

Empirisk test af modeller til estimering af risikopræmien på skandinaviske aktier i perioden 1990-2014

Jesper Skov Gretlund & Michael Lind

**Afsluttende opgave
HD 2. del, Finansiering
11. maj 2015**

Indholdsfortegnelse

1	Indledning.....	4
1.1	Problemformulering.....	5
1.2	Teoretisk afsæt.....	6
1.3	Metode.....	6
1.4	Datagrundlag.....	8
1.4.1	Datakilde.....	9
1.4.2	Risikofri rente.....	9
1.4.3	Markedsindeks.....	10
1.4.4	Selektionsbias i datagrundlaget.....	11
2	Test af CAPM	13
2.1	Forudsætninger.....	13
2.2	Test af normalfordelingsantagelsen.....	15
2.3	First-pass regression.....	17
2.4	Second-pass regression.....	22
2.4.1	Betydning af outliers.....	24
2.4.2	Sammenhæng mellem α og β	25
2.4.3	Opsamling.....	25
2.5	Autokorrelation.....	25
2.6	Ikke-linearitet.....	27
2.7	Tidsmæssig stabilitet af regressionsparametre.....	29
2.8	Tidsafhængig volatilitet.....	31
2.9	Delkonklusion.....	33
3	Test af FF 3-faktormodellen	34
3.1	Generelle betragtninger.....	34
3.1.1	Motivation for B/M som risikoparameter.....	36
3.1.2	Motivation for MV som risikoparameter.....	37
3.2	Betydningen af Size og B/M for risikopræmien.....	38
3.3	SMB.....	39

3.4	HML.....	40
3.5	Korrelation mellem SMB og HML.....	41
3.6	First-pass regression.....	42
3.7	Second-pass regression.....	45
3.8	Tidsmæssig stabilitet af regressionsparametre	47
3.9	Delkonklusion.....	49
4	Opstilling og test af APT-model.....	51
4.1	Teoretisk afsæt.....	51
4.2	Motivation for valg af risikoparametre	53
4.2.1	Olieprisen.....	53
4.2.2	Likviditet	54
4.2.3	BNP-vækst.....	55
4.2.4	Arbejdsløshed.....	56
4.2.5	VIX	57
4.3	Valg af risikoparametre.....	57
4.4	First-pass regression.....	63
4.5	Second-pass regression.....	67
4.6	Tidsmæssig stabilitet af regressionsparametre	68
4.7	Delkonklusion.....	69
5	Konklusion og perspektivering	71
A	Test af normalitet.....	76
B	Durbin-Watson analyse af autokorrelation.....	79
C	Ikke-linearitet i indeksmodellen.....	81
D	Stabilitet af β og R^2 over tid i CAPM	85
E	Test af parametersignifikans i FF 3-faktormodellen	88
F	Stabilitet af β, s, h og R^2 over tid i FF 3-faktormodellen.....	91
G	F-test af FF 3-faktormodellen	97
H	Test af parametersignifikans i APT-modellen.....	100
I	Stabilitet af o, v og R^2 over tid i APT-modellen	104
	Litteraturliste.....	108

Symboler og forkortelser

α	Konstantleddet i en regression
β	Enheder systematisk risiko (beta i CAPM)
r_i	(Månedlig) afkast på aktiv i
λ_i	(Månedlig) risikopræmie på aktiv i
λ_m / r_m	(Månedlig) risikopræmie og afkast på markedet/indekset
γ_i	Regressionskoefficient for risikoparameter i
B/M	Forholdet mellem den bogførte værdi og markedsværdien af egenkapitalen
$E()$	Forventet værdi
MV	Markedsværdi af egenkapitalen (Size)
VA	Handelsvolumen målt på markedsværdien af de omsatte aktiver
SMB	'Small minus Big'-porteføljen som er en lang position i den nedre 50%-fraktil af stikprøven (de mindste aktier målt på MV) samt en kort position i den øvre 50%-fraktil (de største aktier).
HML	'High-minus-Low'-porteføljen som er en portefølje bestående af en lang position i den nedre 50%-fraktil af aktiverne i stikprøven (aktierne med den laveste B/M-ratio) samt en kort position i den øvre 50%-fraktil (aktierne med den højeste B/M-ratio).
LMI	'Liquid minus Illiquid'-porteføljen som er en portefølje bestående af en lang position i den nedre 50%-fraktil af aktiverne i stikprøven (aktierne med den laveste VA) samt en kort position i den øvre 50%-fraktil (aktierne med den højeste VA).
APT	Arbitrage Pricing Theory
CAPM	Capital Asset Pricing Modellen
FF 3-faktor-model	Fama-French 3-faktormodel som beskrevet i (Fama & French, 1993)
SML	Security Market Line (den lineære relation mellem $E(r_i)$ og β i CAPM)

1 Indledning

Den mest udbredte model til bestemmelse af afkastkravet på en virksomheds egenkapital er Capital Asset Price Modellen (CAPM) (Bodie, et al., 2014), hvis grundlæggere, William Sharpe og Henry Markowitz, modtog Nobelprisen i økonomi i 1990 for netop deres bidrag hertil. CAPM tager afsæt i Markowitz's porteføljeteori og er grundlæggende en ligevægtsmodel, der søger at svare på, hvordan risikopræmien på aktier kan beskrives i en verden af rationelle investorer med homogene forventninger under visse antagelser. Kort opsummeret er der tale om en lineær 1-faktormodel, hvor risikopræmien på et aktiv er proportional med aktivets systematiske risiko (β) (Bodie, et al., 2014).

CAPM er blevet kritiseret for (i) de relativt restriktive forudsætninger for modellen og (ii) dens evne til at forklare de i markedet observerede risikopræmier. Der er særligt en række markedsanomalier (fx The Equity Premium Puzzle og The Small-Firm-in-January Effect), som ikke kan forklares ud fra teorien om efficiente markeder eller risikojustering af de realiserede afkast med CAPM. Der er gennem tiden foreslået en række udvidelser, som i et vist omfang øger modellens evne til at forklare de realiserede risikopræmier. En af disse modeller er Eugene Fama og Kenneth French's 3-faktormodel, der anvender markedsværdien af egenkapitalen (MV) samt forholdet mellem den bogførte værdi og markedsværdien af egenkapitalen (kendt som Book-to-Market Value eller blot B/M) som forklarende variable til den forventede risikopræmie på et aktiv. FF 3-faktormodellen er blevet rost for sin evne til i højere grad end CAPM at forklare risikopræmien på aktier, men bliver samtidig kritiseret for sin vage teoretiske begrundelse af de forklarende variable. (Brealey, et al., 2014)

APT-modellen er som CAPM en lineær model, der søger at beskrive afkastet på aktier vha. af en række makroøkonomiske variable. Modellen har sin styrke i et sæt lempeligere forudsætninger (i modsætning til CAPM-modellens forudsætninger om homogene investorforventninger og -adfærd er det i APT-modellen tilstrækkeligt, at nogle få store investorer identificerer og handler på arbitragemuligheder), men er blevet kritiseret for ikke at redegøre for valget af risikoparametre (variable).

Modeller til bestemmelse af risikopræmien er centrale ifm. identifikation af benchmark-porteføljer, allokering af midler og performanceevaluering. Modellerne er væsentlige, fordi investorer interesserer sig for det risikojusterede afkast og forskellige metoder giver forskellige resultater. Meget akademisk arbejde er gået med at søge at forbedre disse modeller, langt størstedelen med udgangspunkt i det amerikanske marked.

Den omfattende forskning til trods er der til dato ikke fundet en model, som kan siges dækkende at beskrive det realiserede afkast gennem risikofaktorer ud fra et 'ex post' perspektiv endsige at beskrive det forventede afkast fra et 'ex ante' perspektiv. I

virkeligheden skyldes dette nok at aktiemarkedet, og specielt præmierne for dette, ikke er et system, der dækkende kan beskrives ved relativt få uafhængige variable som det kendes fra naturvidenskaben. I stedet bør dette system måske opfattes som værende til en vis grad kaotisk og beskrevet ved både stokastiske og 'psykologiske' variable etc. Til trods for ovenstående udfordringer er der dog stadig meget systematik at finde for risikopræmierne for aktier og disse udfordringer bør derfor ikke anspore til at opgive en beskrivelse, men snarere gøre, at man bør have en vis portion realisme i forhold til hvor stor en forklaringsgrad en lineær multifaktormodel med et overskueligt antal forklarende faktorer vil have for en større mængde repræsentative data.

I nærværende rapport undersøges forklaringsvejen for multifaktormodeller for risiko-præmier på det skandinaviske aktiemarked (de største aktiver). Dette vil blive gjort med basis i CAPM (1-faktormodel) og udvidet til en 3-faktor Fama-French model. Analysen er kraftigt inspireret af Fama-French's arbejde og resultaterne fra nærværende arbejde på skandinaviske aktiver vil blive sammenlignet med Fama-French's resultater for det amerikanske marked. Herefter vil multifaktormodellen blive udvidet/ændret til at indeholde andre (eksogene) faktorer og de opnåede resultater vil blive diskuteret. Det gennemgående tema vil være økonomisk/teoretisk plausibilitet af de forklarende variable samt tidsmæssigt stabilitet af disse.

1.1 Problemformulering

CAPM og (lineære) multifaktorudvidelser til denne model er til dato det bedste redskab til at forklare de realiserede risikopræmier på aktiemarkedene og derfor danne forhåbning om et korrekt estimat for det fremtidige forventede afkast.

I hvilken grad er disse modeller gyldige på det skandinaviske aktiemarked? Hvilke udvidelser kan der foretages til CAPM og hvorledes kan dette forbedre forklaringsgraden? I hvor høj grad er resultaterne fra disse modeller tidsmæssigt stabile?

For at afdække denne problemformulering vil vi fokusere på følgende undersøgelses-spørgsmål, der alle omhandler risikopræmier på aktiemarkedene:

- a) I hvilken grad forklarer CAPM det realiserede afkast for det skandinaviske aktiemarked over de sidste 25 år?
- b) Hvilke årsager er der til CAPM's (evt.) manglende forklaringsgrad og er de forklarende variable tidsmæssigt stabile?
- c) Hvilken økonomisk/teoretisk baggrund findes for at udvide CAPM med de forklarende variable "Size" og "Book-to-Market ratio"?
- d) I hvilken grad forklarer Fama-French's 3-faktormodellen det realiserede afkast for det skandinaviske aktiemarked over de sidste 25 år?
- e) Hvilke årsager er der til Fama-French's 3-faktormodels (evt.) manglende forklaringsgrad og er de forklarende variable tidsmæssigt stabile?
- f) Hvilke udvidelser med 'eksogene faktorer' til Fama-French's 3-faktormodel kan give forhåbninger om en bedre forklaringsgrad på det skandinaviske aktiemarked over de seneste 25 år?

- g) I hvilken grad forklarer 'eksogene faktorer' det realiserede afkast for det skandinaviske aktiemarked over de sidste 25 år?
- h) Hvilke typer af modeller og analyser bør der fokuseres på i fremtiden for at opnå yderligere forståelse for den realiserede risikopræmie på det skandinaviske aktiemarked?

1.2 Teoretisk afsæt

Opgaven tager afsæt i CAPM-modellen som defineret i (Sharpe, 1964), (Lintner, 1965a), (Mossin, 1966) og (Sharpe, 1970), FF 3-faktormodellen som defineret i hhv. (Fama & French, 1992) og (Fama & French, 1993) samt APT-modellen som defineret i (Ross, 1976).

Testen af CAPM tager afsæt i principperne fra (Lintner, 1965b), idet datasættet ikke indeholder tilstrækkelig mange aktiver til på fornuftig vis at opdele aktiverne i porteføljer, som det er gjort i (Black, et al., 1972). Anvendelsen af FF 3-faktormodellen følger med visse tilpasninger principperne i (Fama & French, 1992), (Fama & French, 1993) og (Fama & French, 2014), hvoraf den væsentligste ændring er den, at modellen i nærværende rapport anvendes på enkeltaktiver frem for porteføljer af aktiver.

Valget af forklarende variable til APT-modellen er gjort på baggrund af overvejelser omkring hvilke særlige forhold, der gælder på det skandinaviske marked, og der vil blive redegjort individuelt for disse senere i rapporten.

Det teoretiske afsæt er støttet af (Bodie, et al., 2014), (Brealey, et al., 2014), (Ackert & Deaves, 2010) og (Ayyub & McCuen, 2003).

Introduktionen af likviditet, eller proxyer herfor, som risikomål er foretaget med baggrund i (Amihud, et al., 2013).

1.3 Metode

Harry Markovitz lagde med tankegangen bag middelværdi-varians effiente porteføljer i (Markowitz, 1952) kimen til én- og flerfaktormodellerne i såvel CAPM, FF 3-faktormodellen og analyserne i denne rapport. Udgangspunktet er et efficient marked i Eugene Famas semistærke form, hvor store markedsaktører på jagt efter arbitragemuligheder medvirker til at sikre rationel prisfastsættelse – i hvert fald det meste af tiden og for de mest likvide aktiver. Vi afviser ikke de behavioristiske forklaringer på fx Fama-French parametrene MV og B/M, men søger derimod at eftervise (alternativt forkaste) de rationelle modellers evne til at forklare variationen i risikopræmien på et udvalg af skandinaviske aktier.

Hjørnестenen i denne opgave er en analyse af ex post samvariationen mellem afkastet på en stikprøve af børsnoterede aktier og en række observerbare variable. Blandt de udvalgte variable er de fleste hvad man kan betegne som endogene ift. modellen, idet de er givet af de aktieudstedende virksomheders karakteristika (fx MV og B/M). Endvidere er der en række eksogene variable, der er givet af de makroøkonomiske omstændigheder (fx hjemlandets BNP), som virksomhederne opererer i.

Fremgangsmåden er enkel; vi anvender CAPM og FF 3-faktormodellerne på den udvalgte stikprøve og tester dernæst modellernes evne til at forudsige den realiserede risikopræmie. På tilsvarende vis opbygges en APT-model og dennes forklaringsgrad testes efter samme princip. De betragtede modeller er alle lineære, idet et forsøg med en 2.ordens 1-faktormodel ikke påviser eksistensen af højere ordens relationer.

Til estimering af modellernes parametre anvendes regressionsanalyse (ordinary least squares (OLS)) og til validering gennemføres simple hypotesetests af såvel parametrene (t-test) som de samlede modeller (F-test). Som acceptkriterium anvendes et 95% konfidensinterval.

Regressionsanalysen er baseret på antagelsen omkring uafhængige, normalfordelte fejlede med konstant standardafvigelse og en middelværdi på 0 (Ayyub & McCuen, 2003):

- a) Fejleddene er uafhængige af hinanden
- b) Fejleddene er normalfordelte med $N(\mu, \sigma) = N(0, k)$, hvor k er konstant

I tillæg hertil er der en række modelspecifikke antagelser (fx CAPM's antagelse om homogene investorforventninger), der belyses under de respektive afsnit. Antagelsernes validitet undersøges i et vist omfang ifm. anvendelsen af de respektive modeller.

Databehandlingen er foretaget i Excel med 'hjælp' fra enkelte scripts i Matlab/Octave samt dataforbindelser til Quandl og Thomson-Reuters Datastream. Det forholdsvist store antal regressionsanalyser er systematiseret med Excels `LINEST()`-funktion, der for store serier er et fremragende substitut for programmets 'regression toolbox' (og i øvrigt baseret på samme algoritme). På trods af det forholdsvist lave antal aktiver i stikprøven/indekset (Fama-French anvender hele NYSE-indekset i deres stikprøve) har det været nødvendigt at dele analyserne ud på adskillige filer af hensyn til Excels kapacitet.

Der er umiddelbart intet i hverken CAPM, FF 3-faktormodellen eller APT-modellen, der advokerer for en bestemt periodelængde i tidsserierne. I denne rapport benyttes månedlige observationer, således at resultaterne direkte kan sammenlignes med fx (Fama & French, 2014). Valget af periodelængde er et kompromis mellem på den ene side ønsket om flest mulige observationer og på den anden side ønsket om at reducere den stokastiske støj fra prisdannelsesprocessen. Det er endvidere forventningen, at autokorrelation mellem fejleddene udgør et mindre problem for relativt lange observationsfrekvenser. I lyset heraf virker den valgte periodelængde optimal.

Som ligevægtsmodel beskæftiger CAPM sig med forventede afkast fra et ex ante perspektiv. I denne opgave undersøges modellens evne til ex post at forklare variationen i de realiserede afkast. Med et gennemsnitligt årligt afkast (aritmetisk) på 12,33% på aktiverne i stikprøven i observationsperioden og en standardafvigelse på mellem 17 og 82% må fejleddet (den virksomhedsspecifikke risiko) alt andet lige forventes at repræsentere en væsentlig mængde støj. En tilsvarende konklusion findes i (Lintner, 1965b), der i en analyse af 301 større amerikanske virksomheder fandt en overvægt af forklaringsgrader på under 25% i stikprøven, samt i (Miller & Scholes, 1972) der baseret på den statistiske signifikans af parametrene i en regression afviste en stikprøve designet til at opfylde CAPM. Eller som formuleret af William Sharpe i (Sharpe, 1970, p. ix):

"It is useful to remember that almost all empirical research deals with ex post manifestations of investor's expectations and their predictions of risks and correlations, and that such measures are subject to considerable error. It is perfectly possible that ex ante variables may conform perfectly with a capital market theory and yet this conformance may be impossible to detect with high statistical significance in ex post data. The problem is exacerbated if the theoretical relationships hold in each period but with changing parameter values from period to period."

En lignende problemstilling må forventes i forbindelse med test af FF 3-faktor- og APT-modellerne på enkeltaktiver. Black, Jensen og Scholes opnår i (Black, et al., 1972) en væsentlig bedre forklaringsgrad ved at opdele enkeltaktiverne i 10 porteføljer opdelt efter de ved simpel regression fundne β -værdier baseret på en periode forud for observationsperioden (om end de stadig må forkaste CAPM).

Det har været ønsket at foretage analysen fra en dansk investors perspektiv og baseret på det skandinaviske marked, idet der lader til at være forholdsvis lidt publiceret materiale herom. Da der er et begrænset antal større aktiver på det skandinaviske marked gennemføres testen af faktormodellerne baseret på enkeltaktiver frem for porteføljer af sorterede aktiver. Det forventes at afspejle sig i resultaterne i form af lavere forklaringsgrader, end det er set i fx (Fama & French, 2014) og end det forventeligt havde været muligt med en porteføljetilgang som beskrevet i (Black, et al., 1972). Såfremt analysen ikke bekræfter modellernes evne til at forklare den realiserede risikopræmie, vil det være oplagt at udvide datasættet og forfølge porteføljetilgangen i et kommende studie.

1.4 Datagrundlag

Rapportens datagrundlag er de seneste 25 års kurshistorik for de 3 førende aktieindices i Skandinavien – det danske OMXC20, det norske OBX25 og det svenske OMXS30. De tre indeks består af de 20-30 mest handlede aktier (målt på markedsværdi i den lokale valuta). Det er den almindelige opfattelse, at disse aktiver i middel er mere efficiente end de mindre likvide mid- og small-cap aktiver. Valget af stikprøve/markedsindeks bør således øge sandsynligheden for at understøtte de rationelle forklaringer på risikopræmien i CAPM, FF 3-faktor og APT-modellerne.

Periodevalget er delvist arbitrært, men afspejler dog et kompromis mellem ønsket om forholdsvis nutidige data, mulighed for at teste resultater over forskellige perioder (tidsmæssig stabilitet) og datatilgængelighed. Perioden indeholder tre lavkonjunkturperioder (de magre år efter kartoffelkuren i start 90'erne, IT-boblen omkring årtusindskiftet og finanskrisen i slut 00'erne) og 3 højkonjunkturperioder (midt 90'erne, midt 00'erne og genetableringsperioden efter finanskrisen).

Fisher Black proklamerer i (Black, 1993) at det med et omhyggeligt periodevalg er muligt at finde perioder på mere end to årtier, hvor ex post SML-relationen i CAPM er flad. I samme ombæring kritiserer han Eugene Fama og Kenneth French for i (Fama & French, 1992) ikke at forholde sig tilstrækkelig nøgternt til risikoen for *datamining*. Særligt kritiserer han den svage teoretiske begrundelse for valget af risikoparametre. Det er håbet, at ovenstående arbitrære periodevalg med tilnærmelsesvist tre fulde konjunkturcyklusser overlever en lignende kritik. Modellernes og parametrenes stabilitet over tid testes i et vist omfang på

forskellige delperioder såvel som på den samlede observationsperiode, og Blacks kritik søges således i et vist omfang imødekommet.

For at sikre en vis tyngde (og undgå at udelukke for mange aktiver) er der i stikprøven alene medtaget aktier med mindst 45 tidsserieobservationer (lukkekurs, MV og B/M) i observationsperioden. Dette udelukker aktierne ISS, Aker Solutions og BW LPG. Endvidere er det på et sent tidspunkt gået op for os, at Yara International er faldet ud af stikprøven som følge af en fejl. Det forventes ikke, at inkluderingen af Yara International i væsentlig grad ville have påvirket resultaterne.

1.4.1 Datakilde

Tabel 1 indeholder en oversigt over datagrundlaget. Data er hentet fra Thomson-Reuters Datastream, jf. Tabel 2, for en oversigt over de anvendte datatyper.

Kilde:	Datastream (Thomson Reuters)
Periodevalg:	1. januar 1990 til 31. december 2014
Frekvens	Månedlige data opgjort som lukkekursen den sidste handelsdag i måneden (dvs. observationer fra mandag den 1/10-2012 er opgjort som lukkekursen fredag d. 28/9-2012).
Omfang	Alle aktier i OMXC20, OBX25 og OMXS30 pr. 1. februar 2015, der har mindst 45 månedlige kurser i observationsperioden (ekskl. Yara International)

Tabel 1: Oversigt over de grundlæggende kriterier for udvælgelse af data.

Datatype	Beskrivelse
P	Den officielle lukkekurs justeret for udbytte, kapitaludvidelser og aktietilbagekøb.
PTBV	'Price to Book Value' opgjort som aktiens lukkekurs (P) delt med den bogførte værdi af egenkapitalen pr. aktie.
MV	Markedsværdi af egenkapitalen opgjort i den lokale valuta (DKK for danske aktier, SEK for svenske aktier og NOK for norske aktier) som produktet af aktiens lukkekurs (P) og antallet af almindelige aktier i fri handel ('ordinary shares in issue').
VA	Handelsvolumen opgjort i den lokale valuta som produktet af kurs og antal for de gennemførte handler i markedet. Angivet i enheder af tusind (x1000) for en periode på 1 måned forud for den oplyste dato.
OILBREN	Prisen på 1 tønne Brent Crude Oil til levering i indeværende måned i USD.
SDGDP...D	Det svenske bruttonationalprodukt opgjort i SEK.
DKGDP...D	Det danske bruttonationalprodukt opgjort i DKK.
NWGDP...D	Det norske bruttonationalprodukt opgjort i NOK.
SDUN%TOTQ	Den svenske arbejdsløshedsprocent for personer mellem 15 og 74 år opgjort på månedsbasis.
DKUN%TOTQ	Den danske arbejdsløshedsprocent for personer mellem 15 og 74 år opgjort på månedsbasis.
NWUN%...	Den norske arbejdsløshedsprocent for personer mellem 15 og 74 år opgjort på kvartalsbasis. Da arbejdsløsheden ændrer sig forholdsvis langsomt over tid, er dataserien konverteret til månedlige observationer ved at interpolere mellem observationerne.

Tabel 2: Oversigt over og beskrivelse af de anvendte datatyper fra Datastream.

I tillæg hertil er data for den implicitte volatilitet (VIX) på S&P500 hentet fra Euroinvestor og opgjort som værdien hver den første handelsdag i måneden. Valutakurserne og CIBOR-renterne er hentet fra Danmarks Statistik (Statistikbanken) og opgjort som måneds-gennemsnit.

1.4.2 Risikofri rente

De månedlige aktiekurser er omregnet til danske kroner (DKK) inden afkastet er bestemt. Risikopræmierne er herefter bestemt ved at fratrække den gennemsnitlige 1-måned danske interbankrente (CIBOR). Risikopræmierne afspejler således et dansk investorperspektiv og indeholder bidrag fra såvel risikopræmien på aktier ift. de korte interbankrenter samt valutaudsving.

CIBOR-renten er anvendt på grund af den forholdsvis lange, ubrudte historik, den matchende periodelængde og det forventeligt lave spread til danske statsobligationer/skat-kammerbeviser (dvs. der eksisterer månedlige observationer for hele observationsperioden og renterne afspejler tilnærmelsesvist et risikofrit afkast).

1.4.3 Markedsindeks

I FF 3-faktormodellen opdeles indekset i porteføljerne 'Small' og 'Big' baseret på markedsværdien af aktiverne i indekset samt i porteføljerne 'Low B/M' og 'High B/M'. I tillæg hertil opdeles indekset i en række egne porteføljer (fx 'Illiquid' og 'Liquid'). I alle tilfælde kræver opdelingen kendskab til indeksets sammensætning over tid. Som beskrevet og reflekteret over i afsnit 1.4.4 har det ikke været muligt at afdække sammensætningen af de tre indices i stikprøven over tid. Ej heller har det været muligt at sammensætte et markedsværdivægtet indeks bestående af OMXC20, OBX25 og OMXS30, idet markedsværdierne af de tre indices opgjort i Datastream kun går tilbage til 2007/2008.

Således har det været nødvendigt at bestemme risikopræmien på markedet (r_m) baseret på et indeks bestående af aktiverne i stikprøven. Indekset er vægtet med markedsværdien af aktier i fri handel (opgjort i DKK) og beregnet uafhængigt for hver periode i datasættet med det tilgængelige antal aktiver.

Alternativt kunne vi have anvendt et bredere indeks (fx MSCI Nordic) til bestemmelse af markedets risikopræmie. Det havde sandsynligvis givet et bud på risikopræmien på markedet, der lå tættere på 'den sande værdi' end det opstillede indeks frembringer, men det havde også introduceret en inkonsistens i fremgangsmåden, idet fx risikopræmierne på SML og HML i FF 3-faktormodellen ville afspejle ét indeks mens risikopræmien på markedet afspejlede et andet. Som det i øvrigt fremgår af Tabel 3 er afkastet på det etablerede indeks stærkt korreleret med såvel MSCI Nordic-indekset som de 3 markedsindices, hvilket understøtter valget af det etablerede indeks som markedsindeks.

Korrelation mellem afkast	Eget indeks	MSCI Nordic	OMXC20	OBX25	OMXS30
Eget indeks	1,00	0,91	0,78	0,79	0,93
MSCI Nordic		1,00	0,75	0,73	0,92
OMXC20			1,00	0,70	0,66
OBX25				1,00	0,68
OMXS30					1,00

Tabel 3: Korrelationer mellem afkast i det etablerede (eget) indeks, MSCI Nordic-indekset og de 3 nationale indices i stikprøven.

Det er oplagt, at afkastet på markedsporteføljen bliver 'biased opad' som følge af ovenstående simplificering, idet et antal af de dårligst præsterende virksomheder må forventes

løbende erstattet af bedre præsterende aktiver. For de tidlige år i observationsperioden, hvor der er relativt få aktiver i datasættet, må der endvidere forventes et mere usikkert estimat for SMB- og HML-porteføljernes afkast, end for de senere år. Førstnævnte effekt ses i Tabel 4 hvor de gennemsnitlige risikopræmier for de tre landeindices, MSCI Nordic samt markedsindekset (eget indeks) er tabuleret.

Indeks	Middelværdi	Standardafvigelse
Eget indeks	0,0105	0,0591
MSCI Nordic	0,0102	0,0630
OMXC20	0,0041	0,0538
OBX	0,0027	0,0687
OMXS30	0,0046	0,0634
Gennemsnit	0,0055	0,0613

Tabel 4: Oversigt over de gennemsnitlige risikopræmier på det etablerede indeks og de tre nationale indices. Det fremgår, at den opadgående bias (på middelværdien) i udvælgelsen af aktiverne i stikprøven udgør en faktor 2,3-3,9 for de nationale indices, mens det ikke lader til at udøve indflydelse ift. MSCI Nordic indekset.

I Tabel 4 ovenfor ses det, at MSCI Nordic og det etablerede markedsindekset stort set er identiske med hensyn til middelværdi og spredning i observationsperioden. Risikopræmien på de to indices er væsentligt højere (faktor 2-4) end risikopræmierne på de tre nationale indices. For det etablerede indeks vedkommende skyldes det formentlig det nævnte selektionsbias, der således ikke er uvæsentligt. For MSCI Nordic indekset er svaret ikke kendt, men det skyldes givetvis tilstedeværelsen af nogle meget profitable aktiver, som ikke har indgået i de nationale indices (fx mid og small cap aktier). På trods af det åbenlyse bias har vi valgt at gå videre med det etablerede indeks af de tidligere beskrevne årsager.

1.4.4 Selektionsbias i datagrundlaget

Da det ikke har været muligt at afdække sammensætningen af de 3 nationale indices (OMXC20, OBX24 og OMXS30) løbende gennem hele observationsperioden, udgøres datagrundlaget af de aktier, der indgår i de 3 indices pr. 1. februar 2015. Således er antallet af aktier i stikprøven som funktion af tiden voksende i observationsperioden og udgør eksempelvis i testen af CAPM 28 aktiver i 1990, 52 aktiver i 2000 og 71 aktiver i 2014. Dette repræsenterer forventeligt en selektionsbias, idet aktier, der var optaget i ét af de tre indices i 1990 men ikke i 2015, enten må være afnoterede eller være 'faldet ud' af stikprøven til fordel for aktier med en højere omsætning. Begge årsager medvirker til en skævvridning af stikprøven (selektionsbias) ud fra effekterne:

- Afnotering sker som regel ifm. opkøb eller konkurs. En relativt lav markedsværdi øger sandsynligheden for begge dele.
- Virksomheder, der præsterer under forventning i en periode, antages at udvise faldende markedsværdi. En faldende markedsværdi forventes på sigt positivt korreleret med lavere omsætning på børsen (det samme antal handler resulterer i en lavere omsætning) hvorfor virksomheder med faldende markedsværdi forventes mere tilbøjelige til at 'falde ud' af de tre indices end virksomheder med stigende markedsværdi.

Virksomheder med en faldende eller langsommere voksende markedsværdi (lavere afkast) end gennemsnittet må således forventes underrepræsenteret i stikprøven. Det bemærkes, at en faldende markedsværdi i et Fama-French setup svarer til en stigende B/M, hvorfor underrepræsentation af disse virksomheder i stikprøven kan medføre lavere B/M-risikopræmier, end det ville være tilfældet i populationen (alle handlebare aktiver i verden). Endvidere kan fremgangsmåden medføre en højere lineær samvariation mellem aktiverne og de etablerede porteføljer, end det ville have været tilfældet, såfremt et bredere sammensat markedsindeks havde været anvendt.

Vi er ikke bekendte med konkurser i de 3 landeindices i perioden, men der er adskillige noteringer og afnoteringer med ændringer af de tre indices til følge (fx noteringen af TDC i 1994 og igen i 2010).

2 Test af CAPM

I det følgende gives der en kort gennemgang af antagelserne i CAPM. Teorien er funderet på Markowitz's porteføljeteori og bygger således på antagelsen om normalfordelte afkast.

Denne antagelse er så essentiel, at dens validitet undersøges på stikprøven af aktiver og afkast. Dernæst anvendes modellen til at estimere α -værdier, β -værdier, residualer og forklaringsgrader (R^2) for aktiverne i stikprøven. De fundne β -værdier anvendes som input i en andenordens regression sammen med de realiserede afkast med henblik på at validere/forkaste i SML-relationen i CAPM. Parametrenes signifikans undersøges med en t-test. Endelig testes, som respons på Blacks kritik (se afsnit 1.4), stabiliteten af de fundne β -værdier og forklaringsgrader for fem på hinanden følgende delperioder (Black, 1993).

CAPM-modellen forudsætter linearitet i forholdet mellem responsvariablen og de forklarende variable. Ved test af CAPM-relationen med β som både første- og andenordens-led verificeres denne antagelse for stikprøven. Valide resultater fra en regressionsanalyse forudsætter endvidere fravær af seriel korrelation og tidsmæssigt stabile parametre, hvilket danner rammen om afslutningen af kapitlet.

2.1 Forudsætninger

CAPM bygger på en række relativt restriktive forudsætninger, der gennem tiden har gjort modellen til genstand for en del kritik. Forudsætningerne, som defineret i (Sharpe, 1970), er:

1. Investorerne er rationelle og risikoaverse. De træffer beslutninger vedrørende investeringsprospekter baseret alene på forventninger til afkast, standardafvigelser på afkastene og korrelationen mellem afkastene. De er med andre ord 'mean-variance optimizers', der søger (1) at maksimere det forventede afkast givet standardafvigelsen på det forventede afkast eller (2) at minimere standardafvigelsen givet det forventede afkast (maksimal diversificering for et givet afkastkrav).
2. Investorerne kan frit låne og placere midler til den risikofri rente (r_f). Renten er ens for alle investorer og uafhængig af summens størrelse.
3. Investorerne har homogene forventninger, dvs. de har de samme forventninger til forventede afkast, standardafvigelser på de forventede afkast og korrelationer mellem de forventede afkast.

Til listen over forudsætninger tilføjer (Christensen & Pedersen, 2009):

4. Alle aktiver er handlebare og indgår i markedsporteføljen ligesom alle aktiver kan handles i vilkårligt små enheder.

5. Investorerne har samme tidshorisont og tidshorisonten er én periode. De adskiller sig således alene ved graden af risikoaversion.
6. Der er fuldkommen konkurrence, således at alle investorer er pristagere og ingen enkeltinvestor kan selvstændigt influere prisen.
7. Der er ingen restriktioner på kortsalg.
8. Der er ingen skat eller transaktionsomkostninger.

Det følger implicit af forudsætning 1, at de forventede afkast er tilnærmelsesvis normalfordelte, idet investorerne ellers ville interessere sig for højere ordens momenter som skævhed og kurtosis (Brealey, et al., 2014, p. 191). Dette antages normalt for tilfældet, når tidsintervallet er tilstrækkeligt kort. I afsnit 2.2 tester vi normaliteten af de observerede afkast.

CAPM er en ligevægtsmodel og i sin grundessens beskriver den scenariet, hvor alle investorer optræder rationelt og porteføljeoptimerer som foreskrevet af Markowitz. For at der kan opstå ligevægt må investorerne have adgang til de samme aktiver (forudsætning 4), herunder den samme risikofrie rente (forudsætning 2 sikrer at der alt andet lige kun findes én tangentportefølje) samt ens opfattelser af investeringsmulighederne (forudsætning 3). Forudsætning 6-8 har til intention at ophæve de i praksis eksisterende forskelle mellem investorer vedr. beskatning af kapitalgevinst, manglende adgang til (og forbud mod) at gå kort, omkostninger ifm. køb og salg samt muligheden for at influere prisen gennem store transaktioner.

Set i lyset af de åbenlyse forenklinger og det efterhånden tunge bevismateriale for forskellige grader af irrationalitet i investeringsbeslutningen, der er opbygget i 'behavioural finance' litteraturen over de seneste 20 år, er det tydeligt, at ingen af de 8 ovenstående forudsætninger strengt taget er opfyldt i praksis. Til trods for at forudsætningerne for CAPM ikke er opfyldt, og det således *a priori* ikke kan forventes denne har en fuldstændig forklaringsevne (især på enkeltaktiver), er der stadig basis for en empirisk test af, i hvilken grad de enkelte forudsætninger er, brudt samt af forklaringsevnen for modellen generelt (Bodie, et al., 2014, p. 303).

Den nok 'tungeste' kritik af CAPM er kendt som Roll's kritik og er baseret på, at der dybest set kun er én test-bar forudsigelse/hypotese i CAPM, nemlig at markedsporteføljen er 'mean-variance efficient' (hvilket betyder at tredje- (og højere-) ordens momenter af afkastene er negligable) (Bodie, et al., 2014). I dette setup eksisterer der to vanskeligheder ved brugen af en proxy for den sande markedsindeks (bestående af alle aktiver), nemlig at:

- Proxyen er muligvis 'mean-variance efficient' selvom det sande markedsindex ikke er det (eller *vice versa*).
- Da de fleste oplagte proxyer (se Tabel 4) er stærkt korrelerede kan det lede til den fejlagtige konklusion, at valget af proxy er af mindre betydning (benchmark error).

Trods den omfattende (og til tider meget akademiske) kritik af CAPM, står modellen stadig som den mest anvendte model til beskrivelse af risikopræmien blandt markedsspillere/investorer (Bodie, et al., 2014).

2.2 Test af normalfordelingsantagelsen

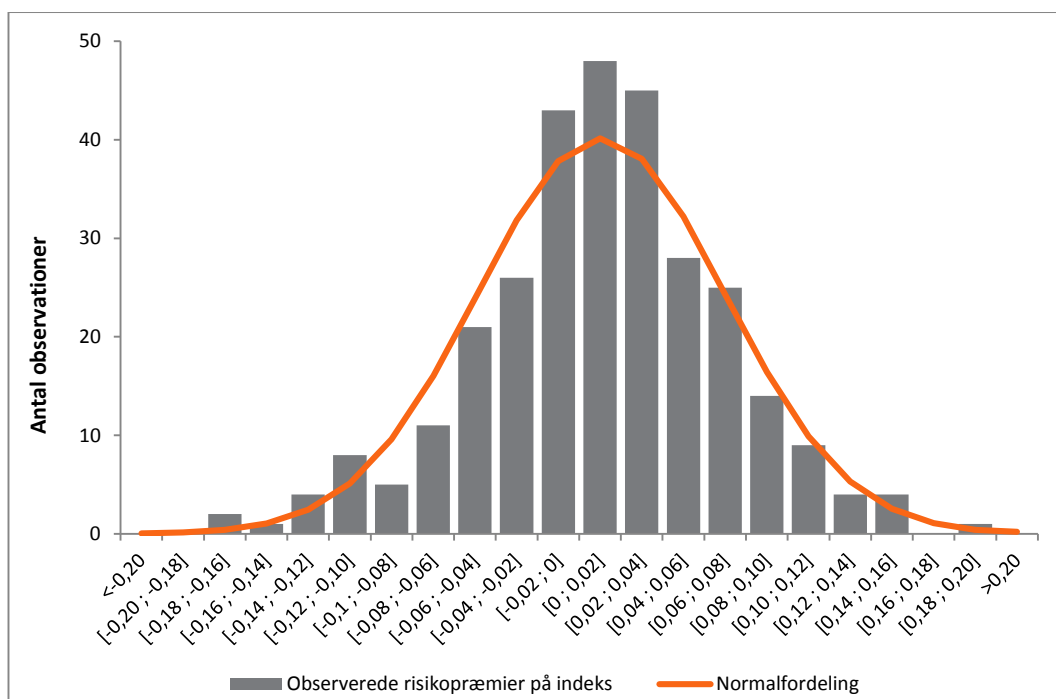
I dette afsnit undersøges normalfordelingsforudsætningen ved at teste, hvorvidt de enkelte afkast i datagrundlaget er trukket fra samme normalfordeling samt i hvilken grad afkastene fra de enkelte aktiver i indekset er (individuel) normalfordelte.

En normalfordelt afkastserie er bl.a. kendetegnet ved, at skævhed og excess kurtosis er lig nul. Det er således forventningen, at de observerede skævheder og excess kurtosis på aktiverne i stikprøven i middel ikke er signifikant forskellig fra nul. Appendix A indeholder en tabel med middelværdier, standardafvigelse, skævheder og kurtosis for samtlige aktiver i stikprøven over observationsperioden. Resultatet er sammenfattet i Tabel 5, der indikerer en tendens til højre-skævhed (større højre hale end venstrehale) og en højere kurtosis end normalfordelingen (excess kurtosis) uden der dog direkte påvises nogen form for statistisk signifikans i mønstret.

ANTAL OBSERVATIONER	Skævhed	Excess Kurtosis
Antal observationer mindre end nul	21	1
Antal observationer større end nul	50	70

Tabel 5: Antallet af aktiver i stikprøven med observeret skævhed mindre end nul og kurtosis større end 3.

Udgangspunktet for den rationelle investor – som for modellerne i denne opgave – er en porteføljetilgang. I CAPM gives risikopræmien jo netop som kompensation for den systematiske risiko. Således kan vi nøjes med at interessere os for normaliteten i den observerede risikopræmie på markedsporteføljen.



Figur 1: Histogram over observerede månedlige risikopræmier på det etablerede markedsindeks i observationsperioden samt den tilsvarende normalfordeling med samme middelværdi og spredning som de observerede data (se Tabel 4).

Figur 1 viser et histogram over de observerede risikopræmier på markedsporteføljen etableret i afsnit 1.4.3. Ved visuel inspektion virker normalitetsantagelsen umiddelbart ikke urealistisk.

Normaliteten er testet vha. en χ^2 -test med et signifikansniveau på 5%. Nulhypotesen (H_0), at den observerede risikopræmie på markedsindekset tilnærmelsesvist er normalfordelt med en middelværdi og en standardafvigelse svarende til de for stikprøven observerede ($\mu = 1,05\%$, $\sigma = 5,91\%$), samt den alternative hypotese (H_A), kan skrives som:

$$H_0: \lambda_m \sim N(\mu = 0,0105; \sigma = 0,0591)$$

$$H_A: \lambda_m \neq N(\mu = 0,0105; \sigma = 0,0591)$$

hvor acceptkriteriet er, at stikprøvens χ^2 -værdi er mindre end den kritiske χ^2 -værdi fundet på baggrund af konfidensniveau og antallet af frihedsgrader.

Stikprøvens χ^2 -værdi er bestemt som:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

hvor O_i og E_i er hhv. de observerede og de forventede frekvenser i histogrammet i Figur 1. Stikprøvens χ^2 -værdi er i Tabel 6 bestemt til 15,355.

Interval	Stikprøve	Normalfordeling	Difference ²
<-0,20	0	0	0,000
[-0,20 ; -0,18]	0	0	0,000
[-0,18 ; -0,16]	2	0	0,000
[-0,16 ; -0,14]	1	1	0,000
[-0,14 ; -0,12]	4	2	2,000
[-0,12 ; -0,10]	8	5	1,800
[-0,10 ; -0,08]	5	10	2,500
[-0,08 ; -0,06]	11	16	1,563
[-0,06 ; -0,04]	21	24	0,375
[-0,04 ; -0,02]	26	32	1,125
[-0,02 ; 0]	43	38	0,658
[0 ; 0,02]	48	40	1,600
[0,02 ; 0,04]	45	38	1,289
[0,04 ; 0,06]	28	32	0,500
[0,06 ; 0,08]	25	24	0,042
[0,08 ; 0,10]	14	16	0,250
[0,10 ; 0,12]	9	10	0,100
[0,12 ; 0,14]	4	5	0,200
[0,14 ; 0,16]	4	3	0,333
[0,16 ; 0,18]	0	1	1,000
[0,18 ; 0,20]	1	0	0,000
>0,20	0	0	0,000
Sum af kvadrerede differencer (χ^2)			15,335

Tabel 6: Bestemmelse af stikprøvens χ^2 -værdi baseret på intervallerne i histogrammet i Figur 1. Stikprøven udgøres i denne sammenhæng af de observerede risikopræmier på markedsindekset.

Med 22 intervaller i histogrammet og estimerede værdier for hhv. frekvenser, middelværdi og standardafvigelse er der 19 frihedsgrader – og den kritiske χ^2 -værdi er således 30,144. Da den observerede χ^2 -værdi er mindre end den kritiske χ^2 -værdi, kan nulhypotesen ikke afvises og det må i stedet konkluderes, at risikopræmien på indekset med 95% sandsynlighed kan forventes normalfordelt med $N(\mu = 0,0105, \sigma = 0,0591)$. Det kan således ikke afvises at forudsætning 1 i afsnit 2.1 (normalfordelingsantagelsen) er opfyldt i datagrundlaget for denne rapport.

2.3 First-pass regression

Testen af CAPM følger en simpel procedure bestående af to trin. Først estimeres aktivernes β -værdi ved hjælp af en førsteordens regressionsanalyse på enkeltaktiverne og dernæst estimeres SML-relationen i CAPM ved hjælp af en andenordens regressionsanalyse baseret på de fundne β -værdier. Denne opdeling af testen er en følge af problemerne med ex post-perspektivet på en ex ante-model diskuteret i afsnit 1.3. Metoden kaldes en 'second-pass regression' og forklaringsgraden for en sådan regressionsanalyse indikerer hvorvidt CAPM har været opfyldt for aktiverne set fra et ex post-perspektiv (Bodie, et al., 2014).

Ifølge CAPM er det forventede afkast på aktiverne en lineær funktion af deres systematiske risiko (udtrykt ved aktivets β -værdi). Fejlleddet er normalfordelt med en middelværdi på nul og det er ikke muligt systematisk at opnå et højere afkast end SML-relationen beskriver, idet konsistente og signifikante afvigelser herfra vil udløse ændret efterspørgsel (et stort antal investorer foretager små justeringer af deres porteføljer) indtil ligevægten er reetableret.

SML-relationen i CAPM er givet ved:

$$\lambda_i = \beta_i \cdot \lambda_m$$

hvor λ er risikopræmien på hhv. aktiv i og markedet. Ovenstående relation undersøges vha. regressionsudtrykket:

$$\lambda_i = \alpha_i + \beta_i \cdot \lambda_m + e_i$$

hvor λ_i er risikopræmien i observationsperioden og forventningen til regressionskoefficienterne (ved opfyldt CAPM) er givet ved:

$$\begin{aligned}\alpha_i &= 0 \\ \lambda_i &= r_m - r_f \\ e_i &= 0\end{aligned}$$

Endvidere er det forventningen, at det markedsværdivægtede gennemsnit af de fundne β -værdier er lig 1, idet β for markedsporteføljen pr. konstruktion er lig 1 og β for en portefølje er lig det vægtede gennemsnit af aktivernes β .

Regressionsalgoritmen fitter parametrene i regressionsudtrykket ud fra kriteriet om minimering af de kvadrerede fejledd. Tabel 7 herunder indeholder resultaterne fra analysen og

fortæller således hvorvidt CAPM har været opfyldt på de største enkeltaktiver på det skandinaviske aktiemarked over de seneste 25 år. For samtlige aktier i det opbyggende indeks er der i kolonnen 'landeindeks' angivet i hvilket land, aktivet er noteret. I kolonnen 'N' er der angivet, hvor mange datapunkter, der er indeholdt i tidsserien, og her er der kun medtaget aktiver med mere end 45 observationer. Kolonnen ' MV_{AVG} ' angiver den tidsvægtede markedsværdi for aktivet i perioden, hvor der er data tilgængelige. Denne værdi bruges som vægtfaktor til beregning af det vægtede gennemsnit af de fundne β -værdier. I kolonnerne der er markeret med titlen "1-faktormodel" ses resultaterne fra regressionsanalyserne af tids-serierne fra de enkelte aktiver (α , β , R^2 og $\sigma(e_i)$). Som tidligere angivet er parametrene α og β henholdsvis skæring og hældning fra regressionsanalysen mellem realiseret risikopræmie for aktivet og realiseret markedsrisikopræmie. Værdierne R^2 og $\sigma(e_i)$ hidrører "kvaliteten" af regressionsanalysen, hvor R^2 ($0 \leq R^2 \leq 1$) betegner forklaringsgraden af den model der fittes med og $\sigma(e_i)$ betegner standardafvigelsen/spredningen af de observerede fejllid. I kolonnen " R^2_{adj} " ses de justerede forklaringsgrader. Sammenhængen mellem R^2 og R^2_{adj} afhænger af antal frihedsgrader/forklarende variable (p) og antal observationer (N) på følgende måde:

$$R^2_{Adj} = 1 - \frac{(1 - R^2) \times (N - 1)}{N - p - 1}$$

Således er R^2_{adj} ikke restringeret til intervallet mellem 0 og 1. I grænsen $N \gg p$, som opfyldes i dette tilfælde (idet tidsserier med mindre end 45 observationer ekskluderes), vil det gælde at $R^2_{adj} \approx R^2$ således at hensyntagen til antallet af frihedsgrader kun repræsenterer en mindre korrektion til forklaringsgraden. Resultaterne af førsteordensregressionerne fremgår af tabellen herunder.

AKTIE	LANDE-INDEKS	N	MV _{AVG}	1-faktormodel				R ² _{adj}
				α	β	R^2	$\sigma(e_i)$	
MAERSK 'A'	OMXC20	299	59.234	-0,0021	0,8250	0,2862	0,0775	0,2838
MAERSK 'B'	OMXC20	299	61.121	-0,0022	0,8542	0,3002	0,0776	0,2979
CARLSBERG 'B'	OMXC20	299	22.769	-0,0025	0,5257	0,1497	0,0745	0,1468
CHR HANSEN	OMXC20	53	23.194	0,0171	0,1255	0,0098	0,0501	-0,0097
COLOPLAST 'B'	OMXC20	299	17.721	0,0100	0,3117	0,0804	0,0627	0,0773
DANSKE BANK	OMXC20	299	72.905	-0,0033	0,8363	0,3090	0,0744	0,3067
DSV 'B'	OMXC20	299	9.635	0,0091	0,7827	0,2351	0,0840	0,2326
FLSMIDTH & CO.'B'	OMXC20	299	9.787	-0,0053	0,8709	0,2505	0,0896	0,2480
GENMAB	OMXC20	169	6.129	0,0081	0,9957	0,0922	0,1705	0,0868
GN STORE NORD	OMXC20	299	9.601	-0,0006	1,1193	0,3138	0,0984	0,3115
JYSKE BANK	OMXC20	299	9.887	-0,0007	0,6922	0,2614	0,0692	0,2589
NORDEA BANK	OMXC20	228	192.878	-0,0028	0,9706	0,4495	0,0615	0,4471
NOVO NORDISK 'B'	OMXC20	299	131.216	0,0091	0,4320	0,1391	0,0639	0,1362
NOVOZYMES	OMXC20	168	29.900	0,0093	0,4949	0,1518	0,0639	0,1467
PANDORA	OMXC20	49	27.892	0,0125	2,2654	0,2499	0,1511	0,2339
TDC	OMXC20	247	47.748	-0,0052	0,6603	0,1788	0,0804	0,1755
TRYG	OMXC20	109	25.006	0,0055	0,4233	0,1215	0,0605	0,1133
VESTAS WINDSYS.	OMXC20	199	33.186	0,0091	1,3055	0,2089	0,1471	0,2049
WILLIAM DEMANT	OMXC20	234	18.092	0,0028	0,9031	0,3076	0,0770	0,3046
AKASTOR	OBX25	127	19.792	0,0034	1,6447	0,3596	0,1110	0,3544
DET NORSKE OLJESEL.	OBX25	83	4.957	0,0010	0,4228	0,0211	0,1644	0,0090
DNB	OBX25	266	50.881	-0,0039	1,1746	0,3254	0,0984	0,3228

AKTIE	LANDE- INDEKS	N	MV _{AVG}	1-faktormodel				R ² _{adj}
				α	β	R ²	$\sigma(e_i)$	
DNO	OBX25	299	3.396	0,0071	0,9129	0,0690	0,1994	0,0659
FRED OLS. ENERGY	OBX25	205	8.144	-0,0117	1,2718	0,2858	0,1160	0,2823
GJENSIDIGE FORSIK.	OBX25	47	35.199	0,0090	0,5565	0,1188	0,0579	0,0992
GOLDEN OCEAN GRP	OBX25	119	2.746	0,0007	2,7102	0,3485	0,1920	0,3429
MARINE HARVEST	OBX25	209	8.336	-0,0023	1,1178	0,0799	0,2203	0,0754
NORSK HYDRO	OBX25	299	66.677	-0,0064	1,0153	0,4443	0,0675	0,4425
NORW. AIR SHUTTLE	OBX25	131	2.635	0,0135	1,6573	0,2053	0,1637	0,1991
OPERA SOFTWARE	OBX25	128	2.911	0,0167	0,8356	0,0869	0,1364	0,0797
ORKLA	OBX25	299	28.011	-0,0039	0,9197	0,3262	0,0786	0,3239
PETROL. GEO SERVICE	OBX25	267	8.919	-0,0086	1,4884	0,2547	0,1480	0,2519
REC SILICON	OBX25	102	25.075	-0,0262	1,8630	0,2296	0,1828	0,2219
ROYAL CRBN.CRUISES	OBX25	207	35.149	-0,0013	1,4480	0,3163	0,1232	0,3129
SCHIBSTED	OBX25	268	9.668	-0,0019	1,2008	0,3384	0,0988	0,3359
SEADRILL	OBX25	108	54.827	-0,0001	1,5408	0,4090	0,0986	0,4035
STATOIL	OBX25	161	287.227	-0,0027	0,7611	0,3185	0,0605	0,3142
STOREBRAND	OBX25	299	9.856	-0,0124	1,2517	0,3399	0,1037	0,3377
SUBSEA 7	OBX25	209	13.832	-0,0053	1,5515	0,2995	0,1377	0,2961
TELENOR	OBX25	167	103.335	0,0005	1,1978	0,4900	0,0667	0,4870
TGS-NOPEC GEOPHS.	OBX25	205	6.496	0,0031	1,2146	0,2454	0,1228	0,2417
ABB LTD N (OME)	OMXS30	185	219.462	-0,0037	1,6699	0,2338	0,1667	0,2297
ALFA LAVAL	OMXS30	150	33.197	0,0055	1,0307	0,3278	0,0793	0,3232
ASSA ABLOY 'B'	OMXS30	240	39.352	0,0074	0,9811	0,3629	0,0737	0,3602
ASTRAZENECA (OME)	OMXS30	187	496.858	-0,0009	0,3737	0,0994	0,0619	0,0946
ATLAS COPCO 'A'	OMXS30	299	48.656	-0,0005	1,0872	0,4549	0,0708	0,4530
ATLAS COPCO 'B'	OMXS30	299	21.427	-0,0007	1,1042	0,4465	0,0731	0,4446
BOLIDEN	OMXS30	187	15.892	-0,0066	1,6034	0,3064	0,1327	0,3026
ELECTROLUX 'B'	OMXS30	299	35.562	-0,0033	1,0475	0,3491	0,0851	0,3469
ERICSSON 'B'	OMXS30	299	237.724	-0,0075	1,6728	0,4883	0,1018	0,4866
GETINGE	OMXS30	258	16.622	0,0020	0,7302	0,2604	0,0711	0,2575
HENNES&MAURITZ'B'	OMXS30	299	144.926	0,0091	0,7690	0,2798	0,0734	0,2774
INVESTOR 'B'	OMXS30	299	40.046	-0,0075	1,1703	0,6337	0,0529	0,6325
KINNEVIK 'B'	OMXS30	220	15.761	-0,0016	1,5188	0,4824	0,0911	0,4801
LUNDIN PETROLEUM	OMXS30	158	20.380	0,0208	0,9696	0,1633	0,1174	0,1579
MODERN TIMES 'B'	OMXS30	206	13.069	-0,0012	1,5697	0,4306	0,1044	0,4278
NOKIA (OME)	OMXS30	89	282.838	-0,0111	1,0426	0,1725	0,1273	0,1630
NORDEA_SE	OMXS30	228	15.761	-0,0038	1,0922	0,5119	0,0610	0,5097
SANDVIK	OMXS30	299	57.940	-0,0048	0,9683	0,4202	0,0676	0,4182
SECURITAS 'B'	OMXS30	280	25.147	0,0017	0,7037	0,2488	0,0722	0,2461
SEB 'A'	OMXS30	299	64.287	-0,0063	1,4831	0,3661	0,1161	0,3640
SKANSKA 'B'	OMXS30	299	28.528	-0,0081	1,1270	0,4393	0,0757	0,4374
SKF 'B'	OMXS30	299	25.394	-0,0056	1,0282	0,3720	0,0794	0,3699
SSAB 'A'	OMXS30	299	12.267	-0,0064	1,1046	0,4047	0,0797	0,4027
SCA 'B'	OMXS30	299	39.680	-0,0051	0,8022	0,3751	0,0616	0,3730
SV.SKA HANDBKN. 'A'	OMXS30	299	75.747	-0,0028	1,0870	0,4276	0,0748	0,4257
SWEDBANK 'A'	OMXS30	233	75.654	-0,0045	1,1744	0,4199	0,0786	0,4174
SWEDISH MATCH	OMXS30	222	26.624	0,0075	0,1825	0,0359	0,0546	0,0315
TELE2 'B'	OMXS30	222	33.394	-0,0045	1,2582	0,4111	0,0870	0,4084
TELIASONERA	OMXS30	173	171.989	-0,0072	0,7733	0,2843	0,0665	0,2802

AKTIE	LANDE-INDEKS	N	MV _{AVG}	1-faktormodel				R ² _{adj}
				α	β	R ²	$\sigma(e_i)$	
VOLVO 'B'	OMXS30	299	69.015	-0,0062	1,1602	0,4781	0,0721	0,4764
Simpelt gennemsnit				-0,0003	1,0625	0,2915	0,0974	0,2873
Vægtet gennemsnit				-0,0021	0,9737			

Tabel 7: Oversigt over de fundne regressionsparametre α , β , $\sigma(e_i)$ og R² for den samlede stikprøve af aktier i OMXC20, OBX25 og OMXS30. Parametrene er baserede på hele observationsperioden, dvs. fra 1. januar 1990 til 31. december 2014. N angiver antallet af månedlige observationer og MV_{AVG} er den tidsvægtede gennemsnitlige markedsværdi i perioden målt i mio. DKK.

Det ses at middelværdien for α er meget tæt på 0, hvilket indikerer at aktiverne i middel ikke har leveret et overnormalt afkast i forhold til CAPM. Det rå (simple) gennemsnit over β værdierne er 1,06 hvilket er tæt på værdien 1 og derfor ikke overraskende. Den gennemsnitlige justerede forklaringsgrad er 0,29.

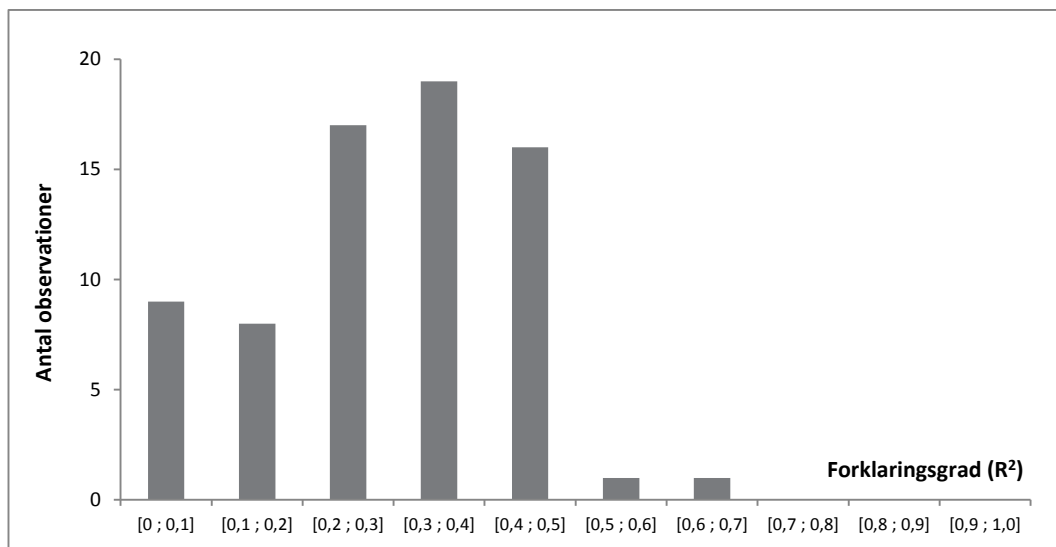
Der opnås en markedsværdivægtet β -værdi for aktiverne på 0,97, dvs. en anelse lavere end den forventede værdi på 1,00 (den vægtede værdi af β er 1 pr. konstruktion af markedsindekset). Dette skyldes formentlig, at vægtene er baseret på de gennemsnitlige markedsværdier i den 25-årige observationsperiode mens de anvendte vægte ved konstruktionen af markedsindekset er de opdaterede MV-værdier i hver periode.

I Tabel 8 herunder ses resultaterne fra Tabel 7 fordelt på de 3 landeindices. Med hensyn til α -værdier observeres der ikke signifikante forskelle mellem landene. Det ses at OMXS30, som er markedsværdimæssigt det største indeks, har en gennemsnitlig β værdi der i middel er den samme som den for hele indekset og en forklaringsgrad, der er større end den der findes for de mindre indices OMXC20 og OBX25. Dette kan enten være tilfældigt eller skyldes at OMXS30 indeholder større aktiver der er bedre beskrevet ved CAPM på grund af mindre ”støj” fra andre faktorer.

GENNEMSINIT	ΣMV	α	β	R ²	$\sigma(e_i)$
OMXC20	807.902	0,0036	0,8124	0,2152	0,0860
OBX25	788.067	-0,0008	1,2587	0,2669	0,1249
OMXS30	2.403.202	-0,0020	1,0754	0,3543	0,0843

Tabel 8: Værdierne fra 1-faktormodel regressionsanalysen fordelt på de tre landeindices.

Førsteordensregressionen resulterer i forklaringsgrader på mellem 0,01 og 0,63 med en middelværdi på 0,29. På Figur 2 ses et histogram over de observerede forklaringsgrader. Det ses at spredningen på forklaringsgraderne er stor og der findes en signifikant mængde af aktiver for hvilke CAPM tydeligvis har en meget ringe (ikke-eksisterende) forklaringsgrad.



Figur 2: De gennemførte 'first-pass regression' analyser giver en forklaringsgrad (R^2) på mellem 1 og 63%. Histogrammet herover viser, hvordan de opnåede forklaringsgraderne fordeler sig over intervaller. Det er tydeligt, at der er forholdsvis stor spredning på forklaringsgraderne.

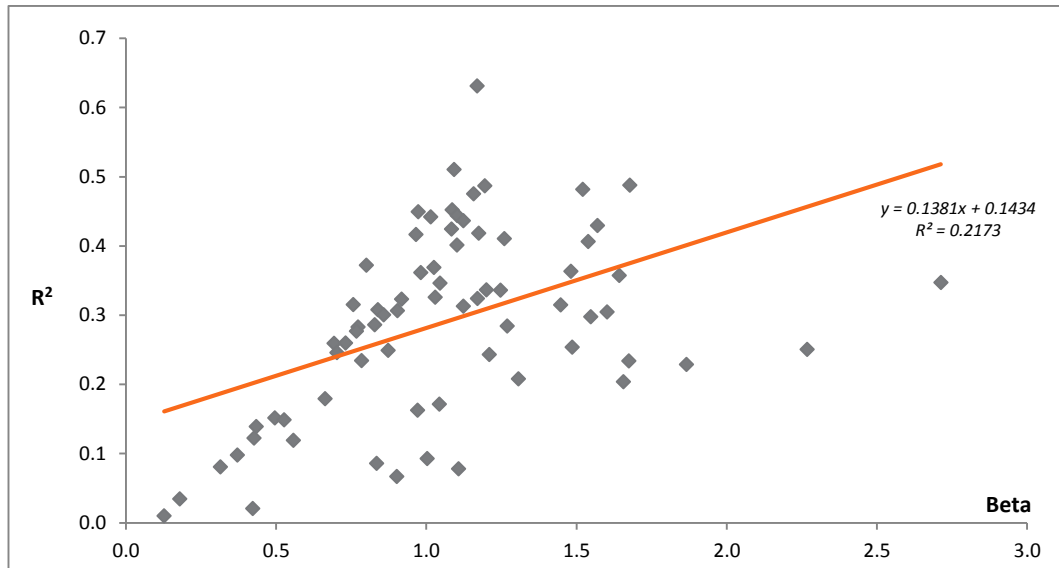
Førsteordens regressionsanalysens manglende forklaringssevne fører ikke nødvendigvis til en afvisning af SML-relationen i CAPM. De fundne β -værdier er bestemt med en vis usikkerhed i estimatet, hvorfor acceptkriteriet bør bero på SML-relationens evne til i middel at beskrive aktivernes risikopræmie.

I Tabel 9 herunder ses gennemsnitsværdierne for en række af parametrene fra Tabel 7. Disse gennemsnit er udregnet efter en inddeling i forklaringsgrader for CAPM. Hensigten med dette er at tydeliggøre eventuelle sammenhænge mellem forklaringsgrad (for CAPM) og andre parametre, der karakteriserer aktiverne. Kolonnen "Antal Aktiver" angiver antallet af aktiver med forklaringsgrad i det givne interval og reflekterer histogrammet i Figur 2.

R^2 -INTERVAL	Antal aktiver	N_{avg}	MV_{avg}	α_{avg}	β_{avg}	$\sigma(e_i)_{avg}$
[0 ; 0,1]	10	170	62.533	0,0076	0,58	0,1178
[0,1 ; 0,2]	8	188	70.312	0,0049	0,78	0,0940
[0,2 ; 0,3]	16	242	51.466	-0,0022	1,09	0,1064
[0,3 ; 0,4]	18	252	44.823	-0,0023	1,13	0,0906
[0,4 ; 0,5]	15	252	72.976	-0,0033	1,23	0,0794
[0,5 ; 0,6]	1	228	15.761	-0,0040	1,09	0,0610
[0,6 ; 0,7]	1	299	40.046	-0,0074	1,17	0,0529

Tabel 9: Gennemsnitsværdier for en række af parametrene fra Tabel 7 inddelt efter intervaller af CAPM-forklaringsgraden (R^2).

Formålet med denne inddeling er at påvise/undersøge eksistensen af eventuelle sammenhænge mellem i hvilken grad et aktiv opfylder CAPM og parametre der beskriver dets risikopræmies korrelation med markedspræmien. Det ses at de analyserede data viser tegn på en negativ korrelation mellem α og forklaringsgraden samt en positiv korrelation mellem β og forklaringsgraden.



Figur 3: Samhørende værdier af CAPM-forklaringsgrad (R^2) og β for aktiver i indekset. Den bedste rette linje for en lineær sammenhæng er indsat.

På Figur 3 ses samhørende værdier af CAPM-forklaringsgrad (R^2) og β for aktiver i indekset. Der observeres en tydelig positiv korrelation som beskriver den observation at CAPM har været opfyldt i højere grad for aktiver med større β blandt skandinaviske enkeltaktiver de seneste 25 år.

Sammenhængen mellem β og R^2 er en direkte konsekvens af definitionen på R^2 :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}}$$

hvor SS_{res} betegner "sum of squares" afvigelseerne for residualerne i regressionen og SS_{tot} betegner de tilsvarende totale afvigelser. Udtrykt ved β kan "sum of squares" skrives:

$$\begin{aligned} SS_{tot} &= \sum (R_i - Ave(R_i))^2 = \sum (\alpha_i + \beta_i - R_m + e_i - \alpha_i + \beta_i - Ave(R_m))^2 \\ &= \sum (\beta_i * (R_m - Ave(R_m)) + e_i)^2 \end{aligned}$$

I det SS_{res} er uafhængig af β fås at forklaringsgraden er en voksende funktion af β nøjagtig som det ses i Figur 3.

2.4 Second-pass regression

I afsnit 2.3 blev regressionskoefficienten (β) estimeret for samtlige aktiver i stikprøven i en såkaldt 'first-pass regression' analyse. Som tidligere beskrevet afstedkommes behovet for en 'second-pass regression' af misforholdet mellem ex ante-modellen og ex post-observationerne samt det ikke uvæsentlige stokastiske led i prisprocessen, jf. afsnit 1.3.

Således foretages 'second-pass regression' analysen med de observerede gennemsnitlige risikopræmier, β -værdier, samt varianser på fejleddet som input. SML-relationen er omskrevet til regressionsudtrykket:

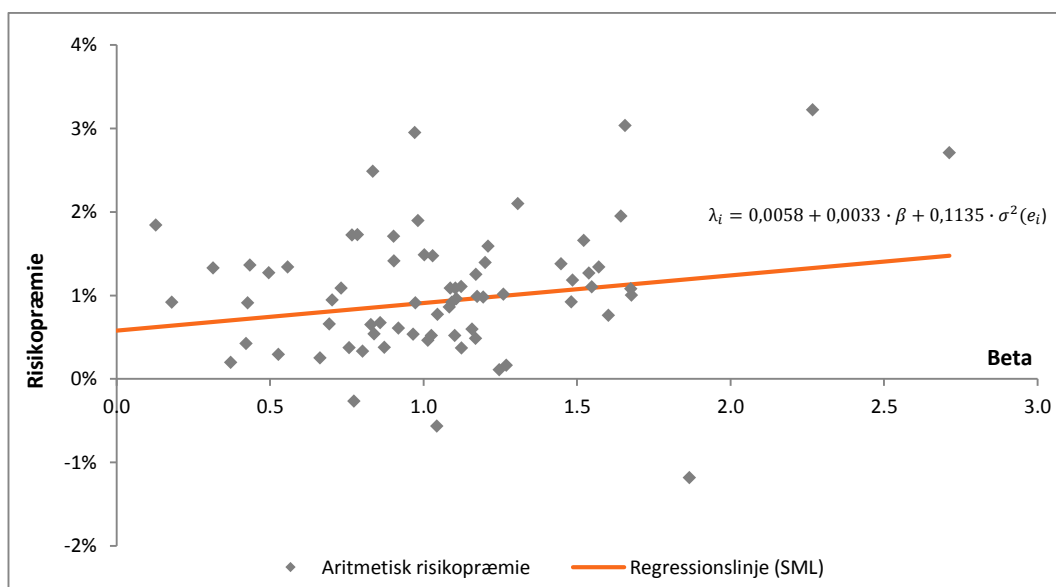
$$\bar{\lambda}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \beta_i + \gamma_2 \cdot \sigma^2(e_i) + \omega_i$$

hvor $\sigma^2(e_i)$ er variansen på fejleddet og ω_i er regressionens fejledd. Forventningerne til regressionsparametrene er:

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= 0 \\ \gamma_1 &= \bar{r}_m - \bar{r}_f \\ \gamma_2 &= 0\end{aligned}$$

hvor der med lighedstegnet skal forstås 'ikke signifikant forskellig fra'.

Resultatet af andenordensregressionen fremgår af Figur 4, der viser (β_i, λ_i) -observationerne samt det lineære fit til regressionsudtrykket. Der er tale om en forholdsvis lav forklaringsgrad ($R^2 = 0,0867$) og en SML-relation, der ikke umiddelbart vidner om en overbevisende lineær relation mellem de observerede risikopræmier og de fundne β -værdier.



Figur 4: Plot af de realiserede risikopræmier vs. de estimerede β -værdier for aktiverne i stikprøven samt andenordens regressionsanalyse af forholdet mellem de to parametre med henblik på at estimere ex post forklaringsgraden på SML.

Second-pass regression	γ_0	γ_1	γ_2	R^2
Regressionsparametre	0,0058	0,0033	0,1135	0,0867
Standardafvigelse	0,0023	0,0023	0,1068	-
t-værdi ($\gamma \neq 0$)	2,5391	-	1,0627	-
t-værdi ($\gamma \neq \bar{\lambda}_m$)	-	-3,1409	-	-
Forventning opfyldt?	Nej	Nej	Ja	-

Tabel 10: Koefficienter fra andenordens regressionen baseret på de estimerede β -værdier fra førsteordensregressionen og de realiserede afkast. Parametrenes t-værdier er beregnet som antallet af standardafvigelser middelværdierne ligger fra hhv. 0 (for γ_0 og γ_2) og den gennemsnitlige risikopræmie på markedet, $\bar{\lambda}_m$ (for γ_1). Den kritiske t-værdi er 1,66, hvorfor alene γ_2 opfylder de ovenfor nævnte kriterier til en accept af en SML-beskrivelse.

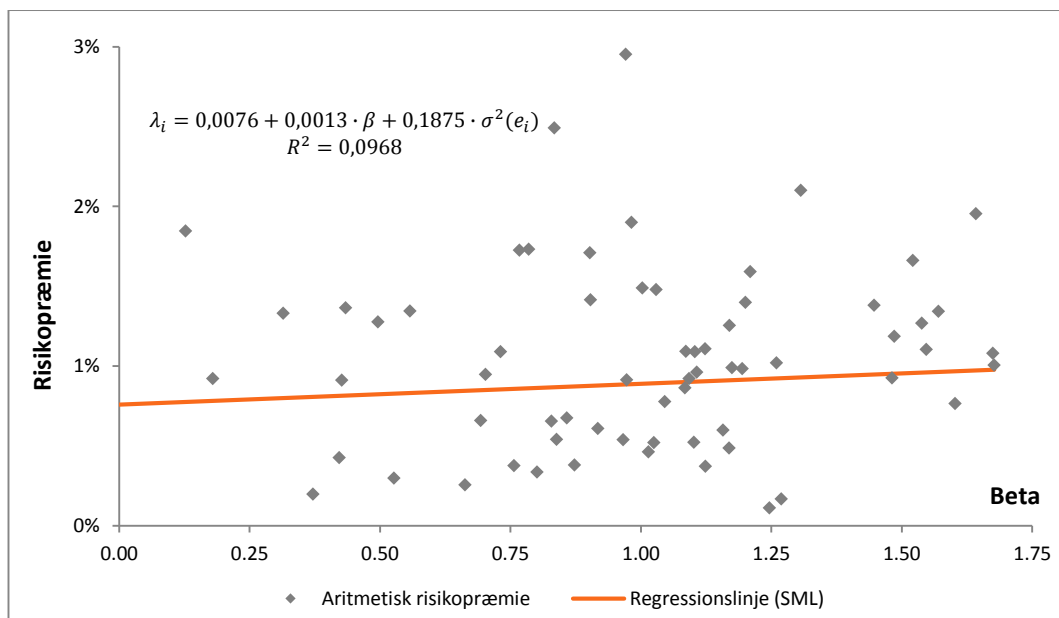
Det fremgår af Figur 4 og Tabel 10, at 'second-pass regression' analysen giver:

- et konstantled, der er større end og signifikant forskellig fra nul ($\gamma_0 \neq 0$)
- en hældning, der er lavere end og signifikant forskellig fra den gennemsnitlige observerede risikopræmie på markedet i observationsperioden ($\gamma_1 \neq \overline{r_m - r_f}$)
- en hældning på fejlleddet, der ikke er signifikant forskellig fra nul ($\gamma_1 = 0$)

Den observerede værdi af γ_1 svarer til en gennemsnitlig årlig risikopræmie på indekset på knap 4% hvilket er en del lavere end den observerede værdi i perioden på 12,6%. Tilsvarende observationer er gjort på NYSE aktiver i (Lintner, 1965b), hvor der også observeres en SML-relation der er 'alt for flad', dvs. en værdi for γ_1 der er ca. 4 gange lavere end den observerede risikopræmie på NYSE. Ligeledes observeres her en positiv værdi for γ_0 der er signifikant forskellig fra 0. Således er resultaterne fra ovenstående 'second-pass regression' analyse af CAPM på det skandinaviske marked helt i overensstemmelse med tidligere resultater fra internationale markeder.

2.4.1 Betydning af outliers

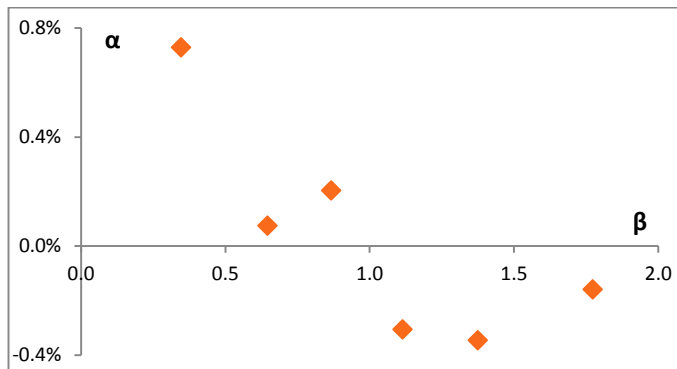
Det fremgår af Figur 4, at størstedelen af aktiverne ligger i intervallerne $\beta = [0,4 ; 1,7]$ og $\lambda = [0 ; 0,02]$. Der er enkelte aktiver med meget høje β -værdier ($\beta > 2$) og et enkelt aktiv med en meget lav risikopræmie ($\lambda < -1\%$). En negativ risikopræmie giver i det hele taget ikke meget mening i et ex ante perspektiv. Fjernes disse observationer (dvs. observationer med $\lambda < 0$ og $\beta > 2$) resulterer dette blot i en endnu fladere hældning på SML, en højere værdi for skæringspunktet med 2. akse og en marginalt højere forklaringsgrad. Resultatet for analysen uden disse 'outliers' samt regressionsparametrene fremgår af Figur 5.



Figur 5: Plot af de risikopræmier og β -værdier for aktiverne i stikprøven, hvor de mest ekstreme observationer ($\beta > 2$ og $\lambda < 0$) er udeladt af datasættet. Regressionslinjen viser hvordan justeringen fører til en SML-relation, der er endnu 'fladere' og skærer 2. akse i en endnu højere λ -værdi, end det var tilfældet med den ikke-justerede SML-relation i Figur 4. Samtidig stiger forklaringsgraden kun marginalt (fra 8,67% til 9,68%), hvorfor et forsøg på at fjerne 'outliers' fra stikprøven således blot resulterer i endnu lavere gyldighed for CAPM-modellen i dette setup.

2.4.2 Sammenhæng mellem α og β

I (Black, et al., 1972) observeres der, for NYSE aktiver, en væsentlig sammenhæng mellem (fortegnet på) aktivernes α -værdi og størrelsen på deres β -værdi. Her gælder der, at lav- β aktier har tendens til positive α -værdier og høj- β aktier, en tendens til negative α -værdier.



Figur 6: Grafen viser den gennemsnitlige α -værdi for 6 porteføljer i indekset. Porteføljerne er inddelt efter β værdi og førsteaksen angiver den gennemsnitlige β -værdi for porteføljen.

På Figur 6 ses de gennemsnitlige værdier af α for 6 porteføljer inddelt efter voksende β værdi. Her genfindes tendensen fra (Black, et al., 1972) med aftagende α vs. β . Således er der observeret en tendens til, at overnormale afkast skal findes blandt mere defensive aktiver.

2.4.3 Opsamling

Det må konkluderes, at CAPM ikke i væsentlig grad er i stand til at forklare variationen i risikopræmien på aktiverne i stikprøven i tidsperioden 1/1-1990 til 31/12-2014. Dette kan der være en række årsager til, de vigtigste værende:

1. Tidsafhængige variable
2. Seriel korrelation mellem fejlleddene
3. Brug af forkert funktionsudtryk (ikke-lineær SML-relation)
4. Fravær af væsentlige variable i modellen
5. Betydningen af usystematisk risiko
6. Risikopræmien er ikke bestemt af rationelle parametre

I de følgende afsnit undersøges punkterne 1-3, mens punkt 4 er genstand for refleksion i kapitel 3 og 4. Punkt 5 har vi berørt i afsnit 1.3. Endeligt svarer punkt 6 til at forkaste den lineære sammenhæng mellem risikopræmien og de undersøgte parametre, hvilket (alt andet lige) bliver resultatet, såfremt ingen af de tre modeller opnår en signifikant forklaringsgrad.

2.5 Autokorrelation

I tidsrækkeanalyser støder man ofte på fænomenet autokorrelation, som dækker over, at fejlleddene ikke er uafhængige/ukorrelerede, hvilket er en nødvendig betingelse for en korrekt regressionsanalyse (Gujarati, 1978). Autokorrelation er en egenskab ved fejlleddet fra regressionen og er derfor afhængig af både den givne model og de anvendte inputdata.

Konsekvenserne af autokorrelation er mange og knytter sig primært til de parametre der opnås ved en (mindste kvadraters) regressionsanalyse. De vigtigste konsekvenser af en eventuel tilstedeværelse af autokorrelation (i vores tilfælde) er:

- Bidrag til ikke-diagonale elementer i kovarians-/korrelationsmatricen (multicollinearity)
- Fejl/bias på standardafvigelser og konfidensintervaller fra regressionsanalysen (typisk underestimering)

I det generelle tilfælde kan de bagvedliggende årsager til autokorrelation være mange, men i nærværende analyse er de potentielle årsager primært:

- Forkert funktionsudtryk eller udeladte variable, der er autokorrelerede.
- Træghed. Gælder hvis præmierne ændrer sig langsomt (i forhold til tidsskalaen for sampling) således der er afhængighed mellem på hinanden følgende observationer.
- Regressionsdata hidrører fra manipulation, der ændrer dem til (korrelerede) ”gennemsnitsværdier”.

Således er autokorrelation et potentielt problem ved finansielle tidsseriesdata, der bør testes for.

Der testes for tilstedeværelsen af autokorrelation i resultaterne for 1-faktor indeksmodellen for samtlige aktiver i indekset med den såkaldte Durbin-Watson metode (Durbin & Watson, 1971). Her indføres Durbin-Watson-parameteren (DW):

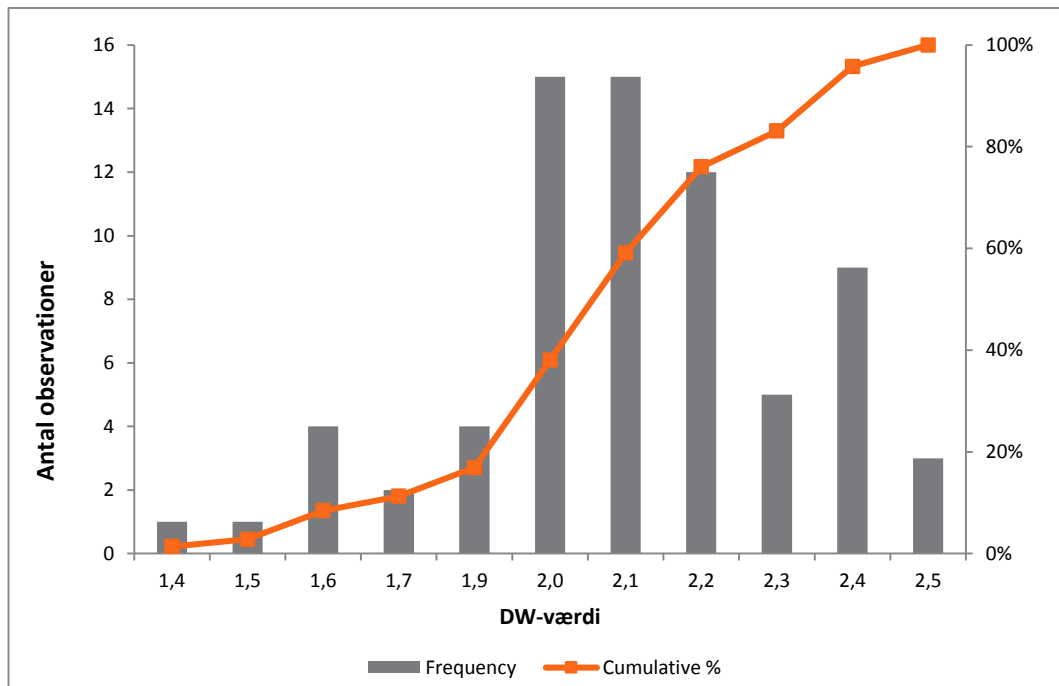
$$DW_i = \frac{\sum_2^n (e_{i,t} - e_{i,t-1})^2}{\sum_1^n e_{i,t}^2}$$

hvor $e_{i,t}$ er fejlleddet for det i 'te aktiv hidrørende fra tidspunktet t . Durbin-Watson parameteren opfylder følgende ulighed:

$$0 \leq DW_i \leq 4 \text{ for alle } i$$

En DW-parameter signifikant forskellig fra 2 er et tegn på seriel korrelation mellem fejlleddene. Korrelationen siges at være positiv for værdier større end 2 og negativ for værdier mindre end 2. Som hovedregel er der grund til yderligere undersøgelser hvis DW er mindre end 1 eller større end 3 (Gujarati, 1978).

De beregnede DW-værdier fremgår af appendiks B for samtlige aktiver i stikprøven. Figur 7 sammenfatter resultatet i et histogram med middelværdi og spredning som angivet i Tabel 11.



Figur 7: Histogram over de fundne Durbin-Watson parametre viser at samtlige DW parametre er tæt på 2 hvilket er et tegn på fravær af autokorrelation.

Resultater Durbin-Watson Analyse	
DW _{average}	2,03
DW _{std.afv}	0,24

Tabel 11: Sammenfatning af resultaterne fra Durbin-Watson analysen af seriel korrelation mellem fejlleddene i CAPM.

Med en middelværdi på 2,03 og en standardafvigelse på 0,24 er der ikke tegn på autokorrelation mellem fejlleddene, hverken i middel eller i væsentlig grad på de enkelte aktiver i stikprøven.

2.6 Ikke-linearitet

Fra analysen der er beskrevet i de tidligere afsnit er det klart at 1-faktormodellen, der postulerer en lineær sammenhæng mellem de realiserede præmier og markedspræmien, kun i ringe grad er gyldig for aktiverne i vores datasæt. Set fra et 'helikopterperspektiv', dvs. uden hensyntagen til den finansielle baggrund for den ringe forklaringsgrad, er der umiddelbart to potentielle årsager bag den lave forklaringsgrad:

- En lineær (1. ordensmodel) er ikke tilstrækkelig. Dette vil sige at markedsafkastet er den eneste relevante forklarende variabel, men at præmien for aktivet ikke afhænger lineært af denne.
- Der mangler forklarende variable. Dette betyder at markedsafkastet ikke er den eneste forklarende variabel og der skal benyttes andre variable (lineære eller ikke-lineære) for at opnå en fornuftig forklaringsgrad.

Mulighed (a) vil blive analyseret i dette afsnit, mens (b) vil blive behandlet i stor detalje i resten af rapporten.

For at undersøge, om der er ikke-linearitet mellem de realiserede risikopræmier på aktiverne og det opstillede indeks, undersøges hvorvidt modellen:

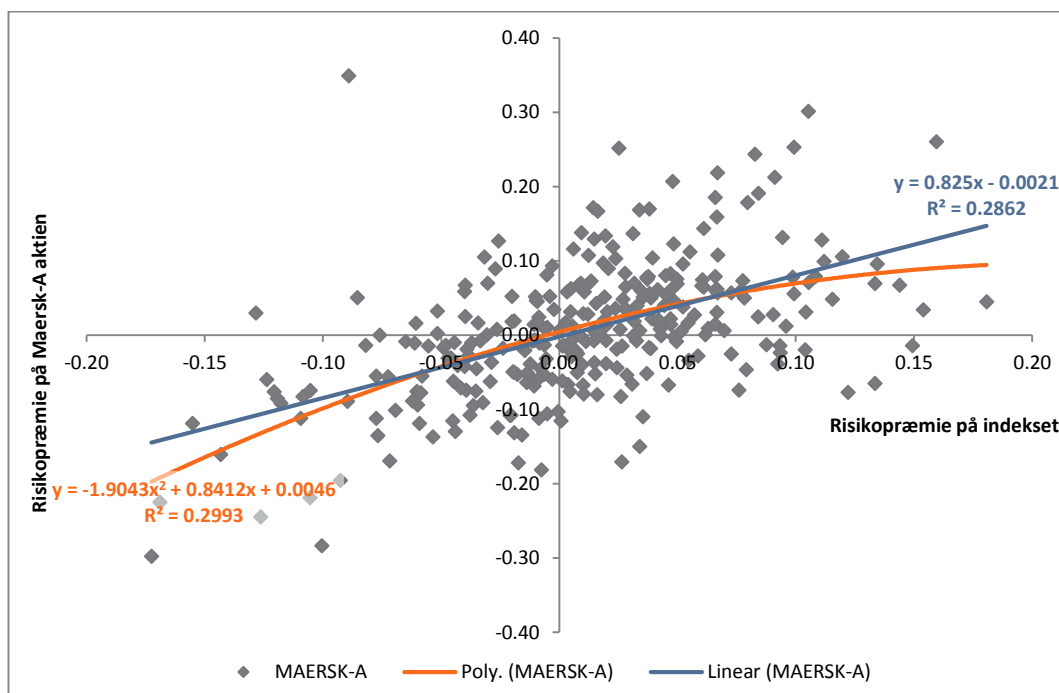
$$\lambda_i = r_i - r_f = \alpha_i + \beta_{1,i} \cdot \lambda_m + \beta_{2,i} \cdot \lambda_m^2 + e_i$$

beskriver observationerne signifikant bedre end den lineære 1-faktor model ($\beta_2=0$). Det er klart at der *a priori* ikke er nogen specielt grund til at antage en polynomiel (2. grads) afhængighed af markedspræmien og der i princippet ligeså godt kunne være tale om eksempelvis en logaritmisk eller s-kurve afhængighed. Dog er et 2. gradspolynomium (som ved Taylor-approksimation) velegnet til at fange/undersøge en eventuel ikke-linearitet som i givet fald ville kunne undersøges nærmere.

Set fra et finansielt synspunkt, kunne 2. ordensledet kunne være motiveret af:

1. Stigende (ikke-konstant) risikoaversion afspejler sig i præmier, der stiger (ikke-lineært) som funktion af aktivets systematiske risiko. Svarer til at $\beta_{2,i} > 0$.
2. Øget efterspørgsel på aktiver med høj systematisk risiko (fx som følge af (private investorers) begrænsede lånemuligheder) afspejler sig i højere priser på højriskoaktiver (relativt til lavrisikoaktiver) og dermed lavere fremtidigt, forventet afkast/risikopræmie, der således falder (ikke-lineært) som funktion af aktivets systematiske risiko. Svarer til at $\beta_{2,i} < 0$.

På Figur 8 ses de realiserede risikopræmier for Maersk-A aktien versus de tilhørende markedspræmier for hele observationsperioden.



Figur 8: Realiserede risikopræmier for Maersk-A aktien versus de tilhørende markedspræmier for hele observationsperioden. Data er fittet med både et lineært og et ikke-lineært funktionsudtryk.

På figuren herover ses, at fittet med den ikke-lineære model giver en forklaringsgrad (R^2), der er marginalt bedre end den tilsvarende lineære model, og i appendiks C ses at der opnås en justeret forklaringsgrad (R^2_{adj}), der er en anelse lavere. Tilføjelsen af den ekstra parameter forbedrer således ikke modellens forklaringssevne. I appendiks C ses tillige tilsvarende parametre for samtlige aktiver i stikprøven og konklusionen er helt tilsvarende. Der opnås i middel kun en marginalt bedre forklaringsgrad ved at indføre et 2.-ordensled i modellen og kun for de enkeltaktiver der (i forvejen) har en forklaringsgrad tæt på nul i den lineære 1-faktormodel ses en signifikant procentuel forbedring i forklaringsgrad. Således kan det konkluderes, at en ikke-lineær 1-faktor model ikke beskriver de observerede risikopræmier på det skandinaviske marked i perioden.

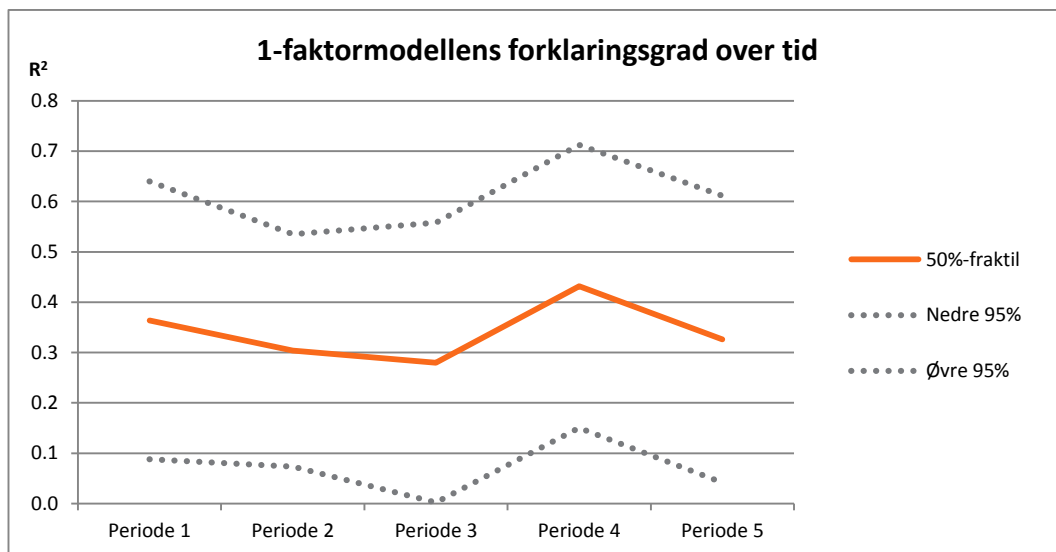
2.7 Tidsmæssig stabilitet af regressionsparametre

Da de hidtil rapporterede resultater er fremkommet ved tidsserieanalyser af afkastdata fra de seneste 25 år er det naturligt at interessere sig for hvorvidt disse er stabile (konstante) over tid. For at undersøge dette er tidsperioden opdelt i 5 perioder/intervaller af hver 5 års varighed som indikeret i Tabel 12. Det bemærkes at finanskrisen er indeholdt i periode 4.

Periode	Start	Slut	Længde
Periode 1	01-01-1990	31-12-1995	5 år
Periode 2	01-01-1996	31-12-1999	5 år
Periode 3	01-01-2000	31-12-2004	5 år
Periode 4	01-01-2005	31-12-2009	5 år
Periode 5	01-01-2010	31-12-2014	4 år

Tabel 12: Periodeopdeling af de seneste 25 år til brug ved undersøgelse af (tidsmæssig-)stabilitet af resultaterne fra tidsserieanalysen.

På Figur 9 nedenfor ses forklaringsgraden for CAPM (gennemsnit af alle aktiver indeholdt i indekset) beregnet på basis af observationer fra de forskellige tidsperioder. Det ses at forklaringsgraden er nogenlunde stabil og topper i periode 4 der indeholder finanskrisen. Tages de relativt store usikkerheder i betragtning er det ikke sandsynligt at der er tale om en signifikant/reel ændring i forklaringsgraden over tid. Dog er det alligevel bemærkelsesværdigt at forklaringsgraden er højest under finanskrisen, der netop er en periode der er kendetegnet ved meget høj volatilitet, når der sammenlignes med konklusionen fra afsnit 2.3 hvor det observeres at CAPM har en højere forklaringsgrad for aktiver med høj β . Således er begge disse observationer altså konsistente med hypotesen om at CAPM er bedst i situationer med større fluktuationer/volatilitet.

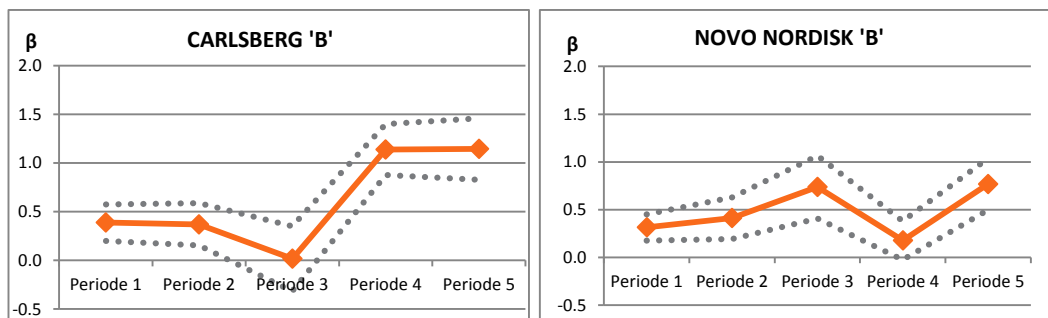


Figur 9: Udviklingen i 1-faktormodellens (ex post) forklaringsgrad over tid.

I Tabel 13 ses β for de 5 perioder for 3 forskellige danske aktiver fra indekset. I alle tilfælde observeres der betydelige variationer af β over perioderne og således er β ikke stabil over tid for disse aktiver. På Figur 10 er tidsafhængigheden af β plottet for aktiverne Novo Nordisk og Carlsberg.

Aktie	Periode	Beta	Std.afv.
CARLSBERG 'B'	Periode 1	0,387	0,114
	Periode 2	0,369	0,132
	Periode 3	0,018	0,203
	Periode 4	1,138	0,159
	Periode 5	1,143	0,191
DANSKE BANK	Periode 1	0,656	0,113
	Periode 2	0,698	0,130
	Periode 3	0,423	0,126
	Periode 4	1,349	0,220
	Periode 5	1,506	0,215
NOVO NORDISK 'B'	Periode 1	0,314	0,083
	Periode 2	0,412	0,132
	Periode 3	0,736	0,199
	Periode 4	0,177	0,124
	Periode 5	0,768	0,165

Tabel 13: Tidsafhængigheden af β for 3 udvalgte aktiver over de 5 tidsperioder.



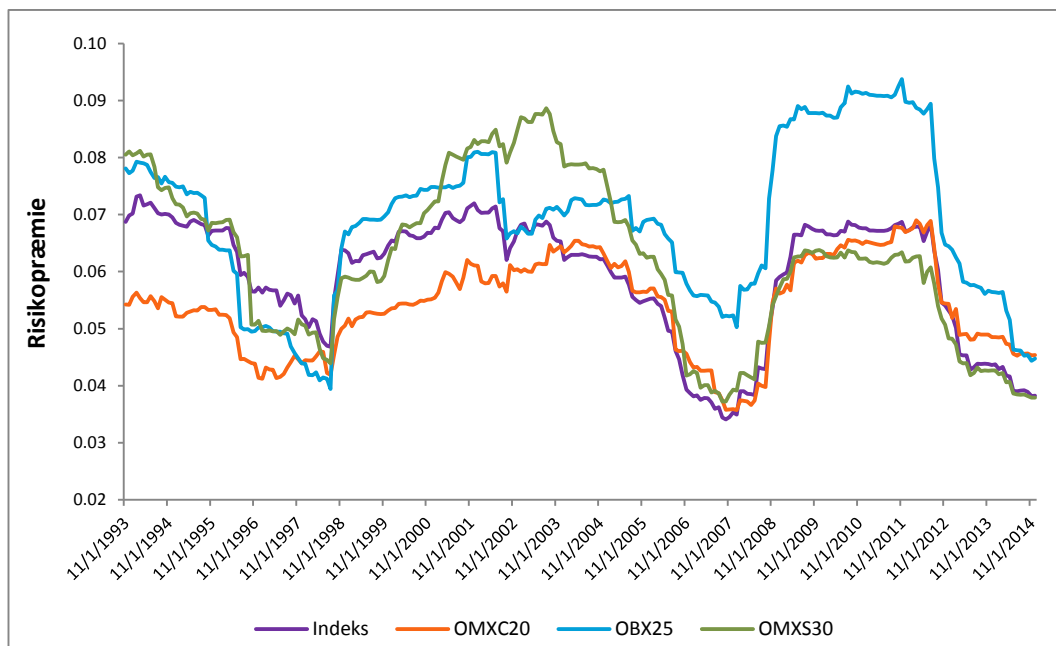
Figur 10: Udviklingen i 5%, 50% og 95%-fraktiler for beta-værdien af to vilkårligt valgte danske aktiver baseret på data i de pågældende perioder. Det er værd at bemærke, at middelværdien i periode 5 i begge tilfælde ikke er indeholdt i 90%-konfidensintervallet for periode 1.

I appendiks D ses tilsvarende værdier for β for de 5 forskellige perioder og stort set samtlige aktiver viser den samme manglende stabilitet af β . Således kan det konkluderes at β ikke har været stabil på enkeltaktivniveau på det skandinaviske marked over de seneste 25 år. Tidsmæssig stabilitet af β er en nødvendig betingelse for gyldigheden af CAPM og således er observationen omkring manglende tidsmæssig stabilitet en meget væsentlig forklaring på CAPMs manglende gyldighed for det valgte indeks i den valgte tidsperiode (se afsnit 2.4).

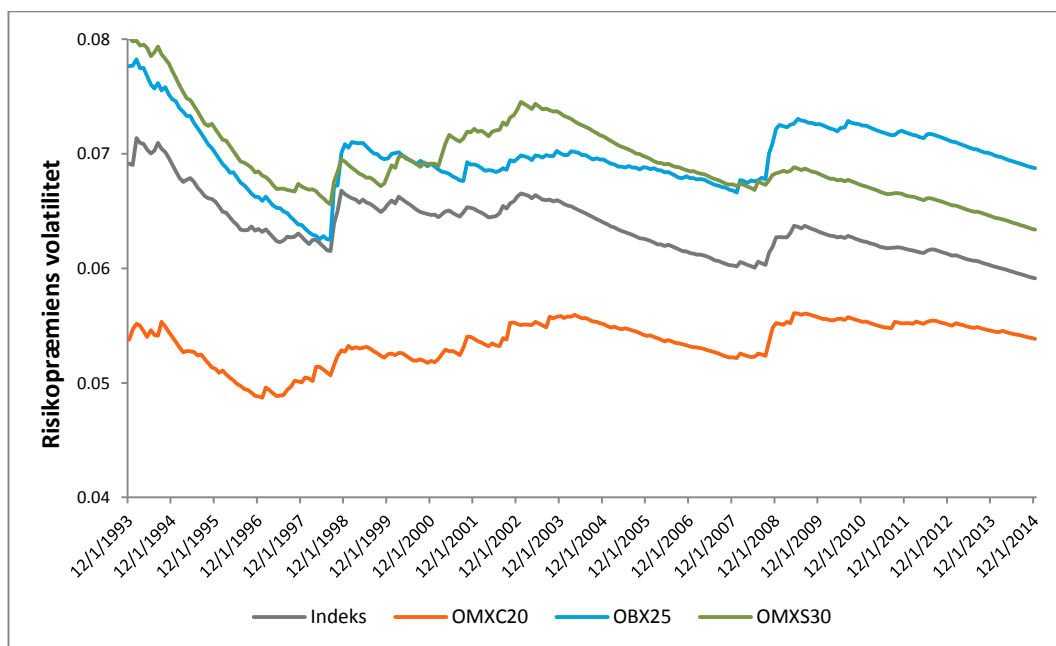
2.8 Tidsafhængig volatilitet

CAPM forudsætter konstant varians af afkastdata i observationsperioden. Det er almindelig kendt, at volatilitetsindekset for S&P500 (den såkaldte VIX) varierer fra dag til dag og at niveauet ændrer sig, om end lidt mere trægt, over tid. Under finanskrisen i 2008-2009 rundede VIX-indekset 80, mens det i skrivende stund svinger omkring et niveau på 15-20. Spørgsmålet er, om volatiliteten på de skandinaviske aktiver i stikprøven er tilnærmelsesvist så kontante, at vi kan tillade os at se bort fra tidsvariationen i volatiliteten.

Figur 11 viser, hvordan volatiliteten på det etablerede markedsindeks og de tre nationale indices varierer over tid. Volatiliteten er her bestemt som standardafvigelsen på den realiserede risikopræmie baseret på de seneste 45 observationer i tidsrækken. Selvom estimatet for volatiliteten i sig selv er stokastisk, tegner der sig umiddelbart et tydeligt mønster af, at volatiliteten er relativ lav i halvfemsernes og nullernes opgangstider, mens den stiger brat omkring IT-boblen og finanskrisen. Mønstrer understøttes af Figur 12, der anvender et stigende antal datapunkter og således vil konvergere mod de respektive standardafvigelser i Tabel 4. Det er med andre ord tydeligt, at forudsætningen om konstant varians i observationsperioden ikke holder i praksis.



Figur 11: Risikopræmiens volatilitet bestemt som standardafvigelsen på markedsindekset og de 3 nationale indices baseret på de seneste 45 observationer.



Figur 12: Risikopræmiens volatilitet defineret som standardafvigelsen på et stigende antal observationer. Volatiliteten pr. 1/12-1993 er baseret på 45 datapunkter. Til sammenligning er volatiliteten pr. 1/12-2014 baseret på 298 datapunkter.

Tidsmæssige variationer af volatiliteten beskrives ofte vha. såkaldte (G)ARCH ((generalized) autoregressive conditional heteroskedasticity) modeller hvor volatiliteten til et givet tidspunkt antages at afhænge af volatilitetens værdier på tidligere tidspunkter (Engle, 1982) (Bollerslev, 1986). Bemærk dog at dette ikke afhjælper problemet med at CAPM forudsætter konstant volatilitet men blot søger at give en deterministisk beskrivelse af volatilitetens tidsafhængighed.

2.9 Delkonklusion

Baseret på analyserne i dette kapitel kan det konkluderes, at CAPM kun i ringe grad forklarer de observerede risikopræmier på det skandinaviske aktiemarked gennem de seneste 25 år. Ved applikation af CAPM fra et ex post perspektiv på samtlige enkeltaktiver i stikprøven opnås der i middel en forklaringsgrad på 0,29. Ved sammenligning med tidligere studier, primært på amerikanske aktiver, er denne lave forklaringsgrad ikke overraskende, da det ofte er konklusionen, at CAPM i højere grad er gyldig for veldiversificerede porteføljer end når den anvendes direkte på enkeltaktiver. Heller ikke ved en såkaldt 'second-pass regression' analyse, hvor det undersøges hvorvidt SML-relationen er opfyldt på tværs af samtlige aktiver i stikprøven, kan det konkluderes, at CAPM er gyldig. Tværtimod opnås der en forklaringsgrad på blot 0,09 (svarende til, at modellen forklarer 9% af variationen i risikopræmien på tværs af aktiver).

Inden man giver sig til at lede efter årsager til de manglende forklaringsgrader for CAPM, er det værd at holde sig for øje, at det virker meget usandsynligt, at et så komplekst system som aktiemarkedet skulle være fuldstændig beskrevet ved en enkelt, endsige et mindre antal, forklarende variable. Alligevel er det selvfølgelig relevant at lede efter mere tekniske, modelmæssige og finansielle årsager til den manglende forklaringsgrad, idet disse potentielt vil være i stand at pege på hvorledes modellen kan forberedes. Dette er gjort i ovenstående kapitel og således er eksistensen og betydningen af effekter som ikke-normalfordelte afkast, autokorrelation, ikke-linearitet samt tidsmæssig ustabilitet af modelinput (β) og volatilitet, blevet undersøgt. Fra denne analyse er den klare konklusion, at korrelationen til markedsindekset (β) for stort set samtlige aktiver i indekset varierer over tid og at dette kunne meget vel være blandt de vigtigste årsag til CAPM's manglende forklaringsgrad. Denne observation ligger fint i tråd med observationen, at der opnås højere forklaringsgrader for CAPM ved applikation på porteføljer, netop fordi β for en veldiversificeret portefølje er tidsmæssig mere stabil (og tættere på 1 pr. konstruktion af portefølje(indeks)) idet (tidsmæssige) fluktuationer i β i højere grad midles ud med en mere stabil (vægtet) værdi til følge.

Med præmissen om at analysere/præsentere modeller til beskrivelse af risikopræmien på enkeltaktiver, og således ikke gå 'porteføljevejen', undersøges det i næste kapitel i hvor høj grad Fama-French's 3-faktormodel, som er en model der udvider CAPM med yderligere to forklarende variable, formår at 'tilføre' yderligere 'ex-post forklaringsgrad' på nærværende datagrundlag. Nøjagtig som i kapitlet omhandlende CAPM vil eventuelle årsager til manglende forklaringsgrader ved anvendelse FF 3-faktormodellen blive analyseret.

3 Test af FF 3-faktormodellen

I det følgende introduceres der yderligere to risikoparametre til beskrivelse af risikopræmierne for aktiverne i indekset, nemlig markedsværdien af virksomheden (M eller MV) og forholdet mellem den bogførte værdi af virksomheden og markedsværdien af virksomheden (B/M). Introduktionen af disse to faktorer kan betragtes som en udvidelse af CAPM og det vil blive analyseret i hvilket grad denne udvidelse forbedrer modellens forklaringsgrad og altså kan betragtes som en nødvendig/korrekt udvidelse. Før den egentlige regressionsanalyse foretages, vil anvendeligheden af MV og B/M som risikoparametre blive motiveret og der vil blive foretaget en indledende undersøgelse af hvorvidt der umiddelbart kan relateres en risikopræmie med variablene MV og B/M. I den mere grundige analyse bestemmes koefficienterne til præmierne associerede med markedsrisikopræmie, MV og B/M i en lineær multifaktormodel. Herefter undersøges, præcist som det var tilfældet i analysen af CAPM, hvorvidt disse parametre er statistisk signifikante og de fundne forklaringsgrader sammenlignes med de tilsvarende for CAPM. Slutteligt behandles modellens stabilitet over tid og igen sammenlignes med resultaterne fra CAPM.

3.1 Generelle betragtninger

Fama-French's 3-faktormodel, der blev publiceret første gang i (Fama & French, 1992), står til dato som en af de mest kendte og benyttede modeller til modellering af risikopræmien. Modellen er siden blevet revideret af flere omgange, bl.a. i (Fama & French, 1993) og senest i (Fama & French, 2014).

FF 3-faktormodellens styrke er dens evne til at opnå en bedre ex post forklaringsgrad end CAPM samt parametrene's tilsyneladende stabilitet over tid. Omvendt er svagheden, at parametrene tilsyneladende er baseret på det historisk bedste datafit snarere end på en robust teori om, hvorfor relationen (rationelt set) bør bestå. Det er med andre ord Fama-French begrundelse af risikofaktorerne, der halter.

Blandt risikofaktorerne i de tre artikler er:

- Markedsværdien af egenkapitalen som et udtryk for 'size' (Fama & French, 1992, 1993, 2014)
- Forholdet mellem den bogførte værdi af egenkapitalen og markedsværdien af egenkapitalen som et udtryk for 'value stocks' (Fama & French, 1992, 1993, 2014)
- Forholdet mellem den bogførte værdi af fremmedkapitalen og markedsværdien af egenkapitalen som et udtryk for gearing (Fama & French, 1992)

- Den reciprokke af P/E-værdien som et udtryk for fremtidig indtjening (Fama & French, 1992)
- Forskellen mellem lange statsobligationer og skatkammerbeviser som en form for rentestrukturpræmie (Fama & French, 1993)
- Forskellen mellem lange statsobligationer og lange virksomhedsobligationer som en form for konkursrisikopræmie (Fama & French, 1993)
- Forholdet mellem indtægter minus omkostninger og den bogførte værdi af egenkapitalen som et udtryk for profitabilitet (Fama & French, 2014)
- Forholdet mellem ændringen i aktiverne fra én periode til den næste og den bogførte værdi af egenkapitalen som et udtryk for investering (Fama & French, 2014)

Fama & French når i 1992-artiklen frem til, at MV og B/M i kombination lader til at kunne substituere E/P og gearing som forklarende variable i et lineært udtryk for risikopræmien, mens β , i dette studie, hverken bidrog til én- eller flerfaktormodellens forklaringsgrad. I 1993-artiklen er β tilbage som forklarende variabel sammen med rentestrukturpræmien og konkurspræmien, hvis bidrag til modellens forklaringssevne dog er meget begrænset om end varierende over tid. I 2014-artiklen udvides 3-faktormodellen fra 1992 med profitabilitet og investering i en 5-faktormodel. Her er konklusionen, at modellen, med forklaringsgrader på mellem 71% og 94%, forklarer ex post risikopræmien bedre end 1992-modellen, idet B/M dog lader sig substituere af de to nye parametre og kan udelades til fordel for en 4-faktormodel med β , MV, profitabilitet og investering som forklarende variable.

Med baggrund i observationen at MV og B/M er vigtige variable, samt er gengangere i Fama og French's hovedværker, vælges disse i FF 3-faktormodellen i det følgende. Ydermere er variable som profitabilitet og investering knap så let tilgængelige som MV og B/M for skandinaviske aktier.

Fama-French opdeler aktiverne i porteføljer baseret på MV og B/M hvert år i juli, og afkastene for det følgende år baseres på disse porteføljer. I denne opgave sker opdelingen i porteføljer månedligt hvilket repræsenterer en forskel i metodevalg. Det vurderes dog meget sandsynlig at denne forskel vil være negligeabel idet valget ikke er teoretiske begrundet og vel nærmest kan betegnes som arbitrært. Desuden er det blot vigtigt, at opdelingen sker med høj nok frekvens til at ændringer opfanges, hvorfor en højere opdelingsfrekvens må være at foretrække alt andet lige.

Fama-French opdeler de mere end 1800 aktier på NYSE i 25 porteføljer baseret på estimer for de respektive parametre opnået for en periode, der ligger forud for observationsperioden. Portefølgeopdelingen reducerer den virksomhedsspecifikke risiko, idet porteføljerne rummer tilstrækkelig mange aktiver til at opnå en væsentlig diversifikationsgevinst. Som følge af det begrænsede antal aktiver i stikprøven, opstilles og testes FF 3-faktormodellen i det følgende på enkeltaktiver frem for sorterede porteføljer, jf. afsnit 1.3. Denne simplificerede tilgang forventes at påvirke resultatet i form af en væsentlig lavere forklaringsgrad og en øget sandsynlighed for type II fejl (hvor modellen forkastes fejlagtigt).

Fremgangsmåden er i det følgende baseret på principperne i (Fama & French, 1992), (Fama & French, 1993) og (Fama & French, 2014), idet de undersøgte parametre dog er begrænset til MV og B/M.

3.1.1 Motivation for B/M som risikoparameter

At forholdet mellem aktivets bogførte egenkapital og markedsværdien af aktierne i fri handel (B/M) skulle være associeret med en risikopræmie er ikke umiddelbart åbenlyst, hvilket netop er et af punkterne i den tidlige kritik af modellen (se fx (Black, 1993)). I (Fama & French, 2014) argumenterer Fama & French for B/M-faktoren som risikoparameter med reference til Gordon's dividendemodell. I det følgende gennemgås argumentet.

I Gordon's dividendemodell bestemmes aktiekursen med afsæt i de forventede fremtidige dividendeudbetalinger. Udgangspunktet er prisfastsættelse ud fra nutidsværdimetoden og en uendelig lang tidshorisont (antagelse om 'going concern'). I denne verden udgør dividende-betalingerne de eneste relevante cash flows, idet der altid vil være en ejer af aktien. Markeds-værdien af en aktie, $m(t)$, er således givet ved:

$$m(t) = \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(d_{t+\tau})}{(1+r)^{\tau}}$$

hvor $E(d_{t+\tau})$ er den forventede værdi af dividendebetalingerne (pr. aktie) i tidsintervallet $[t;\tau]$ og r er den forventede interne rente på dividendebetalingen. Indfører vi nu størrelserne:

$$\begin{aligned} Y_{t+\tau} &= \text{den samlede gevinst på egenkapitalen i tidsintervallet } [t;\tau] \\ \Delta B_{t+\tau} &= \text{ændringen i den bogførte værdi af egenkapitalen i tidsintervallet } [t;\tau] \end{aligned}$$

kan $E(d_{t+\tau})$ omskrives til:

$$E(d_{t+\tau}) = \frac{E(Y_{t+\tau} - \Delta B_{t+\tau})}{N}$$

hvor N er antallet af udstedte aktier. Lader vi $M(t) = N \cdot m(t)$ betegne markedsværdien af virksomhedens samlede aktiekapital, fås det direkte at:

$$M(t) = \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(Y_{t+\tau} - \Delta B_{t+\tau})}{(1+r)^{\tau}}$$

Heraf følger det, at M/B (den inverse Book-to-Market ratio) kan skrives på formen:

$$\frac{M}{B}(t) = \frac{1}{B} \sum_{\tau=1}^{\infty} \frac{E(Y_{t+\tau} - \Delta B_{t+\tau})}{(1+r)^{\tau}}$$

Af ovenstående ses det, at B/M (alt andet lige) vokser med r . Således er B/M en proxy for afkast og dermed risikopræmie. Dette er netop argumentet for, hvorfor B/M bør medtages som en risikoparameter i en multifaktormodell. Ligeledes ses det, at stigninger i den bogførte værdi af egenkapitalen (investeringer) alt andet lige giver en lavere forventet intern rente. Dette skyldes antagelsen om fravær af kursgevinster.

Således kan der argumenteres for at B/M bestemmes af størrelser som gevinst på egenkapital og intern rente på dividendebetalingen på et aktiv, hvilket selvsagt er vigtige parametre for en investor. Derfor er det velbegrunderet, også fra et mere teoretisk synspunkt, at B/M repræsenterer en signifikant risikofaktor i en udvidelse af CAPM.

I (Fama & French, 1992) præsenterer forfatterne yderligere et argument for at B/M er en relevant risikofaktor. Dette er at B/M repræsenterer 'a relative distress factor' hvilket dækker over at aktiver med lav B/M bliver betragtet som svagere (forbundet med højere risici) og derfor bliver mødt med et højere afkastkrav af investorerne. I grænsen hvor $B/M < 1$ er fortolkningen, at virksomhedens samlede aktivmasse er mere værd separat end i den nuværende 'going concern' konfiguration og at virksomheden således ikke formår at skabe værdi.

Den alternative behavioristiske forklaring er, at markederne er inefficente og at investorerne har tendens til at ekstrapolere historiske afkast (for) langt ud i fremtiden. Som følge heraf vil der være en tendens til, at aktier med en god performance i de foregående år prissættes for højt mens aktier med en tilsvarende dårlig performance prissættes for lavt ift. indre værdi. Her ad vejen erkender investorerne fejlen (fx fordi regnskaberne ikke lever op til de indregnede forventninger) og prisen nedjusteres til at afspejle de nye forventninger (Bodie, et al., 2014, pp. 371-373). Forklaringen er i tråd med 'the momentum and reversal effect', der er blandt de mere anerkendte markedsanomalier (Ackert & Deaves, 2010). I dette perspektiv giver det ikke mening at tale om B/M som en risikopræmie, hvilket i øvrigt også er erkendelsen i (Fama & French, 1992), der udtrykker sig således: *"It may be that B/M just captures the unravelling (regression toward the mean) of irrational market whims about the prospect of firms"*.

3.1.2 Motivation for MV som risikoparameter

Dokumenteret af Rolf Banz i 1981 og siden kendt som 'The Small-Firm-in-January Effect' lader det til at være et bredt accepteret fænomen, at små virksomheder giver et større afkast end forudsat i CAPM (Bodie, et al., 2014).

Givet at de største aktier (målt på markedsværdi) i gennemsnit er de mest omsatte (målt på handelsvolumen), da er der forventeligt en stærk korrelation mellem et aktivs markedsværdi og dets likviditet. Likviditet er et udtryk for, hvor hurtigt en investor kan købe eller sælge en større portion aktier uden at påvirke markedsprisen. Små aktier er sværere at købe/sælge i større mængder uden at påvirke prisen.

En alternativ forklaring på MV som risikoparameter er kendt som 'the neglected firm effect' (Bodie, et al., 2014). Argumentet går på, at små virksomheder i mindre grad end store bliver overvåget af markedets aktører (fx er der ofte lavere analytikerdækning på små end på store virksomheder) og at informationen i markedet derfor er af lavere kvalitet for de små virksomheder end for de store. Argumentet er, at den rationelle investor kræver en præmie for at investere i virksomheder med en højere 'informationsrisiko'.

I disse perspektiver giver det mening, at investorerne forlanger en risikopræmie for at investere i små aktiver (ift. store aktier). Dels er der en større risiko for at påvirke prisen ved handel med små aktier end med store og dels er informationen afspejlet i markedsprisen af en lavere kvalitet for de små aktiver end for de store.

Blandt de alternative behavioristiske forklaringer er forvekslingen mellem gode virksomheder og gode investeringer. (Ackert & Deaves, 2010) tilbyder et væld af forklaringer under overskrifterne 'representativeness and familiarity' samt referencer til forsøg, der peger i retning af en stærk korrelation mellem FF-faktorerne og forskellige mål for virksomhedernes kvalitet (fx kvaliteten af en virksomheds ledelse, se (Ackert & Deaves, 2010, pp. 142-143)). I

dette perspektiv giver det ikke mening at tale om MV som en risikopræmie, men snarere til at genoverveje hvorvidt risikopræmien er bestemt af rationelle parametre.

3.2 Betydningen af Size og B/M for risikopræmien

En nødvendig betingelse for, at det overhovedet giver mening at inkludere en parameter (enten endogen eller eksogen) som beskrivende variabel i en model, er at den er forklarende i den forstand, at den bidrager (positivt) til modellens forklaringsgrad. I de foregående afsnit findes en finansiel/teoretisk motivation af at dette skulle være tilfældet for parametrene Size og B/M.

I Tabel 14 (Size) og Tabel 15 (B/M) nedenfor ses resultatet af en indledende undersøgelse af sammenhængen mellem variablene i FF 3-faktormodellen og de observerede risikopræmier. For begge parametre er der foretaget en månedlig opdeling af alle aktiver i indekset i fire lige store (målt på antallet af aktiver) porteføljer inddelt efter henholdsvis Size og B/M.

Portefølje	Meget lille	Lille	Stor	Meget stor
$\lambda_{\text{Size,avg}}$	0,0076	0,0087	0,0080	0,0085
$\sigma(\lambda_{\text{Size,avg}})$	0,0737	0,0589	0,0565	0,0511

Tabel 14: Risikopræmier og standardafvigelser for porteføljer opdelt efter markedsværdien af aktivernes egenkapital (Size).

Portefølje	Meget lav	Lav	Høj	Meget høj
$\lambda_{\text{B/M,avg}}$	0,0132	0,0087	0,0059	0,0052
$\sigma(\lambda_{\text{B/M,avg}})$	0,0495	0,0628	0,0598	0,0670

Tabel 15: Risikopræmier og standardafvigelser for porteføljer opdelt efter aktivernes B/M-værdi.

Ved inddeling efter Size ses der ikke nogen systematisk forskel i risikopræmier. Desuden er standardafvigelsen på risikopræmien for alle porteføljer langt større end risikopræmien, hvorfor resultaterne i Tabel 14 ikke umiddelbart indikerer, at Size skulle være en vigtig/anvendelig beskrivende parameter i en multifaktormodel for risikopræmier på det skandinaviske marked.

Ved inddeling efter B/M ses der en tendens til at højere B/M medfører lavere risikopræmie. Det bemærkes dog, som ved inddeling efter Size, at størrelsen af spredningen umuliggør en entydig konklusion. Ydermere er det bemærkelsesværdigt, at ovenstående afhængighed (høj B/M $\rightarrow$ lav risikopræmie) er "den omvendte" i forhold til (Fama & French, 2014), der observerer (høj B/M $\rightarrow$ høj risikopræmie).

Således kan det på baggrund af denne indledende analyse ikke konkluderes, at hverken Size eller B/M er relevante parametre at inkludere i en multifaktormodel. Dette skyldes med stor sandsynlig det meget begrænsede antal aktiver i indekset og dermed tilsvarende lave antal aktiver i de 4 porteføljer, hvilket igen giver en lavere grad af diversifikation og derfor tillægger eventuelle fejllene en større betydning. Det kan også have en væsentlig betydning at der (specielt) på Size er langt større forskelle mellem markedsværdierne for aktiver på NYSE sammenlignet med det skandinaviske indeks. Dette vil resultere i at aktiver på det

skandinaviske marked alle vil have en lav markedsværdi målt på NYSE-skala og at korrelationer mellem risikopræmie og Size derfor vil være mindre observerbare i det skandinaviske indeks.

3.3 SMB

I lighed med fremgangsmåden i Fama-French artiklerne (Fama & French, 1992), (Fama & French, 1993) og (Fama & French, 2014) søger vi at isolere forskellen mellem risikopræmien på aktiverne i stikprøven med relativt lav markedsværdi (MV) fra aktiverne med relativt høj markedsværdi. Dette er gjort ved først at opdele aktiverne i to lige store porteføljer målt på antallet aktiver – benævnt henholdsvis 'Small' og 'Big' porteføljen – og dernæst bestemme den gennemsnitlige risikopræmie for hver periode på hver af de to porteføljer. Princippet er illustreret i Tabel 16 og Tabel 17.

TIDSPUNKT	Antal i Small	Antal i Big	ALLOKERING I HHV. SMALL OG BIG PORTEFØLJEN			
			MAERSK-A	MAERSK-B	CARLS-B	CHR
01-12-2014	36	35	B	B	B	S
01-11-2014	36	35	B	B	B	S
01-10-2014	36	35	B	B	B	S
01-09-2014	36	35	B	B	B	S
01-08-2014	36	35	B	B	B	S
01-07-2014	36	35	B	B	B	S
01-06-2014	36	35	B	B	B	S
01-02-1990	14	14	B	B	S	-
01-01-1990	14	14	B	B	S	-

Tabel 16: Klassificering af aktivernes størrelse (MV) som værende stor (B = Big) eller lille (S = Small). Et aktiv er medtaget i B-porteføljen i en given periode såfremt aktivets MV er højere end medianen af MV-værdier i den pågældende periode. Tilsvarende er et aktiv medtaget i S-porteføljen, såfremt dets MV er lavere end medianen af MV værdierne.

'Small minus Big'-porteføljens afkast er herefter beregnet som det gennemsnitlige afkast på aktiverne med en lav MV (S-porteføljen) minus aktiverne med en høj MV (B-porteføljen). Opdelingen i S- og B-porteføljer sker hver periode med periodens MV-median som skille-værdi. Afkastet på den resulterende portefølje (SMB) fremgår af Tabel 17.

Tidspunkt	Return on Small	Return on Big	Return on Small - Return on Big
01-12-2014	-0,0053	-0,0319	-0,0266
01-11-2014	0,0056	-0,0384	-0,0440
01-10-2014	-0,0047	-0,0373	-0,0326
01-09-2014	0,0212	0,0097	-0,0115

01-08-2014	-0,0068	-0,0412	-0,0344
01-07-2014	-0,0163	-0,0096	0,0067
01-06-2014	0,0367	0,0205	-0,0162
01-03-1990	-0,0398	-0,0160	0,0238
01-02-1990	0,0071	0,0274	0,0202
01-01-1990	-	-	-

Tabel 17: Risikopræmien på SMB-porteføljen bestemmes som forskellen mellem risikopræmien på porteføljen bestående af aktiver med MV lavere end medianværdien minus risikopræmien på aktiver med en MV højere end medianværdien.

3.4 HML

I lighed med fremgangsmåden i afsnit 3.3 og som advokeret af Fama-French i artiklerne (Fama & French, 1992), (Fama & French, 1993) og (Fama & French, 2014) søger vi at isolere forskellen mellem risikopræmien på aktiverne i stikprøven med relativt høj B/M-værdi fra aktiverne med relativt lav B/M-værdi. Dette er gjort som i afsnit 3.3, ved helt tilsvarende at opdele aktiverne i to lige store porteføljer målt på antallet af aktiver – benævnt henholdsvis 'High' og 'Low' porteføljen – og dernæst bestemme den gennemsnitlige risikopræmie for hver periode på hver af de to porteføljer. Princippet er illustreret i Tabel 18.

TIDSPUNKT	Antal i Low	Antal i High	ALLOKERING I HHV. LOW OG HIGH PORTEFØLJEN			
			MAERSK-A	MAERSK-B	CARLS-B	CHR
01-12-2014	34	33	H	H	H	L
01-11-2014	34	33	H	H	H	L
01-10-2014	34	33	H	H	H	L
01-09-2014	34	33	H	H	H	L
01-08-2014	34	33	H	H	H	L
01-07-2014	34	33	H	H	H	L
01-06-2014	34	33	H	H	H	L
01-02-1990	13	13	-	-	L	-
01-01-1990	13	13	-	-	L	-

Tabel 18: Klassificering af aktivernes B/M-ratio som værende høj (H) eller lav (L). Et aktiv er medtaget i H-porteføljen i en given periode såfremt aktivets B/M er højere end medianen af B/M-værdier i den pågældende periode. Tilsvarende er et aktiv medtaget i L-porteføljen, såfremt dets B/M er lavere end medianen af B/M værdierne.

HML-porteføljens afkast er herefter beregnet som det gennemsnitlige afkast på aktiverne med en høj B/M-værdi (H-porteføljen) minus aktiverne med en lav B/M-værdi

(L-porteføljen). Opdelingen i H- og L-porteføljer sker hver periode med periodens B/M-median som skilleværdi. Afkastet på den resulterende portefølje fremgår af Tabel 19.

Tidspunkt	Return on Low	Return on High	Return on High - Return on Low
01-12-2014	-0,0651	0,0254	-0,0905
01-11-2014	-0,0348	-0,0040	-0,0308
01-10-2014	-0,0570	0,0107	-0,0677
01-09-2014	0,0077	0,0189	-0,0112
01-08-2014	-0,0201	-0,0368	0,0167
01-07-2014	-0,0149	-0,0101	-0,0049
01-06-2014	0,0364	0,0224	0,0140
01-03-1990	-0,0634	-0,0061	-0,0573
01-02-1990	-0,0039	0,0350	-0,0389
01-01-1990	-	-	-

Tabel 19: Risikopræmien på HML-porteføljen bestemmes som forskellen mellem risikopræmien på porteføljen bestående af aktiver med B/M højere end medianværdien minus risikopræmien på aktiver med en B/M lavere end medianværdien.

Den ovenfor beskrevne procedure adskiller sig fra metoden i de tre Fama-French artikler ved ikke at underopdele H- og L-porteføljerne i hver tre delporteføljer baseret på MV (lille, medium og stor MV) og bestemme risikopræmien på HML som den gennemsnitlige risikopræmie på de 2 x 3 porteføljer. En procedure, der ifølge Fama-French reducerer korrelationen mellem HML- og SMB-porteføljen. Fravalget skyldes det begrænsende antal aktiver i stikprøven. Endvidere bemærkes det, at korrelationen mellem de to porteføljer er -0,0017, jf. Tabel 20, hvorfor opdelingen synes unødvendig.

3.5 Korrelation mellem SMB og HML

Tabel 20 viser korrelationsmatricen mellem de tre forklarende variable i FF 3-faktor-modellen, dvs. markedsrisikopræmien, SMB og HML. Det fremgår her, at de 3 variable er forholdsvis ukorrelerede. Bemærk at kraftigt korrelerede variable er uegnede som forklarende variable i samme multifaktormodel da der blot vil kunne erstatte hinanden som følge af deres (lineære) afhængighed.

CORREL	$(r_M - r_f)$	SMB	HML
$(r_M - r_f)$	1,000	0,0523	0,235
SMB		1,000	-0,001
HML			1,000

Tabel 20: Korrelationer mellem risikopræmien på hhv. markedsporteføljen, SMB og HML. Det fremgår af tabellen, at variationen i risikopræmierne er forholdsvis ukorrelerede med den største korrelation værende på 0,24 mellem risikopræmien på indekset og HML.

3.6 First-pass regression

Testen af FF 3-faktormodellen følger samme fremgangsmåde som testen af CAPM i afsnit 2.3 og 2.4, dvs. først gennemføres en førsteordens regressionsanalyse på samtlige enkeltaktiver i stikprøven og dernæst gennemføres en andenordens regressionsanalyse med de fundne regressionskoefficienter. Opdelingen er en følge af problemerne med ex post-perspektivet på en ex ante-model diskuteret i afsnit 1.3.

Relationen i FF 3-faktormodellen er givet ved:

$$\lambda_i = \beta_i \cdot \lambda_m + s_i \cdot \lambda_{SMB} + h_i \cdot \lambda_{HML}$$

Denne er omsat til regressionsudtrykket:

$$\lambda_i = \alpha_i + \beta_i \cdot \lambda_m + s_i \cdot SMB + h_i \cdot HML + e_i$$

hvor λ er risikopræmien på hhv. aktiv i og det etablerede indeks (m), s_i og h_i er regressionskoefficienterne på de to Fama-French porteføljer 'Small minus Big' og 'High minus Low' beskrevet i afsnit 3.3 og 3.4.

Endvidere er forventningen til regressionskoefficienterne, givet at modellen er opfyldt, at:

$$\begin{aligned}\alpha_i &= 0 \\ \beta_i &\neq 0 \\ s_i &\neq 0 \\ h_i &\neq 0 \\ e_i &= 0\end{aligned}$$

ligesom fraværet af multicolinearitet mellem regressionsparametrene bør resultere i, at det markedsværdivægtede gennemsnit af β -værdierne er omtrent lig 1, som det var tilfældet for CAPM i afsnit 2.3.

Resultatet af første ordens regressionen fremgår af Tabel 21.

AKTIE	N	FF 3-faktormodellen					
		α	β	s	h	$\sigma(e_i)$	R^2_{adj}
A P MOLLER - MAERSK 'A'	299	0,0018	0,7760	0,3287	0,2393	0,0762	0,3069
A P MOLLER - MAERSK 'B'	299	0,0017	0,8060	0,3061	0,2391	0,0764	0,3182
CARLSBERG 'B'	299	0,0009	0,4790	0,4383	0,2027	0,0726	0,1907
CHR HANSEN HOLDING	53	0,0146	0,1504	0,1433	-0,1785	0,0509	-0,0416
COLOPLAST 'B'	299	0,0089	0,3181	0,2008	-0,0808	0,0624	0,0865
DANSKE BANK	299	0,0060	0,7355	0,1790	0,5926	0,0706	0,3759
DSV 'B'	299	0,0077	0,7773	0,7629	-0,1206	0,0792	0,3168
FLSMIDTH & CO.'B'	299	-0,0013	0,8132	0,6432	0,2298	0,0862	0,3030
GENMAB	169	0,0077	0,8041	1,2292	-0,0274	0,1659	0,1356
GN STORE NORD	299	-0,0005	1,1034	0,5407	-0,0104	0,0967	0,3353
JYSKE BANK	299	0,0069	0,6028	0,4531	0,4663	0,0649	0,3487

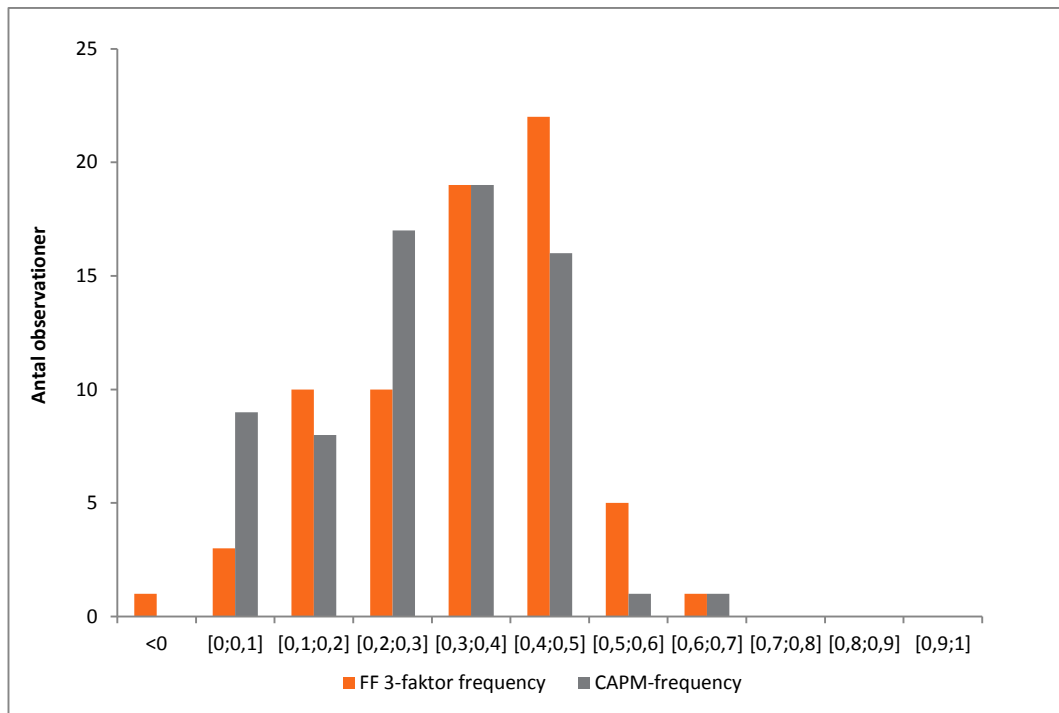
AKTIE	N	FF 3-faktormodellen					
		α	β	s	h	$\sigma(e_i)$	R^2_{adj}
NORDEA BANK	228	0,0061	0,9345	-0,2658	0,5569	0,0570	0,5236
NOVO NORDISK 'B'	299	0,0063	0,4662	-0,1969	-0,1736	0,0634	0,1512
NOVOZYMES	168	0,0067	0,4822	0,2832	-0,1935	0,0631	0,1674
PANDORA	49	0,0133	2,0857	2,0790	-0,4502	0,1475	0,2696
TDC	247	-0,0084	0,6916	-0,1179	-0,1997	0,0803	0,1781
TRYG	109	-0,0006	0,4823	0,3255	-0,4423	0,0592	0,1520
VESTAS WINDSYSTEMS	199	0,0058	1,1517	1,3014	-0,2409	0,1401	0,2791
WILLIAM DEMANT HLDG.	234	-0,0041	0,9334	0,1955	-0,4276	0,0753	0,3357
AKASTOR	127	0,0060	1,2941	1,1863	0,2700	0,1062	0,4091
DET NORSKE OLJESELSKAP	83	0,0022	-0,0498	2,6141	-0,3615	0,1535	0,1369
DNB	266	0,0101	1,0174	0,7668	0,8786	0,0880	0,4581
DNO	299	-0,0018	0,9431	2,3881	-0,6715	0,1775	0,2605
FRED OLSEN ENERGY	205	-0,0057	1,0372	1,5494	0,2972	0,1013	0,4520
GJENSIDIGE FORSIKRING	47	0,0158	0,4474	-0,3511	0,5335	0,0578	0,1033
GOLDEN OCEAN GROUP	119	0,0293	1,9559	1,1180	1,8580	0,1811	0,4154
MARINE HARVEST	209	-0,0062	0,7882	3,2190	-0,3723	0,1881	0,3254
NORSK HYDRO	299	-0,0021	0,9567	0,5364	0,2572	0,0640	0,4987
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	131	-0,0052	1,5978	1,4389	-1,0846	0,1552	0,2799
OPERA SOFTWARE	128	-0,0050	0,7888	1,5889	-1,2735	0,1217	0,2678
ORKLA	299	-0,0038	0,9082	0,3883	-0,0070	0,0776	0,3419
PETROLEUM GEO SERVICES	267	-0,0003	1,3569	1,7808	0,4682	0,1312	0,4123
REC SILICON	102	-0,0108	1,3439	1,5212	0,6751	0,1785	0,2581
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	207	0,0076	1,3648	0,1727	0,5402	0,1218	0,3290
SCHIBSTED	268	-0,0085	1,2405	0,7136	-0,4591	0,0934	0,4056
SEADRILL	108	0,0076	1,0737	1,5425	0,4405	0,0879	0,5255
STATOIL	161	-0,0037	0,6802	0,5607	-0,0864	0,0574	0,3815
STOREBRAND	299	-0,0142	1,2546	0,6297	-0,1459	0,1013	0,3688
SUBSEA 7	209	0,0054	1,2695	1,8911	0,5782	0,1178	0,4854
TELENOR	167	0,0031	1,1809	-0,1032	0,1969	0,0667	0,4876
TGS-NOPEC GEOPHS.	205	0,0141	0,9056	1,8582	0,5905	0,1004	0,4929
ABB LTD N (OME)	185	0,0021	1,7821	-0,8872	0,3880	0,1639	0,2555
ALFA LAVAL	150	0,0046	1,0279	0,0797	-0,0677	0,0798	0,3154
ASSA ABLOY 'B'	240	0,0026	1,0206	-0,0896	-0,2849	0,0732	0,3697
ASTRAZENECA (OME)	187	-0,0009	0,3920	-0,1185	-0,0022	0,0621	0,0888
ATLAS COPCO 'A'	299	0,0015	1,0618	0,1796	0,1224	0,0706	0,4566
ATLAS COPCO 'B'	299	0,0015	1,0760	0,1886	0,1381	0,0728	0,4489
BOLIDEN	187	0,0079	1,3996	0,8759	1,0186	0,1247	0,3842
ELECTROLUX 'B'	299	0,0001	1,0117	0,0248	0,2183	0,0849	0,3493
ERICSSON 'B'	299	-0,0166	1,7790	-0,4683	-0,5678	0,0982	0,5224

AKTIE	N	FF 3-faktormodellen					
		α	β	s	h	$\sigma(e_i)$	R^2_{adj}
GETINGE	258	0,0020	0,7145	0,3125	0,0012	0,0705	0,2704
HENNES & MAURITZ 'B'	299	0,0041	0,8213	-0,0046	-0,3251	0,0725	0,2947
INVESTOR 'B'	299	-0,0049	1,1472	-0,1413	0,1727	0,0524	0,6399
KINNEVIK 'B'	220	-0,0055	1,5413	0,0518	-0,2432	0,0910	0,4811
LUNDIN PETROLEUM	158	0,0220	0,8686	0,5433	0,1052	0,1165	0,1701
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	206	-0,0074	1,5592	0,4814	-0,4086	0,1022	0,4509
NOKIA (OME)	89	-0,0151	1,1197	0,0494	-0,2778	0,1285	0,1473
NORDEA_SE	228	0,0053	1,0569	-0,2828	0,5650	0,0564	0,5819
SANDVIK	299	-0,0013	0,9258	0,2518	0,2139	0,0667	0,4341
SECURITAS 'B'	280	-0,0058	0,7701	0,0884	-0,4847	0,0698	0,2957
SEB 'A'	299	0,0115	1,2957	0,1298	1,1432	0,1072	0,4572
SKANSKA 'B'	299	-0,0060	1,1123	-0,2764	0,1472	0,0751	0,4473
SKF 'B'	299	-0,0004	0,9702	0,1579	0,3297	0,0784	0,3858
SSAB 'A'	299	0,0027	0,9965	0,5273	0,5675	0,0743	0,4807
SCA 'B'	299	0,0008	0,7408	0,0277	0,3779	0,0599	0,4059
SVENSKA HANDBKN.'A'	299	0,0074	0,9888	-0,2961	0,6730	0,0692	0,5078
SWEDBANK 'A'	233	0,0076	1,1021	-0,1325	0,7418	0,0735	0,4910
SWEDISH MATCH	222	0,0087	0,1558	0,1866	0,0623	0,0544	0,0391
TELE2 'B'	222	-0,0122	1,3486	-0,3672	-0,4543	0,0846	0,4413
TELIASONERA	173	-0,0027	0,7746	-0,3577	0,3368	0,0646	0,3205
VOLVO 'B'	299	-0,0014	1,1133	-0,1081	0,3146	0,0711	0,4902
Simpelt gennemsnit		0,0018	0,9806	0,5130	0,1070	0,0927	0,3401

Tabel 21: Oversigt over de fundne regressionsparametre α , β , s, h, $\sigma(e_i)$ og R^2 for den samlede stikprøve af aktier i OMXC20, OBX25 og OMXS30. Parametrene er baserede på hele observationsperioden fra 1. januar 1990 til 31. december 2014. N angiver antallet af månedlige observationer.

Det fremgår af Tabel 21, at den gennemsnitlige α -værdi er meget tæt på 0, hvilket betyder at aktiverne i middel ikke har leveret et overnormalt afkast i forhold til det af FF 3-faktor-modellen forventede risikojusterede afkast. Endvidere fremgår det, at den gennemsnitlige β -værdi som ventet er tæt på 1. Som i CAPM-betragtningen skyldes differencen formentlig, at de anvendte vægte er den gennemsnitlige markedsværdi for den 25-årige observationsperiode, mens de anvendte vægte ved konstruktionen af markedsindekset er de opdaterede MV-værdier for hver periode.

Den gennemsnitlige, justerede forklaringsgrad (R^2_{adj}) er på 34% og således forbedret med 5,3% i forhold til CAPM-modellen, jf. afsnit 2.3. Resultatet er sammenfattet i et histogram over forklaringsgraderne for de to modeller i Figur 13. Det fremgår heraf, at førsteordens regressionsanalyserne resulterer i forklaringsgrader på mellem 0 og 63% for både CAPM og FF 3-faktormodellen, men at FF 3-faktormodellen har færre aktiver med forklaringsgrader på under 10% og flere på over 40%.



Figur 13: De gennemførte 'first pass regression' analyser giver en justeret forklaringsgrad (R^2_{adj}) mellem 0% og 63%. Histogrammet herover viser, hvordan de opnåede forklaringsgrader fordeler sig over aktiverne for Fama-French 3-faktormodellen (mørkegrå og orange) sammenlignet med de tilsvarende observationsfrekvenser for CAPM. Det er tydeligt, at der er forholdsvis stor spredning på forklaringsgraderne i begge modeller, men at FF 3-faktormodellen har en lidt større gennemsnitlig forklaringsgrad.

En t-test af de fundne regressionsparametre fra first-pass regressionen indikerer, at β , Size og til dels B/M kan forventes signifikant forskellige fra 0 (dvs. parametrene er relevante variable i beskrivelsen af variationen i de observerede risikopræmier) i andenordensregressionen.

Dette bekræftes af en F-test udført for hver førsteordensregression (se appendiks G), hvor blot 2 ud af 71 regressioner måtte forkastes.

Parametersignifikans?	α	β	s	h
Antal signifikante	11	69	49	40
Antal insignifikante	60	2	22	31

Tabel 22: Antallet af regressionsparametrene i Tabel 21, der i en t-test er signifikant forskellige fra nul ved et 95% konfidensinterval. En samlet oversigt er indeholdt i appendiks E.

3.7 Second-pass regression

Som i CAPM-modellen giver ex post-analysen af ex ante-perspektivet anledning til et ikke uvæsentligt stokastisk fejllid (den virksomhedsspecifikke risiko) i førsteordens regressionsanalyserne præsenteret i Tabel 21. Som i testen af CAPM søges effekten reduceret gennem en andenordens regressionsanalyse med regressionsparametrene fundet i afsnit 3.6 som input. Forventningen er, at relationen i FF 3-faktormodellen givet ved:

$$\lambda_i = \beta_i \cdot \lambda_m + s_i \cdot \lambda_{SMB} + h_i \cdot \lambda_{HML}$$

og omsat til regressionsudtrykket:

$$\bar{\lambda}_i = \gamma_0 + \gamma_1 \cdot \beta_i + \gamma_2 \cdot s_i + \gamma_3 \cdot h_i + \gamma_4 \cdot \sigma^2(e_i) + \omega_i$$

giver et unbiased mål for FF 3-faktormodellens samlede evne til at forklare variationen i de observerede risikopræmier på stikprøven af skandinaviske aktier. Forventningen til regressionskoefficienterne er følgende:

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= 0 \\ \gamma_1 &= \bar{\lambda}_m = \overline{r_m - r_f} \\ \gamma_2 &= \overline{SMB} \\ \gamma_3 &= \overline{HML} \\ \gamma_4 &= 0\end{aligned}$$

hvor $\bar{\lambda}_m$ er den gennemsnitlige (aritmetisk) risikopræmie på det etablerede markedsindeks, $\overline{SMB}$ er den gennemsnitlige risikopræmie på 'Small-minus-Big' porteføljen og $\overline{HML}$ er den gennemsnitlige risikopræmie på 'High-minus-Low' porteføljen over observationsperioden.

Resultatet af andenordensregressionen fremgår af Tabel 23. Det er dog umiddelbart værd at bemærke, at 3 af de 5 faktorer (γ_0 , γ_1 og γ_3) er signifikant forskellige fra de forventede værdier ovenfor.

Second-pass regression	γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	R^2
Regressionsparametre	0,0043	0,0062	0,0023	-0,0041	-0,0532	0,1981
Standardafvigelse	0,0023	0,0025	0,0015	0,0017	0,1629	-
Forventet værdi (x_i)	0	0,0105	-0,0002	-0,0137	0	-
t-værdi ($\gamma_i \neq x_i$)	1,8585	-1,7376	1,5884	5,4941	-0,3266	-
Kritisk t-værdi	1,6676	1,6676	1,6676	1,6676	1,6676	-
Forventning opfyldt?	Nej	Nej	Ja	Nej	Ja	-

Tabel 23: Koefficienter fra andenordens regressionen baseret på de estimerede α , β , s , h og $\sigma^2(e_i)$ -værdier fra førsteordensregressionen samt de realiserede afkast. Parametrenes t-værdier er fundet som antallet af standardafvigelser mellem middelværdien og den forventede værdi som angivet under forventningerne til regressionskoefficienterne. Med et 95%-konfidensinterval og 68 frihedsgrader er den kritiske t-værdi 1,6676. Det bemærkes, at γ_0 , γ_1 og γ_3 er signifikant forskellige fra de forventede værdier 0, $(r_m - r_f)$ og HML , mens det modsatte gør sig gældende for γ_2 (SMB) og γ_4 ($\sigma^2(e_i)$).

Det fremgår af Tabel 23, at 'second-pass regression' analysen giver:

- et konstantled, der er større end og signifikant forskellig fra nul ($\gamma_0 \neq 0$)
- en koefficient, der er lavere end og signifikant forskellig fra den gennemsnitlige observerede risikopræmie på markedet i observationsperioden ($\gamma_1 \neq \overline{r_m - r_f}$)
- en koefficient, der er ikke er signifikant forskellig fra den gennemsnitlige observerede risikopræmie på SMB-porteføljen ($\gamma_2 \neq \overline{SMB}$)
- en koefficient, der er mindre end og signifikant forskellig fra den gennemsnitlige observerede risikopræmie på HML-porteføljen ($\gamma_3 \neq \overline{HML}$)
- en koefficient på variansen af fejleddet, der ikke er signifikant forskellig fra nul ($\gamma_4 = 0$)
- en forklaringsgrad (R^2_{adj}), der er 2,3 gange større end den med CAPM-modellen opnående forklaringsgrad

Med 3 ud af 5 regressionsfaktorer signifikant forskellig fra de forventede værdier viser testen af FF 3-faktormodellen ikke umiddelbart prangende resultater. Forklaringsgraden er ganske vist forbedret markant, men fra et relativt lavt udgangspunkt. En F-test viser, at modellen samlet set ikke kan forkastes, idet mindst én af de tre variable er signifikant forskellig fra nul (jf. appendiks G). Dette stemmer overens med resultaterne i Tabel 23, hvor γ_2 er signifikant forskellig fra nul.

Således må det konkluderes, at FF 3-faktormodellen ikke i væsentlig grad er i stand til at forklare variationen i risikopræmien på aktiverne i stikprøven i observationsperioden. Det må konstateres, at vi med den valgte stikprøve, observationsperiode og fremgangsmåde ikke kommer i nærheden af forklaringsgaderne fundet i (Fama & French, 1992). Der kan der, som beskrevet i afsnit 2.4.3, være følgende årsager til:

1. Tidsafhængige variable
2. Seriel korrelation mellem fejleddene
3. Brug af forkert funktionsudtryk (ikke-lineær SML-relation)
4. Fravær af væsentlige variable i modellen
5. Betydningen af usystematisk risiko
6. Risikopræmien er ikke bestemt af rationelle parametre

I det følgende afsnit undersøges variablenes tidsafhængighed og i kapitel 4 undersøges betydningen af alternative forklarende variable. Det forventes ikke, at der opstår seriel korrelation mellem fejleddene som følge af tilføjes af yderligere to forklarende variable til CAPM-modellen i kapitel 2, hvorfor det ikke undersøges i det følgende. Tilsvarende er alternativer til lineariteten mellem de tre variable og den realiserede risikopræmie ikke undersøgt for FF 3-faktormodellen.

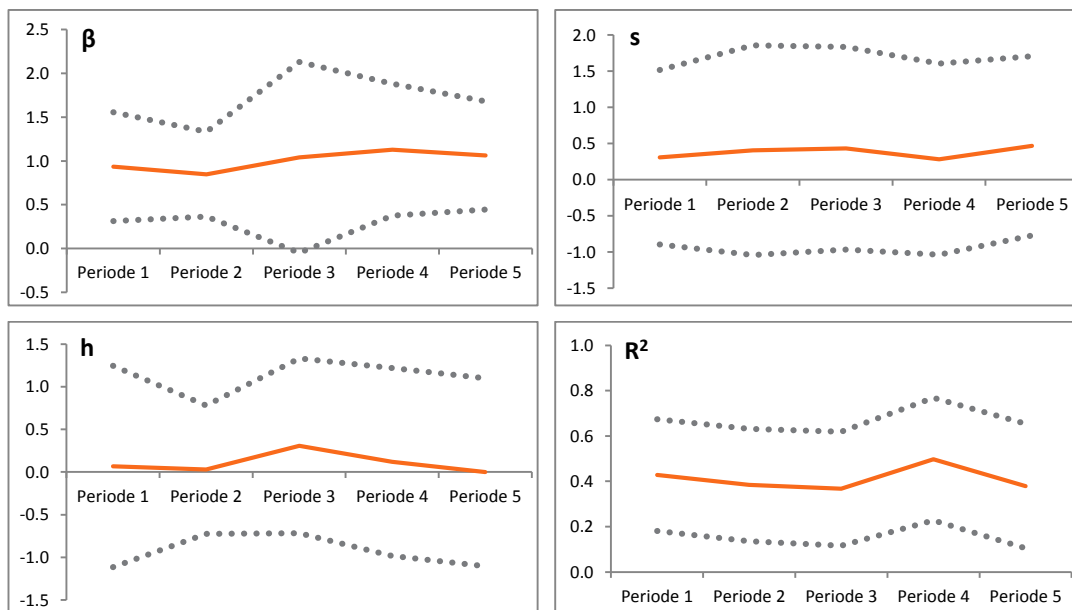
3.8 Tidsmæssig stabilitet af regressionsparametre

I afsnit 1.4 fremhævedes med 'Blacks kritik' risikoen for 'datamining' i forhold til valget af observationsperiode. Der er ret beset intet grundlag for at vide, om de estimerede parametre afspejler grundlæggende, forholdsvis konstante risikoparametre eller i hvilken grad de er et udtryk for ikke-observerede forhold relateret til perioden. En god model er i denne sammenhæng en stabil model, dvs. en model der frembringer stabile estimater for risikoparametrene.

Ligesom vi i afsnit 2.7 testede CAPM-regressionsparametrenes stabilitet over 5 forskellige perioder, undersøges i dette afsnit stabiliteten af β , s , h og R^2 over de 5 perioder i Tabel 24. Resultatet for de gennemsnitlige værdier fremgår af Figur 14.

Periode	Start	Slut	Længde
Periode 1	01-01-1990	31-12-1995	5 år
Periode 2	01-01-1996	31-12-1999	5 år
Periode 3	01-01-2000	31-12-2004	5 år
Periode 4	01-01-2005	31-12-2009	5 år
Periode 5	01-01-2010	31-12-2014	4 år

Tabel 24: Periodeopdeling af de seneste 25 år til brug ved undersøgelse af stabilitet af resultaterne fra tidsserieanalysen.

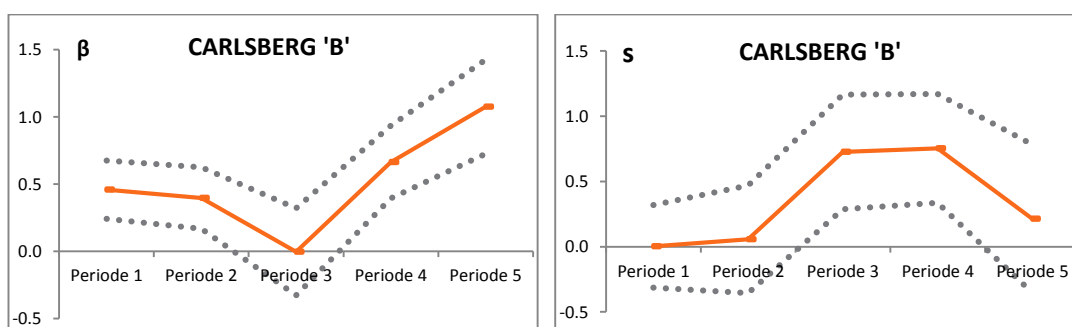


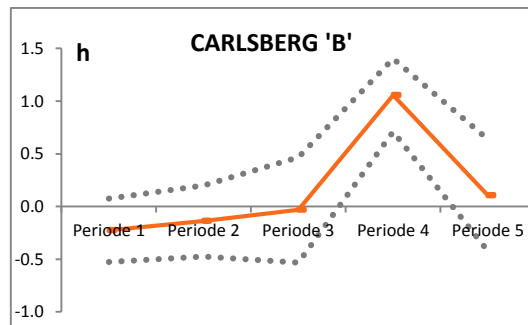
Figur 14: Udvikling i (gennemsnitlige værdier af) β , s , h og R^2 fra Fama-French 3-faktormodellen over de 5 perioder i Tabel 24. Linjerne angiver hhv. 5%-fraktilen (nederste stiplede linje), 50%-fraktilen (solid linje) og 95%-fraktilen (øverste stiplede linje) under antagelse af, de 4 variable er normalfordelte. Det fremgår, at parametrene i middel er forholdsvis konstante, mens standardafvigelsen på β og h estimerterne varierer en del omkring periode 2 og 3.

Det fremgår af Figur 14, at regressionsparametrene i middel er forholdsvis konstante over de 5 perioder. Det samme gør sig gældende for standardafvigelsen på estimatet for s og R^2 . Derimod sker der en indsnævring i konfidensintervallet for h i periode 2 og en udvidelse af konfidensintervallet for β i periode 3, hvilket er tegn på en vis variation på enkeltaktivniveau i perioden omkring årtusindskiftet.

Som tidligere observeret for hele perioden, er FF 3-faktormodellens forklaringsgrad over hver delperiode generelt højere end for CAPM, jf. til sammenligning Figur 9 i afsnit 2.7. Forklaringsgraden lader dog til at følge samme mønster som i CAPM. Det er en indikation af, at størstedelen af forklaringsgraden hidrører fra β , mens at s og h kun marginalt forbedrer forklaringsgraden.

I Figur 15 ses udviklingen i β , s og h for Carlsberg B-aktien (aktien er valgt for at muliggøre sammenligning med Figur 10 i afsnit 2.7. Det fremgår, at der er forholdsvis stor variation i parametrene over de 5 perioder. For eksempel er estimerterne for parametrene middelværdi i periode 4 (perioden indeholdende finanskrisen) slet ikke indeholdt i 90%-konfidensintervallet for periode 1 og 2.





Figur 15: Udviklingen i 5%, 50% og 95%-fraktiler for β , s og h for Carlsberg baseret på data i de pågældende perioder. Det er værd at bemærke, at middelværdien i periode 4 i alle tilfælde ikke er indeholdt i 90%-konfidensintervallet i periode 1. Det samme gjorde sig gældende for β i CAPM-modellen i afsnit 2.7.

I appendiks F ses de tilsvarende værdier for β , s og h for de 5 forskellige perioder for alle øvrige aktiver i stikprøven – og næsten alle aktiver viser den samme mangel på stabilitet. Således må det konkluderes, at ingen af de 3 faktorer i FF 3-faktormodellen har været stabil på enkeltaktivniveau på de skandinaviske marked over de seneste 25 år. Parameterstabilitet er en nødvendig betingelse i den måde, regressionsmodellen er anvendt på, og således må det konkluderes, at en del af årsagen til lave den forklaringsgrad kan skyldes tidsafhængige variable.

3.9 Delkonklusion

I det foregående kapitel blev FF 3-faktormodellen, som er en udvidelse af CAPM med parametre MV og B/M, anvendt til ex-post analyse af de realiserede risikopræmier på den skandinaviske marked over de seneste 25 år. En væsentlig kritik af FF 3-faktormodellen går på det tilsyneladende mere eller mindre arbitrære valg af faktorerne markedsværdi og B/M som forklarende variable. For at imødegå denne kritik blev valget af MV og B/M motiveret ud fra henholdsvis Gordon's dividende model og 'The Small-Firm-in-January Effect'.

FF 3-faktormodellen resulterede en gennemsnitlig forklaringsgrad på 0,34 (gennemsnit af 'first-pass regressioner på enkeltaktiverne) sammenlignet med 0,29 ved anvendelse af CAPM. Således giver introduktionen af MV og B/M som forklarende variable en øget forklaringsgrad, selv når der tages højde for tabet af frihedsgrader. Udvidelsen af CAPM-relationen må derfor betegnes som meningsfuld. Som det var tilfældet med CAPM ses der for FF 3-faktor modellen en høj grad af tidsmæssig variation i størrelsen af de forklarende variable (β , s og h) hvilket med stor sandsynlighed er den væsentligste årsag til modellens manglende forklaringsgrad.

Med henblik på at midle eventuelle virksomhedsspecifikke (usystematiske) risikobidrag ud blev samtlige betaværdier fra regressionsanalysen med FF 3-faktormodellen samlet i en 'second-pass regression' analyse, nøjagtigt som det var tilfældet med CAPM. Her blev resultatet en samlet forklaringsgrad på 0,20 som direkte kan sammenlignes med resultatet fra CAPM analyserne hvor resultatet blev $R^2=0,09$. Igen afføder dette konklusionen at udvidelsen af CAPM med parametrene MV og B/M er relevant i den forstand at modellen forklaringsgrad forbedres.

I næste kapitel udvides/erstattes de forklarende variable i FF 3-faktormodellen med andre (primært eksogene) mulige forklarende variable med henblik på at undersøge i hvilken grad disse kan forbedre forklaringsevnen for en lineær model for den realiserede afkast på skandinaviske enkeltaktiver over de seneste 25 år. Endvidere vil valget af netop disse forklarende variable (kort) blive motiveret.

4 Opstilling og test af APT-model

I dette kapitel opstilles der en multifaktormodel med afsæt i 'Arbitrage Pricing'-teorien som fremsat af (Ross, 1976) og gengivet i (Bodie, et al., 2014). Analysegrundlaget er de samme afkastserier for enkeltaktiver som i kapitel 2 og 3, og formålet er at sammenligne APT-modellens evne til at forklare variationen i stikprøvens ex post-risikopræmier med hhv. CAPM og FF 3-faktormodellen.

Indledningsvist rundes det teoretiske afsæt for APT-modellen, der på grundlæggende punkter afviger fra ligevægtstilstanden i CAPM. I APT-modellen er risikoparametrene ikke givet på forhånd og der reflekteres derfor over mulige valg af risikoparametre, inden 'first-pass' og 'second-pass' regressionerne gennemføres efter samme princip som i de to foregående kapitler. Risikoparametrenes indbyrdes afhængigheder analyseres og der justeres i nødvendigt omfang herfor. Endelig analyseres stabiliteten af de nytilkomne risikoparametre over tid og modellens evne til at forklare variationen i de realiserede risikopræmier for enkeltaktiver sammenholdes med resultaterne fra CAPM og FF 3-faktormodellen.

4.1 Teoretisk afsæt

Stephen Ross publicerede i 1976 'Arbitrage Pricing Theory' (APT) som en alternativ forklaring på ligevægtstilstanden i CAPM. Som i (Sharpe, 1970) er resultatet (for en 1-faktor model) den velkendte lineære relation mellem et aktivs risikopræmie og dets systematiske risiko udtrykt ved β (Ross, 1976). Det er udledningen af relationen, det mere frie valg af proxy for den systematiske risiko og antallet af forklarende variable, der adskiller de to modeller.

APT-modellen tager afsæt i loven om én pris, der siger, at to aktiver, der på alle relevante parametre er identiske, bør koste det samme (Bodie, et al., 2014). Dette er fx tilfældet, såfremt investorerne er indifferente mellem to aktiver med samme forventede middelværdi og varians i afkastet som forudsagt af Markovitz's porteføljeteori. Når to sådanne aktier afviger i pris, opstår der en arbitragemulighed, som handles væk af de hurtigste aktører i markedet. Det specielle ved en arbitragemulighed er, at alle investorer uanset risikoaversion vil påtage sig en i teorien uendelig position i arbitragestrategien, der jo per definition er risikofri. Hvor ligevægten i CAPM genetableres gennem mindre justeringer af mange investorers porteføljer, er det i APT tilstrækkeligt, at nogle ganske få (store) investorer handler på arbitragemuligheden. Dette reducerer behovet for helt så strenge forudsætninger som i CAPM.

APT-modellen bygger på følgende forudsætninger (Bodie, et al., 2014):

1. Risikopræmien på aktier kan beskrives med en faktormodel
2. Der er tilstrækkelig mange aktiver til at bortdiversificere usystematisk risiko
3. Aktiemarkederne er tilstrækkeligt efficiente til at forhindre blivende arbitragemuligheder

Forudsætning 1 er en grundlæggende forudsætning for alle faktormodeller og som sådan en implicit forudsætning i såvel CAPM som FF 3-faktormodellen. At risikopræmien lader sig faktorisere vil sige, at der eksisterer et sæt af gensidigt uafhængige faktorer, der hver især kan beskrive en væsentlig andel af variationen i afkastet på aktiverne i stikprøven. Forudsætningen begrænser som sådan ikke funktionsudtrykket til beskrivelse af risikopræmierne, men fordrer blot at dette kan udtrykkes en lineær relation.

Forudsætning 2 går på, at usystematisk (virksomhedsspecifik) risiko kan bortdiversificeres og at investor derfor ikke kompenseres herfor. I en ex ante situation betyder dette, at vi kan nøjes med at interessere os for systematisk risiko. I en ex post situation betyder det, at problemstillingen vedrørende betydningen af virksomhedsspecifik risiko i forhold til brugen af faktormodellerne på enkeltaktiver og ex post data tillige er aktuel for APT-modellen, jf. diskussionen i afsnit 1.4. Kort beskrevet er udfordringen den, at den virksomhedsspecifikke risiko yder et ikke-uvæsentligt stokastisk bidrag til ex post-afkastserier på enkeltaktivniveau, som investor ikke kompenseres for i ex ante situationen og som i princippet kan bortdiversificeres ved at anvende modellen på (ex post) sorterede porteføljer i stedet for enkeltaktiver som foreslået i (Black, et al., 1972). Da der er for få aktiver i stikprøven til at opnå tilstrækkelig mange veldiversificerede porteføljer til, at vi kan forvente at kunne drage nogen reel konklusion på 'second-pass' regressionen, er der i det følgende (som i de to foregående kapitler) anvendt en enkeltaktiv tilgang på trods af de problemer, det medfører. Der må som følge heraf forventes en væsentlig lavere forklaringsgrad, end der kan tænkes opnået med en porteføljeinddelt tilgang.

Forudsætning 3 er det helt grundlæggende argument for 'loven om én pris' og APT-modellen. Markedernes efficiens er et hyppigt debatteret emne, som vi ikke vil komme ind på her, og forudsætningen antages derfor opfyldt. Såfremt APT-modellen ikke i væsentlig grad kan forklare variationen i risikopræmien på aktiverne i stikprøven, kan manglende markedsefficiens være blandt årsagerne hertil.

Endvidere forudsætter brugen af regressionsanalyse med 'ordinary least squares' som optimeringskriterium at:

4. risikofaktorerne er indbyrdes uafhængige / ukorrelerede
5. fejleddene har en forventet værdi på 0 og er ukorrelerede på tværs af aktiverne

Forudsætning 4 skal sikre, at de forklarende variable bidrager selvstændigt til APT-modellens forklaringsgrad. I tilfælde, hvor to parametre ikke er (tilstrækkeligt) ukorrelerede, kan man foretage en regression af parametrene mod hinanden og anvende residualerne, der pr. definition vil være ukorrelerede (Christensen & Pedersen, 2009). Denne tilgang vil blive anvendt for variable med en indbyrdes korrelation, der vurderes for høj til at acceptere.

Således gør APT-modellen op med CAPM-modellens restriktive forudsætning, at alle investorer er 'mean-variance optimisers' med homogene forventninger til forventede afkast, standardafvigelse på afkast og korrelationer mellem afkast.

I praksis vil arbitragemuligheder være begrænsede af forhold som transaktionsomkostninger, noise trader risk, restriktioner på kortsalg, mv. Der ses i det følgende bort fra disse begrænsninger, idet vi tro mod APT-modellen antager, at så længe der findes blot nogle få store aktører på markedet med adgang til kortsalg og viljen til at påtage sig risiciene i forbindelse med kortsalg, da vil ligevægten indfinde sig.

4.2 Motivation for valg af risikoparametre

Et af kritikpunkterne mod APT-modellen er den manglende vejledning for så vidt angår valget af risikoparametre. I princippet kan alle faktorer, der udgør eller agerer som proxy for en underlæggende risikofaktor, anvendes som parameter i APT-modellen. (Bodie, et al., 2014) peger på, at parametrene bør relatere sig til grundlæggende makroøkonomiske faktorer eller til andre faktorer, der direkte eller indirekte kan forventes at påvirke virksomhedernes indtjening (fx udvikling i forbruget eller prisen på produktionsfaktorer).

For efficiente markeder på E. Famas semi-stærke form må de gennemsnitlige forventninger til udviklingen i risikoparametrene (fx prisniveauet for en given produktionsfaktor) til et vilkårligt tidspunkt forventes at være indarbejdet i aktiekurserne. I dette tilfælde vil ændringer i risikoparametrene (ideelt set) skulle ses i forhold til de forventede ændringer. Da markedets konsensusforventningerne til udviklingen i disse parametre er sværere tilgængelige end de rene markedsdata, er risikofaktorerne i det følgende afgrænset til at bestå af de ikke-forventningsjusterede estimater.

Nedenfor gives der et bud på en række variable, som skønnes at approksimere underliggende risikofaktorer og som forventes korreleret med risikopræmierne på det skandinaviske aktiemarked i væsentligt omfang (og dermed kan tjene som relevante risikoparametre i en multifaktormodel). Hver faktor er kort beskrevet og begrundet med udgangspunkt i ovenstående overvejelser samt deres forventede effekt på virksomhedernes indtjening eller usikkerheden omkring denne indtjening.

For overblikket skyld skelner vi mellem variable, der (med egne ord) er endogent givet (dvs. er givet af observerbare handelsdata eller virksomhedernes karakteristika) og variable, der (med egne ord) er eksogent givet (dvs. ikke er relateret til det specifikke aktiv, men er givet af fx af de makroøkonomiske omstændigheder). For de endogent givne variable etableres der porteføljer efter samme princip som parametrene Size og B/M i afsnit 3.3 og 3.4. De eksogent givne variable anvendes direkte i modellen, idet de antages at repræsentere en underliggende risikoparameter.

4.2.1 Olieprisen

Olieprisen er umiddelbart et oplagt bud, når der søges efter parametre med indvirkning på aktiemarkedet. Det skyldes, at olie indgår som en produktionsfaktor i rigtig mange produkter, og at olieprisen er korreleret med energipriserne. Der er i stikprøven forholdsvis mange selskaber, hvis produktionsomkostninger, ordreindgang eller salgspris er påvirket af olieprisen. Det gælder virksomheder inden for transportsektoren (DSV, Maersk, Norwegian, mv.), olie- og gas sektoren (Statoil, Maersk, Seadrill, Subsea, mv.) og blandt de øvrige produktionsselskaber, hvor der er række aktører med forventet eksponering over for

olieprisen (Coloplast, Volvo, FLSchmidt, mv.). Betragtes aktiverne i OBX25 ses det, at langt størstedelen af aktiverne er direkte knyttet til enten efterforskning eller produktion af olie i Nordsøen.

Med baggrund i argumenter som ovenstående er korrelation mellem aktieafkast og oliepris tidligere blevet undersøgt forskellige steder i litteraturen (Baig, 2013) (Fillis, et al., 2011). De fleste studier enten en meget ringe korrelation mellem aktieafkast og olieprisen eller en tidsmæssig ustabil korrelation, der inden for en kort årrække "springer" fra at være positiv til at være negativ eller *vice versa*. Med de specielle skandinaviske forhold og den manglende litteratur omkring skandinaviske aktiver in mente vælges olieprisen alligevel som risiko-parameter til videre undersøgelse i det følgende.

Olie er både et forbrugsgode og et spekulationsobjekt, hvis pris grundlæggende er givet af udbuds- og efterspørgselsforholdene i markedet. Olieprisen betragtes således som 'eksogent givet' i den ovenfor beskrevne betydning og ændringerne i olieprisen anvendes som direkte input i APT-modellen.

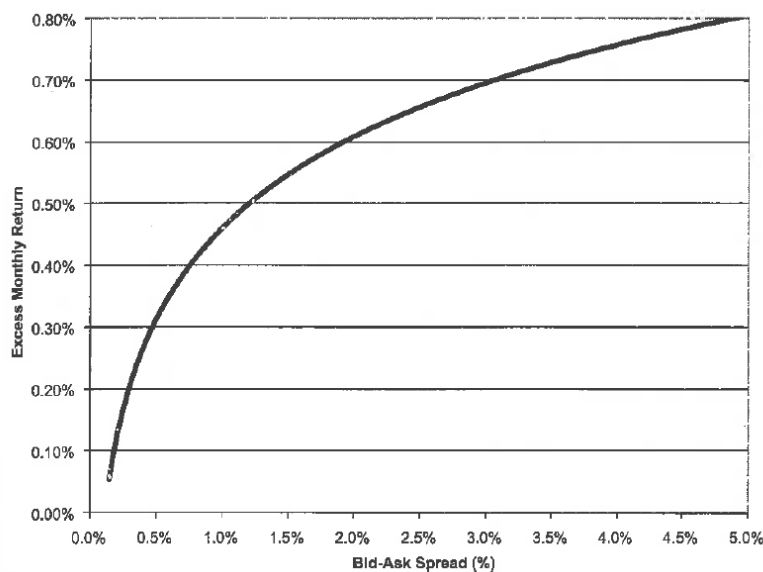
Som estimat for olieprisen anvendes spotkursen på nordsøolie (datatypen 'Crude Oil-Brent Cur. Month FOB U\$/BBL' hentet fra Datastream, jf. Tabel 2 i afsnit 1.4.1). Prisen er opgivet som lukkekursen den sidste handelsdag i måneden og omregnet til danske kroner, før afkastet er fundet.

4.2.2 Likviditet

Der er en række forskellige omkostninger i forbindelse med køb og salg af en aktie. Ud over mæglergebyret (til mægler/mæglerlicens) og transaktionsgebyret (til fondsbørsen), er der den potentielle påvirkning af prisen, som forårsages af ændringer i forholdet mellem udbud og efterspørgsel af aktien. For så vidt angår prisændringer som følge af handlen, vil effekten som udgangspunkt være negativ (et salg øger udbuddet og reducerer prisen, mens et køb øger efterspørgslen og dermed prisen). Effekten er mulig at begrænse ved at sælge mindre portioner ad gangen frem for at oversvømme markedet med én stor ordre. Dette begrænser dog hastigheden, hvormed man fx kan sælge en aktie, der forventes at falde, ligesom det øger transaktionsgebyrerne forbundet med handlen. For den institutionelle investor, hvis handler i gennemsnit er af en vis størrelse, giver det derfor mening at kræve en højere kompensation (i form af en likviditetsrisikopræmie) for relativt illikvide aktiver end for relativt likvide aktiver.

Begrebet likviditet er på det nærmeste blevet trendy over de seneste år, hvilket ikke mindst skyldes Lasse Heje Pedersens store arbejde på området (Amihud, et al., 2013). Tages denne store popularitet, og det faktum, at likviditet efterhånden indgår i forklaringen af enhver finansiell effekt, i betragtning, er det bemærkelsesværdigt, at selve begrebet likviditet er så svært at definere præcist (eller måske er det netop derfor). Likviditet har at gøre med tilgængeligheden af salg- og købsmuligheder.

En måde at måle en akties likviditet på er i form af bid-ask spreadet (dvs. spændet mellem højeste bud og lavest udbudspris). På Figur 16 ses risikopræmien på NYSE aktiver som funktion af deres bid-ask spread i perioden 1961-1980. Tager man kompleksiteten af aktiemarkedet i betragtning og sammenligner med andre forklarende variables evne til at forklare risikopræmien, er der her nærmest tale om en naturlov – også selvom grafen givetvis er resultatet af et fit til de tilgængelige observationer.



Figur 16: Relation mellem månedlig risikopræmie og bid-ask spread for NYSE aktier i perioden 1961-1980. Hentet fra (Amihud, et al., 2013).

Bid-ask spreadet er dog ikke et ubetinget godt mål for et aktivs likviditet. Spreadet siger ikke noget om ordredybden (hvor mange aktier, der er efterspurgt eller til salg ved en given pris), men er måske snarere en proxy for interessen i en aktie til et givet tidspunkt. Endvidere er data svært tilgængelige (ikke mindst for den valgte observationsfrekvens).

Et andet likviditetsmål er handelsvolumen. I forhold til bid-ask spreadet har det den fordel, at data er let tilgængelige for de fleste aktiver i stikprøven. Det vil være forventningen, at de mest handlede aktiver (målt på markedsværdien af de omsatte aktier inden for et givet tidsinterval) er associeret med de laveste risikopræmier. Det vil dog også være forventningen, at der i middel er et ikke-uvæsentligt sammenfald mellem en virksomheds størrelse (MV) og dens handelsvolumen (VOL). Der er med andre ord end vis risiko for, at størrelse og handelsvolumen er proxyer for samme underliggende risikofaktor og stærkt korrelerede. Dette undersøges nærmere i afsnit 4.3.

Handelsvolumen er en midlet størrelse, der for den enkelte aktie varierer over tid som følge af bl.a. stemningen i markedet og strømmen af virksomhedsspecifikke nyheder (eller fraværet heraf). I krisetider er der blandt investorerne en tendens til 'flugt mod kvalitet', hvilket involverer salg af mindre likvide aktiver til fordel for de mere likvide. Således vil handelsvolumen som risikoparameter formentlig have vanskeligt ved at efterleve regressionsmodellens krav om konstant middelværdi og varians.

Ikke desto mindre anvendes handelsvolumen i det følgende som en proxy for likviditetsrisiko i APT-modellen. Data er hentet fra Datastream som månedsobservationer, jf. Tabel 2 i afsnit 1.4.1.

4.2.3 BNP-vækst

Modsat olieprisen eksisterer der en del litteratur omhandlende sammenhængen mellem BNP (vækst) og afkastet på aktiemarkedene (Levine & Zervos, 1998) (Filer, et al., 1999). I de rapporterede studier angives der ofte en kausal sammenhæng, hvor aktiemarkedet er årsag til

en virkning i BNP (positiv korrelation). Dette er helt i tråd med den mere naive forklaring, at virksomheders overskud drives af øget produktion, hvilket betyder vækst i det samlede BNP. Ifølge denne forklaring må BNP-vækst som indikator for udviklingen i aktiemarkedet forventes at udvise en vis forsinkelse (lag).

Udviklingen i et land eller et områdes BNP er et udtryk for konjunktoren (aktivitetsniveauet i samfundet) i det pågældende land eller område. Det er ikke svært at forestille sig, at forskellige aktier påvirkes forskelligt af skiftende konjunkturer (salget af bleer og insulin er formentlig relativt upåvirket set i forhold til udvindingen af råstoffer og salget af luksus-goder). Som sådan er udviklingen i BNP formentlig stærkt korreleret til markedsrisikopræmien (β) i CAPM, i hvilket tilfælde de to kan fungere som substitut for hinanden. Den tidsmæssige forskydning mellem ændringer i markedsrisikopræmien og BNP kan dog reducere graden af korrelation mellem de to parametre.

Da det er ønskeligt at undersøge, om BNP-vækst af én eller anden årsag kan fange variation i aktivernes risikopræmie, som ikke fanges af markedsrisikopræmien, foreslås BNP-vækst i det følgende anvendt som risikoparameter i APT-modellen.

Det fremgår af Tabel 25, at ændringer i de tre landes BNP er forholdsvis tæt korrelerede. Tallene i parentes er korrelationen, når landenes BNP først er konverteret til danske kroner. Det fremgår af tabellen, at korrelationen er størst, når effekten af valutasingninger elimineres.

Korrelation	Dansk BNP	Norsk BNP	Svensk BNP
Dansk BNP	1,000 (1,000)	0,385 (0,598)	0,487 (0,807)
Norsk BNP		1,000 (1,000)	0,501 (0,583)
Svensk BNP			1,000 (1,000)

Tabel 25: Korrelationer mellem ændringer i det danske, det norske og det svenske BNP målt i hhv. lokal valuta (angivet øverst i hver celle) og i danske kroner (angivet nederst i hver celle og i parentes) over observationsperioden.

Til brug i modellen er der etableret ét fælles mål for BNP-væksten. Målet er opgjort som det BNP-vægtede gennemsnit af de tre landes BNP-vækst målt i danske kroner. Data er hentet fra Datastream, jf. Tabel 2 i afsnit 1.4.1. Modsat de øvrige risikoparametre opgøres de tre landes BNP på kvartalsbasis og det har således været nødvendigt at justere periodelængden for alle betragtninger baseret på BNP-vækst til at afspejle denne observationsfrekvens.

4.2.4 Arbejdsløshed

Modsat mange af de andre potentielle risikoparametre, der præsenteres i dette kapitel, eksisterer der kun en forholdsvis begrænset mængde, i hvert fald af højt videnskabeligt niveau, studier af korrelationen mellem aktiemarkederne og arbejdsløsheden. Arbejdsløsheden betragtes ofte som et vigtigt økonomisk nøgletal og i mere populærvidenskabelige artikler postuleres det ofte, at en nedgang i arbejdsløsheden (proxy for højkonjunktur) er positivt korreleret med et øget afkast på aktiemarkedet. I (Farsio & Shokoofeh, 2013) undersøges denne hypotese i både USA, Kina og Japan med følgende konklusion til følge:

”...it would be a mistake to rely on unemployment rate data to make investment decisions in the stock market.”

Denne utvetydige konklusion til trods, undersøges det i det følgende hvorvidt ændringer i arbejdsløsheden er en relevant risikoparameter i en APT-model for de skandinaviske aktier.

Tidsserien, der i den videre analyse repræsenterer arbejdsløsheden, består af de procentuelle ændringer i det rå gennemsnit over de månedlige tal (i %) for arbejdsløsheden i Danmark, Norge og Sverige. Tidsserien er hentet fra Datastream, jf. Tabel 2 i afsnit 1.4.1.

4.2.5 VIX

VIX (indekset) er en forkortelse af ”Chicago Board Options Exchange Market Volatility Index” og angiver den implicitte volatilitet for en række optioner på S&P 500. VIX beskriver således et mål for forventningerne til markedet afledt af optionspriserne (modificeret for volatilitetssmil). Grundet de meget mere præcise muligheder for prissætning af optioner vs. aktier (sammenlign blot ’forklaringsgraden’ af Black-Scholes formelen med de forklaringsgrader for CAPM vi ser i denne rapport) ville det være yderst interessant, hvis risikopræmien på aktier skulle vise sig at være korreleret til VIX. Ydermere indeholder VIX en vis portion ’fremsyn’, idet den implicitte volatilitet beskriver forventningerne til fremtiden (hvorfor VIX ofte refereres til som ’the fear index’).

En eventuel sammenhæng mellem VIX og risikopræmien kunne være begrundet af argumentet, at investorerne kræver høje(re) risikopræmier i perioder med høj(ere) volatilitet som følge af den generelle tendens til risikoaversion.

Den anvendte tidsserie (datainput) er ændringer i VIX-indekset, for hvilke der er observationer tilgængelige fra de seneste 25 år. Idet VIX-indekset siger noget om forventningerne til fremtiden, er VIX-tidsserien ’rykket en måned tilbage’ i forhold til de øvrige ex post-observationer. Det undersøges således i det følgende, om VIX-afkastet til tidspunktet $t-1$ (t angiver hele måneder) er korreleret med markedsrisikopræmien til tidspunkt t . Denne ’leading effekt’-tilgang er tillige anvendt i de videre regressionsanalyser.

4.3 Valg af risikoparametre

I ovenstående afsnit blev en række potentielle forklarende parametre til en APT-model for risikopræmien på aktiver på det skandinaviske marked over de seneste 25 år præsenteret. Det er vigtigt at bemærke, at som udgangspunkt (i en APT-model) adskiller disse parametre sig hverken fra markedsrisikopræmien (fra CAPM) eller SMB og HML (fra FF 3-faktor-modellen) i matematisk forstand. Alle parametre er således, som udgangspunkt, ’ligeværdige’ og de eneste umiddelbare forskelle ligger i den finansielle/teoretiske baggrund for markedsrisikopræmien, SMB og HML (Nobelpriser, 30+ års ’track record’, overbevisende forklaringsgrader på NYSE porteføljer etc.).

Egenskaber ved APT-variable		
Prioritet	Egenskab	Beskrivelse
1	Høj forklaringsgrad	For at give mening som forklarende variabel skal de betragtede variable rent faktisk give anledning til en ikke-forsvindende forklaringsgrad, dvs. der skal være en væsentlig korrelation mellem de observerede risikopræmier og tidsserien, der repræsenterer variabelen.
2	Finansiell (teoretisk) motivation	En forklarende variabel skal (helst) give mening/være motiveret af finansielle argumenter. Denne sammenhæng må selvfølgelig gerne være subtil/ikke oplagt (hvilket blot ville være et tegn på forskning af høj kvalitet), men en 'tilfældig' korrelation (som hvis eksempelvis risikopræmien var korreleret med antal af flodheste i Kenya) er ikke ønskværdig.
3	Fravær af multikorrelation	En forklarende variabel har ingen egentlig betydning hvis den (i høj grad) blot er en anden (allerede anvendt) variabel 'i forklædning'. Denne effekt, som ofte vil være en følge af at de to korrelerede variable er en proxy for det samme, kan undersøges ved at teste i hvor høj grad de to variable er (lineært) korrelerede

Tabel 26: Ønskeliste i forbindelse med egenskaber ved forklarende variable til en (vilkårlig) APT-model. Egenskaberne er prioriteret efter vigtighed og beskrevet i kolonnen til højre.

I Tabel 26 ovenfor ses en prioriteret liste over foretrukne (nødvendige) egenskaber ved potentielle forklarende variable/risikoparametre i en multifaktormodel for risikopræmien. Med hensyn til prioriteringen kan det diskuteres hvorvidt prioritet 1 og 2 bør byttes om. Argumenter for dette vil med stor sandsynlighed komme fra mere 'konservative/rigoristiske' lejre, hvor accepten af 'datamining'-baserede metoder er mindre, og være støttet af argumenter om mangel på finansiell substans.

I et stringent vektorrum/lineær algebra setup, kan multikorrelation fjernes ved at konstruere en orthonormal basis (Gram-Schmidt processen) fra de valgte risikoparametre. Ulempen ved denne metode er, at den finansielle forståelse/beskrivelse af risikoparametrene (delvist) forsvinder (hvilket overtræder den vigtigere prioritet 2).

I Tabel 27 ses korrelationsmatricen for de forklarende variable, der umiddelbart er 'i spil' som forklarende variable i en lineær multifaktormodel til beskrivelse af de realiserede risikopræmier på det skandinaviske aktiemarked over de seneste 25 år. Bemærk at også variablene fra CAPM ($r_m - r_f$) og FF 3-faktormodellen (SMB og HML) indgår.

Korrelationsmatrix	$r_m - r_f$	BNP	LMI	Olie	VIX (t+1)	Arbejdsløshed	SMB	HML
$r_m - r_f$	1,000	0,377	0,192	0,160	0,039	0,076	0,049	0,234
BNP		1,000	-0,060	0,304	-0,075	-0,201	0,223	-0,065
LMI			1,000	-0,128	-0,014	-0,074	-0,570	-0,049
Olie				1,000	-0,029	0,015	0,207	0,073
VIX (t + 1)					1,000	-0,149	0,008	-0,023
Arbejdsløshed						1,000	0,060	0,055
SMB							1,000	-0,002
HML								1,000

Tabel 27: Korrelationsmatrix der viser korrelationen mellem tidsserier fra 'short-listen' af mulige relevante risikoparametre til en APT-model for risikopræmien på aktiver på det skandinaviske marked over de seneste 25 år. Matricen er symmetrisk (som følge af symmetriegenskaben for korrelationsoperatoren) og diagonalindgangene er 1.

Tabellen giver anledning til en række interessante observationer. Det ses, at LMI er svagt korreleret til markedsrisikopræmien ($r_m - r_f$), hvilket kan betyde at begge variable (til en vis grad) repræsenterer den samme underliggende effekt. Det samme gælder korrelationen mellem HML og markedsrisikopræmien. Korrelationen er dog relativt beskeden således at det ikke udelukker at begge variable kan optræde i samme multifaktormodel. Næsten samme grad af korrelation findes tillige mellem både (Olie og SMB), (Olie og LMI (negativ korrelation)) og (VIX og arbejdsløshed (negativ korrelation)) uden nogen oplagte forklaringer. BNP er korreleret til både markedsrisikopræmien samt olieprisen.

Den klart stærkeste (negative) korrelation findes mellem SMB og LMI. Denne korrelationen er ikke uventet og skyldes med stor sandsynlighed den direkte sammenhæng at større virksomheder som udgangspunkt handles mere (se afsnit 4.2.2). Som følge af denne stærke korrelation, er LMI og SMB uegnede som variable i den samme APT-model. Derfor indføres nu tidsserien LMI^* , hvis i'te indgang består af:

$$LMI^*_{i'te\ indgang} = i'te\ residual\ fra\ Reg(LMI, SMB)$$

hvor $Reg(.)$ er den lineære regressionsoperator.

Med andre ord har ovenstående transformation til formål at fjerne projektionen af SMB på LMI fra LMI-tidsserien, således LMI^* repræsenterer den del af LMI der er orthogonal på SMB hvilket medfører at LMI^* og SMB er ukorrelerede og kan fungere i samme APT-model.

I Tabel 29 ses korrelationerne mellem LMI^* de andre forklarende variable der er i spil til APT-modellen (med undtagelse af BNP som ikke medtaget her, da denne repræsenterer kvartalsvise observationer). I tabellen ses tydeligt at LMI^* ikke (i væsentlig grad) er korreleret til SMB hvorfor transformationen $LMI \rightarrow LMI^*$ har opfyldt sit formål.

	$r_m - r_f$	LMI	Olie	VIX (t - 1)	Arb.løshed	SMB	HML
LMI^*	0.1565	-0.1772	0.0732	-0.0052	-0.0129	0.0931	-0.0270

Tabel 28: Korrelationen mellem LMI^* og de resterende risikofaktorer (ekskl. BNP-vækst).

I Tabel 29 ses resultatet af enkeltvariabel regressionsanalyserne mellem de potentielle forklarende variable til APT-modellen og de observerede risikopræmier for samtlige enkeltaktiver i indekset. Indgangene i tabellen angiver forklaringsgraden af regressionsanalysen for den givne variabel samt den fundne koefficient (i parentes). Formålet med Tabel 29 er at afgøre hvilke forklarende variable, der bør medtages i APT-modellen. Kriteriet for udvælgelse af de relevante forklarende variable (i middel over samtlige enkeltaktiver) er, at de bør have en væsentligt forklaringsgrad i en enkeltfaktorregression med de observerede risikopræmier. Således kan en lav gennemsnitlig forklaringsgrad i Tabel 29 'diskvalificere' en parameter fra 'indlemmelse' i APT-modellen.

AKTIE	$R^2 / (HÆLDNINGSKOEFFICIENT)$							
	$(r_m - r_f)$	BNP	LMI^*	Olie	VIX (t - 1)	Arb.løshed	SMB	HML
MAERSK-A	0,2861 (0,8284)	0.1031 (1.8109)	0.0307 (0.6764)	0,0841 (0,2572)	0,1513 (-0,1921)	0,0155 (0,2568)	0,0251 (0,3941)	0,0499 (0,5049)
MAERSK-B	0,3088 (0,8661)	0.0953 (1.7662)	0.0425 (0.7955)	0,0746 (0,2436)	0,1361 (-0,1842)	0,0144 (0,2518)	0,0245 (0,39)	0,0512 (0,5127)

AKTIE	R ² / (HÆLDNINGSKOEFFICIENT)							
	(r _m - r _f)	BNP	LMI*	Olie	VIX (t - 1)	Arb.løshed	SMB	HML
CARLS-B	0,145 (0,523)	0.0034 (0.3403)	0.0053 (0.256)	0,0151 (0,0967)	0,0781 (-0,1233)	0,0078 (0,1627)	0,0512 (0,4965)	0,0344 (0,3705)
CHR	0,0189 (0,1861)	0.0368 (1.0078)	0.0776 (0.7722)	0,0029 (0,0458)	0,026 (-0,0401)	0,0661 (0,2854)	0,0004 (0,0463)	0,0062 (-0,1539)
COLO	0,0791 (0,3107)	0.1035 (1.1897)	0.0071 (0.2081)	0,0074 (-0,0544)	0,0084 (-0,0326)	0,0015 (0,0576)	0,0181 (0,2375)	0,0002 (0,0237)
DANSKE	0,3116 (0,8491)	0.004 (0.3796)	0.0277 (0.6356)	0,0287 (0,1476)	0,0914 (-0,1475)	0,0002 (0,0317)	0,011 (0,2548)	0,1446 (0,8409)
DSV	0,2307 (0,7815)	0.0388 (1.3648)	0.0653 (0.9964)	0,0084 (0,0852)	0,0849 (-0,1516)	0 (-0,0001)	0,1058 (0,8458)	0,0043 (0,1548)
FLS	0,2493 (0,8771)	0.1078 (2.34)	0.0527 (0.9842)	0,0301 (0,1743)	0,1042 (-0,182)	0,0051 (0,1681)	0,0651 (0,7161)	0,0421 (0,5243)
GENMAB	0,0918 (0,983)	0.0005 (-0.2903)	0.0009 (0.2262)	0,0022 (0,0887)	0,0526 (-0,2041)	0,0003 (0,0599)	0,0904 (1,436)	0,0083 (0,4535)
GN	0,3184 (1,1407)	0.0345 (1.644)	0.0167 (0.6865)	0,0289 (0,1968)	0,1192 (-0,224)	0,0216 (0,3994)	0,0392 (0,6396)	0,0161 (0,3735)
JYSKE	0,2667 (0,7074)	0.0074 (0.4297)	0.0434 (0.7202)	0,0189 (0,1077)	0,0755 (-0,1209)	0,0005 (0,0393)	0,0552 (0,5143)	0,1137 (0,6717)
NORDEA	0,4522 (0,9735)	0.0016 (0.2094)	0.0029 (0.1728)	0,0056 (0,06)	0,1641 (-0,1741)	0,0017 (0,069)	0 (-0,0102)	0,139 (0,7905)
NOVO	0,1349 (0,428)	0.0434 (0.9062)	0.0057 (0.2243)	0,0045 (0,0447)	0,0385 (-0,0734)	0 (-0,0109)	0,0057 (-0,1405)	0,0002 (-0,0229)
NZYM	0,1599 (0,5128)	0.0281 (0.6886)	0.0116 (0.3199)	0,0226 (0,113)	0,0953 (-0,1088)	0,0437 (0,2679)	0,0481 (0,418)	0,0007 (0,0534)
PND	0,2181 (2,0502)	0.0045 (-1.6156)	0.0322 (1.596)	0,0095 (0,2826)	0,221 (-0,376)	0,0073 (0,3082)	0,1506 (2,7992)	0,0648 (1,613)
TDC	0,1784 (0,6693)	0.0144 (0.6741)	0.0024 (-0.174)	0,0086 (0,0805)	0,0281 (-0,0787)	0,0017 (0,0758)	0,0001 (0,027)	0,0001 (-0,0203)
TRYG	0,1034 (0,384)	0.0949 (1.2505)	0.0089 (0.3188)	0,0006 (-0,0174)	0,0783 (-0,0815)	0,0003 (-0,0179)	0,0449 (0,4996)	0 (-0,0047)
VESTAS	0,205 (1,3765)	0.0476 (2.7926)	0.029 (1.1337)	0,065 (0,3985)	0,1035 (-0,2857)	0,0042 (0,2068)	0,1501 (1,7818)	0,0001 (0,0318)
WDM	0,3041 (0,8959)	0.1331 (2.4215)	0.0492 (0.8026)	0,0254 (0,1414)	0,0717 (-0,1282)	0,0037 (0,1144)	0,0296 (0,4446)	0,0077 (-0,2074)
AKASTOR	0,3508 (1,6241)	0.231 (4.6033)	0.0047 (0.5055)	0,1787 (0,6597)	0,2195 (-0,3154)	0,0169 (0,3123)	0,2093 (2,0155)	0,0704 (1,0457)
DNOLIE	0,0192 (0,4305)	0.0637 (2.8634)	0.0113 (0.8945)	0,1741 (0,7643)	0,0194 (-0,1052)	0,0124 (-0,3909)	0,1604 (2,4303)	0,0073 (0,3832)
DNB	0,4404 (1,1097)	0.0619 (1.5969)	0.0019 (0.1642)	0,0268 (0,1555)	0,1752 (-0,2117)	0,0002 (0,0283)	0,0308 (0,4635)	0,1411 (0,9433)
DNO	0,0673 (0,9079)	0.0324 (2.3439)	0.0045 (-0.454)	0,0837 (0,5796)	0,0323 (-0,202)	0,0048 (0,3276)	0,1941 (2,4644)	0,0051 (-0,3635)
FREDOLSEN	0,3052 (1,3134)	0.0561 (2.5982)	0.0018 (0.2306)	0,1091 (0,423)	0,1329 (-0,2565)	0,0007 (0,0693)	0,2537 (1,8883)	0,0353 (0,6413)
GJENSIDIGE FORSIKRING	0,126 (0,5854)	0.0909 (2.3808)	0.0485 (0.7041)	0,0597 (0,2568)	0,0093 (-0,0296)	0,0107 (0,1483)	0,0009 (0,0767)	0,079 (0,6373)
GOG	0,3485 (2,7336)	0.0481 (3.0216)	0.0629 (3.1167)	0,1269 (0,9682)	0,0944 (-0,3473)	0,0035 (0,2431)	0,1272 (2,7443)	0,2136 (3,1047)
MHARVEST	0,0803 (1,1377)	0.0739 (4.8766)	0.0399 (1.8362)	0,0152 (0,2679)	0,024 (-0,1844)	0 (-0,0111)	0,3058 (3,5055)	0 (0,0158)
NHYDRO	0,4464 (1,0215)	0.1626 (2.3432)	0.0117 (0.4118)	0,1246 (0,3088)	0,2389 (-0,24)	0,0052 (0,1478)	0,0622 (0,6093)	0,0721 (0,597)
NORWEGIAN	0,213 (1,6609)	0.0667 (4.3407)	0.0055 (0.7078)	0,0015 (0,0778)	0,1001 (-0,2779)	0,0092 (0,3012)	0,1658 (2,3474)	0,0011 (-0,1726)

AKTIE	R ² / (HÆLDNINGSKOEFFICIENT)							
	(r _m - r _f)	BNP	LMI*	Olie	VIX (t - 1)	Arb.løshed	SMB	HML
OPERA	0,0841 (0,8118)	0.0233 (1.825)	0.0005 (-0.1711)	0,0477 (0,3455)	0,0889 (-0,2044)	0,0073 (0,209)	0,1967 (1,9965)	0,0344 (-0,7457)
ORKLA	0,3191 (0,9099)	0.0569 (1.3236)	0.008 (0.3285)	0,0071 (0,0778)	0,165 (-0,2093)	0,0056 (0,1617)	0,035 (0,4814)	0,0169 (0,3043)
PETROGEO	0,2676 (1,5448)	0.03 (2.6225)	0.0016 (0.284)	0,076 (0,4678)	0,1405 (-0,339)	0,0003 (0,064)	0,1942 (2,0474)	0,0526 (1,0049)
REC	0,2319 (1,8964)	0.0043 (0.8807)	0.0064 (0.89)	0,0396 (0,4707)	0,1494 (-0,3702)	0,0004 (0,0702)	0,1542 (3,0723)	0,1207 (2,0646)
RCC	0,3171 (1,4672)	0.0539 (2.2119)	0.0023 (0.2843)	0 (-0,0037)	0,2405 (-0,3777)	0,0066 (0,2343)	0,0244 (0,641)	0,0606 (0,9172)
SCHIBSTED	0,3443 (1,2451)	0.0796 (2.369)	0.0262 (0.8332)	0,0422 (0,2476)	0,1746 (-0,2685)	0,0224 (0,3941)	0,0776 (0,9116)	0,0007 (-0,0799)
SEADRILL	0,4046 (1,4406)	0.1472 (3.618)	0.0248 (1.0152)	0,3331 (0,7723)	0,2449 (-0,2747)	0,0018 (0,0876)	0,2598 (2,2781)	0,2156 (1,579)
STATOIL	0,3039 (0,7565)	0.201 (2.4095)	0.0296 (0.5395)	0,2583 (0,4037)	0,1646 (-0,1503)	0,0001 (-0,0137)	0,155 (0,8129)	0,0108 (0,2152)
STBRAND	0,3384 (1,2558)	0.0227 (1.0425)	0.005 (0.3645)	0,0065 (0,0998)	0,2161 (-0,321)	0,0008 (0,0824)	0,0454 (0,7353)	0,01 (0,3141)
SUBSEA	0,3017 (1,5072)	0.2219 (5.2987)	0.0008 (0.1758)	0,0978 (0,4646)	0,1893 (-0,354)	0,0068 (0,2543)	0,2894 (2,3306)	0,0773 (1,1004)
TELENOR	0,4799 (1,178)	0.0405 (1.2688)	0.0036 (0.2366)	0,037 (0,192)	0,2999 (-0,2558)	0,012 (0,1861)	0,0192 (0,3494)	0,0594 (0,637)
TGS	0,2489 (1,2149)	0.2326 (4.745)	0.0007 (-0.1494)	0,1488 (0,5059)	0,1818 (-0,3072)	0,0101 (0,2722)	0,3215 (2,1774)	0,0826 (1,0056)
ABB	0,2404 (1,7486)	0.0383 (1.6421)	0.0004 (0.1562)	0,0061 (0,1477)	0,0788 (-0,281)	0,0026 (0,1821)	0,0032 (-0,3045)	0,023 (0,8025)
ALFA	0,4277 (1,0807)	0.1039 (1.8419)	0.0161 (0.4753)	0,0289 (0,1528)	0,2824 (-0,221)	0,0038 (0,0915)	0,0932 (0,7894)	0,0057 (0,1788)
ABLOY	0,3689 (0,9782)	0.05 (1.4544)	0.0116 (0.3714)	0,0005 (0,0198)	0,1257 (-0,1684)	0,0037 (0,1148)	0,002 (0,1134)	0,0002 (-0,0349)
ASTRAZEN	0,0902 (0,3598)	0.0043 (0.2599)	0.0014 (0.0968)	0,0152 (-0,0788)	0,0322 (-0,061)	0,0129 (-0,1371)	0,0005 (0,0409)	0,0019 (0,0756)
ATLAS-A	0,4518 (1,0916)	0.1209 (1.8761)	0.0036 (0.2228)	0,0011 (0,0305)	0,1552 (-0,2016)	0,0153 (0,2701)	0,0111 (0,2734)	0,0453 (0,5025)
ATLAS-B	0,4483 (1,1155)	0.1222 (1.923)	0.0026 (0.1941)	0,0021 (0,0439)	0,1621 (-0,2128)	0,0138 (0,2628)	0,0109 (0,2782)	0,0469 (0,5246)
BOLIDEN	0,3159 (1,667)	0.0157 (1.6667)	0.0015 (0.2543)	0,0395 (0,3147)	0,1161 (-0,2868)	0,0196 (0,4185)	0,0967 (1,3896)	0,0818 (1,2332)
ELECTROLUX	0,359 (1,0704)	0.0571 (1.6754)	0.0039 (0.2609)	0,0007 (0,0274)	0,0656 (-0,1449)	0,0098 (0,2382)	0,0013 (0,1021)	0,0462 (0,558)
ERICSSON	0,4834 (1,6619)	0.049 (2.228)	0.006 (0.4671)	0,001 (0,0442)	0,1526 (-0,2993)	0,0041 (0,2057)	0,0059 (-0,2925)	0,0004 (0,0705)
GETINGE	0,2481 (0,7124)	0.1226 (1.8716)	0.0003 (0.0552)	0,0568 (0,1899)	0,0881 (-0,1262)	0,0239 (0,268)	0,0332 (0,4261)	0,0117 (0,2318)
H&M	0,2764 (0,7684)	0.0627 (1.3014)	0.0003 (0.0519)	0,0155 (0,1041)	0,0792 (-0,1312)	0,0009 (0,0589)	0,0009 (0,0698)	0,0006 (-0,0531)
INVEST	0,6351 (1,1795)	0.0704 (1.299)	0.0036 (0.179)	0 (0,0004)	0,2175 (-0,2188)	0,0051 (0,1421)	0,0003 (-0,0405)	0,0693 (0,5665)
KINNEVIK	0,4892 (1,5228)	0.0025 (0.4724)	0.0144 (0.6024)	0,0092 (0,1147)	0,1666 (-0,2628)	0,0073 (0,2134)	0,0138 (0,4062)	0,0018 (0,1335)
LUNDIN	0,1617 (0,9533)	0.009 (1.0683)	0.0072 (0.4658)	0,1189 (0,4768)	0,0965 (-0,1994)	0 (-0,0036)	0,0688 (0,9327)	0,018 (0,4771)
MTG	0,422 (1,5591)	0.0616 (2.42)	0.0077 (0.4776)	0,0176 (0,1716)	0,1674 (-0,2906)	0,0014 (0,1)	0,0685 (0,9904)	0,0001 (0,0313)

AKTIE	R ² / (HÆLDNINGSKOEFFICIENT)							
	(r _m - r _f)	BNP	LMI*	Olie	VIX (t - 1)	Arb.løshed	SMB	HML
NOKIA	0,1766 (1,0822)	0,0029 (0,5298)	0,0375 (1,3877)	0,0024 (0,0741)	0,0794 (-0,1795)	0 (0,0124)	0,0407 (1,036)	0,0273 (0,6318)
NORDEA_SE	0,5112 (1,0913)	0,0184 (0,7286)	0,004 (0,2161)	0,0078 (0,0743)	0,1667 (-0,1851)	0,001 (0,0575)	0 (0,0067)	0,1354 (0,8227)
SANDVIK	0,4255 (0,9736)	0,1411 (2,1089)	0,0002 (0,0522)	0,032 (0,1529)	0,1264 (-0,1682)	0,0167 (0,2594)	0,0188 (0,3266)	0,0573 (0,5195)
SECURITAS	0,2552 (0,7225)	0,0326 (1,021)	0,0231 (0,5082)	0,0001 (-0,008)	0,055 (-0,1057)	0,0011 (-0,0614)	0,005 (0,1568)	0,0142 (-0,2487)
SEB	0,36 (1,4814)	0,0288 (2,7236)	0,0118 (0,4566)	0,0013 (0,0515)	0,0713 (-0,2116)	0 (0,0022)	0,0041 (0,2534)	0,1997 (1,6041)
SKANSKA	0,4425 (1,1402)	0,0543 (1,2369)	0,0011 (0,121)	0,0016 (0,0389)	0,1279 (-0,1963)	0,0126 (0,2589)	0,0044 (-0,1824)	0,0445 (0,5255)
SKF	0,3722 (1,0332)	0,1544 (2,2428)	0,0103 (0,3632)	0,0006 (0,0236)	0,0964 (-0,1655)	0,0133 (0,2623)	0,0084 (0,2479)	0,0755 (0,6764)
SSAB	0,4042 (1,1105)	0,1009 (2,2189)	0,0093 (0,3919)	0,0171 (0,1308)	0,1797 (-0,2359)	0,0248 (0,3697)	0,0505 (0,6272)	0,129 (0,9122)
SCA	0,3791 (0,8133)	0,0956 (1,4302)	0,0128 (0,3323)	0,001 (0,0238)	0,0904 (-0,1273)	0,0217 (0,2616)	0,002 (0,0934)	0,1098 (0,6363)
SVHB	0,4153 (1,0644)	0,0335 (0,8736)	0,0006 (0,0747)	0,0006 (0,0229)	0,0813 (-0,151)	0,0026 (0,1123)	0,005 (-0,187)	0,1811 (1,0219)
SWED	0,4297 (1,1855)	0,0965 (2,258)	0,0091 (0,3919)	0,0076 (0,0867)	0,178 (-0,2248)	0 (-0,0066)	0,0041 (0,1852)	0,1407 (0,9936)
SM	0,0275 (0,1571)	0,029 (0,6028)	0,0032 (0,1251)	0,0153 (0,0644)	0,0196 (-0,0394)	0,0049 (0,0759)	0,0255 (0,2399)	0,0038 (0,0846)
TELE2	0,4057 (1,2544)	0,0063 (0,6755)	0,0059 (0,3465)	0,0116 (0,1167)	0,145 (-0,2227)	0,0001 (-0,0203)	0,0001 (-0,0374)	0,0026 (-0,145)
TELIA	0,285 (0,7533)	0,0031 (0,3187)	0,0032 (0,1861)	0,0022 (0,0392)	0,0893 (-0,1173)	0,0026 (0,0722)	0,0023 (-0,1017)	0,0908 (0,6613)
VOLVO	0,4799 (1,1639)	0,1789 (2,4832)	0,0002 (0,0495)	0,019 (0,1326)	0,1539 (-0,2113)	0,0097 (0,2226)	0 (-0,0094)	0,0803 (0,6922)
Gennemsnit	0,2942 (1,0647)	0,0672 (1,7514)	0,0145 (0,4709)	0,0404 (0,1941)	0,1222 (-0,1994)	0,008 (0,1438)	0,0673 (0,7887)	0,052 (0,5119)

Tabel 29: Oversigt over forklaringsgrader (R²) og regressionskoefficienter (står i parentes under forklaringsgraderne i hver celle) for hvert aktiv og hver regressionsparameter. Regressionerne er foretaget med risikoparameteren i hver kolonne som eneste forklarende variabel på variationen i aktivets realiserede risikopræmie. Gennemsnittet i nederste række angiver således hvilke risikoparametre, der i middel har de største forklaringsgrader.

I Tabel 29 er det interessant at bemærke at 7 ud af 8 af de enkeltaktiver der har en forklaringsgrad i en regression med olie-tidsserien på mere end 0,1, er fra Norge. Det svenske selskab Lundin Services (som leverer services til olie og gas industrien) er eneste ikke-norske selskab på denne liste. De tre selskaber med størst 'olie-forklaringsgrad' er Statoil (R²_{Olie} = 0,26), Akastor (R²_{Olie} = 0,18) og DN OLIE (R²_{Olie} = 0,17). Akastor leverer, som Lundin Services, ydelser til olie og gas industrien. Således er de observerede 'olie-forklaringsgrader' helt i tråd med, hvad der ville forventes ud fra enkeltaktivernes respektive forretningsområder/industri.

Til brug som forklarende variable i APT-modellen vælges, med baggrund i resultaterne fra Tabel 29 de variable, som har en gennemsnitlig forklaringsgrad i en enkeltvariabelregression på enkeltaktivniveau på mindst 0,04. Dette betyder, at variablene:

- $r_m - r_f$
- Olie
- VIX
- SMB
- HML

medtages i APT-modellen, mens variablene Arbejdsløshed og LMI* ikke medtages pga. deres meget lave forklaringsgrad. BNP-vækst medtages ikke som forklarende variabel, da der her kun forelægger kvartalsvise observationer og da parameteren udviser en væsentlig grad af korrelationen til markedsrisikopræmien, jf. Tabel 27.

4.4 First-pass regression

I dette afsnit gennemføres en 'first-pass regression' analyse af APT-modellen (multifaktor-modellen) helt ækvivalent med den analyse af FF 3-faktormodellen, der blev beskrevet i afsnit 3.6.

Med valget af forklarende variable i afsnit 4.3 kan relationen i APT-modellen skrives:

$$\lambda_i = \beta_i \cdot \lambda_m + o_i \cdot \lambda_{OIL} + v_i \cdot \lambda_{VIX} + s_i \cdot \lambda_{SMB} + h_i \cdot \lambda_{HML}$$

Med det tilsvarende regressionsudtryk:

$$\lambda_i = \alpha_i + \beta_i \cdot \lambda_m + o_i \cdot \lambda_{OIL} + v_i \cdot \lambda_{VIX} + s_i \cdot \lambda_{SMB} + h_i \cdot \lambda_{HML} + e_i$$

hvor λ betegner tidsserier og $\beta_i, o_i, v_i, s_i, h_i$ betegner de i regressionsanalysen fundne koefficienter.

Endvidere er forventningen til regressionskoefficienterne, er givet at modellen er opfyldt, at:

$$\begin{aligned}\alpha_i &= 0 \\ \beta_i &\neq 0 \\ o_i &\neq 0 \\ v_i &\neq 0 \\ s_i &\neq 0 \\ h_i &\neq 0 \\ e_i &= 0\end{aligned}$$

ligesom fraværet af (større grader af) multikolinearitet mellem regressionsparametrene bør resultere i, at det markedsværdivægtede gennemsnit af β -værdierne er omtrent lig 1, som det var tilfældet for CAPM og FF 3-faktormodellen.

I Tabel 30 ses resultatet af 'first-pass regression' analysen af APT-modellen for samtlige enkeltaktiver i indekset.

AKTIE	APT 5-faktormodel								R^2_{adj}
	α	β	o	v	s	h	R^2	$\sigma(e_i)$	
A P MOLLER -	0.0020	0.6408	0.1655	-0.0583	0.2229	0.2093	0.3564	0.0741	0.3476

AKTIE	APT 5-faktormodel								R ² _{adj}
	α	β	ϕ	ψ	s	h	R ²	$\sigma(e_i)$	
MAERSK 'A'									
A P MOLLER - MAERSK 'B'	0.0014	0.7093	0.1511	-0.0377	0.2151	0.2155	0.3560	0.0749	0.3473
CARLSBERG 'B'	0.0015	0.4291	0.0126	-0.0289	0.4244	0.1948	0.2017	0.0727	0.1909
CHR HANSEN HOLDING	0.0162	0.0058	-0.0180	-0.0460	0.0950	-0.1730	0.0369	0.0515	-0.0434
COLOPLAST 'B'	0.0087	0.4028	-0.1014	0.0339	0.2707	-0.0627	0.1269	0.0615	0.1150
DANSKE BANK	0.0049	0.7526	0.0534	0.0168	0.1595	0.5924	0.3861	0.0706	0.3778
DSV 'B'	0.0081	0.7766	-0.0412	-0.0084	0.7868	-0.1183	0.3255	0.0794	0.3164
FLSMIDTH & CO. 'B'	-0.0013	0.7677	0.0433	-0.0223	0.6173	0.2195	0.3124	0.0864	0.3030
GENMAB	0.0107	0.7202	-0.1499	-0.0579	1.3268	0.0331	0.1598	0.1660	0.1393
GN STORE NORD	-0.0004	1.0539	0.0556	-0.0237	0.5101	-0.0211	0.3451	0.0968	0.3362
JYSKE BANK	0.0060	0.6443	0.0076	0.0252	0.4609	0.4728	0.3570	0.0650	0.3483
NORDEA BANK	0.0073	0.9654	-0.0827	0.0021	-0.1963	0.5836	0.5388	0.0568	0.5306
NOVO NORDISK 'B'	0.0060	0.4647	0.0292	0.0028	-0.2093	-0.1754	0.1611	0.0635	0.1497
NOVOZYMES	0.0072	0.4129	0.0309	-0.0264	0.2560	-0.2026	0.1870	0.0633	0.1671
PANDORA	0.0150	2.3041	-0.6920	-0.0523	2.3773	-0.2589	0.3632	0.1455	0.3053
TDC	-0.0102	0.7893	0.0136	0.0520	-0.1098	-0.1904	0.1965	0.0802	0.1833
TRYG	0.0017	0.4524	-0.1426	-0.0246	0.4618	-0.3682	0.2100	0.0585	0.1796
VESTAS WINDSYSTEMS	0.0049	1.0563	0.1203	-0.0299	1.2073	-0.2880	0.2965	0.1401	0.2820
WILLIAM DEMANT HLDG.	-0.0060	1.0177	0.0272	0.0473	0.1923	-0.4227	0.3498	0.0753	0.3385
AKASTOR	0.0092	1.0044	0.1968	-0.0845	0.9560	0.2538	0.4420	0.1051	0.4237
DET NORSKE OLJESELSKAP	-0.0039	-0.2458	0.6602	0.0189	2.0742	-0.7421	0.2650	0.1461	0.2273
DNB	0.0108	1.0776	-0.1113	0.0144	0.8347	0.9105	0.4714	0.0875	0.4633
DNO	-0.0045	0.8432	0.3692	-0.0019	2.1750	-0.7107	0.2977	0.1741	0.2881
FRED OLSEN ENERGY	-0.0079	1.0526	0.1389	0.0248	1.4296	0.2542	0.4684	0.1008	0.4577
GJENSIDIGE FORSIKRING	0.0148	0.4946	0.1429	0.0298	-0.3774	0.4451	0.1816	0.0585	0.1036
GOLDEN OCEAN GROUP	0.0214	2.2565	0.1960	0.1224	0.9094	1.7164	0.4399	0.1810	0.4202
MARINE HARVEST	-0.0062	0.9898	-0.1725	0.0779	3.3751	-0.2819	0.3424	0.1878	0.3295
NORSK HYDRO	-0.0016	0.8100	0.1869	-0.0597	0.4082	0.2257	0.5540	0.0607	0.5479
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	-0.0031	1.8594	-0.5020	0.0413	1.9696	-0.9628	0.3444	0.1509	0.3236
OPERA SOFTWARE	-0.0007	0.5469	0.0168	-0.0847	1.5480	-1.2336	0.2921	0.1220	0.2690
ORKLA	-0.0015	0.8111	-0.0313	-0.0614	0.3828	-0.0182	0.3562	0.0772	0.3474
PETROLEUM GEO SERVICES	0.0011	1.2132	0.1107	-0.0579	1.6874	0.4291	0.4238	0.1309	0.4150
REC SILICON	-0.0035	1.0824	-0.1899	-0.1149	1.6104	0.8391	0.2927	0.1786	0.2636

AKTIE	APT 5-faktormodel								R ² _{adj}
	α	β	ϕ	ψ	s	h	R ²	$\sigma(e_i)$	
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	0.0159	1.1654	-0.2714	-0.1305	0.3726	0.5907	0.3860	0.1178	0.3738
SCHIBSTED	-0.0060	1.1028	0.0439	-0.0686	0.6651	-0.4825	0.4192	0.0931	0.4104
SEADRILL	0.0071	0.8099	0.4360	-0.0500	1.0832	0.3047	0.6099	0.0815	0.5948
STATOIL	-0.0065	0.6312	0.2876	-0.0021	0.3253	-0.2197	0.4995	0.0523	0.4867
STOREBRAND	-0.0096	1.0342	-0.0644	-0.1374	0.6219	-0.1674	0.4015	0.0992	0.3933
SUBSEA 7	0.0059	1.1499	0.0928	-0.0445	1.8028	0.5311	0.4958	0.1178	0.4859
TELENOR	0.0051	0.9855	0.0858	-0.0732	-0.1910	0.1671	0.5145	0.0657	0.5025
TGS-NOPEC GEOPHS.	0.0139	0.7218	0.1716	-0.0676	1.6928	0.5095	0.5180	0.0989	0.5084
ABB LTD N (OME)	0.0012	1.8941	-0.0375	0.0444	-0.8545	0.4093	0.2690	0.1646	0.2528
ALFA LAVAL	0.0057	0.8704	0.0902	-0.0584	-0.0074	-0.0935	0.3417	0.0794	0.3235
ASSA ABLOY 'B'	0.0040	1.0326	-0.0998	-0.0106	-0.0175	-0.2587	0.3876	0.0729	0.3772
ASTRAZENECA (OME)	0.0001	0.4520	-0.1375	0.0032	-0.0348	0.0321	0.1437	0.0609	0.1249
ATLAS COPCO 'A'	0.0028	1.0478	-0.0917	-0.0213	0.2232	0.1260	0.4698	0.0701	0.4626
ATLAS COPCO 'B'	0.0029	1.0471	-0.0791	-0.0284	0.2231	0.1390	0.4603	0.0725	0.4530
BOLIDEN	0.0067	1.4859	-0.0292	0.0352	0.9020	1.0372	0.3942	0.1253	0.3809
ELECTROLUX 'B'	-0.0007	1.1195	-0.0775	0.0539	0.0862	0.2384	0.3649	0.0844	0.3563
ERICSSON 'B'	-0.0153	1.7648	-0.0865	-0.0232	-0.4249	-0.5659	0.5310	0.0981	0.5246
GETINGE	0.0005	0.7159	0.0729	0.0132	0.2614	-0.0183	0.2854	0.0705	0.2742
HENNES & MAURITZ 'B'	0.0037	0.8115	0.0483	0.0024	-0.0345	-0.3304	0.3021	0.0726	0.2926
INVESTOR 'B'	-0.0035	1.1373	-0.1045	-0.0201	-0.0889	0.1787	0.6567	0.0514	0.6520
KINNEVIK 'B'	-0.0056	1.6196	-0.0790	0.0262	0.1234	-0.2138	0.4926	0.0910	0.4831
LUNDIN PETROLEUM	0.0187	0.7890	0.2909	-0.0165	0.3151	-0.0194	0.2227	0.1146	0.2024
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	-0.0072	1.6025	-0.0593	0.0133	0.5380	-0.3817	0.4601	0.1025	0.4494
NOKIA (OME)	-0.0127	1.2188	-0.2531	0.0031	0.2549	-0.1542	0.1962	0.1284	0.1580
NORDEA_SE	0.0053	1.1209	-0.0786	0.0205	-0.2141	0.5936	0.5951	0.0560	0.5878
SANDVIK	-0.0021	0.9337	0.0478	0.0128	0.2270	0.2113	0.4397	0.0668	0.4321
SECURITAS 'B'	-0.0058	0.8498	-0.1087	0.0249	0.1550	-0.4561	0.3174	0.0693	0.3074
SEB 'A'	0.0095	1.4873	-0.1112	0.0983	0.2203	1.1771	0.4772	0.1059	0.4701
SKANSKA 'B'	-0.0057	1.1259	-0.0490	0.0029	-0.2457	0.1491	0.4521	0.0751	0.4447
SKF 'B'	0.0000	1.0167	-0.0979	0.0151	0.2172	0.3439	0.3991	0.0780	0.3910
SSAB 'A'	0.0040	0.9268	-0.0185	-0.0428	0.5243	0.5601	0.4877	0.0742	0.4807
SCA 'B'	0.0005	0.7993	-0.0643	0.0262	0.0708	0.3892	0.4184	0.0597	0.4105
SVENSKA HANDBKN.'A'	0.0062	1.1104	-0.0644	0.0648	-0.2418	0.6936	0.5247	0.0684	0.5183
SWEDBANK 'A'	0.0091	1.0914	-0.0821	-0.0182	-0.0728	0.7616	0.5026	0.0734	0.4939
SWEDISH MATCH	0.0082	0.1244	0.0298	-0.0096	0.1586	0.0510	0.0541	0.0545	0.0367

AKTIE	APT 5-faktormodel								R^2_{adj}
	α	β	o	v	s	h	R^2	$\sigma(e_i)$	
TELE2 'B'	-0.0126	1.3509	0.0185	0.0034	-0.3817	-0.4601	0.4486	0.0849	0.4385
TELIASONERA	-0.0038	0.8609	-0.0244	0.0333	-0.3342	0.3420	0.3360	0.0648	0.3201
VOLVO 'B'	-0.0019	1.1062	0.0421	0.0037	-0.1306	0.3101	0.4941	0.0712	0.4872
Gennemsnit	0.0021	0.9616	0.0012	-0.0098	0.5048	0.1041	0.3691	0.0920	0.3540

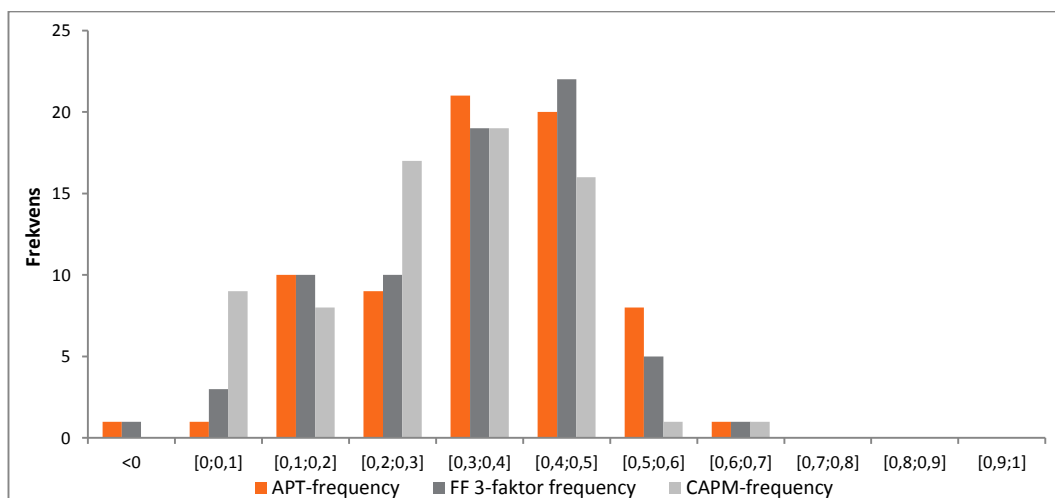
Tabel 30: Oversigt over regressionskoefficienter og forklaringsgrader fra 'first-pass regression' analysen med APT-modellen med de forklarende variable: Markedsrisikopræmien (β), oliepris (o), VIX (v), SMB (s) og HML (h). Resultaterne er angivet for samtlige aktiver i indekset.

Resultatet af en undersøgelse (t-test) af parametersignifikansen af de fundne koefficienter ses i appendiks H. I Tabel 31 er resultaterne af testen af parametersignifikansen opsummeret og her ses det, at de tre koefficienter fra FF 3-faktormodellen (β , s og h) (stadig) er de mest signifikante/vigtigste parametre i APT-udvidelsen af FF 3-faktormodellen. Dog repræsenterer VIX, og specielt olie, også signifikante regressionskoefficienter for en væsentlig andel af enkeltaktiverne.

Parametersignifikans?	α	β	o	v	s	h
Antal signifikante	11	67	28	10	48	51
Antal insignifikante	60	4	43	61	23	20

Tabel 31: Opsummering af resultatet af en t-test (for parametersignifikans) af de forklarende variable i APT-modellen for samtlige aktiver i indekset.

Den gennemsnitlige justerede forklaringsgrad på enkeltaktivniveau for APT-modellen er 0,354 hvilket repræsenterer en forbedring i forhold til FF 3-faktormodellen på 4,1% ($R^2_{FF3} = 0,340$). Figur 17 viser i et histogram, hvordan enkeltaktiverne i indekset fordeler sig på forklaringsgrader. Her ses det, at APT-udvidelsen medfører at der kun er meget få (2 stk.) aktiver tilbage, hvor forklaringsgraden er ikke-eksisterende ($< 0,1$). Således ser det ud til, at effekten af indførslen af VIX og olie som forklarende variable, udover marginalt at forbedre den samlede gennemsnitlige forklaringsgrad, er at 'ramme' en stor del af de aktiver som FF 3-faktormodellen ikke formår at 'ramme'.



Figur 17: Histogram der angiver de observerede forklaringsgrader ved en 'first-pass regression' analyse af samtlige enkeltaktiver i indekset med APT-modellen.

I det følgende afsnit præsenteres, igen helt ækvivalent med proceduren for FF 3-faktor-modellen, en 'second-pass regression' analyse af APT-modellens samlede 'performance' på indekset.

4.5 Second-pass regression

I en 'second-pass regression' analyse af APT-modellen anvendes følgende regressionsudtryk:

$$\lambda_i = \alpha_i + \beta_i \cdot \gamma_1 + o_i \cdot \gamma_2 + v_i \cdot \gamma_3 + s_i \cdot \gamma_4 + h_i \cdot \gamma_5 + \sigma^2(e_i) \cdot \gamma_6 + \omega_i$$

hvor forventningerne til regressionskoefficienterne (γ_i 'erne) er følgende:

$$\begin{aligned}\gamma_0 &= 0 \\ \gamma_1 &= \bar{\lambda}_m = \bar{r}_m - \bar{r}_f \\ \gamma_2 &= \overline{OLIE} \\ \gamma_3 &= \overline{VIX} \\ \gamma_4 &= \overline{SMB} \\ \gamma_5 &= \overline{HML} \\ \gamma_6 &= 0\end{aligned}$$

hvor en 'overstreg', som i tilfældene med CAPM og FF 3-faktormodellen, betyder den gennemsnitlige præmie for de relevante tidsserier.

Second-pass regression	γ_0	γ_1	γ_2	γ_3	γ_4	γ_5	γ_6	R^2
Regressionsparametre	0,0038	0,0073	0,0044	0,0067	0,0026	-0,0049	-0,1057	0,2317
Standardafvigelse	0,0024	0,0026	0,0053	0,0182	0,0016	0,0018	0,1696	-
Forventet værdi (x_i)	0	0,0105	0,0091	0,0130	-0,0002	-0,0137	0	-
t-værdi ($\gamma_i \neq x_i$)	1,6326	-1,2601	-0,8708	-0,3475	1,6956	4,8120	-0,6232	-
Kritisk t-værdi	1,6683	1,6683	1,6683	1,6683	1,6683	1,6683	1,6683	-
Forventning opfyldt?	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja	Ja	Ja	-

Tabel 32: Koefficienter fra 'second-pass regression' analysen for APT-modellen baseret på de estimerede α , β , o , v , s , h og $\sigma^2(e_i)$ -værdier fra førsteordensregressionen samt de realiserede afkast. Parametrenes t-værdier er fundet som antallet af standardafvigelser mellem middelværdien og den forventede værdi som angivet under forventningerne til regressionskoefficienterne. Med et 95%-konfidensinterval og 66 frihedsgrader er den kritiske t-værdi 1,6683. Det bemærkes at forventningen til γ_0 , γ_3 , γ_4 , γ_5 og γ_6 er opfyldt, mens det modsatte gør sig gældende for γ_2 og γ_4 .

Det fremgår af Tabel 32 at 'second-pass regression' analysen giver anledning til følgende observationer:

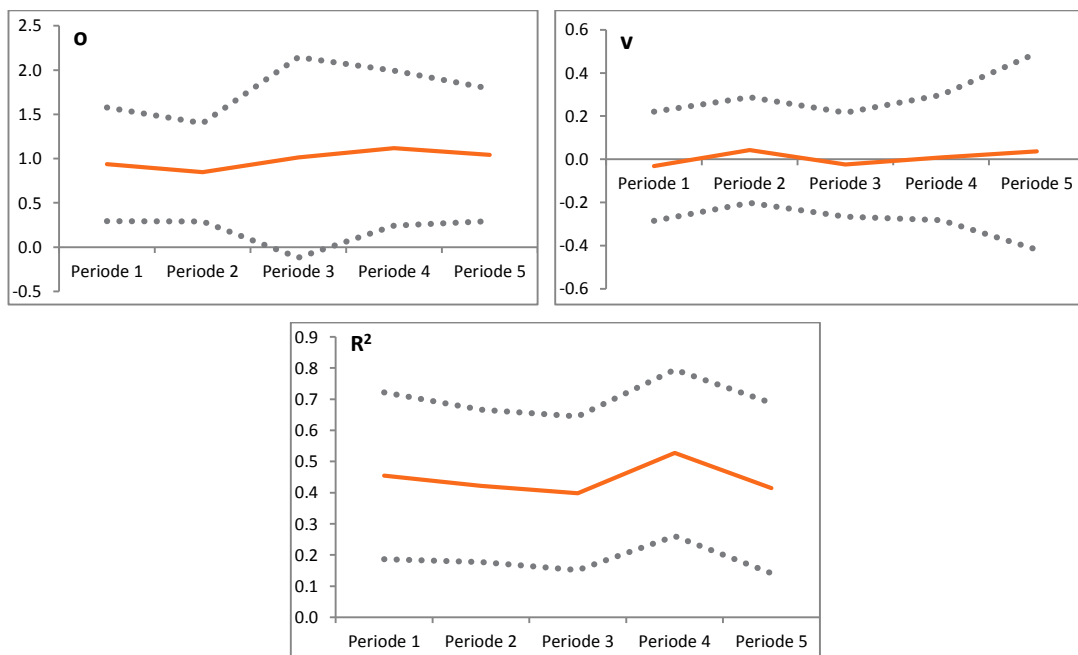
- forventningen er opfyldt for 5 ud af 7 af koefficienterne i 'second-pass regression' analysen. Denne andel kan sammenlignes med, at forventninger blev opfyldt for 3 ud af 5 af koefficienterne i den tilsvarende analyse af FF 3-faktormodellen. Ironisk nok er β (γ_1) ikke blandt de parametre, hvis forventede værdi er opfyldt.
- der opnås en forklaringsgrad (R^2_{adj}) på 0,232. Denne værdi er 17% højere end den tilsvarende forklaringsgrad for FF 3-faktormodellen.

Endvidere viser en F-test, at modellen samlet set ikke kan forkastes, idet en af de fem variable er signifikant forskellig fra nul.

På baggrund af ovenstående observationer er det tydeligt, at APT-modellen performer bedre end FF 3-faktormodellen på stikprøven af skandinaviske aktiver og der er derfor tale om en meningsfuld og vigtig udvidelse. Samtidig er det tillige klart, at APT-modellen langt fra giver en fuldstændig forklaring på de realiserede afkast. Dette skyldes givetvis stabiliteten (eller mangle herpå) af risikoparametrene samt brugen af modellen på enkeltaktivniveau fremfor på porteføljer. I næste afsnit undersøges det, i hvilken grad APT-modellens nye variable (VIX og olie) er tidsmæssigt stabile, idet manglende tidsmæssig stabilitet er et af de største problemer ved parametrene i FF 3-faktormodellen.

4.6 Tidsmæssig stabilitet af regressionsparametre

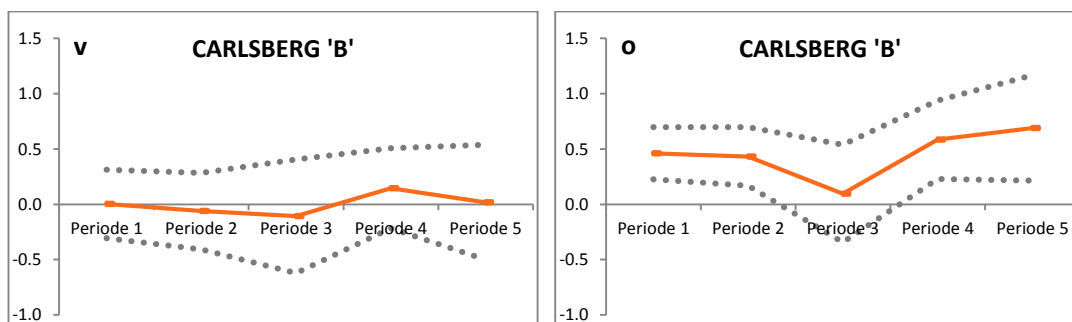
På samme måde som for parametre i FF 3-faktormodellen (se afsnit 2.7) analyseres i dette afsnit den tidsmæssige stabilitet af de nye variable i APT-modellen (α og β). På Figur 18 ses middelværdien for α og β samt forklaringsgrad for APT-modellen som funktionen af tiden (periodeinddelingen er som givet i Tabel 24).



Figur 18: Udviklingen i (gennemsnitlige værdier af) α , β og R^2 fra APT-modellen over de 5 perioder i Tabel 24. Linjerne angiver hhv. 5%-fraktilen (nederste stiplede linje), 50%-fraktilen (solid linje) og 95%-fraktilen (øverste stiplede linje) under antagelse af, at de 3 variable er normalfordelte. Det fremgår, at parametrene i middel er forholdsvis konstante, mens standardafvigelsen (volatiliteten) for alle parametrene vedkommende varierer væsentligt.

Som det var tilfældet for CAPM og FF 3-faktormodellen, er det for APT-modellen ikke tilstrækkeligt at de forklarende variable i middel er stabile, men det er et krav at der også observeres tidsmæssig stabilitet for disse individuelt på aktiverne i stikprøven. Resultatet af denne undersøgelse af tidsmæssig stabilitet ses i appendiks I. Her ses at variablene α og β for

langt størstedelen af aktiverne ikke er tidsmæssigt stabile, hvilken bryder med en vigtig forudsætning for en tidsuafhængig APT-model.



Figur 19: Udviklingen i 5%, 50% og 95%-fraktiler for v og o for Carlsberg baseret på data i de pågældende perioder.

For at kunne sammenligne med Figur 10 og Figur 15 er v og o plottet som funktion af tiden for 'Carlsberg B' aktien på Figur 19. Der ses her ikke den samme tidsmæssige variation i koefficienterne, som det var tilfældet for de resterende koefficienter i APT-modellen, jf. afsnit 3.8.

4.7 Delkonklusion

Med afsæt i 'Arbitrage Pricing'-teorien (APT) er der undersøgt forskellige bud på faktorer, der kan forklare variationen i de observerede risikopræmier. Valget af kandidater til forklarende variable er motiveret og rummer såvel endogene faktorer (givet af aktiens handelsdata eller øvrige karakteristika) som eksogene faktorer (makroøkonomiske parametre). Blandt kandidaterne er parametrene: Markedsrisikopræmien, SMB og HML (fra FF 3-faktormodellen) samt olieprisen (Brent), likviditet (repræsenteret ved handelsvolumen), BNP, arbejdsløshed og VIX-indekset for S&P500.

Valget af risikoparametre er foretaget ud fra kriterierne (i) høj forklaringsgrad, (ii) teoretisk motivation og (iii) fravær af indbyrdes korrelation mellem variablene. En korrelationsanalyse viser at likviditetsmålet (LMI) er tæt korreleret med markedsværdimålet (SMB), hvorfor det er nødvendigt at justere likviditetsmålet. En tilsvarende udfordring gør sig gældende mellem BNP-målet og markedsrisikopræmien ($r_m - r_f$). Da BNP for de skandinaviske lande opgøres på kvartalsbasis og alle analyserne i rapporten er baseret på månedsdata, blev BNP-parametere fraserteret pga. datatilgængelighed. Blandt de resterende parametre blev markedsrisikopræmien ($r_m - r_f$), olieprisen, VIX-indekset, SMB-porteføljen og HML-porteføljen udvalgt som forklarende variable til APT-modellen, på baggrund af disse parametres evne til at forklare variationen i afkastet på det etablerede markedsindeks.

Af hensyn til sammenlignelighed er databehandlingen foregået efter de samme principper som anvendt på CAPM og FF 3-faktormodellen. Resultatet af førsteordensregressionerne er en gennemsnitlig forklaringsgrad (R^2_{adj}) på 35,4%. Dette er 6,7%(point) bedre end forklaringsgraden for CAPM og 1,4% (point) bedre end forklaringsgraden for FF 3-faktormodellen. Et histogram over forklaringsgraderne viser, at forbedringen ift. FF 3-faktormodellen hidrører fra et færre antal aktiver med forklaringsgrader på under 10%,

hvilket må anses som en større gevinst end den marginale forbedring af den gennemsnitlige forklaringsgrad.

Resultatet af andenordensregressionen er en forklaringsgrad (R^2_{adj}) på 23,2%. Dette er 14,5% (point) bedre end CAPM og 3,4% (point) bedre end FF 3-faktormodellen. Den opstillede APT-model er således at foretrække over FF 3-faktormodellen. Resultaterne er dog stadig langt fra dem der rapporteres i (Fama & French, 1992), hvor der opnås forklaringsgrader på 70-95% på tværs af aktiverne i NYSE-indekset. Forskellen skyldes formentlig, at den i (Fama & French, 1992) anvendte portefølje-tilgang reducer effekten af usystematisk risiko fra ex post-datasættet.

APT-modellen er anvendt på fem på hinanden følgende perioder (1990-1994, 1995-1999, 2000-2004, 2005-2009 og 2010-2014) med henblik på at teste stabiliteten af regressionsparametrene over observationsperioden. De nytilkomne parametre (α og β) lader til (i det mindste i middel) at være forholdsvis stabile over tid.

5 Konklusion og perspektivering

Formålet med dette studie er at beskrive og sammenligne de mest anvendte faktormodellers evne til *ex post* at forklare variationen i de realiserede risikopræmier på en stikprøve af danske, norske og svenske aktier. Motivationen var den udbredte anvendelse af CAPM på trods af den tilsyneladende lige så udbredte kritik af modellen kombineret med et ønske om at se CAPM sammenlignet med de øvrige faktormodeller. På den ene side undrede vi os over den (næsten for) simple lineære sammenhæng mellem risikopræmien og β . På den anden side viste test af CAPM på det amerikanske marked ret pæne resultater (og test af FF 3-faktormodellen endnu pænere resultater).

Analysen tager afsæt i CAPM, Fama-French 3-faktormodellen og 'Arbitrage Pricing Theory'-modellen. Udgangspunktet er et dansk investorperspektiv og en antagelse om, at markederne er efficiente på Famas semi-stærke form, hvor aktiverne er rationelt prissat og alt relevant offentlig tilgængelig viden er indarbejdet i markedspriserne. Parametrene i modellerne er bestemt vha. regressionsanalyse baseret på mindste kvadraters metode som optimeringskriterie. Regressionsanalyserne, til bestemmelse af modellernes performance, er foretaget af to omgange. Først er risikofaktorenes værdier fundet for hvert af aktiverne i stikprøven ved (first-pass) regression af aktivernes risikopræmier op imod risikoparameteren (fx markedsrisikopræmien i CAPM). Dernæst er de fundne regressionskoefficienter anvendt som input i en (second-pass) regression af aktivernes risikopræmier op imod risikofaktorerne. Denne fremgangsmåde har vist sig meget effektivt til validering og bedømmelse af modeller da den kan anvendes på samtlige lineære multifaktormodeller. Der er foretaget test af parametrene og modellernes signifikans ved et konfidensniveau på 95%. Vurderingen af modellerne er sket på baggrund af deres evne til at forklare variationen i de realiserede risikopræmier (R^2_{adj}).

Som datagrundlag er aktierne i OMXC20, OBX25 og OMXS30 anvendt. Da det ikke har været muligt at genskabe de tre indices opbygning over tid, er analysen foretaget på baggrund af de tre indices opbygning pr. 31/12-2014. Der er anvendt 25 års kurshistorik (svarende til periode 1/1-1990 til 31/12-2014) og månedlige observationer. Aktier med færre end 45 månedlige observationer er frasorteret. Det har efterladt 71 aktier i stikprøven. Sammenlignet med tilsvarende undersøgelser gjort af fx Lintner, Black-Jensen-Scholes og Fama-French er der tale om en relativt lille stikprøve.

En af udfordringerne med test af CAPM, FF 3-faktormodellen og APT-modellen har vist sig at være forskellen mellem modellernes teoretiske *ex ante* perspektiv og fraværet af tilgængelige *ex ante* data. Hvor modellernes forudsigelser principielt er anvendelige på enkeltaktiver, da påvirkes modellernes forklaringsgrad negativt af den usystematiske risiko, der udgør et stokastisk led i *ex post* observationerne, som investorerne ikke kompenseres for. Stikprøvens størrelse forhindrer test af modellerne på sorterede porteføljer (som det er tilfældet i referencestudierne af Fama-French og Black-Scholes-Jensen). Dette forventes at

yde en væsentlig indflydelse på niveauet for de opnåede forklaringsgrader men vurderes ikke at påvirke prioriteringen modellerne imellem.

Én af de grundlæggende forudsætninger for CAPM er normalfordelte afkastserier. På denne baggrund er gyldigheden normalfordelingsantagelsen undersøgt og der er foretaget en χ^2 -test ('goodness of fit') på det etablerede indeks. Det er med et konfidensniveau på 95% ikke muligt at afvise, at de realiserede risikopræmier på indekset er normalfordelt, hvorfor normalfordelingsantagelsen forudsættes at holde for aktiverne i stikprøven i den observerede periode.

Ved test af CAPM opnår vi en forklaringsgrad (fra second-pass regressionen) på 8,7%. En t-test viser, at hældningen på regressionskoefficienten er signifikant forskellig fra (mindre end) risikopræmien på markedet og har en skæring med 2. akse (α), der er signifikant forskellig fra nul. Resultatet forbedres ikke væsentligt ved eksklusionen af outliers. Det må på baggrund heraf konkluderes, at den opstillede CAPM-model ikke i væsentlig grad er i stand til at forklare variationen i risikopræmien på aktiverne i stikprøven i observationsperioden. Det er der identificeret følgende potentielle årsager til:

1. De anvendte variable er tidsafhængige
2. Der findes seriel korrelation mellem fejleddene
3. Der anvendes et forkert funktionsudtryk (SML-relationen er ikke-lineær)
4. Der mangler væsentlige forklarende variable i modellen
5. Betydningen af usystematisk risiko forhindrer anvendelsen af modellen på enkeltaktiver og ex post data
6. Risikopræmien er ikke (udelukkende) bestemt af rationelle parametre

En førsteordens Durbin-Watson test giver ikke anledning til mistanke om seriel korrelation mellem fejleddene. Tilsvarende viser test af den lineære relation mellem β og risikopræmien ingen tegn på, at funktionsudtrykket skulle have været af højere orden eller anden form. Derimod viser en undersøgelse af regressionsparametrene tidsmæssige stabilitet, at de på enkeltaktivniveau er ustabile. Der observeres en del eksempler på, at β -værdien i periode 5 end ikke er indeholdt i 95%-konfidensintervallet for periode 1. Samtidig viser en undersøgelse af volatiliteten på det etablerede indeks og de tre nationale indices, at volatiliteten ændrer sig væsentligt over konjunkturcyklerne. Det er endvidere muligt, at risikopræmien ikke (udelukkende) er bestemt af rationelle parametre og set i forhold til den forbedring af forklaringsgraden, som både FF 3-faktormodellen og APT-modellen tilbyder, er det sandsynligt, at β udgør et ufuldendt mål for den systematiske risiko.

Ved test af FF 3-faktormodellen opnås lignende resultater, om end forklaringsgraden ('second-pass') mere end fordobles ($R^2_{\text{adj}} = 19,8\%$). Modellen består en F-test, men med hældningen på SMB-porteføljen som eneste parameter, der ikke er signifikant forskellig fra den forventede værdi. Det må på baggrund heraf konkluderes, at den opstillede FF 3-faktormodel ikke i væsentlig grad er i stand til at forklare variationen i risikopræmien på aktiverne i stikprøven i observationsperioden, men at den dog 'performer' væsentligt bedre end CAPM. Årsagerne til FF 3-faktormodellens 'shortfall' er forventeligt de samme som for CAPM. En analyse af regressionsparametrene over fem på hinanden følgende perioder (1990-1994, 1995-1999, 2000-2004, 2005-2009 og 2010-2014) viser samme tendens til mangel på stabilitet over tid.

I (Fama & French, 2014) inddeles aktiverne i porteføljer efter hhv. størrelse (markedsværdien af aktier i fri handel) og B/M-forholdet. Med denne metode findes der en stærk sammenhæng mellem (i) porteføljernes gennemsnitlige størrelse og den observerede risikopræmie samt (ii) porteføljernes gennemsnitlige B/M-værdi og den observerede risikopræmie. Begge relationer er negative i den forstand, at høje værdier for størrelse og B/M er negativt korrelerede med størrelsen på den observerede risikopræmie. I en tilsvarende øvelse findes i denne rapport (i) ingen klar sammenhæng mellem risikopræmien og porteføljernes gennemsnitlige markedsværdi og (ii) den omvendte relation mellem risikopræmien og porteføljernes gennemsnitlige B/M-værdi. Der er dog formentlig for få aktiver i porteføljerne og for få porteføljer til at slutte noget endegyldigt på baggrund heraf.

APT-modellen adskiller fra de øvrige to ved ikke at specificere valget af risikofaktorer. Foruden parametrene i FF 3-faktormodellen undersøges (ændringer i) olieprisen, handelsvolumen, BNP, arbejdsløshed, $VIX_{S\&P500}$ som potentielle risikofaktorer i en multifaktormodel. Som selektionskriterium for optagelse i APT-modellen anvendes parametrenes forklaringsgrad, og sekundært en evaluering af parametrenes teoretiske motivation, datatilgængelighed og en begrænset indbyrdes korrelation. Handelsvolumen, der anvendes som en proxy for likviditet, viser sig at være korreleret med Size-parameteren og korrigeres herfor. VIX-indekset udviser en 'leading' effekt ift. de øvrige ex post datasæt og som konsekvens 'tilbageføres' denne parameter én periode. I den endelige model indgår parametrene ($r_m - r_f$), SMB, HML, olieprisen og $VIX(t-1)$ som forklarende variable.

Med en ('second-pass') forklaringsgrad (R^2_{adj}) på 23,2% klarer APT-modellen sig marginalt bedre end FF 3-faktormodellen og væsentligt bedre end CAPM. Modellen består en F-test, men (hædnings-)koefficienten for markedsrisikopræmien og ændringer i olieprisen er begge signifikant forskellige fra de forventede værdier. På denne baggrund konkluderes, at den opstillede APT-model ikke i væsentlig grad er i stand til at forklare variationen i risikopræmien på aktiverne i stikprøven i observationsperioden, mens den dog har en marginal større forklaringsgrad end FF 3-faktormodellen.

Flere gange i rapporten er det beskrevet, hvorledes der opnås større forklaringsgrader, når modellerne anvendes på porteføljer, hvor den usystematiske risiko i højere grad bortdiversificeres. Præmissen for dette studie har været undersøgelser af modeller til beskrivelse af risikopræmien for enkeltaktiver, hvorfor denne porteføljeopdeling ikke har været foretaget. Det ville være interessant at supplere dette studie med en undersøgelse modellernes gyldighed (med ovenstående first/second pass procedure), når disse anvendes på porteføljer. Dette kunne med fordel gøres i et stykke software, der er åbent for data feeds med henblik på dynamiske opdateringer af resultaterne.

I 2013 fik Eugene F. Fama, Lars Peter Hansen og Robert J. Shiller Nobelprisen i økonomi "*For their empirical analysis of asset prices*", hvilket refererer til de multifaktormodeller og deres baggrund der er anvendt og beskrevet i denne rapport. På Tabel 33 ses endvidere en beskrivelse af de højeste akademiske udmærkelser inden for matematik og fysik omkring 2013. Sat på spidsen, blev Nobelprisen i økonomi i 2013 altså givet for en empirisk lineær multifaktormodel anvendt på data (NYSE aktieafkast) der er tilgængelige for enhver med en internetforbindelse. Til sammenligning blev Nobelprisen i Fysik givet for en (antageligvis) meget avanceret teori der (muligvis?) kun kan testes på et anlæg som CERN. Denne sammenligning har på ingen måde til formål at forkleje den økonomisk/finansielle

forskning eller udøverne heraf (og da slet ikke nobelprismodtagere), men er lavet for at påpege/påstå at økonomi/finansiering som et deskriptivt naturvidenskabeligt fag er meget ungt, i hvert fald sammenlignet med eksempelvis matematik og fysik.

Pris	Økonomi (Nobelpris)	Fysik (Nobelpris)	Matematik (Fields medalje)
År	2013	2013	2014
Hvem?	Eugene F. Fama, Lars Peter Hansen og Robert J. Shiller	François Englert og Peter W. Higgs	Artur Avila, Manjul Bhargava, Martin Hairer og Maryam Mirzakhani
Hvad?	<i>"For their empirical analysis of asset prices"</i>	<i>"For the theoretical discovery of a mechanism that contributes to our understanding of the origin of mass of subatomic particles, and which recently was confirmed through the discovery of the predicted fundamental particle, by the ATLAS and CMS experiments at CERN's Large Hadron Collider"</i>	<i>"is awarded a Fields Medal for his profound contributions to dynamical systems theory, which have changed the face of the field, using the powerful idea of renormalization as a unifying principle."</i> <i>"is awarded a Fields Medal for developing powerful new methods in the geometry of numbers, which he applied to count rings of small rank and to bound the average rank of elliptic curves."</i> <i>"is awarded a Fields Medal for his outstanding contributions to the theory of stochastic partial differential equations, and in particular for the creation of a theory of regularity structures for such equations."</i> <i>"is awarded the Fields Medal for her outstanding contributions to the dynamics and geometry of Riemann surfaces and their moduli spaces."</i>

Tabel 33: Oversigt over Nobelpriser (Økonomi og Fysik) samt Fields medaljer (Matematik) omkring år 2013. I 2014 blev der uddelt 4 separate Fields medaljer. Fields medaljen gives hvert fjerde år.

Denne forskel i modenhed skyldes givet mange årsager men blandt de umiddelbare kan være:

- Finansiering som videnskab er ikke styret af grundlæggende naturvidenskabelige love, men mere af trends der i høj grad skyldes (masse-)psykologi etc.
- Finansiering som videnskab har sammenlignet med mange af de øvrige naturvidenskaber meget få år på bagen. Eksempelvis blev NYSE grundlagt i 1792, mens grækerne lavede meget avanceret matematik flere tusind år før Kristi fødsel
- Der er penge i finansiering og finansmarkedet er åbent for alle. Det er langt fra utænkeligt at dygtige finansanalytikere hellere vil handle på egne teorier og modeller (i hemmelighed) end at publicere disse og dermed frygte disse bliver kopieret, hvilket eventuelt kan medføre at arbitragemuligheder handles væk.

Ovenstående argumenter til trods, er det nok alligevel usandsynligt at vi igen vil se en Nobelpris i økonomi givet for eksempelvis en lineær, lukket formel for risikopræmien for aktiver. Derimod er det nok mere sandsynligt at den finansielle forskning i højere grad vil fokusere på numeriske analyser og algoritmer til beskrivelse af struktur i observationerne på aktiemarkedet. En af årsagerne hertil er den store og meget let tilgængelige datamængde der er til rådighed for den finansielle forskning kombineret med de store fremskrift indenfor datalogien og computerkraftens eksponentielle vækst. Således er bl.a. datamining teknikker nok kommet for at blive i den finansielle forskning, mens det er vanskeligt at forestille sig, at der (pludselig) skulle dukke nye variable op (heller ikke engang den ellers geniale variabel

number of google searches (Ball, 2013)), der kan slå markedsrisikopræmien af pinden som ”kongen af risikofaktorerne”.

Brugen af neurale netværk til at analysere og prædiktere aktiemarkedet står klart som den mest spændende af de moderne ideer (Thawornwong & Enke, 2004) og der bliver meget interessant at følge hvordan dette felt udvikler sig i fremtiden. Dog er det sandsynligt at denne udvikling til dels vil blive hæmmet/holdt skjult af effekten beskrevet i c) ovenfor.

APPENDIKS A

Test af normalitet

Af nedenstående tabel fremgår middelværdi, standardafvigelse, skævhed og excess kurtoisis for hver afkastserie (de observerede aktiver, det etablerede indeks og de tre nationale indices). Et normalfordelt afkast er kendetegnet ved, at skævhed og excess kurtoisis er lig nul. Det er således forventningen, de observerede skævheder og excess kurtoisis på aktiverne i stikprøven i middel ikke er signifikant forskellige fra nul.

Aktie	Middelværdi	Standardafvigelse	Skævhed	Excess Kurtoisis
MAERSK-A	0,0065	0,0916	0,1699	1,4158
MAERSK-B	0,0068	0,0926	0,2449	1,4418
CARLS-B	0,0030	0,0807	-0,3967	2,5539
CHR	0,0185	0,0499	0,5373	0,3909
COLO	0,0133	0,0653	0,3067	1,1666
DANSKE	0,0054	0,0893	0,1983	4,0190
DSV	0,0173	0,0958	0,8066	5,2508
FLS	0,0038	0,1033	0,0588	0,5921
GENMAB	0,0149	0,1784	0,7810	3,7174
GN	0,0111	0,1186	-0,2612	1,5330
JYSKE	0,0066	0,0804	-0,0482	3,3196
NORDEA	0,0091	0,0826	0,2645	2,3541
NOVO	0,0137	0,0688	-0,1323	1,6345
NZYM	0,0128	0,0692	-0,6380	2,4573
PND	0,0323	0,1726	-1,2350	5,2885
TDC	0,0026	0,0886	-0,6975	6,9539
TRYG	0,0091	0,0643	-0,1161	-0,0470
VESTAS	0,0210	0,1650	0,5018	1,4406
WDM	0,0142	0,0924	0,3656	3,4185
AKASTOR	0,0195	0,1378	-0,8767	2,4223
DNOLIE	0,0043	0,1651	1,8244	8,5577
DNB	0,0126	0,1192	1,5092	12,9944
DNO	0,0171	0,2060	2,0494	11,3090
FREDOLSEN	0,0017	0,1366	0,1833	0,6424
GJENS. FORSIKRING	0,0135	0,0610	0,2877	0,5312
GOG	0,0271	0,2366	2,1272	17,7679
MHARVEST	0,0096	0,2288	0,8879	4,6306
NHYDRO	0,0046	0,0902	-0,2547	1,2614

Aktie	Middelværdi	Standardafvigelse	Skævhed	Excess Kurtosis
NORWEGIAN	0,0304	0,1828	0,6822	1,3460
OPERA	0,0249	0,1422	0,1938	2,2598
ORKLA	0,0061	0,0954	-0,2299	2,3925
PETROGEO	0,0119	0,1709	-0,1511	4,2403
REC	-0,0118	0,2071	0,0089	0,2650
RCC	0,0138	0,1485	0,1161	3,4436
SCHIBSTED	0,0140	0,1210	1,0504	6,0095
SEADRILL	0,0127	0,1274	-0,5639	2,1378
STATOIL	0,0038	0,0727	-0,2900	1,1449
STBRAND	0,0011	0,1271	-0,3945	2,7992
SUBSEA	0,0111	0,1638	0,0262	2,5836
TELENOR	0,0098	0,0929	-0,5201	3,8466
TGS	0,0159	0,1408	0,0512	1,9434
ABB	0,0108	0,1899	6,0655	67,3843
ALFA	0,0148	0,0962	-0,0465	3,4928
ABLOY	0,0190	0,0922	0,3540	0,5409
ASTRAZEN	0,0020	0,0650	0,2354	0,9279
ATLAS-A	0,0109	0,0955	0,0963	1,3741
ATLAS-B	0,0109	0,0979	0,2044	1,6514
BOLIDEN	0,0077	0,1588	0,8985	3,6195
ELECTROLUX	0,0078	0,1050	0,5328	1,1282
ERICSSON	0,0101	0,1420	1,1055	8,8319
GETINGE	0,0109	0,0826	0,1301	0,4973
H&M	0,0173	0,0862	0,5590	1,2536
INVEST	0,0049	0,0870	-0,1642	1,4142
KINNEVIK	0,0166	0,1262	0,8595	3,9719
LUNDIN	0,0295	0,1279	0,6040	0,2895
MTG	0,0134	0,1378	0,3200	2,3919
NOKIA	-0,0056	0,1390	0,9524	4,5855
NORDEA_SE	0,0092	0,0870	0,4142	2,8488
SANDVIK	0,0054	0,0884	-0,0767	0,6526
SECURITAS	0,0095	0,0831	0,1268	1,1900
SEB	0,0093	0,1452	2,2811	16,3629
SKANSKA	0,0037	0,1006	0,3810	2,0026
SKF	0,0052	0,0998	0,0333	1,0388
SSAB	0,0052	0,1028	-0,2049	0,7763
SCA	0,0034	0,0776	0,4578	1,0492
SVHB	0,0086	0,0984	0,8081	3,8269
SWED	0,0099	0,1029	0,9590	8,7377
SM	0,0092	0,0554	0,0544	0,5103
TELE2	0,0102	0,1131	0,6852	3,2964

Aktie	Middelværdi	Standardafvigelse	Skævhed	Excess Kurtosis
TELIA	-0,0026	0,0784	-0,0819	1,5655
VOLVO	0,0060	0,0993	0,0592	0,4823
Minimum	-0,0118	0,0499	-1,2350	-0,0470
Middelværdi	0,0105	0,1153	0,3807	4,1004
Maksimum	0,0323	0,2366	6,0655	67,3843

Tabel 34: Middelværdi, standardafvigelse, skævhed og excess kurtosis for de observerede risikopræmier på aktiverne i stikprøven. Middelværdien er bestemt som et simpelt gennemsnit af de observerede værdier.

På tilsvarende vis er middelværdi, standardafvigelse, skævhed og excess kurtosis bestemt for det etablerede indeks samt de tre nationale indices sammenfattet i Tabel 35. Det fremgår tydeligt, at det i afsnit 1.3, 1.4.3 og 1.4.4 omtalte selektionsbias i stikprøven har en væsentlig betydning for middelværdien af de observerede risikopræmier.

Indeks	Middelværdi	Standardafvigelse	Skævhed	Excess kurtosis
Eget indeks	0,0105	0,0591	-0,1916	0,4893
OMXC20	0,0041	0,0538	-0,4757	0,7294
OBX	0,0027	0,0687	-0,7585	1,7173
OMXS30	0,0046	0,0634	-0,0920	1,0384
Gennemsnit	0,0055	0,0613	-0,3795	0,9936

Tabel 35: Middelværdi, standardafvigelse, skævhed og excess kurtosis for de observerede risikopræmier på stikprøven og de tre nationale indeks.

APPENDIKS B

Durbin-Watson analyse af autokorrelation

De beregnede DW-værdier for samtlige aktiver i stikprøven/indekset. Værdierne i kolonnerne 'Tæller' og 'Nævner' refererer til formelen for Durbin-Watson-parameteren (DW):

$$DW_i = \frac{\sum_2^n (e_{i,t} - e_{i,t-1})^2}{\sum_1^n e_{i,t}^2}$$

Aktie	Tæller	Nævner	DW
MAERSK-A	4,2519	1,8168	2,3402
MAERSK-B	4,2972	1,8184	2,3632
CARLS-B	2,9979	1,6588	1,8073
CHR	0,3044	0,1437	2,1188
COLO	2,6183	1,1970	2,1875
DANSKE	3,3654	1,6732	2,0113
DSV	4,3320	2,1259	2,0377
FLS	4,5052	2,4173	1,8637
GENMAB	9,5897	4,9002	1,9570
GN	5,6518	2,9196	1,9358
JYSKE	2,9839	1,4375	2,0758
NORDEA	1,7483	0,8925	1,9588
NOVO	2,7763	1,2399	2,2391
NZYM	1,6206	0,7022	2,3078
PND	2,3445	1,1053	2,1211
TDC	3,8587	1,6238	2,3764
TRYG	0,7946	0,3995	1,9889
VESTAS	8,2023	4,3934	1,8670
WDM	2,7158	1,4114	1,9243
AKASTOR	3,6772	1,5412	2,3859
DNOLIE	4,7309	2,1902	2,1601
DNB	4,1297	2,5642	1,6105
DNO	25,0560	11,8408	2,1161
FREDOLSEN	3,9326	2,7456	1,4323
GJENSIDIGE FORSIKRING	0,2903	0,1570	1,8493
GOG	10,4786	4,3225	2,4242
MHARVEST	18,8821	10,0432	1,8801
NHYDRO	2,6161	1,3743	1,9035
NORWEGIAN	5,3815	3,4843	1,5445
OPERA	4,6388	2,3841	1,9457

ORKLA	4,2018	1,8470	2,2749
PETROGEO	10,0122	5,8190	1,7206
REC	6,6135	3,4134	1,9375
RCC	6,6233	3,1180	2,1242
SCHIBSTED	5,5469	2,6013	2,1324
SEADRILL	1,6256	1,0331	1,5734
STATOIL	1,1990	0,5820	2,0601
STBRAND	6,9356	3,2446	2,1376
SUBSEA	7,1069	3,9265	1,8100
TELENOR	1,5401	0,7370	2,0897
TGS	6,2265	3,0650	2,0314
ABB	12,7378	5,0953	2,4999
ALFA	2,2755	0,9345	2,4350
ABLOY	2,8578	1,3090	2,1833
ASTRAZEN	1,3703	0,7120	1,9245
ATLAS-A	3,4667	1,4882	2,3294
ATLAS-B	3,7784	1,5883	2,3789
BOLIDEN	5,8193	3,2722	1,7784
ELECTROLUX	4,4716	2,1501	2,0797
ERICSSON	6,2046	3,1109	1,9945
GETINGE	2,6339	1,2999	2,0262
H&M	3,3210	1,6292	2,0384
INVEST	1,6861	0,8500	1,9837
KINNEVIK	3,9160	1,8188	2,1530
LUNDIN	3,3525	2,2189	1,5109
MTG	5,1725	2,2238	2,3260
NOKIA	2,6865	1,4231	1,8878
NORDEA_SE	1,6857	0,8539	1,9742
SANDVIK	3,0576	1,3672	2,2364
SECURITAS	2,9765	1,4577	2,0419
SEB	6,3081	4,0123	1,5722
SKANSKA	3,4257	1,7176	1,9945
SKF	4,4736	1,8812	2,3781
SSAB	3,6130	1,8957	1,9059
SCA	2,4072	1,1332	2,1242
SVHB	3,1512	1,6616	1,8965
SWED	2,4331	1,4341	1,6967
SM	1,3685	0,6805	2,0111
TELE2	3,3837	1,6736	2,0218
TELIA	1,5065	0,7669	1,9645
VOLVO	2,9510	1,5528	1,9005

Tabel 36: De beregnede DW-værdier for samtlige aktiver i stikprøven/indekset.

APPENDIKS C

Ikke-linearitet i indeksmodellen

I tabellen nedenfor ses koefficienter og forklaringsgrader fra en regressionsanalyse af formen:

$$\lambda_i = r_i - r_f = \alpha_i + \beta_{1,i} \cdot \lambda_m + \beta_{2,i} \cdot \lambda_m^2 + e_i$$

for samtlige enkeltaktiver i indekset. Værdien 'R² improvement' betegner tilvæksten i R²_{adj} som udtrykt ved:

$$R_{adj}^2 \text{ improvement} = \frac{R^2(\text{ikke-linear model})}{R^2(\text{lineær model})} - 1$$

AKTIE	N	MV _{AVG}	1-faktor				R ² _{adj}	R ² _{adj} improv.
			α	β ₁	β ₂	R ²		
A P MOLLER - MAERSK 'A'	299	59.234	0,0047	0,8479	-1,9851	0,3000	0,2953	4,1%
A P MOLLER - MAERSK 'B'	299	61.121	0,0044	0,8767	-1,9115	0,3129	0,3082	3,5%
CARLSBERG 'B'	299	22.769	0,0067	0,5527	-2,6464	0,1807	0,1752	19,9%
CHR HANSEN HOLDING	53	23.194	0,0190	0,1597	-1,4052	0,0144	-0,0250	165,3%
COLOPLAST 'B'	299	17.721	0,0102	0,3144	-0,0454	0,0809	0,0747	-4,0%
DANSKE BANK	299	72.905	-0,0025	0,8407	-0,2504	0,3081	0,3034	-0,7%
DSV 'B'	299	9.635	0,0132	0,7963	-1,1988	0,2389	0,2337	0,9%
FLSMIDTH & CO. 'B'	299	9.787	0,0020	0,8932	-2,1268	0,2617	0,2567	4,1%
GENMAB	169	6.129	0,0237	0,9648	-5,1163	0,1116	0,1009	15,3%
GN STORE NORD	299	9.601	0,0077	1,1463	-2,4113	0,3252	0,3207	3,2%
JYSKE BANK	299	9.887	0,0031	0,7034	-1,0986	0,2650	0,2600	1,2%
NORDEA BANK	228	192.878	-0,0027	0,9727	0,0257	0,4492	0,4443	-0,5%
NOVO NORDISK 'B'	299	131.216	0,0133	0,4455	-1,2033	0,1480	0,1423	4,5%
NOVOZYMES	168	29.900	0,0186	0,4724	-3,0526	0,1957	0,1859	27,1%
PANDORA	49	27.892	0,0373	2,4874	-18,107	0,2997	0,2693	14,9%
TDC	247	47.748	-0,0074	0,6584	0,7106	0,1810	0,1742	-0,9%
TRYG	109	25.006	0,0069	0,4204	-0,4570	0,1237	0,1072	-6,1%
VESTAS WINDSYSTEMS	199	33.186	0,0141	1,3082	-1,3841	0,2104	0,2023	-0,9%
WILLIAM DEMANT HLDG.	234	18.092	-0,0008	0,8978	1,1421	0,3106	0,3046	0,4%
AKASTOR	127	19.792	0,0176	1,5813	-5,0517	0,3887	0,3788	7,6%
DET NORSKE	83	4.957	0,0013	0,4226	0,0636	0,0208	-0,0037	-142,2%

AKTIE	N	MV _{AVG}	1-faktor				R ² _{adj}	R ² _{adj} improv.
			α	β_1	β_2	R ²		
OLJESELSKAP								
DNB	266	50.881	0,0021	1,1939	-1,6282	0,3293	0,3242	0,9%
DNO	299	3.396	0,0259	0,9534	-5,2348	0,0860	0,0799	25,1%
FRED OLSEN ENERGY	205	8.144	-0,0081	1,2709	-0,7971	0,2854	0,2783	-0,9%
GJENSIDIGE FORSIKRING	47	35.199	0,0057	0,5262	2,7665	0,1287	0,0891	-10,5%
GOLDEN OCEAN GROUP	119	2.746	-0,0044	2,7383	2,0613	0,3489	0,3377	-1,1%
MARINE HARVEST	209	8.336	-0,0006	1,1076	-0,2130	0,0781	0,0692	-6,1%
NORSK HYDRO	299	66.677	-0,0008	1,0289	-1,5156	0,4503	0,4466	1,5%
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	131	2.635	0,0169	1,6439	-1,0427	0,2045	0,1921	-2,8%
OPERA SOFTWARE	128	2.911	0,0190	0,8260	-0,6800	0,0866	0,0720	-8,7%
ORKLA	299	28.011	0,0072	0,9475	-3,0726	0,3540	0,3496	8,9%
PETROLEUM GEO SERVICES	267	8.919	0,0048	1,5432	-3,8588	0,2686	0,2630	4,9%
REC SILICON	102	25.075	-0,0123	1,8033	-4,5066	0,2422	0,2269	2,6%
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	207	35.149	0,0061	1,4515	-1,9138	0,3200	0,3133	0,6%
SCHIBSTED	268	9.668	0,0016	1,2114	-0,8942	0,3383	0,3333	-0,3%
SEADRILL	108	54.827	0,0056	1,5153	-1,7411	0,4115	0,4003	-0,1%
STATOIL	161	287.227	0,0053	0,7369	-2,4689	0,3421	0,3338	7,4%
STOREBRAND	299	9.856	0,0081	1,3029	-5,7683	0,3968	0,3927	17,7%
SUBSEA 7	209	13.832	-0,0001	1,5512	-1,2454	0,2994	0,2926	-0,6%
TELENOR	167	103.335	0,0037	1,1878	-0,8216	0,4887	0,4825	-0,3%
TGS-NOPEC GEOPHS.	205	6.496	0,0117	1,2150	-2,2805	0,2513	0,2439	1,9%
ABB LTD N (OME)	185	219.462	-0,0065	1,6722	0,8738	0,2342	0,2258	-1,6%
ALFA LAVAL	150	33.197	0,0056	1,0285	-0,1158	0,3259	0,3167	-1,4%
ASSA ABLOY 'B'	240	39.352	0,0067	0,9810	0,1458	0,3618	0,3564	-0,7%
ASTRAZENECA (OME)	187	496.858	0,0007	0,3731	-0,6614	0,1002	0,0904	-2,6%
ATLAS COPCO 'A'	299	48.656	0,0029	1,0957	-0,9746	0,4554	0,4517	0,3%
ATLAS COPCO 'B'	299	21.427	0,0033	1,1147	-1,1671	0,4481	0,4444	0,5%
BOLIDEN	187	15.892	-0,0011	1,6068	-1,8231	0,3077	0,3002	-0,2%
ELECTROLUX 'B'	299	35.562	-0,0083	1,0310	1,4623	0,3522	0,3478	1,0%
ERICSSON 'B'	299	237.724	-0,0098	1,6711	0,6170	0,4882	0,4847	-0,2%
GETINGE	258	16.622	0,0057	0,7446	-1,2007	0,2659	0,2601	1,2%
HENNES & MAURITZ 'B'	299	144.926	0,0079	0,7631	0,3787	0,2773	0,2724	-0,7%
INVESTOR 'B'	299	40.046	-0,0034	1,1802	-1,1681	0,6366	0,6341	0,7%
KINNEVIK 'B'	220	15.761	-0,0043	1,5171	0,7546	0,4830	0,4782	-0,3%
LUNDIN PETROLEUM	158	20.380	0,0102	0,9906	3,4908	0,1801	0,1696	7,8%

AKTIE	N	MV _{AVG}	1-faktor				R ² _{adj}	R ² _{adj} improv.
			α	β_1	β_2	R ²		
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	206	13.069	-0,0038	1,5685	0,7359	0,4303	0,4247	-0,5%
NOKIA (OME)	89	282.838	-0,0095	1,0344	-0,5993	0,1722	0,1529	-5,6%
NORDEA_SE	228	15.761	-0,0045	1,0912	0,1650	0,5105	0,5062	-0,4%
SANDVIK	299	57.940	0,0007	0,9811	-1,5648	0,4260	0,4221	1,8%
SECURITAS 'B'	280	25.147	0,0033	0,7066	-0,4954	0,2469	0,2415	-0,7%
SEB 'A'	299	64.287	-0,0081	1,4762	0,5113	0,3639	0,3596	-0,5%
SKANSKA 'B'	299	28.528	-0,0104	1,1172	0,6478	0,4376	0,4338	-0,2%
SKF 'B'	299	25.394	-0,0031	1,0318	-0,7112	0,3703	0,3661	-0,2%
SSAB 'A'	299	12.267	0,0012	1,1226	-2,1579	0,4145	0,4105	2,8%
SCA 'B'	299	39.680	-0,0093	0,7886	1,2027	0,3793	0,3751	1,4%
SVENSKA HANDBKN.'A'	299	75.747	-0,0083	1,0684	1,5776	0,4321	0,4282	1,3%
SWEDBANK 'A'	233	75.654	-0,0066	1,1713	0,5907	0,4195	0,4145	-0,4%
SWEDISH MATCH	222	26.624	0,0095	0,1828	-0,7075	0,0394	0,0306	1,4%
TELE2 'B'	222	33.394	-0,0125	1,2477	2,3301	0,4230	0,4178	2,4%
TELIASONERA	173	171.989	-0,0109	0,7809	1,1344	0,2877	0,2793	0,2%
VOLVO 'B'	299	69.015	0,0002	1,1752	-1,8253	0,4851	0,4816	1,7%
Gennemsnit							0,2901	0,1%

Tabel 37: Resultater af en analyse af ikke-linearitet i 1-faktormodellen.

APPENDIKS D

Stabilitet af β og R^2 over tid i CAPM

I afsnit 2.7 undersøges stabiliteten af førsteordensregressionernes hældningskoefficienter (β) og forklaringsgrader (R^2) i CAPM-modellen. Tabellen nedenfor indeholder en oversigt over udviklingen i de to parametre for hvert aktiv over de 5 perioder.

AKTIE	INDEKS	β					R^2				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
A P MOLLER - MAERSK 'A'	OMXC20	0,575	0,937	0,831	0,865	1,224	0,296	0,293	0,182	0,397	0,466
A P MOLLER - MAERSK 'B'	OMXC20	0,607	1,027	0,835	0,880	1,190	0,271	0,380	0,177	0,396	0,450
CARLSBERG 'B'	OMXC20	0,389	0,371	0,015	1,143	1,143	0,164	0,120	0,000	0,470	0,385
CHR HANSEN HOLDING	OMXC20										
COLOPLAST 'B'	OMXC20	0,518	0,285	0,020	0,375	0,285	0,201	0,097	0,000	0,113	0,045
DANSKE BANK	OMXC20	0,660	0,699	0,422	1,354	1,507	0,367	0,333	0,161	0,393	0,463
DSV 'B'	OMXC20	0,402	0,512	1,011	1,235	1,017	0,080	0,174	0,286	0,389	0,437
FLSMIDTH & CO.'B'	OMXC20	0,840	0,648	0,132	1,533	1,691	0,350	0,199	0,005	0,604	0,469
GENMAB	OMXC20				0,636	1,748				0,055	0,166
GN STORE NORD	OMXC20	0,583	1,071	1,740	1,427	0,829	0,274	0,376	0,434	0,394	0,116
JYSKE BANK	OMXC20	0,467	0,592	0,350	1,221	1,239	0,198	0,300	0,124	0,449	0,344
NORDEA BANK	OMXC20			0,770	1,213	1,170			0,298	0,582	0,569
NOVO NORDISK 'B'	OMXC20	0,318	0,412	0,736	0,178	0,766	0,201	0,142	0,190	0,034	0,275
NOVOZYMES	OMXC20				0,641	0,486				0,225	0,103
PANDORA	OMXC20										
TDC	OMXC20		0,649	0,936	0,508	0,372		0,205	0,273	0,096	0,079
TRYG	OMXC20					0,428					0,084

AKTIE	INDEKS	β					R^2				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
VESTAS WINDSYSTEMS	OMXC20			1,405	1,417	1,219			0,235	0,350	0,066
WILLIAM DEMANT HLDG.	OMXC20			1,430	0,938	0,087			0,423	0,421	0,006
AKASTOR	OBX25				1,530	1,893				0,366	0,353
DET NORSKE OLJESELSKAP	OBX25					0,951					0,049
DNB	OBX25		1,061	0,587	1,575	1,411		0,417	0,194	0,709	0,563
DNO	OBX25	-0,137	1,234	0,713	1,567	1,761	0,001	0,098	0,119	0,183	0,284
FRED OLSEN ENERGY	OBX25			1,591	1,130	1,675			0,286	0,451	0,349
GJENSIDIGE FORSIKRING	OBX25										
GOLDEN OCEAN GROUP	OBX25				3,101	1,811				0,397	0,259
MARINE HARVEST	OBX25			0,774	1,572	1,363			0,021	0,197	0,213
NORSK HYDRO	OBX25	0,858	0,865	0,719	1,617	1,343	0,498	0,418	0,322	0,661	0,406
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	OBX25				1,595	1,775				0,242	0,207
OPERA SOFTWARE	OBX25				0,799	0,935				0,076	0,146
ORKLA	OBX25	0,738	1,084	0,650	1,300	0,815	0,197	0,406	0,267	0,549	0,216
PETROLEUM GEO SERVICES	OBX25		1,087	1,716	1,949	1,702		0,175	0,175	0,599	0,380
REC SILICON	OBX25					1,931					0,126
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	OBX25			1,104	2,064	1,605			0,163	0,484	0,387
SCHIBSTED	OBX25		0,889	1,417	1,957	1,084		0,228	0,413	0,561	0,279
SEADRILL	OBX25					1,185					0,208
STATOIL	OBX25				0,902	0,876				0,376	0,333
STOREBRAND	OBX25	1,089	0,511	1,458	1,739	1,929	0,270	0,161	0,493	0,440	0,434
SUBSEA 7	OBX25			1,605	1,636	1,414			0,225	0,569	0,420
TELENOR	OBX25				1,314	0,884				0,450	0,414
TGS-NOPEC GEOPHS.	OBX25			1,185	1,006	1,608			0,276	0,240	0,385
ABB LTD N (OME)	OMXS30			2,726	1,146	0,987			0,259	0,606	0,439
ALFA LAVAL	OMXS30				1,076	1,232				0,498	0,520
ASSA ABLOY 'B'	OMXS30		0,546	1,324	1,044	0,844		0,114	0,502	0,547	0,369
ASTRAZENECA (OME)	OMXS30			0,362	0,452	0,265			0,078	0,190	0,041

AKTIE	INDEKS	β					R²				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
ATLAS COPCO 'A'	OMXS30	1,124	0,870	1,103	1,311	1,061	0,476	0,393	0,338	0,679	0,428
ATLAS COPCO 'B'	OMXS30	1,102	0,879	1,153	1,342	1,115	0,451	0,381	0,340	0,678	0,451
BOLIDEN	OMXS30			1,233	2,145	1,513			0,186	0,430	0,407
ELECTROLUX 'B'	OMXS30	1,135	1,006	0,797	1,190	1,104	0,499	0,338	0,194	0,439	0,227
ERICSSON 'B'	OMXS30	1,394	1,622	3,360	0,858	0,794	0,534	0,646	0,721	0,318	0,232
GETINGE	OMXS30		0,596	0,647	0,807	0,589		0,213	0,231	0,326	0,111
HENNES & MAURITZ 'B'	OMXS30	0,698	0,796	0,764	0,654	0,956	0,249	0,285	0,198	0,383	0,380
INVESTOR 'B'	OMXS30	1,507	0,910	1,187	1,035	1,146	0,667	0,537	0,714	0,658	0,680
KINNEVIK 'B'	OMXS30			2,180	1,473	1,133			0,565	0,590	0,367
LUNDIN PETROLEUM	OMXS30				1,292	1,215				0,410	0,187
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	OMXS30			1,834	1,855	1,305			0,438	0,693	0,281
NOKIA (OME)	OMXS30					1,055					0,079
NORDEA_SE	OMXS30			0,836	1,386	1,295			0,352	0,631	0,639
SANDVIK	OMXS30	0,940	0,905	0,589	1,318	1,312	0,443	0,474	0,218	0,559	0,425
SECURITAS 'B'	OMXS30		0,432	1,244	0,589	1,094		0,095	0,458	0,275	0,442
SEB 'A'	OMXS30	1,987	1,258	0,939	1,568	1,736	0,297	0,481	0,518	0,470	0,780
SKANSKA 'B'	OMXS30	1,461	0,639	1,053	1,285	1,167	0,510	0,267	0,395	0,537	0,524
SKF 'B'	OMXS30	1,242	0,974	0,643	1,244	0,956	0,463	0,302	0,190	0,558	0,316
SSAB 'A'	OMXS30	1,254	0,935	0,574	1,525	1,443	0,534	0,369	0,192	0,557	0,382
SCA 'B'	OMXS30	0,892	1,006	0,278	0,895	0,982	0,468	0,502	0,060	0,498	0,384
SVENSKA HANDBKN.'A'	OMXS30	1,667	0,984	0,565	0,932	1,176	0,531	0,417	0,335	0,386	0,611
SWEDBANK 'A'	OMXS30			0,717	1,760	1,380			0,417	0,513	0,562
SWEDISH MATCH	OMXS30			-0,169	0,337	0,334			0,027	0,194	0,062
TELE2 'B'	OMXS30			1,721	1,115	0,764			0,427	0,491	0,237
TELIASONERA	OMXS30				0,814	0,487				0,369	0,235
VOLVO 'B'	OMXS30	1,236	0,739	1,033	1,537	1,533	0,601	0,291	0,429	0,641	0,442
GENNEMSNIT		0,912	0,829	1,016	1,236	1,152	0,360	0,304	0,279	0,429	0,326

APPENDIKS E

Test af parametersignifikans i FF 3-faktormodellen

AKTIE	N	MV _{AVG}	t-værdi				Signifikant forskellig fra nul?					
			A	β	s	h	df	TINV	α	β	s	h
A P MOLLER - MAERSK 'A'	299	59.234	0,3481	10,1437	2,7776	2,1350	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
A P MOLLER - MAERSK 'B'	299	61.121	0,3243	10,5088	2,5862	2,1313	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
CARLSBERG 'B'	299	22.769	0,1693	6,5643	3,8490	1,8963	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
CHR HANSEN HOLDING	53	23.194	1,6832	0,7756	0,4203	-0,6138	49	1,677	Ja	Nej	Nej	Nej
COLOPLAST 'B'	299	17.721	2,2548	5,0973	2,0715	-0,8802	295	1,650	Ja	Ja	Ja	Nej
DANSKE BANK	299	72.905	1,3118	10,3545	1,6571	5,7221	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
DSV 'B'	299	9.635	1,5181	9,7647	6,1382	-1,0352	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Nej
FLSMIDTH & CO.'B'	299	9.787	-0,2813	9,3724	4,7692	1,8035	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
GENMAB	169	6.129	0,5506	3,2427	3,3749	-0,0764	165	1,654	Nej	Ja	Ja	Nej
GN STORE NORD	299	9.601	-0,1030	11,3492	3,5993	-0,0710	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Nej
JYSKE BANK	299	9.887	1,6474	9,2190	4,4743	4,9022	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
NORDEA BANK	228	192.878	1,5145	13,7143	-2,4693	5,6585	224	1,652	Nej	Ja	Ja	Ja
NOVO NORDISK 'B'	299	131.216	1,5831	7,3061	-1,9405	-1,8552	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
NOVOZYMES	168	29.900	1,2882	5,0406	2,0619	-1,3233	164	1,654	Nej	Ja	Ja	Nej
PANDORA	49	27.892	0,5023	3,4562	2,0643	-0,5178	45	1,679	Nej	Ja	Ja	Nej
TDC	247	47.748	-1,4610	7,5062	-0,7861	-1,4640	243	1,651	Nej	Ja	Nej	Nej
TRYG	109	25.006	-0,0910	3,8456	1,5216	-2,3584	105	1,659	Nej	Ja	Nej	Ja
VESTAS WINDSYSTEMS	199	33.186	0,5371	6,4168	4,6926	-0,9439	195	1,653	Nej	Ja	Ja	Nej
WILLIAM DEMANT HLDG.	234	18.092	-0,7081	10,4301	1,4267	-3,2855	230	1,652	Nej	Ja	Nej	Ja

AKTIE	N	MV _{AVG}	t-værdi				Signifikant forskellig fra nul?					
			A	β	s	h	df	TINV	α	β	s	h
AKASTOR	127	19.792	0,5931	5,9034	3,6122	0,9201	123	1,657	Nej	Ja	Ja	Nej
DET NORSKE OLJESELSKAP	83	4.957	0,1131	-0,1299	3,7159	-0,6796	79	1,664	Nej	Nej	Ja	Nej
DNB	266	50.881	1,7690	10,6141	5,3060	6,4692	262	1,651	Ja	Ja	Ja	Ja
DNO	299	3.396	-0,1412	5,2341	8,5218	-2,5753	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
FRED OLSEN ENERGY	205	8.144	-0,6867	8,1134	7,7997	1,6368	201	1,652	Nej	Ja	Ja	Nej
GJENSIDIGE FORSIKRING	47	35.199	1,6047	1,8145	-0,8867	1,4206	43	1,681	Nej	Ja	Nej	Nej
GOLDEN OCEAN GROUP	119	2.746	1,5873	5,1594	1,9539	3,6863	115	1,658	Nej	Ja	Ja	Ja
MARINE HARVEST	209	8.336	-0,4295	3,3600	8,8414	-1,1045	205	1,652	Nej	Ja	Ja	Nej
NORSK HYDRO	299	66.677	-0,4483	14,8052	5,2647	2,7419	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	131	2.635	-0,3204	5,0534	3,0138	-2,5409	127	1,657	Nej	Ja	Ja	Ja
OPERA SOFTWARE	128	2.911	-0,4063	3,1446	4,2143	-3,7985	124	1,657	Nej	Ja	Ja	Ja
ORKLA	299	28.011	-0,7161	11,5872	3,1407	-0,0681	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Nej
PETROLEUM GEO SERVICES	267	8.919	-0,0186	9,5288	8,3398	2,2784	263	1,651	Nej	Ja	Ja	Ja
REC SILICON	102	25.075	-0,5425	3,4160	2,0655	1,1636	98	1,661	Nej	Ja	Ja	Nej
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	207	35.149	0,9081	8,9811	0,7147	2,4983	203	1,652	Nej	Ja	Nej	Ja
SCHIBSTED	268	9.668	-1,3003	12,3413	4,7151	-3,1763	264	1,651	Nej	Ja	Ja	Ja
SEADRILL	108	54.827	0,8266	5,6861	4,8408	1,5755	104	1,660	Nej	Ja	Ja	Nej
STATOIL	161	287.227	-0,6607	7,5424	4,2771	-0,6473	157	1,655	Nej	Ja	Ja	Nej
STOREBRAND	299	9.856	-2,1794	12,2296	3,9317	-0,9621	295	1,650	Ja	Ja	Ja	Nej
SUBSEA 7	209	13.832	0,6421	8,7186	8,2772	2,7723	205	1,652	Nej	Ja	Ja	Ja
TELENOR	167	103.335	0,6872	11,5795	-0,7314	1,2835	163	1,654	Nej	Ja	Nej	Nej
TGS-NOPEC GEOPHS.	205	6.496	1,8712	7,1235	9,4512	3,2948	201	1,652	Ja	Ja	Ja	Ja
ABB LTD N (OME)	185	219.462	0,1603	7,8186	-2,5602	1,1741	181	1,653	Nej	Ja	Ja	Nej
ALFA LAVAL	150	33.197	0,6153	7,8198	0,4280	-0,3649	146	1,655	Nej	Ja	Nej	Nej
ASSA ABLOY 'B'	240	39.352	0,4698	11,8997	-0,6911	-2,2776	236	1,651	Nej	Ja	Nej	Ja
ASTRAZENECA (OME)	187	496.858	-0,2645	4,5287	-0,9182	-0,0272	183	1,653	Nej	Ja	Nej	Nej
ATLAS COPCO 'A'	299	48.656	0,3229	14,9064	1,6040	1,1691	295	1,650	Nej	Ja	Nej	Nej
ATLAS COPCO 'B'	299	21.427	0,3218	14,6323	1,6328	1,2802	295	1,650	Nej	Ja	Nej	Nej

AKTIE	N	MV _{AVG}	t-værdi				Signifikant forskellig fra nul?					
			A	β	s	h	df	TINV	α	β	s	h
BOLIDEN	187	15.892	0,7464	8,0888	3,3512	4,1066	183	1,653	Nej	Ja	Ja	Ja
ELECTROLUX 'B'	299	35.562	0,0258	11,7896	0,1970	1,7496	295	1,650	Nej	Ja	Nej	Ja
ERICSSON 'B'	299	237.724	-2,6870	17,9924	-3,0141	-3,9440	295	1,650	Ja	Ja	Ja	Ja
GETINGE	258	16.622	0,3419	9,1922	2,5232	-0,0005	254	1,651	Nej	Ja	Ja	Nej
HENNES & MAURITZ 'B'	299	144.926	0,9111	11,1954	-0,0714	-3,0552	295	1,650	Nej	Ja	Nej	Ja
INVESTOR 'B'	299	40.046	-1,4737	21,6773	-1,7135	2,2376	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
KINNEVIK 'B'	220	15.761	-0,8325	14,0653	0,3003	-1,5473	216	1,652	Nej	Ja	Nej	Nej
LUNDIN PETROLEUM	158	20.380	2,1489	4,6992	2,0391	0,3815	154	1,655	Ja	Ja	Ja	Nej
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	206	13.069	-0,9823	12,1576	2,4415	-2,2340	202	1,652	Nej	Ja	Ja	Ja
NOKIA (OME)	89	282.838	-1,0200	3,7425	0,0842	-0,6331	85	1,663	Nej	Ja	Nej	Nej
NORDEA_SE	228	15.761	1,2279	15,6688	-2,6824	5,7996	224	1,652	Nej	Ja	Ja	Ja
SANDVIK	299	57.940	-0,3274	13,7208	2,3770	2,1739	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
SECURITAS 'B'	280	25.147	-1,2807	10,5156	0,7464	-4,5434	276	1,650	Nej	Ja	Nej	Ja
SEB 'A'	299	64.287	1,6794	11,9631	0,7585	7,2527	295	1,650	Ja	Ja	Nej	Ja
SKANSKA 'B'	299	28.528	-1,2791	14,6595	-2,3198	1,3002	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Nej
SKF 'B'	299	25.394	-0,0830	12,2287	1,2771	2,8665	295	1,650	Nej	Ja	Nej	Ja
SSAB 'A'	299	12.267	0,5650	13,2728	4,5038	5,1981	295	1,650	Nej	Ja	Ja	Ja
SCA 'B'	299	39.680	0,1975	12,2235	0,2837	4,2731	295	1,650	Nej	Ja	Nej	Ja
SVENSKA HANDBKN.'A'	299	75.747	1,7062	14,1132	-2,7299	6,6074	295	1,650	Ja	Ja	Ja	Ja
SWEDBANK 'A'	233	75.654	1,3771	12,6264	-0,9798	5,8570	229	1,652	Nej	Ja	Nej	Ja
SWEDISH MATCH	222	26.624	2,0432	2,3392	1,7984	0,6586	218	1,652	Ja	Ja	Ja	Nej
TELE2 'B'	222	33.394	-1,9522	13,2774	-2,2902	-3,1029	218	1,652	Ja	Ja	Ja	Ja
TELIASONERA	173	171.989	-0,5685	7,9729	-2,5668	2,2655	169	1,654	Nej	Ja	Ja	Ja
VOLVO 'B'	299	69.015	-0,3196	15,4791	-0,9651	2,9991	295	1,650	Nej	Ja	Nej	Ja
							Antal 'ja'		11	69	49	40
							Antal 'nej'		60	2	22	31

Tabel 38: Opgørelse af regressionskoefficienternes t-værdier, de kritiske t-værdier baseret på antallet af frihedsgrader og angivelse af, hvorvidt de er signifikant forskellig fra nul i en t-test.

APPENDIKS F

Stabilitet af β , s , h og R^2 over tid i FF 3-faktormodellen

I afsnit 3.8 undersøges stabiliteten af førsteordensregressionernes (hædnings-)koefficienter (β , s og h) og forklaringsgrader (R^2) for FF 3-faktormodellen. Tabellen nedenfor indeholder en oversigt over udviklingen i β og s for hvert aktiv over de 5 perioder.

AKTIE	INDEKS	β					s				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
A P MOLLER - MAERSK 'A'	OMXC20	0,503	0,948	0,892	0,866	1,091	0,002	0,855	0,534	0,096	-0,102
A P MOLLER - MAERSK 'B'	OMXC20	0,550	1,044	0,914	0,865	1,062	0,009	0,666	0,618	0,105	-0,083
CARLSBERG 'B'	OMXC20	0,459	0,397	-0,005	0,664	1,075	0,003	0,056	0,726	0,754	0,215
CHR HANSEN HOLDING	OMXC20										
COLOPLAST 'B'	OMXC20	0,466	0,352	0,003	0,492	0,286	0,198	0,248	0,325	-0,010	0,578
DANSKE BANK	OMXC20	0,612	0,635	0,475	0,687	1,441	0,051	-0,142	-0,007	0,877	0,179
DSV 'B'	OMXC20	0,566	0,552	1,067	1,090	0,988	0,292	0,707	1,069	0,926	0,266
FLSMIDTH & CO.'B'	OMXC20	0,755	0,613	0,145	1,488	1,758	-0,060	0,155	1,421	0,365	0,194
GENMAB	OMXC20				0,772	1,459				0,241	1,928
GN STORE NORD	OMXC20	0,666	1,141	1,762	0,894	0,584	0,282	0,304	0,508	1,219	1,117
JYSKE BANK	OMXC20	0,436	0,576	0,392	0,797	1,061	0,611	-0,123	0,451	0,623	0,267
NORDEA BANK	OMXC20			0,828	1,120	1,129			-0,218	-0,291	-0,289
NOVO NORDISK 'B'	OMXC20	0,281	0,436	0,713	0,296	0,850	-0,012	-0,308	-0,276	-0,293	-0,153
NOVOZYMES	OMXC20				0,649	0,523				0,221	-0,052
PANDORA	OMXC20										
TDC	OMXC20		0,784	0,984	0,614	0,416		0,141	0,104	-0,372	-0,276
TRYG	OMXC20					0,420					0,022

AKTIE	INDEKS	β					S				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
VESTAS WINDSYSTEMS	OMXC20			1,330	1,435	0,627			1,676	0,405	2,152
WILLIAM DEMANT HLDG.	OMXC20			1,302	0,893	0,066			0,333	0,056	-0,153
AKASTOR	OBX25				1,177	1,595				1,011	1,735
DET NORSKE OLJESELSKAP	OBX25					0,663					2,519
DNB	OBX25		0,989	0,658	1,358	1,232		0,366	0,274	0,188	0,137
DNO	OBX25	0,963	1,549	0,762	1,169	1,471	3,416	4,092	0,469	2,336	1,513
FRED OLSEN ENERGY	OBX25			1,660	0,959	1,289			1,647	1,016	1,950
GJENSIDIGE FORSIKRING	OBX25										
GOLDEN OCEAN GROUP	OBX25				2,261	1,332				1,165	0,511
MARINE HARVEST	OBX25			0,451	0,440	0,982			4,276	2,658	1,349
NORSK HYDRO	OBX25	0,949	0,829	0,770	1,519	1,120	0,089	0,908	0,320	0,583	0,315
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	OBX25				1,779	1,622				0,858	2,115
OPERA SOFTWARE	OBX25				0,650	0,861				2,040	0,605
ORKLA	OBX25	0,982	1,107	0,680	1,371	0,646	0,283	0,922	0,237	0,016	0,162
PETROLEUM GEO SERVICES	OBX25		1,055	1,822	1,533	1,458		2,672	2,669	1,392	1,677
REC SILICON	OBX25					0,796					1,427
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	OBX25			1,216	2,281	1,544			0,759	-1,088	0,929
SCHIBSTED	OBX25		1,063	1,304	2,044	1,099		1,347	0,316	-0,058	0,958
SEADRILL	OBX25					0,767					1,337
STATOIL	OBX25				0,801	0,719				0,768	0,405
STOREBRAND	OBX25	1,654	0,563	1,541	1,922	1,438	1,071	0,429	0,386	-0,347	1,086
SUBSEA 7	OBX25			1,649	1,180	1,258			2,078	1,522	1,209
TELENOR	OBX25				1,273	0,898				-0,141	-0,390
TGS-NOPEC GEOPHS.	OBX25			1,207	0,310	1,356			1,237	2,137	1,460
ABB LTD N (OME)	OMXS30			2,954	1,280	0,999			-1,161	-0,362	-0,098
ALFA LAVAL	OMXS30				1,182	1,278				-0,209	0,485
ASSA ABLOY 'B'	OMXS30		0,624	1,317	1,187	1,029		0,339	-0,074	-0,484	-0,054
ASTRAZENECA (OME)	OMXS30			0,360	0,503	0,315			-0,046	-0,024	-0,535

AKTIE	INDEKS	β					s				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
ATLAS COPCO 'A'	OMXS30	1,129	0,870	1,172	1,482	1,156	0,255	0,278	0,293	-0,350	0,202
ATLAS COPCO 'B'	OMXS30	1,080	0,881	1,223	1,518	1,188	0,222	0,288	0,301	-0,367	0,308
BOLIDEN	OMXS30			1,310	1,243	1,386			0,463	1,736	0,784
ELECTROLUX 'B'	OMXS30	1,067	1,090	0,874	0,982	1,214	0,043	0,055	0,075	0,122	0,245
ERICSSON 'B'	OMXS30	1,460	1,697	3,391	0,904	0,943	-0,556	0,021	-0,589	0,200	-0,574
GETINGE	OMXS30		0,671	0,697	0,785	0,527		0,391	0,420	0,173	0,874
HENNES & MAURITZ 'B'	OMXS30	0,851	0,912	0,773	0,901	1,096	0,761	0,088	-0,353	-0,392	-0,279
INVESTOR 'B'	OMXS30	1,334	0,903	1,215	1,219	1,197	-0,268	0,082	0,148	-0,495	-0,250
KINNEVIK 'B'	OMXS30			2,188	1,495	0,997			0,086	-0,219	-0,029
LUNDIN PETROLEUM	OMXS30				0,922	1,375				1,061	1,371
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	OMXS30			1,824	1,776	1,369			0,606	0,227	0,740
NOKIA (OME)	OMXS30					1,093					0,252
NORDEA_SE	OMXS30			0,891	1,287	1,287			-0,221	-0,300	-0,395
SANDVIK	OMXS30	0,903	0,924	0,605	1,296	1,390	0,175	0,581	0,237	-0,090	0,036
SECURITAS 'B'	OMXS30		0,491	1,155	0,589	1,190		-0,323	0,137	-0,033	0,205
SEB 'A'	OMXS30	1,560	1,078	0,951	1,238	1,790	1,348	-0,546	-0,006	-0,193	-0,468
SKANSKA 'B'	OMXS30	1,466	0,570	1,095	1,494	1,259	-0,321	-0,285	-0,131	-0,760	-0,002
SKF 'B'	OMXS30	1,106	0,915	0,688	1,471	1,008	0,393	0,034	0,274	-0,566	0,555
SSAB 'A'	OMXS30	1,147	0,929	0,650	1,348	1,257	0,709	0,647	0,197	0,549	0,138
SCA 'B'	OMXS30	0,722	0,982	0,311	0,824	0,989	-0,231	0,320	0,186	-0,115	0,276
SVENSKA HANDBKN.'A'	OMXS30	1,391	0,804	0,603	0,942	1,203	0,000	-0,757	0,005	-0,488	-0,375
SWEDBANK 'A'	OMXS30			0,769	1,597	1,355			-0,044	-0,190	-0,313
SWEDISH MATCH	OMXS30			-0,186	0,233	0,438			0,309	0,235	-0,062
TELE2 'B'	OMXS30			1,687	1,346	0,756			-0,500	-0,832	0,011
TELIASONERA	OMXS30				0,791	0,557				-0,300	-0,394
VOLVO 'B'	OMXS30	1,086	0,699	1,097	1,682	1,654	-0,078	-0,285	-0,040	-0,641	0,297
GENNEMSNIT		0,934	0,848	1,041	1,130	1,063	0,310	0,406	0,433	0,284	0,467

Tabellen nedenfor indeholder en oversigt over udviklingen i h og R^2 for hvert aktiv over de 5 perioder.

AKTIE	INDEKS	h					R ²				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
A P MOLLER - MAERSK 'A'	OMXC20	0,234	0,229	0,655	-0,103	0,600	0,316	0,378	0,257	0,402	0,507
A P MOLLER - MAERSK 'B'	OMXC20	0,188	0,122	0,826	-0,050	0,568	0,282	0,432	0,284	0,399	0,488
CARLSBERG 'B'	OMXC20	-0,225	-0,138	-0,032	1,056	0,106	0,186	0,127	0,120	0,649	0,392
CHR HANSEN HOLDING	OMXC20										
COLOPLAST 'B'	OMXC20	0,254	-0,326	-0,093	-0,437	-0,439	0,232	0,164	0,053	0,177	0,120
DANSKE BANK	OMXC20	0,178	0,344	0,471	1,647	0,129	0,379	0,369	0,246	0,633	0,467
DSV 'B'	OMXC20	-0,407	-0,004	0,710	-0,383	-0,083	0,126	0,271	0,489	0,484	0,447
FLSMIDTH & CO.'B'	OMXC20	0,252	0,269	0,393	-0,197	-0,411	0,363	0,219	0,328	0,622	0,479
GENMAB	OMXC20				-0,760	-0,319				0,094	0,231
GN STORE NORD	OMXC20	-0,148	-0,320	0,296	0,790	0,119	0,303	0,396	0,456	0,496	0,195
JYSKE BANK	OMXC20	0,367	0,056	0,463	0,979	0,499	0,375	0,304	0,298	0,573	0,378
NORDEA BANK	OMXC20			0,481	0,646	0,380			0,366	0,674	0,595
NOVO NORDISK 'B'	OMXC20	0,116	-0,255	-0,257	-0,152	-0,214	0,212	0,197	0,210	0,063	0,290
NOVOZYMES	OMXC20				-0,252	-0,105				0,253	0,106
PANDORA	OMXC20										
TDC	OMXC20		-0,776	0,446	-0,026	0,037		0,330	0,299	0,110	0,093
TRYG	OMXC20					0,013					0,084
VESTAS WINDSYSTEMS	OMXC20			-0,347	-0,477	0,708			0,430	0,381	0,162
WILLIAM DEMANT HLDG.	OMXC20			-1,084	0,114	0,199			0,547	0,424	0,018
AKASTOR	OBX25				0,315	-0,139				0,410	0,451
DET NORSKE OLJESELSKAP	OBX25					-0,767					0,159
DNB	OBX25		0,569	0,697	0,634	0,602		0,492	0,317	0,755	0,610
DNO	OBX25	-2,099	-0,524	0,533	-0,846	0,002	0,391	0,407	0,166	0,349	0,356
FRED OLSEN ENERGY	OBX25			0,941	-0,376	0,049			0,470	0,601	0,517
GJENSIDIGE FORSIKRING	OBX25										
GOLDEN OCEAN GROUP	OBX25				2,009	1,506				0,467	0,352
MARINE HARVEST	OBX25			-2,068	1,610	0,481			0,461	0,388	0,313

AKTIE	INDEKS	h					R ²				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
NORSK HYDRO	OBX25	-0,258	0,535	0,524	-0,216	0,641	0,518	0,652	0,414	0,696	0,461
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	OBX25				-1,563	-0,993				0,383	0,303
OPERA SOFTWARE	OBX25				-1,489	-0,163				0,392	0,165
ORKLA	OBX25	-0,673	0,173	0,321	-0,287	0,544	0,272	0,502	0,308	0,560	0,263
PETROLEUM GEO SERVICES	OBX25		1,119	1,470	0,174	-0,308		0,611	0,426	0,683	0,497
REC SILICON	OBX25					3,400					0,343
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	OBX25			1,152	0,274	-0,460			0,264	0,532	0,431
SCHIBSTED	OBX25		-0,608	-0,949	-0,271	-0,783		0,404	0,509	0,566	0,372
SEADRILL	OBX25					0,638					0,353
STATOIL	OBX25				-0,392	0,311				0,509	0,387
STOREBRAND	OBX25	-1,376	-0,170	0,817	-0,343	1,115	0,529	0,197	0,567	0,449	0,572
SUBSEA 7	OBX25			0,797	0,191	-0,297			0,433	0,704	0,517
TELENOR	OBX25				0,296	0,239				0,463	0,443
TGS-NOPEC GEOPHS.	OBX25			0,438	0,485	-0,110			0,440	0,534	0,491
ABB LTD N (OME)	OMXS30			1,819	-0,143	0,026			0,342	0,623	0,440
ALFA LAVAL	OMXS30				-0,192	-0,549				0,507	0,568
ASSA ABLOY 'B'	OMXS30		-0,363	-0,083	-0,054	-0,690		0,145	0,503	0,580	0,472
ASTRAZENECA (OME)	OMXS30			-0,026	-0,169	0,209			0,079	0,201	0,094
ATLAS COPCO 'A'	OMXS30	0,096	0,096	0,677	-0,295	-0,526	0,486	0,408	0,397	0,701	0,466
ATLAS COPCO 'B'	OMXS30	0,170	0,089	0,685	-0,297	-0,521	0,462	0,396	0,395	0,699	0,489
BOLIDEN	OMXS30			0,789	1,667	-0,092			0,226	0,575	0,442
ELECTROLUX 'B'	OMXS30	0,240	-0,500	0,705	0,665	-0,620	0,508	0,374	0,257	0,494	0,253
ERICSSON 'B'	OMXS30	-0,458	-0,453	0,164	-0,373	-0,153	0,590	0,668	0,734	0,354	0,285
GETINGE	OMXS30		-0,332	0,526	-0,092	-0,418		0,261	0,331	0,334	0,192
HENNES & MAURITZ 'B'	OMXS30	-0,169	-0,685	0,012	-0,541	-0,343	0,359	0,375	0,221	0,501	0,419
INVESTOR 'B'	OMXS30	0,447	0,068	0,282	-0,200	-0,012	0,697	0,540	0,734	0,701	0,692
KINNEVIK 'B'	OMXS30			0,095	0,137	0,561			0,566	0,597	0,402
LUNDIN PETROLEUM	OMXS30				0,332	-1,666				0,487	0,345

AKTIE	INDEKS	h					R ²				
		Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	OMXS30			0,028	0,070	-0,811			0,464	0,696	0,333
NOKIA (OME)	OMXS30					-0,341					0,083
NORDEA_SE	OMXS30			0,447	0,677	0,328			0,413	0,715	0,665
SANDVIK	OMXS30	0,196	0,084	0,196	0,173	-0,335	0,456	0,536	0,243	0,564	0,435
SECURITAS 'B'	OMXS30		-0,478	-0,766	0,033	-0,533		0,169	0,537	0,276	0,480
SEB 'A'	OMXS30	1,982	0,918	0,111	1,443	0,141	0,472	0,604	0,521	0,649	0,798
SKANSKA 'B'	OMXS30	-0,157	0,323	0,358	-0,027	-0,361	0,521	0,306	0,420	0,590	0,545
SKF 'B'	OMXS30	0,615	0,374	0,452	-0,289	-0,623	0,528	0,322	0,241	0,594	0,379
SSAB 'A'	OMXS30	0,657	0,263	0,720	0,120	0,629	0,659	0,441	0,319	0,576	0,416
SCA 'B'	OMXS30	0,452	0,258	0,337	0,388	-0,236	0,526	0,536	0,105	0,545	0,397
SVENSKA HANDBKN.'A'	OMXS30	0,897	0,849	0,343	0,454	0,177	0,593	0,597	0,386	0,472	0,632
SWEDBANK 'A'	OMXS30			0,460	0,812	0,333			0,491	0,565	0,578
SWEDISH MATCH	OMXS30			-0,095	0,158	-0,363			0,083	0,228	0,095
TELE2 'B'	OMXS30			-0,400	-0,038	0,026			0,452	0,568	0,237
TELIASONERA	OMXS30				0,392	0,025				0,431	0,287
VOLVO 'B'	OMXS30	0,454	0,152	0,567	0,094	-0,700	0,634	0,306	0,484	0,677	0,475
GENNEMSIT		0,065	0,028	0,308	0,119	-0,002	0,428	0,384	0,367	0,498	0,379

F-test af FF 3-faktormodellen

I afsnit 3.6 og 3.7 refereres der til gennemførte F-test af 'first-pass' og 'second-pass' regressionsanalyserne af FF 3-faktor modellen. De gennemførte test er kort beskrevet i det følgende.

Second-pass regression

I det følgende testes nulhypotesen (H_0) og den alternative hypotese (H_A):

$$\begin{aligned} H_0: & \gamma_0 = \gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3 = \gamma_4 = 0 \\ H_A: & \text{Mindst én variabel er forskellig fra nul} \end{aligned}$$

for FF 3-faktor andenordens regressionsanalysen i afsnit 3.7. Der anvendes et 95%-konfidensinterval, 3 variable (β , SMB og HML) og 71 datapunkter for hver variabel.

Regressionsanalyserne er foretaget med LINEST-funktionen i Excel, hvor regressionens F-værdi er et af outputtene. Den beregnede F-værdi er $F_{\text{værdi}} = 4,077$.

Den kritiske F-værdi (F_{kritisk}) er fundet ved tabelopslag til 3.132. Da $F_{\text{værdi}} > F_{\text{kritisk}}$ må nulhypotesen forkastes og den alternative hypotese (at mindst én af de betragtede variable er forskellig fra nul) accepteres.

First-pass regression

Med samme nulhypotese, konfidensinterval og varierende antal frihedsgrader er der på identisk vis foretaget F-test af hver førsteordensregression. Resultatet fremgår i tabellen herover. Det fremgår, at ud af de 71 aktiver er der blot 2, hvor nulhypotesen må accepteres (danske Christian Hansen og svenske Gjensidige Forsikring). Det er på baggrund heraf rimeligt at konkludere, at mindst én af de 3 variable i FF 3-faktormodellen er forskellig fra nul.

AKTIE	INDEKS	N	Kritisk F-værdi	F-værdi	Accept H_0 ?
A P MOLLER - MAERSK 'A'	OMXC20	299	3,0267	45,072	Nej
A P MOLLER - MAERSK 'B'	OMXC20	299	3,0267	47,477	Nej
CARLSBERG 'B'	OMXC20	299	3,0267	24,345	Nej
CHR HANSEN HOLDING	OMXC20	53	3,1996	0,312	Ja
COLOPLAST 'B'	OMXC20	299	3,0267	10,508	Nej
DANSKE BANK	OMXC20	299	3,0267	60,709	Nej
DSV 'B'	OMXC20	299	3,0267	47,025	Nej
FLSMIDTH & CO.'B'	OMXC20	299	3,0267	44,079	Nej

GENMAB	OMXC20	169	3,0518	9,840	Nej
GN STORE NORD	OMXC20	299	3,0267	51,101	Nej
JYSKE BANK	OMXC20	299	3,0267	54,027	Nej
NORDEA BANK	OMXC20	228	3,0367	84,003	Nej
NOVO NORDISK 'B'	OMXC20	299	3,0267	18,625	Nej
NOVOZYMES	OMXC20	168	3,0522	12,182	Nej
PANDORA	OMXC20	49	3,2199	6,921	Nej
TDC	OMXC20	247	3,0334	18,803	Nej
TRYG	OMXC20	109	3,0855	7,493	Nej
VESTAS WINDSYSTEMS	OMXC20	199	3,0430	26,608	Nej
WILLIAM DEMANT HLDG.	OMXC20	234	3,0356	40,002	Nej
AKASTOR	OBX25	127	3,0718	29,801	Nej
DET NORSKE OLJESELSKAP	OBX25	83	3,1170	5,268	Nej
DNB	OBX25	266	3,0307	75,371	Nej
DNO	OBX25	299	3,0267	35,589	Nej
FRED OLSEN ENERGY	OBX25	205	3,0415	56,568	Nej
GJENSIDIGE FORSIKRING	OBX25	47	3,2317	2,765	Ja
GOLDEN OCEAN GROUP	OBX25	119	3,0773	28,816	Nej
MARINE HARVEST	OBX25	209	3,0406	34,286	Nej
NORSK HYDRO	OBX25	299	3,0267	98,697	Nej
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	OBX25	131	3,0693	17,727	Nej
OPERA SOFTWARE	OBX25	128	3,0711	16,385	Nej
ORKLA	OBX25	299	3,0267	51,851	Nej
PETROLEUM GEO SERVICES	OBX25	267	3,0305	62,764	Nej
REC SILICON	OBX25	102	3,0922	12,657	Nej
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	OBX25	207	3,0411	34,438	Nej
SCHIBSTED	OBX25	268	3,0304	61,242	Nej
SEADRILL	OBX25	108	3,0864	40,148	Nej
STATOIL	OBX25	161	3,0548	33,227	Nej
STOREBRAND	OBX25	299	3,0267	58,038	Nej
SUBSEA 7	OBX25	209	3,0406	65,902	Nej
TELENOR	OBX25	167	3,0525	53,025	Nej
TGS-NOPEC GEOPHS.	OBX25	205	3,0415	66,466	Nej
ABB LTD N (OME)	OMXS30	185	3,0467	22,028	Nej
ALFA LAVAL	OMXS30	150	3,0594	23,687	Nej
ASSA ABLOY 'B'	OMXS30	240	3,0346	47,540	Nej
ASTRAZENECA (OME)	OMXS30	187	3,0461	6,920	Nej
ATLAS COPCO 'A'	OMXS30	299	3,0267	83,566	Nej
ATLAS COPCO 'B'	OMXS30	299	3,0267	81,045	Nej
BOLIDEN	OMXS30	187	3,0461	39,463	Nej
ELECTROLUX 'B'	OMXS30	299	3,0267	53,709	Nej
ERICSSON 'B'	OMXS30	299	3,0267	109,414	Nej
GETINGE	OMXS30	258	3,0318	32,592	Nej
HENNES & MAURITZ 'B'	OMXS30	299	3,0267	41,928	Nej
INVESTOR 'B'	OMXS30	299	3,0267	175,624	Nej
KINNEVIK 'B'	OMXS30	220	3,0383	68,564	Nej
LUNDIN PETROLEUM	OMXS30	158	3,0560	11,674	Nej
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	OMXS30	206	3,0413	56,914	Nej
NOKIA (OME)	OMXS30	89	3,1079	6,032	Nej
NORDEA_SE	OMXS30	228	3,0367	105,689	Nej

SANDVIK	OMXS30	299	3,0267	76,116	Nej
SECURITAS 'B'	OMXS30	280	3,0288	39,435	Nej
SEB 'A'	OMXS30	299	3,0267	83,953	Nej
SKANSKA 'B'	OMXS30	299	3,0267	80,371	Nej
SKF 'B'	OMXS30	299	3,0267	62,611	Nej
SSAB 'A'	OMXS30	299	3,0267	91,948	Nej
SCA 'B'	OMXS30	299	3,0267	68,021	Nej
SVENSKA HANDBKN.'A'	OMXS30	299	3,0267	102,418	Nej
SWEDBANK 'A'	OMXS30	233	3,0358	75,166	Nej
SWEDISH MATCH	OMXS30	222	3,0379	3,875	Nej
TELE2 'B'	OMXS30	222	3,0379	59,067	Nej
TELIASONERA	OMXS30	173	3,0505	27,891	Nej
VOLVO 'B'	OMXS30	299	3,0267	95,348	Nej

APPENDIKS H

Test af parametersignifikans i APT-modellen

AKTIE	N	t-værdi						Signifikant forskellig fra nul?						
		α	β	o	v	s	h	df	α	β	o	v	s	h
A P MOLLER - MAERSK 'A'	299	0.4144	7.2069	3.8482	-2.0948	1.8659	2.0411	293	Nej	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
A P MOLLER - MAERSK 'B'	299	0.2918	7.8884	3.4731	-1.3394	1.7806	1.9476	293	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
CARLSBERG 'B'	299	0.3167	4.9168	0.2978	-1.0567	3.6197	3.9594	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
CHR HANSEN HOLDING	53	1.8179	0.0211	-0.1316	-0.9318	0.2681	0.3209	47	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej	Nej
COLOPLAST 'B'	299	2.2164	5.4565	-2.8386	1.4673	2.7283	2.9844	293	Ja	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
DANSKE BANK	299	1.0940	8.8840	1.3033	0.6317	1.4007	1.5322	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
DSV 'B'	299	1.6014	8.1506	-0.8944	-0.2808	6.1452	6.7219	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
FLSMIDTH & CO.'B'	299	-0.2273	7.4028	0.8625	-0.6860	4.4297	4.8454	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
GENMAB	169	0.7608	2.2135	-1.0566	-0.6655	3.4853	3.4504	163	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
GN STORE NORD	299	-0.0669	9.0684	0.9892	-0.6518	3.2665	3.5730	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
JYSKE BANK	299	1.4367	8.2573	0.2015	1.0293	4.3962	4.8088	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
NORDEA BANK	228	1.6939	11.4857	-2.1243	0.0877	-1.7672	-1.9868	222	Ja	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
NOVO NORDISK 'B'	299	1.4783	6.0939	0.7914	0.1152	-2.0427	-2.2344	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
NOVOZYMES	168	1.3464	3.3260	0.5700	-0.7922	1.7621	1.7385	162	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
PANDORA	49	0.5861	2.8703	-1.7475	-0.3738	2.3132	2.7675	43	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
TDC	247	-1.7603	6.9275	0.2515	1.5456	-0.7146	-0.7982	241	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
TRYG	109	0.2599	2.8019	-1.9588	-0.6981	2.0577	2.4402	103	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja

AKTIE	N	t-værdi						Signifikant forskellig fra nul?						
		α	β	o	v	s	h	df	α	β	o	v	s	h
VESTAS WINDSYSTEMS	199	0.4453	4.6263	1.1951	-0.4481	4.1435	4.7335	193	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
WILLIAM DEMANT HLDG.	234	-1.0613	9.2350	0.5293	1.4770	1.3150	1.4725	228	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
AKASTOR	127	0.8409	3.5924	1.6756	-1.3724	2.7435	3.2526	121	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
DET NORSKE OLJESELSKAP	83	-0.2149	-0.5666	3.2021	0.1914	2.9474	3.9176	77	Nej	Nej	Ja	Nej	Ja	Ja
DNB	266	1.7817	9.2066	-1.9519	0.4074	5.6639	6.1040	260	Ja	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
DNO	299	-0.4012	4.0338	3.6512	-0.0289	7.7437	8.4704	293	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
FRED OLSEN ENERGY	205	-1.0024	6.5981	1.9280	0.5332	6.9315	7.8489	199	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
GJENSIDIGE FORSIKRING	47	1.4001	1.4688	0.8705	0.5151	-0.9066	-0.9781	41	Nej	Nej	Nej	Nej	Nej	Nej
GOLDEN OCEAN GROUP	119	1.0883	4.5881	0.9013	1.1359	1.4553	1.7724	113	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Ja
MARINE HARVEST	209	-0.4273	3.3778	-1.2912	0.9125	8.8818	10.0101	203	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
NORSK HYDRO	299	-0.4238	11.1093	5.2978	-2.6123	4.1670	4.5581	293	Nej	Ja	Ja	Ja	Ja	Ja
NORWEGIAN AIR SHUTTLE	131	-0.1980	4.6626	-3.0405	0.4675	3.9765	4.6869	125	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
OPERA SOFTWARE	128	-0.0590	1.6863	0.1239	-1.1844	3.8252	4.5379	122	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
ORKLA	299	-0.3136	8.7550	-0.6994	-2.1148	3.0746	3.3631	293	Nej	Ja	Nej	Ja	Ja	Ja
PETROLEUM GEO SERVICES	267	0.1233	6.9334	1.2983	-1.0935	7.6788	8.2527	261	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
REC SILICON	102	-0.1703	2.1602	-0.8374	-1.0445	2.0576	2.7251	96	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)	207	1.7394	6.2774	-3.2294	-2.4312	1.5574	1.7579	201	Ja	Ja	Ja	Ja	Nej	Ja
SCHIBSTED	268	-0.9368	9.0084	0.7253	-1.8324	4.3011	4.5812	262	Nej	Ja	Nej	Ja	Ja	Ja
SEADRILL	108	0.7739	3.5970	4.2717	-1.0159	3.4640	4.1093	102	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
STATOIL	161	-1.4136	5.9223	5.8605	-0.0739	2.6232	2.6166	155	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
STOREBRAND	299	-1.5106	8.6878	-1.1177	-3.6852	3.8877	4.2525	293	Nej	Ja	Nej	Ja	Ja	Ja
SUBSEA 7	209	0.6417	6.2600	1.1076	-0.8307	7.5677	8.5290	203	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
TELENOR	167	0.9000	7.5785	1.4690	-2.1000	-1.2607	-1.2405	161	Nej	Ja	Nej	Ja	Nej	Nej
TGS-NOPEC GEOPHS.	205	1.8026	4.6093	2.4275	-1.4806	8.3623	9.4690	199	Ja	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
ABB LTD N (OME)	185	0.0926	6.4828	-0.2935	0.5373	-2.3844	-2.5744	179	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
ALFA LAVAL	150	0.7731	5.0619	1.1663	-1.3073	-0.0370	-0.0383	144	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej

AKTIE	N	t-værdi						Signifikant forskellig fra nul?						
		α	β	o	v	s	h	df	α	β	o	v	s	h
ASSA ABLOY 'B'	240	0.7366	9.8326	-2.0219	-0.3437	-0.1244	-0.1389	234	Nej	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej
ASTRAZENECA (OME)	187	0.0198	4.1802	-2.9675	0.1057	-0.2650	-0.2849	181	Nej	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej
ATLAS COPCO 'A'	299	0.6146	12.4494	-2.2526	-0.8098	1.9740	2.1592	293	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
ATLAS COPCO 'B'	299	0.6234	12.0276	-1.8788	-1.0415	1.9074	2.0864	293	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
BOLIDEN	187	0.6617	6.6861	-0.3062	0.5609	3.3412	3.5927	181	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
ELECTROLUX 'B'	299	-0.1362	11.0516	-1.5808	1.6980	0.6329	0.6923	293	Nej	Ja	Nej	Ja	Nej	Nej
ERICSSON 'B'	299	-2.4351	14.9908	-1.5186	-0.6285	-2.6858	-2.9379	293	Ja	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
GETINGE	258	0.0961	7.4383	1.5730	0.4595	2.0617	2.2147	252	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
HENNES & MAURITZ 'B'	299	0.7981	9.3106	1.1464	0.0891	-0.2947	-0.3224	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
INVESTOR 'B'	299	-1.0555	18.4368	-3.5011	-1.0387	-1.0727	-1.1734	293	Nej	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej
KINNEVIK 'B'	220	-0.8054	11.8343	-1.2421	0.6493	0.6829	0.7731	214	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
LUNDIN PETROLEUM	158	1.8294	3.3315	2.6825	-0.2648	1.1501	1.1508	152	Ja	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	206	-0.9064	9.8768	-0.8102	0.2843	2.5743	2.9048	200	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
NOKIA (OME)	89	-0.8086	3.2220	-1.4625	0.0368	0.4299	0.5578	83	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
NORDEA_SE	228	1.2425	13.5132	-2.0454	0.8505	-1.9532	-2.1959	222	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
SANDVIK	299	-0.4940	11.6510	1.2331	0.5081	2.1082	2.3061	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
SECURITAS 'B'	280	-1.2441	9.6441	-2.4348	0.9082	1.3561	1.4590	274	Nej	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej
SEB 'A'	299	1.4025	11.6994	-1.8075	2.4686	1.2899	1.4110	293	Nej	Ja	Ja	Ja	Nej	Nej
SKANSKA 'B'	299	-1.1924	12.4950	-1.1245	0.1020	-2.0291	-2.2195	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
SKF 'B'	299	-0.0095	10.8603	-2.1625	0.5162	1.7267	1.8888	293	Nej	Ja	Ja	Nej	Ja	Ja
SSAB 'A'	299	0.8373	10.4072	-0.4296	-1.5355	4.3813	4.7925	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
SCA 'B'	299	0.1396	11.1610	-1.8552	1.1677	0.7356	0.8046	293	Nej	Ja	Ja	Nej	Nej	Nej
SVENSKA HANDBKN.'A'	299	1.4062	13.5271	-1.6222	2.5205	-2.1919	-2.3976	293	Nej	Ja	Nej	Ja	Ja	Ja
SWEDBANK 'A'	233	1.6499	10.1580	-1.6319	-0.5822	-0.5102	-0.5718	227	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
SWEDISH MATCH	222	1.9759	1.5179	0.7825	-0.4019	1.4673	1.6627	216	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej	Ja
TELE2 'B'	222	-1.9395	10.5818	0.3118	0.0908	-2.2663	-2.5681	216	Ja	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja

AKTIE	N	t-værdi						Signifikant forskellig fra nul?						
		α	β	o	v	s	h	df	α	β	o	v	s	h
TELIASONERA	173	-0.7015	6.7889	-0.4645	0.9843	-2.3087	-2.2313	167	Nej	Ja	Nej	Nej	Ja	Ja
VOLVO 'B'	299	-0.4101	12.9427	1.0172	0.1382	-1.1368	-1.2434	293	Nej	Ja	Nej	Nej	Nej	Nej
								Antal 'ja'	11	67	28	10	48	51
								Antal 'nej'	60	4	43	61	23	20

Tabel 39: Opgørelse af regressionskoefficienternes t-værdier, de kritiske t-værdier baseret på antallet af frihedsgrader og angivelse af, hvorvidt de er signifikant forskellige fra nul i en t-test.

APPENDIKS I

Stabilitet af ϕ , ν og R^2 over tid i APT-modellen

I afsnit 4.6 undersøges stabiliteten af førsteordensregressionernes (hædnings-)koefficienter (ν og ϕ) og forklaringsgrader (R^2) for APT-modellen. Tabellen herunder indeholder en oversigt over udviklingen i ν , ϕ og R^2 for hvert aktiv over de 5 perioder.

AKTIE	ϕ					ν					R^2				
	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5	Periode 1	Periode 2	Periode 3	Periode 4	Periode 5
A P MOLLER - MAERSK 'A'	0.475	0.775	0.614	0.726	1.101	-0.016	0.317	0.175	0.195	0.138	0.321	0.465	0.314	0.452	0.524
A P MOLLER - MAERSK 'B'	0.550	0.915	0.760	0.747	1.014	0.050	0.294	0.115	0.193	0.144	0.286	0.508	0.305	0.445	0.502
CARLSBERG 'B'	0.461	0.432	0.096	0.584	0.690	0.002	-0.062	-0.108	0.145	0.018	0.186	0.136	0.145	0.666	0.440
CHR HANSEN HOLDING															
COLOPLAST 'B'	0.509	0.307	0.070	0.776	0.622	-0.092	-0.075	-0.063	-0.114	-0.104	0.251	0.197	0.071	0.254	0.175
DANSKE BANK	0.622	0.638	0.407	0.872	1.831	0.024	0.006	-0.071	0.138	-0.079	0.381	0.369	0.269	0.648	0.496
DSV 'B'	0.567	0.572	1.375	1.171	0.822	-0.052	-0.156	-0.085	-0.038	0.084	0.129	0.310	0.527	0.486	0.458
FLSMIDTH & CO.'B'	0.751	0.572	0.390	1.343	1.664	0.150	0.035	-0.070	0.059	0.340	0.387	0.222	0.355	0.628	0.522
GENMAB				0.863	2.001				-0.051	-0.686				0.096	0.282
GN STORE NORD	0.721	1.205	1.372	0.447	1.054	-0.005	-0.157	-0.001	0.293	-0.054	0.317	0.415	0.481	0.564	0.232
JYSKE BANK	0.480	0.507	0.489	1.156	1.252	0.014	0.023	-0.041	0.022	0.005	0.385	0.316	0.316	0.607	0.388
NORDEA BANK			0.784	1.442	1.167			-0.035	-0.032	-0.142			0.370	0.710	0.614
NOVO NORDISK 'B'	0.295	0.457	0.526	0.304	0.973	0.041	0.097	-0.043	0.039	0.144	0.222	0.221	0.227	0.066	0.339
NOVOZYMES				0.510	0.549				-0.019	0.156				0.262	0.139

PANDORA														
TDC	1.057	0.809	0.821	0.313		-0.128	0.151	0.024	-0.111	0.441	0.340	0.124	0.130	
TRYG				0.294					-0.141				0.131	
VESTAS WINDSYSTEMS		1.328	1.061	0.594			0.052	0.389	0.038		0.431	0.457	0.162	
WILLIAM DEMANT HLDG.		1.279	1.055	0.222			0.012	-0.115	-0.047		0.547	0.448	0.033	
AKASTOR			0.546	1.325				0.094	0.808			0.466	0.594	
DET NORSKE OLJESELSKAP				0.181					0.704				0.213	
DNB	1.161	0.575	1.443	1.108		-0.226	-0.082	0.014	0.136	0.551	0.337	0.757	0.621	
DNO	0.982	1.752	0.468	1.064	1.230	0.306	-0.167	0.585	0.327	0.557	0.405	0.416	0.520	0.417
FRED OLSEN ENERGY			1.642	1.064	1.301			0.207	0.121	0.262		0.490	0.615	0.540
GJENSIDIGE FORSIKRING														
GOLDEN OCEAN GROUP				2.589	1.067				0.123	0.519			0.472	0.396
MARINE HARVEST			0.468	0.016	1.586			-0.499	0.140	-0.601		0.497	0.403	0.400
NORSK HYDRO	0.928	0.802	0.441	1.447	1.007	0.274	0.142	0.131	0.135	0.017	0.627	0.678	0.536	0.707
NORWEGIAN AIR SHUTTLE				2.137	2.140				-0.330	-0.562			0.415	0.346
OPERA SOFTWARE				0.181	0.781				0.028	-0.024			0.414	0.167
ORKLA	0.867	0.968	0.550	1.377	0.800	-0.025	-0.070	-0.073	0.021	-0.162	0.300	0.534	0.334	0.561
PETROLEUM GEO SERVICES		0.923	1.617	1.041	1.402		0.085	0.022	0.159	0.353		0.619	0.429	0.724
REC SILICON				0.972						-0.187				0.346
ROYAL CRBN.CRUISES (OSL)			0.745	2.102	1.623			-0.159	-0.559	-0.240		0.312	0.609	0.450
SCHIBSTED	1.194		1.010	1.860	0.597		0.026	0.149	-0.132	-0.117	0.423	0.549	0.575	0.476
SEADRILL					0.201					0.763				0.526
STATOIL				0.841	0.432				0.259	0.386			0.574	0.517
STOREBRAND	1.604	0.379	1.216	1.549	1.127	-0.106	-0.108	-0.165	0.115	0.045	0.538	0.305	0.621	0.470
SUBSEA 7			1.606	0.864	0.895			-0.022	0.118	0.481			0.433	0.729
													0.614	

TELENOR	0.9370.521					0.1750.152					0.5050.511				
TGS-NOPEC															
GEOPHS.	1.079-0.1991.283					0.189-0.0400.000					0.4730.5870.492				
ABB LTD N (OME)	3.7581.0170.865					0.0170.012-0.139					0.3680.6510.488				
ALFA LAVAL	1.0081.145					-0.0350.009					0.5190.575				
ASSA ABLOY 'B'	0.502	1.364	1.333	0.930		-0.097	-0.114	-0.196	0.103	0.181	0.520	0.629	0.483		
ASTRAZENECA (OME)	0.5050.4760.493					-0.163-0.046-0.284					0.1590.2060.188				
ATLAS COPCO 'A'	1.087	0.780	1.311	1.509	1.132	-0.362	0.186	-0.061	-0.085	0.080	0.601	0.453	0.407	0.707	0.472
ATLAS COPCO 'B'	1.025	0.800	1.361	1.526	1.129	-0.313	0.196	-0.041	-0.114	0.071	0.552	0.441	0.403	0.709	0.492
BOLIDEN	1.0811.2951.893					-0.024-0.119-0.239					0.2340.5780.485				
ELECTROLUX 'B'	1.002	1.237	1.073	1.319	1.424	-0.157	0.143	-0.034	-0.240	-0.213	0.541	0.428	0.272	0.561	0.271
ERICSSON 'B'	1.434	1.721	3.230	0.529	1.076	-0.092	-0.132	-0.138	-0.169	-0.043	0.597	0.678	0.741	0.431	0.290
GETINGE	0.6740.5980.9030.763					0.122-0.0680.3320.030					0.2840.3480.4540.218				
HENNES & MAURITZ 'B'	0.859	0.838	0.759	0.878	1.345	0.047	0.282	0.124	-0.028	-0.188	0.362	0.458	0.242	0.502	0.454
INVESTOR 'B'	1.239	0.908	1.216	1.215	1.251	-0.141	0.096	-0.097	-0.161	-0.178	0.727	0.556	0.754	0.734	0.729
KINNEVIK 'B'	2.0671.5810.783					-0.2170.1200.007					0.5910.6070.417				
LUNDIN															
PETROLEUM	1.1151.005					0.4580.246					0.6020.366				
MODERN TIMES GP.MTG 'B'	1.8861.8620.967					-0.120-0.051-0.102					0.4720.6980.381				
NOKIA (OME)	1.204					-0.155					0.086				
NORDEA_SE	0.8821.6701.425					-0.042-0.036-0.135					0.4170.7570.680				
SANDVIK	0.918	0.919	0.762	1.309	1.360	-0.047	0.192	0.022	-0.005	0.265	0.459	0.589	0.262	0.565	0.479
SECURITAS 'B'	0.5501.3130.6661.325					0.077-0.202-0.179-0.120					0.1870.5950.3330.492				
SEB 'A'	1.822	1.126	0.868	1.604	1.986	0.074	-0.179	-0.010	-0.211	-0.038	0.502	0.627	0.526	0.689	0.807
SKANSKA 'B'	1.510	0.493	1.195	1.751	1.093	-0.131	0.143	0.009	-0.222	-0.133	0.532	0.341	0.424	0.642	0.591
SKF 'B'	1.006	1.094	0.870	1.478	0.857	-0.287	0.192	-0.059	-0.107	0.202	0.604	0.405	0.265	0.603	0.408
SSAB 'A'	1.098	0.746	0.661	1.302	1.332	-0.072	0.189	-0.147	0.123	-0.011	0.668	0.500	0.371	0.584	0.417
SCA 'B'	0.732	1.032	0.318	1.018	1.168	-0.173	0.081	-0.097	-0.087	-0.135	0.564	0.552	0.135	0.575	0.415
SVENSKA HANDBKN.'A'	1.546	0.817	0.653	1.201	1.283	0.065	-0.032	-0.021	-0.172	-0.123	0.621	0.598	0.390	0.525	0.645

SWEDBANK 'A'	0.7111.9461.173					-0.087-0.2040.140					0.5200.5970.591				
SWEDISH MATCH	-0.1350.2840.234					0.0740.0600.085					0.1070.2450.115				
TELE2 'B'	1.4631.3780.419					-0.0390.0530.265					0.4610.5710.303				
TELIASONERA	0.7350.487					-0.0410.004					0.4340.292				
VOLVO 'B'	1.111	0.734	1.172	1.768	1.601	0.129	0.152	-0.023	-0.037	0.244	0.650	0.345	0.488	0.679	0.502
Gennemsnit	0.936	0.845	1.013	1.118	1.043	-0.032	0.042	-0.025	0.008	0.037	0.454	0.421	0.398	0.528	0.415

Litteraturliste

- Ackert, L. F. & Deaves, R., 2010. *Behavioral Finance - Psychology, Decision Making, and Markets*. Mason: South-Western, Cengage Learning.
- Amihud, Y., Mendelson, H. & Heje Pedersen, L., 2013. *Market Liquidity*. s.l.:Cambridge University Press.
- Ayyub, B. M. & McCuen, R. H., 2003. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*. 2nd Edition red. s.l.:Chapman & Hall/CRC Press LLC.
- Baig, M., 2013. Relationship between Gold and Oil prices and Stock Market Returns. *Acta Universitatis Danubius*, 9(5).
- Ball, P., 2013. Counting Google searches predicts market movements. *Nature*, Issue April 26.
- Black, F., 1993. Beta and Return. *The Journal of Portfolio Management*, Årgang Vol. 20, pp. s. 8-18.
- Black, F., Jensen, M. C. & Scholes, M., 1972. The Capital Asset Pricing Theory: Some Empirical Tests. I: M. C. Jensen, red. *Studies in the Theory of Capital Markets*. s.l.:Praeger Publishers Inc..
- Bodie, Z., Kane, A. & Marcus, A. J., 2014. *Investments*. 10th edition red. Berkshire: McGraw-Hill.
- Bollerslev, T., 1986. Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics* 31 (3): 307–327, Årgang 31, pp. 307-327.
- Brealey, R. A., Meyers, S. C. & Allen, F., 2014. *Principle of Corporate Finance*. 11th edition red. Berkshire: McGraw-Hill.
- Christensen, M. & Pedersen, F., 2009. *Aktieinvestering*. 3. udgave red. København: Jurist- og Økonomforbundets Forlag.
- Durbin, J. & Watson, G. S., 1971. Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression. III. *Bimetrika*, Årgang 58, pp. 1-19.
- Engle, R. F., 1982. Autoregressive Conditional Heteroscedacity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, Årgang 50, pp. 987-1007.
- Fama, E. & French, K., 1992. The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, pp. 427-465.

- Fama, E. & French, K., 1993. Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds. *Journal of Financial Economics*, pp. 3-56.
- Fama, E. & French, K., 2014. A Five-Factor Asset Pricing Model. *Working paper*, pp. 1-52.
- Fama, E. & MacBeth, J. D., 1973. Risk, Return, and Equilibrium: Empirical Tests. *Journal of Political Economy*, Vol. 81(No. 3), pp. 607-637.
- Farsio, F. & Shokoofeh, F., 2013. The Stock Market/Uemployment Relationship en USA, China and Japan. *The International Journal of Economics and Finance*, 5(3).
- Filer, R., Hanousek, j. & Campos, N., 1999. Do Stock Markets Promote Economic Growth?. *Working Paper*, Issue 267.
- Fillis, G., Degiannakis, S. & Floros, C., 2011. Dynamic correlation between stock prices and oil prices. *Int. Review of Financial Analysis*, 20(3), pp. 152-164.
- Gujarati, D. N., 1978. *Basic Econometrics*. New York: McGraw-Hill.
- Levine, R. & Zervos, S., 1998. Stock Markets, Banks and Economic Growth. *The American Economic Review*, 88(3), pp. 537-558.
- Lintner, J., 1965a. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, vol. 37(nr. 1), pp. s. 13-37.
- Lintner, J., 1965b. Security Prices, Risk, and Maximal Gains from Diversification. *The Journal of Finance*, Vol. 20(nr. 4), pp. s. 587-615.
- Markowitz, H., 1952. Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, vol. 7(nr. 1), pp. s. 77-91.
- Mehra, R. & Prescott, E. C., 1985. The Equity Premium: A Puzzle. *Journal of Monetary Economics*, Årgang 15, pp. 145-161.
- Miller, M. H. & Scholes, M., 1972. Rates of return in relation to risk: a re-examination of some recent findings. I: M. C. Jensen, red. *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger Publishers.
- Mossin, J., 1966. Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, vol. 34(nr. 4), pp. s. 768-783.
- Ross, S., 1976. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, Årgang Vol. 13, pp. 341-460.
- Sharpe, W. F., 1964. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, Vol. 19(Issue 3), pp. s. 425-442.
- Sharpe, W. F., 1970. *Portfolio Theory and Capital Markets*. Stanford: McGraw-Hill.
- Thawornwong, S. & Enke, D., 2004. *Forecasting Stock Returns with Artificial Neural Networks*. s.l.:IRM Press.