912	-0,7547
Kurtosis	3,5492	2,9723	2,9417	2,9386	2,9951	3,0175

Kilde: Egen tilvirkning, Excel arket "Datasæt 2 – VaR og ES"

Af ovenstående tabel fremgår det, at den parametriske VaR 10% og 5% ligger lavere end den ikke-parametriske VaR 10% og 5, dog med undtagelse af obligationsporteføljen, som der er kommenteret på ovenfor. Det betyder, at den parametriske VaR 10% og 5% i begge tilfælde undervurderer den reelle risiko, idet afkastene ikke kan antages at være normalfordelte.

Sammenlignes porteføljerne uden og med AI, fremgår det, at alle VaR beregninger for porteføljerne med AI ligger højere end porteføljerne uden AI. Det er dog med undtagelse af det ikke-parametriske VaR 10% for porteføljerne forsigtig og middel med AI, som er hhv. 3,42% og 3,92% lavere, end det ikke-parametriske VaR 10% for porteføljerne forsigtig og middel uden AI. Denne undtagelse opstår, fordi eksempelvis porteføljen forsigtig uden AI har en skævhed på -0,9405, og tilsvarende portefølje med AI har en skævhed på -1,073, samtidig med at kurtosis på førstnævnte er 2,3670 og på sidstnævnte er 2,9723. Portefølje med AI har altså en mere negativ skævhed (venstreskævhed), samtidig med at halerne er federe jf. kurtosis. Det summerer tilsammen, at der er flere negative observationer i 90% konfindensinterval på porteføljen med AI, modsat portefølje uden AI, som først indhenter det ved 95% konfindensinterval, idet kurtosis er lavere på 2,3670, og dermed en mindre fed hale desto lavere konfindensinterval er.

I nedenstående graf vises afkastfordeling for forsigtig portefølje med og uden AI. De blå og røde lodrette streger viser, hvor de parametriske og ikke-parametriske VaR 10% (de lange streger) og parametriske og ikke-parametriske VaR 5% (de korte streger) er, for de to respektive porteføljer. Her fremgår det tydeligt, at den blå venstreskæve hale er federe end den røde venstreskæve hale, hvorfor risikoen for tab er størst på den blå, men med et 90% konfindensinterval er sandsynligheden for tab på den blå mindre end den røde, fordi antallet af observationer i dette 95% konfindensinterval er mindst for den blå. Når vi ser på 95% konfindensinterval, er situationen anderledes, hvor VaR på porteføljen med AI er ca. 1% højere end VaR uden AI. Dette skyldes, at antallet af observationer efter 95% konfindensinterval er flest at finde i porteføljen med AI, og dermed er der også risiko for et større tab hvis 5% worst case scenario indtræder.



Årsagen til de lavere VaR for porteføljer uden AI skal findes i, at samtlige fire porteføljer (forsigtig, middel, middel/høj og høj) har en lavere skævhed og kurtosis. Den lavere skævhed betyder, at porteføljerne uden AI har færre observationer til venstre (den negative side), og dette til trods for at kurtosis er en smule mindre for porteføljerne uden AI, hvorfor halerne er lidt federe på porteføljerne uden AI.

Forskellen med VaR for datasæt 1 og datasæt 2 er, at VaR for datasæt 2 er mere valide, idet de er beregnet på baggrund af historisk data, som strækker sig over en længere markedscyklus.

3.7.2 Expected Shortfall

Expected Shortfall anvendes som en videreudvikling af VaR. ES samler op på noget af det, som VaR mangler - nemlig det forventede tab i halen, når tabet er over VaR-grænsen

ES er udregnet ud fra en historisk simulation, da det i ovenstående afsnit 3.7.1.1 og 3.7.1.2 blev vist, at afkastet ikke er normalfordelt for nogle af porteføljerne. Vi bruger derfor de empiriske fordelinger, og finder derved den rette fraktil. Denne metode bruger ikke et statisk risiko, men er afhængig af, at tidsperiodens empiriske fordeling er retvisende.

Havde afkastet været normalfordelt, vil det være muligt og udregne ES ved at multiplicere standardafvigelsen og fraktilen fra det pågældende konfindensinterval.

3.7.2.1 ES på datasæt 1

For at finde ES er gennemsnittet af værdien i halen taget i betragtning. Til beregningen af gennemsnittet i halen, er middelværdien af hhv. 10% og 5% angivet for det største tab for hele perioden. Resultatet fremgår af nedenstående tabel.

Uden Alternativer - Datasæt 1						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Observation i halen ved ES 10%	71	71	71	71	71	71
Middelværdi ES 10%	-0,16%	-0,57%	-0,77%	-0,90%	-1,15%	-1,37%
Observation i halen ved ES 5%	36	36	36	36	36	36
Middelværdi ES 5%	-0,19%	-0,73%	-0,99%	-1,15%	-1,46%	-1,74%

Af tabellen fremgår det, at ES 5% er lavere end ES 10%. Det giver godt mening idet ES 10% repræsenterer middelværdien for 71 observationer i worst case scenarier, hvorimod ES 5% fokuserer på de værste 36 observationer i worst case scenarier.

Hvis porteføljen taber værdi, og de hhv. 10% og 5% worst case indtræffer (tabet er ud over VaR-niveauet), vil porteføljen med forsigtig risikoprofil med 90% sandsynlighed tabe 0,57% dagligt, og med 95% sandsynlighed tabe 0,73% dagligt. I takt med at andelen af aktier øges, stiger ES også, og investor kan forvente et højere tab.

3.7.2.2 ES på datasæt 2

Kigger vi nærmere på porteføljerne med AI, viser nedenstående tabel følgende ES.

Med Alternativer - Datasæt 1						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Observation i halen ved ES 10%	71	71	71	71	71	71
Middelværdi ES 10%	-0,16%	-0,50%	-0,70%	-0,83%	-1,08%	-1,37%
Observation i halen ved ES 5%	36	36	36	36	36	36
Middelværdi ES 5%	0,19%	-0,64%	-0,90%	-1,06%	-1,37%	-1,74%

Det fremgår tydeligt, at AI bidrager til et mindre tab i tilfælde af, at worst case scenarier indtræffer. Hvor en forsigtig portefølje uden AI med 90% sandsynlighed vil tabe 0,57% dagligt, og med 95%

sandsynlighed tabe 0,73% dagligt, vil en tilsvarende portefølje med AI tabe, med 90% sandsynlighed, 0,50% dagligt, og med 95% sandsynlighed tabe 0,64% dagligt.

Overordnet er det således, at porteføljer uden AI, har en ES 10%, som ligger 0,07%-point højere, og en ES 5% som ligger 0,09%-point højere end porteføljer med AI - dog med undtagelse af obligations- og aktieporteføljerne, som selvfølgelig er de samme. Investor får altså reduceret sin sandsynlighed for tab og størrelsen af den forventede tab i worst case scenarier ved at investere i porteføljer med AI.

Ser vi nærmere på datasæt 2, fremgår det af nedenstående tabel hvordan ES er for porteføljerne uden AI.

Igen er gennemsnittet i halen anvendt til beregning af middelværdien for hhv. de 10% og 5% største tab for hele perioden.

Uden Alternativer - Datasæt 2						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Observation i halen ved ES 10%	12	12	12	12	12	12
Middelværdi ES 10%	-1,13%	-3,49%	-4,72%	-5,55%	-7,22%	-8,89%
Observation i halen ved ES 5%	6	6	6	6	6	6
Middelværdi ES 5%	-1,36%	-4,22%	-5,77%	-6,81%	-8,90%	-11,03%

Ovenstående tabel viser, at porteføljerne uden AI i worst case situationerne vil reagere ved at tabe mellem 1,13% og 8,89% om måneden med 90% sandsynlighed, og mellem 1,36% og 11,03% om måneden med 95% sandsynlighed. Ser vi på porteføljerne, hvor der er både aktier og obligationer, ligger tabene i worst case scenarier med 90% sandsynlighed mellem 3,49% og 7,22% og med 95% sandsynlighed mellem 4,22% og 8,90%. Igen går dette godt i tråd med, at jo højere afkast investor ønsker, jo højere risiko skal der påtages og dermed også større tab i worst case scenarierne.

Til sammenligning fremgår ES for porteføljerne med AI nedenfor.

Med Alternativer - Datasæt 2						
Porteføljer	Obligationer	Forsigtig	Middel	Middel/Høj	Høj	Aktier
Observation i halen ved ES 10%	12	12	12	12	12	12
Middelværdi ES 10%	-1,13%	-3,55%	-4,82%	-5,67%	-7,37%	-8,89%
Observation i halen ved ES 5%	6	6	6	6	6	6
Middelværdi ES 5%	-1,36%	-4,33%	-5,83%	-6,89%	-9,05%	-11,03%

Her fremgår det endnu engang, at obligationsporteføljerne og aktieporteføljerne er ens, hvad størrelsen på og sandsynligheden for tab angår. Til gengæld er tabssandsynligheden i de andre fire porteføljer anderledes, hvor det forventede tab er mellem 3,55% og 7,37% med 90% sandsynlighed og mellem 4,33% og 9,05% med 95% sandsynlighed.

ES 10% for porteføljer uden AI ligger for de fire porteføljer (red. forsigtig, middel, middel/høj og høj) hhv. 0,06%-point, 0,10%-point, 0,12%-point og 0,15%-point lavere end porteføljerne med AI. Ser vi på ES 5%, er det, det samme billede som gør sig gældende, hvor de fire porteføljer uden AI er hhv. 0,11%-point, 0,06%-point, 0,08%-point og 0,15%-point lavere end porteføljerne med AI.

Ikke overraskende kan det konkluderes, at porteføljer med AI også er forbundet med en højere sandsynlighed for tab ved både ES 10% og ES 5%. Samtidig vil den procentuelle tabsandel også være større for porteføljerne med AI.

Altså en stor del af kritikken ved VaR er, at VaR ikke fortæller noget om tabet i halerne. ES anvendes derfor til at fortælle, hvor meget investor kan forvente at tabe, hvis tabet overstiger VaR-niveauet. Pr. definition er ES derfor større end VaR, hvilket også kan bekræftes ved at se på de ovenstående tabeller, hvor VaR og ES er udregnet.

3.8 Opsamling på de udvalgte Alternative Investeringer

I afsnit 3.1.3 blev de udvalgte AI gennemgået, herunder analyseret hvilke motiver og forventninger som lå bag implementering af dem i porteføljerne jf. tabel 4.

Ser vi på hvordan AI har performet, efter at de er blevet analyseret som en del af en portefølje, fremgår det af datasæt 1, at DI Europe L/S Dynamic, DI European Absolute, DI Europe Relative Value og Partners Group Private Equity, over en periode på ca. 2 år og 9 måneder her leveret afkast på hhv. 4,13%, 3,34%, 7,04% og 9,08%, i alt 23,59% i afkast. De to første DI Europe L/S Dynamic, DI European Absolute er begge to aktiebaserede hedgefonde, DI Europe Relative Value er obligationsbaserede og Partners Group Private Equity siger sig selv. Til sammen var der jf. tabel 4, nogle motiver for at implementere dem i porteføljerne, hvilket var et højere afkast, reduceret risiko, lav korrelation til aktier og obligationer, afkast på kreditspænd i en lavrente miljø, og afkast på den stigende aktivitet i unoterede virksomheder. Det er selvfølgelig uvis om kursstigningerne er kommet i lyset af de nævnte motiver, men det kan i hvert fald konstateres, at ved og blande disse AI, har de formået et højere afkast end obligationer (23,59% for AI og 3,72% for obligationer) og en lavere risiko end aktier (12,64% for aktier og 7,29% for AI). Derudover er korrelationerne mellem AI og aktier, samt AI og obligationer ”forholdsvis lav”, på hhv. 0,181296985 for aktier og 0,064700906 for obligationer. Udfaldet af afkast og risiko for aktivklassen AI, kunne med en længere observationsperiode sagtens have kommet til at se anderledes ud, da forskellige markedstilstande i sp fald ville have påvirket afkastfordelingen i en mere negativ eller positiv retning.

Ser vi på datasæt 2, har aktivklassen AI jf. tabel 6, leveret et negativt afkast i den 10årige analyseperiode. Ser vi nærmere på AI fra datasæt 2, fremgår det at der har været investeret i et råvareindeks (BCOMTRIndex), hedgefonde indeks (BBHFUNDS Index) og Private Equity indeks (SPLPEQTY Index).

Adskiller vi indeksene, kan afkastet for den 10årige periode beregnes til -14,09% for råvareindekset, 7,32% på hedgefonde indekset og -5,77% for Private Equity indekset⁴⁰.

⁴⁰ Udregnet i vedlagte Excel data, faneblad ”Datasæt 2 – porteføljeår”

Råvareindekset er den AI som har klaret sig markant dårligst i den 10årige periode. Årsagerne til dette kan være mange, men graver vi et spadestik dybere, kan følgende faktorer være årsagen til at råvarepriserne er faldet, og potentielt fortsat kan falde. Især fem punkter vil kunne forklare faldene, herunder 1) den handelsvægtede dollar, 2) Arbejdsløsheden, 3) Inflationen (USA), 4) Renten (USA) 5) VIX indekset.

Store dele af verdens råvarer afregnes i USD, så hvis den handelsvægtede dollar bliver styrket, kan det have en negativ indvirkning for udviklingen i råvarepriserne. Skandia har lavet et estimat som viser, at hvis dollaren stiger med 1 procent, vil det føre til at fald i råvarepriserne på 1,2 procent⁴¹.

Arbejdsløsheden også have en betydning for udviklingen i råvarepriserne. Hvis forbrugerne er i arbejde, skal de bruge mere olie, benzin og andre råvarer til den daglige færden i hverdagen. Lavere arbejdsløshed betyder også mere produktivitet, hvilket vil tage lidt på råvareressourcerne, idet virksomhederne øger deres produktivitet og dermed efterspørgsel efter råvarer til produktion/drift af deres virksomhed.

Ifølge Skandia, er inflationen den faktor, som isoleret set vurderes at have den største påvirkning af priserne på råvarer. Deres estimater lyder på, at en stigning i inflationen på et procentpoint vil føre til en stigning i råvarepriserne med 6,2 procent. Dette skal dog tages med en anelse påpasselighed, fordi der kan argumenteres for, at en stigning i råvarepriserne tilsvarende vil føre til en stigning i inflationen. Stiger inflationen, stiger prisen på råvarer sandsynligvis også, idet den håndgribelige råvare også er mere værd på markedet når det skal sælges, fordi inflationen rammer samtlige råvarer (systematisk risiko).

Renten kan også have en rigtig stor betydning for ændringerne i råvarepriserne, ikke mindste USD. Sættes renten op i USA vil USD forventeligt stige, i lyset af en større efterspørgsel efter amerikanske obligationer. Herved bliver handelsvalutaen styrket, og råvarepriserne svækket. Samtidig bliver obligationer, set i lyset af en rentestigning, mere profitable for investorerne, og således risiko for at nogle investorer allokerer penge fra råvarer til obligationer.

⁴¹ http://www.skandiaassetmanagement.dk/media/77982/fokus_-_investering_i_r_varer.pdf

VIX indekset bruges ofte som et mål for markedsusikkerhed⁴², men er samtidig også et godt mål for ændringen i likviditetspræmier. Derfor er det også nærliggende at forvente, at ændringer i VIX indekset kan påvirke råvarepriserne.

Selvom at råvareindekset i den 10årige analyse periode ikke har performet særlig godt, er det alligevel fornuftigt og have den som en mindre del af porteføljen. Det kan være specielt interessant ud fra et porteføljeperspektiv, fordi råvarer typisk klarer sig meget anderledes end aktier og obligationer⁴³ i de forskellige faser af den økonomiske cyklus. Det skyldes, at de i højere grad er drevet af aktuelle udbuds- og efterspørgselsforhold, hvor andre finansielle aktiver drives af forventninger til fremtiden. Samtidig kan råvarer yde en væsentligt beskyttelse mod stigende inflation, der typisk rammer både aktier og obligationer negativt.

Hvorfor Private Equity indekset har klaret sig næst dårligst med et afkast på -5,77% er svært at sige. Private Equity fondene som ligger i indekset kan have foretaget nogle fejlopkøb af virksomheder, indgået Joint Venture projekter uden noget profit etc.

En af de store ulemper ved Private Equity er, at det fortsat er et åbent offentligt spørgsmål, hvordan Private Equity virksomheder beregne deres afkast. Den interne rente (IRR) er den sædvanlige foranstaltning, men ifølge en 2010 undersøgelse fra Peter Morris, en tidligere bankmand, er det sjældent, at to Private Equity fonde beregner IRR på samme måde⁴⁴. Dette kan vanskeliggøre ethvert forsøg på at sammenligne midler. IRR kan også overdrive det faktiske afkast investorerne realiserede, fordi foranstaltningen indebærer, at afkastet blev opnået på alle investors kontanter, selv om nogle af det blev givet tilbage tidligt og geninvesteres til en lavere sats. Usikkerheden om opgørelsen eller dårlige investeringer i fonden kan være muligheder til at de er faldet.

Den sidste fond er indekset med hedgefonde. Det har modsat de andre leveret et positivt afkast på 7,32%. Det er på samme måde som ved Private Equity, vanskeligt og finde ud af hvordan de har generet deres overskud på 7,32%. Det er vanskeligt fordi der ikke er nogle klare retningslinjer for hvad, hvordan, og hvor meget af fondens formue der er investeret. Mange hedgefonde geare også investeringerne, hvorfor der kan opleveres nogle kraftige udsving. Hedgefond indekset repræsentere

⁴² <http://www.bloomberg.com/quote/VIX:IND>

⁴³ Se bilag 2 hvor korrelationskoefficienten fremgår

⁴⁴ <http://www.economist.com/node/21543550>

en bred vifte af hedgefonde med forskellige investeringsprofiler, og det er derfor ikke muligt og gøre sig klog på, hvor største delen af afkastene og risikoen stammer fra.

3.9 Delkonklusion

I dette kapitel er der indledningsvis gennemgået hvilke empiriske data, der ligger til grund for de to datasæt. Begge datasæt tager udgangspunkt i Danske Banks nuværende allokeringsanbefaling af aktivklasserne. Derudover er der tilføjet det samme antal AI, herunder 10% AI, i nogle af porteføljerne for at bevise eller afvise, om det er gunstigt at have AI som en del af porteføljen.

Efterfølgende er al teorien fra kapitel to anvendt til analyse af porteføljernes performance og risiko. I takt med at teorien fra kapitel to er anvendt, er dette oplyst for at give læseren mulighed for at følge med i, hvordan det teoretiske anvendes i praksis.

Begge datasæt er blevet analyseret og beregnet. Resultatet fra datasæt 1 er, at det er en fordel for investor at implementere AI, idet investor opnår en højere risikopræmie pr. risikoenhed, der påtages. Derudover er sandsynlighederne for tab og størrelsen af tab, hvis worst case indtræffer, også mindre i porteføljer med AI. Det er vigtigt, at investor noterer sig, at beregningerne er dannet på baggrund af kort historisk data, hvor der har været gunstige forhold for at generere et positivt afkast, og de har derfor ikke været testet i et marked med en længerevarig lavkonjunktur ligesom i finanskrisen i 2008.

Det er til gengæld, hvad de historiske data fra datasæt 2 har prøvet, idet de empiriske data er indsamlet over en 10-årig periode. Datasæt 1 og 2 er ikke fuld sammenlignelige, idet de underliggende data ikke er helt ens, men vigtigt er at bemærke, at resultatet for, om det er en succes eller fiasko og implementere AI i porteføljerne, kommer meget an på, om de historiske data er over en længere eller kortere horisont og valget af de underliggende aktiver. Facittet for datasæt 2 er nemlig modsat datasæt 1, idet investor ikke vil få et bedre risikojusteret afkast ved at implementere AI. Det risikojusterede afkast (Sharpe Ratio) er lavere ved implementering af AI i porteføljen, og sandsynligheden for tab er større, jf. VaR. Samtidig er størrelsen på tab, jf. ES, også større, hvilket på alle mulige måder gør det ugunstigt for investor at have AI i porteføljen, med udgangspunkt i datasæt 2.

Kapitel 5: Konklusion

Indledende blev det oplyst at Alternative Investeringer typisk defineres som en investering, der ikke falder ind under traditionelle aktiver såsom børsnoterede aktier og obligationer samt valutaspekulationer. Der findes en bred skare af vidt forskellige strategier, som eksempelvis investering i råvarer, infrastruktur og hedgefonde, hvorfor valgte af AI er en vigtig faktor for porteføljeafkastet og diversifikationen. At investere i AI indebærer en likviditetsrisiko, idet der typisk ikke er et organiseret marked for sådanne investeringer. Det øger samtidig nødvendigheden for større omhu og viden, inden der vælges at investere i AI. AI er dog de senere år, blevet et mere likvid marked, i forbindelse med større udbud af hyppig handlede ETF'ere, fonde og lignende fra udlandet.

Den overordnet tilgang til AI, efter denne analyse er, at AI skal være en del af en porteføljeallokering, fordi de bidrager til risikospredning og højere afkast, hvilket skal anvendes til at neutralisere eventuelle tab på aktier og obligationer, der på nuværende tidspunkt kan stå over for nogle markedsmæssige udfordringer, herunder høj volatilitet til aktiemarkedet og lave renter på obligationsmarkedet. Det kan være en god ide at medbringe AI for at øge afkastet, og samtidig nedbringe risikoen, eller minimere afkastet en smule til fordel for en laverer risiko, alt afhængig af investors risikoaversion.

Af den netop gennemgåede og anvendte teori, kan det konkluderes at implementering af AI i begge datasæt, har bidraget til nedbringelse af risikoen, og dermed diversificeret noget af risikoen bort. De AI som indgår i datasæt 1 har derudover også bidraget til et højere afkast, hvorimod AI i datasæt 2, har bidraget med negative afkast.

Faktorer som længden af de empiriske data og valg af underliggende AI, er alt afgørende for, om resultatet ved implementering af AI i porteføljerne er en succes eller fiasko for investor.

Inden det har været muligt og fremstille den efficiente rand for porteføljerne, skal de enkelte aktivers gennemsnitlige afkast beregnes ved anvendelse af det aritmetiske gennemsnit, som vurderes at være det bedste og mest praktiske, til at beskrive afkastet i denne situation. Derudover er aktivklassernes forventede varians og standardafvigelse beregnet, hvorefter disse tre tal (red. afkast, varians og standardafvigelse), tilsammen danner fundamentet for resten af analysen af den

efficiente. Ved beregning af adskillige porteføljekombinationer er den efficiente rand blevet bestemt på porteføljerne i datasæt 1 og 2. Vigtigt er, at den efficiente rand går fra MVP og til højre på randen. Ved udledning MVP for datasæt 1 finder vi en portefølje uden AI på den efficiente rand, hvor porteføljekombinationen er 100% obligationer til en risiko på 2,097% og med et afkast på 3,719%. Den mest risikoaverse investor vil kunne vælge en portefølje med en lavere risiko, nemlig MVP for porteføljen med AI, da risikoen her er mindre på 2,067%, og som bonus er afkastet noget højere på 5,706%. Ser vi nærmere på datasæt 2, hvor der er en empirisk periode 10 år, og anses for mere valid, gælder det at MVP uden AI er at finde på den efficiente rand, der hvor porteføljekombinationen er 84,58% obligationer og 15,42% aktier. Dette er til en risiko på 16,636% og et afkast på 58,236%, modsat en portefølje med AI, hvor MVP er og finde ved 10,87% aktier og 79,22% obligationer til en risiko på 17,171% og med et afkast på 50,216%. Nu er MVP og finde i porteføljen uden AI, hvilket går i tråd med forventningerne, idet de AI som indgår i porteføljen har leveret et negativt afkast for analyseperioden. Den mest risikoaverse investor vil vælge en portefølje med lavest mulig risiko, som er MVP uden AI.

Derudover kan den risikofyldte andel kombineres med et risikofrit aktiv, hvilket giver den lineære kapitalmarkslinje (CML). I forlængelse heraf blev der redegjort for CML og dennes hældning, som benævnes Reward-to-Variability - også kendt som performancemålet Sharpe ratio. I forlængelse heraf er det bevist, at porteføljer med AI i datasæt 1, har den højeste Sharpe Ratio, end en traditionel portefølje uden AI. Dette kan skyldes at den empiriske periode kun er på 2 år og 9 måneder, og derved nået at opleve en negativ markedstilstand. Derudover har de valgte underliggende AI performet fint i perioden. Ser vi på datasæt 2 er det modsat. Her har porteføljer med AI en lavere Sharpe Ratio end en traditionel portefølje uden AI. Dette kan skyldes at porteføljerne fra datasæt 2 har en empirisk periode på 10 år, hvor flere negative markedstilstande er oplevet, og samtidig har to ud af de tre underliggende AI performet negativt i den givne periode. Det er også bevist at porteføljer med lav risici får det største Sharpe Ratio ved AI, hvor denne effekt forsvinder i takt med aktierne fylder mere. Det er derfor mest gunstigt for porteføljer med en lav risiko og få nogle AI, hvorimod porteføljerne med mange aktier, vil blive trukket ned af det lavere afkast på AI, men tilgængæld også få en lavere risiko.

I tilfælde af at der kommer et tab i porteføljen, vil VaR og ES definere med 90% og 95% sandsynlighed hvor meget det bliver. Alle porteføljerne, uden og med AI er blevet testet for normalfordeling, og efter at have testet datamaterialet for hvorvidt afkastserierne har fulgt en normalfordeling, tegnede der sig et klart billede af at samtlige afkastserier havde problemer med skævhed og/eller kurtosis. Der var ikke en af de testede porteføljer som kunne antages at være normalfordelt, hvorfor den 90% parametriske VaR 10% overvurderede den reelle risiko (ikke parametriske VaR), og samtidig undervurderede den 95% parametriske VaR den reelle risiko som var højere (ikke parametriske VaR). Idet antagelsen om at normalfordelingen ovenfor er blevet afvist, er ES beregnet på de historiske data. Heraf fremgår det at hvis worst case skulle indtræffe, vil porteføljerne med AI have det lavest forventet tab i porteføljeværdien med både 90% og 95% sandsynlighed. Vi ser her, at i tilfælde af tab i porteføljen, vil VaR og ES definere med 90% og 95% sandsynlighed hvor meget det bliver.

Korrelationerne imellem aktivklasserne for datasæt 1 og 2 er alle positive, og nogle er mere end andre. Fælles er, at det er svært og opnå en diversifikationseffekt, hvis der ikke er nogle af dem som har en negativ korrelation indbyrdes, og kortsalgsmuligheder ikke er en mulighed.

Således tegnede der sig et billede af at Markowitz teori stadig er brugbar. Den har dog nogle problematiske sider, for det første er den baseret på historiske data, hvilket giver problemer da historien sjældent gentager sig i fremtiden. Modellen antager at afkastet er normalfordelt, hvilket er svært og leve op til i praksis. Derudover virker modellen meget snæver i den forstand at en portefølje bliver sammensat på baggrund af tre parameter (afkast, varians og standardafvigelse).

Der er altså mange faktorer der spiller ind på hvorvidt investering i AI er en succes eller fiasko, men en af de største, er timningen. Det uheldige er bare, at ingen kan forudsige morgendagen, og for at citerer Storm P. ” Det er svært at spå...Især om fremtiden.”

Litteraturliste

Bøger:

- Bodie, Kane & Marcus, 2014: "*Investments*", 10th Global edition, publiceret af McGraw-Hill Education, pp. 117-249.
- Christensen Michael, Pedersen Frank 2009: "*Aktieinvestering – Teori og praktisk anvendelse*" 3. udgave, publiceret af Jurist- og økonomforbundets forlag pp. 59-110.

Kompendium:

- Sørensen D. Klaus, Rasmussen Lars, Jørgensen I.K.E Kenneth og Brandstrup Jeppe: "Portfolio Optimization and Matrix Calculation in Excel", udgivelsesdato 06.06.2008, publiceret af Analytical Knowledge Group.

Elektroniske medier:

www.morningstar .dk	www.dbmf.dk
www.penge.dk	www.danskebank.dk
www.danskeinvest.dk	www.joep.dk
www.partnersgroup.com	www.iShares.com
www.economist.com	www.skandiaassetmanagement.dk

Levering af empiri:

Adgang via Bloomberg, som er en investeringsplatform skribenten har adgang til via arbejdet. Alle informationer via Bloomberg, bliver leveret af www.Bloomberg.dk.

Appendiks

Figuroversigt

FIGUR 1 - GRAF OVER HISTORISK PERFORMANCE FOR AI OG GLOBALE AKTIER.....	9
FIGUR 2 - KORRELATIONENS BETYDNING PÅ DET FORVENTEDE AFKAST OG RISIKO.....	18
FIGUR 3 - DIVERSIFIKATION OG HEDGING EFFEKTEN.....	20
FIGUR 4 - MINIMUM VARIANS GRÆNSEN FOR RISIKOFYLDTE AKTIVER.....	22
FIGUR 5 – METODE TIL UDREGNING AF MVP.....	23
FIGUR 6 – DEN EFFICIENTE RAND PÅ PORTEFØLJER MED OG UDEN AI.....	24
FIGUR 7 - CML OG DEN EFFICIENTE RAND.....	25
FIGUR 8 - VAR OG ES.....	28
FIGUR 9 - RISIKOFRIE RENTE.....	45
FIGUR 10 - SHARPE RATIO PÅ PORTEFØLJER UDEN OG MED AI - DATASÆT 1.....	50
FIGUR 11 - DEN EFFICIENTE RAND - DATASÆT 1.....	51
FIGUR 12 - SHARPE RATIO PÅ PORTEFØLJER UDEN OG MED AI - DATASÆT 2.....	54
FIGUR 13 - DEN EFFICIENTE RAND - DATASÆT 2.....	55
FIGUR 14 - TEST AF NORMALFORDELING, AKTIVKLASSE: AKTIER - DATASÆT 1.....	58
FIGUR 15 - TEST AF NORMALFORDELING, AKTIVKLASSE: OBLIGATIONER - DATASÆT 1.....	58
FIGUR 16 - TEST AF NORMALFORDELING, AKTIVKLASSE: AI - DATASÆT 1.....	59

Tabeloversigt

TABEL 1 - FORDELING AF AKTIVKLASSER	31
TABEL 2 - AKTIVER I DATASÆT 1	32
TABEL 3 - AKTIVER I DATASÆT 2	33
TABEL 4 - ALTERNATIVE INVESTERINGERS BIDRAG TIL PORTEFØLJEN.....	34
TABEL 5 - FORVENTET AFKAST OG STANDARDAFVIGELSE AKTIVKLASSER DATASÆT 1	35
TABEL 6 - FORVENTET AFKAST OG STANDARDAFVIGELSE AKTIVKLASSER DATASÆT 2	36
TABEL 7 - KOVARIANS MATRICE DATASÆT 1.....	37
TABEL 8 - KORRELATIONS MATRICE DATASÆT 1.....	37
TABEL 9 - KOVARIANS MATRICE DATASÆT 2.....	38
TABEL 10 - KORRELATIONS MATRICE DATASÆT 2.....	39
TABEL 11 - FORVENTET AFKAST OG STANDARDAFVIGELSE PORTEFØLJERNE UDEN AI DATASÆT 1 ..	40
TABEL 12 - FORVENTET AFKAST OG STANDARDAFVIGELSE PORTEFØLJERNE MED AI DATASÆT 1 ...	41
TABEL 13 - FORVENTET AFKAST OG STANDARDAFVIGELSE PORTEFØLJERNE UDEN AI DATASÆT 2 ..	42
TABEL 14 - FORVENTET AFKAST OG STANDARDAFVIGELSE PORTEFØLJERNE MED AI DATASÆT 2 ...	43
TABEL 15 - PORTEFØLJEKOMBINATIONER UDEN OG MED AI DATASÆT 1.....	47
TABEL 16 - PORTEFØLJEKOMBINATIONER UDEN OG MED AI DATASÆT 2.....	52
TABEL 17 - VAR, SKÆVHED OG KURTOSIS UDEN AI – DATASÆT 1.....	59
TABEL 18 - VAR, SKÆVHED OG KURTOSIS MED AI – DATASÆT 1.....	61
TABEL 19 - VAR, SKÆVHED OG KURTOSIS UDEN AI – DATASÆT 2.....	63
TABEL 20 - VAR, SKÆVHED OG KURTOSIS MED AI – DATASÆT 2.....	64

Bilag

Bilag 1 – Uddybning af de fire AI

DI Europe Long Short Dynamic:

Afdelingen investerer fortrinsvis i aktier og aktierelaterede værdipapirer, der er hjemmehørende i eller som har hovedaktiviteter i Europa. En mindre andel kan investeres i aktier i selskaber hjemmehørende i eller som handles i lande i Østeuropa eller lande, der grænser op til Østeuropa. Investeringerne foretages under hensyn til det forventede afkast; Sektorer, lande og valutaer overvægtes eller undervægtes herefter. Afdelingen kan benytte sig af afledte finansielle instrumenter. Som regel er det forventede gearingsniveau mellem 80-120%.

Direkte

link:

http://www.danskeinvest.dk/web/show_fund.produkt?p_nId=905&p_nFundgroup=12&p_nFund=3801

DI Europe Absolute:

Danske Invest Europe Absolute kan tage både lange og korte positioner, eller en kombination heraf, for at sammensætte en strategi der får størst udbytte af en strukturel ændring.

Teamet har muligheden for at implementere en markedsposition. Det betyder, at teamet tager en position på, hvilken retning det generelle marked vil udvikle sig. Porteføljen vil derfor kunne blive påvirket af bevægelser i markedet og således ikke være markedsneutral. Afdelingen har en målsætning om, at beta, som er et udtryk for markedseksponering, skal være i niveauet -0,4 til 0,4.

Afdelingen har mulighed for at geare investeringerne ved hjælp af afledte finansielle instrumenter for at øge afkastet. Afdelingen har et maksimalt gearingsniveau på 100 pct., men vil typisk lægge sig mellem 60-70 pct.

Direkte link:

http://www.danskeinvest.dk/web/show_fund.produkt?p_nId=905&p_nFundgroup=12&p_nFund=3616

DI Relative Value:

Den alternative investeringsfond investerer primært i lange og korte positioner i obligationer og andre gældsinstrumenter, der er optaget til eller handles på et anerkendt marked og er udstedt af kreditinstitutter og regeringer i et OECD-land.

Den alternative investeringsfond anvender i høj grad afledte finansielle instrumenter og forskellige gearingsmetoder til at forøge eller afdække porteføljen.

Bruttoeksponeringen er maksimeret til 150 gange formuens værdi.

Investeringsstrategien er aktiv. Det betyder, at der kan være markante afvigelser i afkastet i forhold til den alternative investeringsfonds målsætning.

Direkte link:

http://www.danskeinvest.dk/web/show_fund.produkt?p_nId=17&p_nFundgroup=17&p_nFund=1431

Partners Group Private Equity:

Private Equity er en fællesbetegnelse for professionelt forvaltede investeringer i unoterede selskaber. Private Equity dækker en lang række investeringsmuligheder lige fra opstartskapital til selskaber, som forsøger at opnå vækst i deres virksomhed til ledelsesovertagelser af etablerede selskaber samt investeringer i selskaber, som har særlige finansieringsbehov, fordi de er i en overgangs- eller omstrukturingsfase.

Direkte link:

<http://www.pg-globalvalue.net/>

Bilag 2 – Korrelationskoefficienter

	OMXS30G Index (Sweden Index)	MMND Index (Globe aktier)	RIBO Index (Large obl.)	IBOMY Index (High yield obligationer)	IBONG Index (Investment grade obligationer)	GEMENB1 Index	BCOMTR Index	BBHUND5 Index	SPPCQTY Index
OMXS30G Index (Sweden Index)	1	0,58670309	-0,06901615	0,361142796	0,076844011	-0,1746271	-0,44099824	0,33089299	0,63318674
MMND Index (Globe aktier)	0,58670309	1	-0,487224506	0,457697629	-0,10803791	0,343593853	0,385964399	0,838570047	0,91515119
RIBO Index (Large obl.)	-0,06901615	-0,487224506	1	0,21264417	0,825424169	0,026480377	-0,371335605	-0,736716548	-0,596213794
IBOMY Index (High yield obligationer)	0,361142796	0,457697629	0,21264417	1	0,685266343	0,419160635	0,293096364	0,276577593	0,478905918
IBONG Index (Investment grade obligationer)	0,076844011	-0,10803791	0,825424169	0,685266343	1	0,346772158	-0,02940127	-0,382146466	-0,217633072
GEMENB1 Index	-0,1746271	0,343593853	0,026480377	0,419160635	0,346772158	1	0,771067651	0,254726503	0,09079295
BCOMTR Index	-0,44099824	0,385964399	-0,371335605	0,293096364	-0,02940127	0,771067651	1	0,529855022	0,264868912
BBHUND5 Index	0,33089299	0,838570047	-0,736716548	0,276577593	-0,382146466	0,254726503	0,529855022	1	0,879105079
SPPCQTY Index	0,63318674	0,91515119	-0,596213794	0,478905918	-0,217633072	0,09079295	0,264868912	0,879105079	1