

En aktivallokeringsmodel baseret på de danske pensionskassers investeringsunivers

(An asset allocation framework based on the investment universe of Danish pension funds)

Anders Thalund Boll

&

Christina Fie Aalund Larsen

Vejleder: Lisbeth Funding la Cour ved Økonomisk Institut

Copenhagen Business School

Cand.merc.FIR - Finansiering & Regnskab / MSc in Finance & Accounting

August 2011

Antal tegn: 264.614 svarende til 116,3 normalsider

Abstract

In this thesis we develop an asset allocation model. The framework for this model involves using past returns to produce forecasts of expected returns for 16 asset classes, representing the investment universe for Danish pension funds.

The turmoil of 2007/2008 is just one among many financial crises over the past 30 years. These events with low probability but high impact can, and should, challenge conventional ideas about portfolio construction. We will never be able to predict when such events will occur and how bad they will be. However, we do know, that we empirically observe such events with much greater frequency than current models allow for. Our concern is not the risk of assets going down 5% but the sort of risk that can wipe you out. In financial literature it is called tail risk.

Modern portfolio theory teaches us that, for a rational investor, the goal is to hold a portfolio that achieves the highest risk-adjusted performance. Although our aim to maximize risk-return efficiency is fully consistent with financial theory, successful implementation of the theory depends not only on its conceptual grounds, but also on the reliability of the assumptions to the model.

In part II of the thesis we investigate and find three specific weaknesses in conventional risk assessment, which all leads to underestimation of portfolio risk. These findings support the need for a new asset allocation framework, because investors will gain a practical benefit: the potential to improve portfolio efficiency and resilience, in light of a clearer understanding of portfolio risk.

The model we have built is non-parametric, meaning that it does not rely on data belonging to any particular distribution, and that it does not assume that the structure of a model is fixed. Instead the model provides a method of simulating future returns scenario for each asset in the portfolio. This is done by using the empirical returns to forecast expected returns.

This model should be a tool, to be used by all kinds of investors with their personal investment universe, in the aim of understanding the risk taken. In this thesis we have used the Danish pension funds to construct the investmentuniverse.

Other empirical asset allocations framework has been made before ours. What is special in this thesis is that we use the model for, not only finding the optimal portfolio, consisting stocks and bonds, but we also add a second group of investments. In this thesis we call them alternative investments. This group of investments is especially hard to model, due to the lack of good indexes representing their true characteristics, and thereby the risk involved in these kind of investment.

With our model we find that adding or increasing the exposure to some of the alternative investments can benefit the overall portfolio efficiency for Danish pension funds. We found that, especially exposure to commodities should be very attractive for the Danish pension funds given their current allocation.

Abstract

In this thesis we develop an asset allocation model. The framework for this model involves using past returns to produce forecasts of expected returns for 16 asset classes, representing the investment universe for Danish pension funds.

The turmoil of 2007/2008 is just one among many financial crises over the past 30 years. These events with low probability but high impact can, and should, challenge conventional ideas about portfolio construction. We will never be able to predict when such events will occur and how bad they will be. However, we do know, that we empirically observe such events with much greater frequency than current models allow for. Our concern is not the risk of assets going down 5% but the sort of risk that can wipe you out. In financial literature it is called tail risk.

Modern portfolio theory teaches us that, for a rational investor, the goal is to hold a portfolio that achieves the highest risk-adjusted performance. Although our aim to maximize risk-return efficiency is fully consistent with financial theory, successful implementation of the theory depends not only on its conceptual grounds, but also on the reliability of the assumptions to the model.

In part II of the thesis we investigate and find three specific weaknesses in conventional risk assessment, which all leads to underestimation of portfolio risk. These findings support the need for a new asset allocation framework, because investors will gain a practical benefit: the potential to improve portfolio efficiency and resilience, in light of a clearer understanding of portfolio risk.

The model we have built is non-parametric, meaning that it does not rely on data belonging to any particular distribution, and that it does not assume that the structure of a model is fixed. Instead the model provides a method of simulating future returns scenario for each asset in the portfolio. This is done by using the empirical returns to forecast expected returns.

This model should be a tool, to be used by all kinds of investors with their personal investment universe, in the aim of understanding the risk taken. In this thesis we have used the Danish pension funds to construct the investmentuniverse.

Other empirical asset allocations framework has been made before ours. What is special in this thesis is that we use the model for, not only finding the optimal portfolio, consisting stocks and bonds, but we also add a second group of investments. In this thesis we call them alternative investments. This group of investments is especially hard to model, due to the lack of good indexes representing their true characteristics, and thereby the risk involved in these kind of investment.

With our model we find that adding or increasing the exposure to some of the alternative investments can benefit the overall portfolio efficiency for Danish pension funds. We found that, especially exposure to commodities should be very attractive for the Danish pension funds given their current allocation.

Litteraturliste

1. Introduktion	4
1.1 Indledning.....	4
1.2 Problemformulering.....	5
1.3 Afgrænsning	8
1.4 Opgavens videnskabsteoretiske vinkel	9
1.5 Afhandlingens opbygning og struktur	10
DEL I – Den danske pensionssektor	
2. Pension	12
3. Pensionskassernes investeringsunivers	13
3.1 Aktivallokeringen	13
3.2 Lovmæssige begrænsninger	15
DEL II - Teorierne bag aktivallokering	
4. Strategisk aktiv allokering.....	17
5. Porteføljeteorien	18
5.1 De første grundsten i den moderne porteføljeteori.....	18
5.1.1 Den efficiente rand.....	20
5.2 The Capital Asset Pricing Model (CAPM).....	21
5.2.1 Systematisk og usystematisk risiko	23
5.3 Antagelserne for den moderne porteføljeteori.....	24
5.3.1 Normalfordelingen.....	25
5.3.2 Normalfordelingens fire momenter.....	26
5.3.3 Autokorrelation	30
5.3.4 Konstante korrelationer.....	32
6. Udvikling og problemløsning i den moderne porteføljeteori.....	33
6.1 Forventet afkastet	33
6.2 Varians.....	34
6.3 Kovarians korrektioner	35
6.4 Sorte svaner og porteføljeteori	36

DEL III - En empirisk model med de danske pensionskasser som case studie	
7. De udvalgte pensionskasser og deres allokering	37
7.1 Indsamling af data	38
7.1.1 Dataperiode	38
7.2 Pensionskassernes allokering	39
8. Indeks	41
8.1 Hvad karakteriserer et godt referenceindeks?	42
8.2 Typer af indeks	43
8.3 Obligationsindeks	44
8.3.1 Danske statsobligationer	46
8.3.2 Statsobligationer udviklede lande	46
8.3.3 Danske realkreditobligationer	47
8.3.4 Indeksobligationer	47
8.3.5 Investment Grade kredit	49
8.3.6 High Yield obligationer	49
8.3.7 Emerging Markets obligationer	49
8.4 Indeks for børsnoterede aktier	50
8.4.1 Danske aktier	50
8.4.2 Globale aktier	51
8.4.3 Emerging Markets aktier	52
8.5 Alternative investeringer	52
8.5.1 Indeks for alternative investeringer	54
8.5.2 Korrigere afkastserier	55
8.5.3 Ejendomme	56
8.5.4 Skov	61
8.5.5 Råvarer	65
8.5.6 Infrastruktur	66
8.5.7 Hedge-fonde	66
8.5.8 Private equity	70
8.6 Oversigt over referenceindeks	71
9. Test af aktivklassernes afkastserier	73
9.1 Afkast antages uafhængige	73
9.2 Afkast antages normalfordelte	75
9.3 Korrelationer antages konstante	79

9.4 Testresultater	82
10. Implementering af testresultaterne	83
10.1 Rensning for autokorrelation	83
10.2 Ikke normalfordelinger	85
10.3 Ikke konstante korrelationer	85
11. Risikomål	87
11.1 Value at Risk (VaR)	87
11.2 Expected Shortfall (ES)	88
12. En empirisk model	90
12.1 Historisk simulation	90
12.2 Bootstrapping	92
12.2.1 Antagelser for bootstrapping metoden	93
12.2.2 Definition af stresset og ustresset markeder	95
12.2.3 Afkast sammenligning for simulerede og historiske afkast	98
12.3 Opsummering af modellen	99
13. Forventet afkast	100
13.1 Risiko belønnes lineært	101
13.2 Estimering af forventet afkast i modellen	102
13.3 Modellen	105
14. Optimal allokering på den efficiente rand	106
14.1 Den efficiente rand	106
14.1.1 Restriktioner på allokeringsprocessen	107
14.2 Pensionskassernes placering i forhold til den efficiente rand	108
14.3 Modellens hjørneløsning	109
14.4 En mere optimal aktivallokering	111
15. Backtesting	115
16. Videre arbejde med modellen	120
DEL IV – Konklusion	
17. Konklusion	121
18. Litteraturliste	124
Appendiks A	130
Oversigt over Appendiks B	144

1. Introduktion

1.1 Indledning

Omfanget af den finansielle krise kom bag på mange - sikkert også flere end de der vil indrømme det, og porteføljer tabte store værdier over få måneder.

Det er nemlig ikke risikoen for at en aktie eller portefølje falder 5% der er rigtig interessant, men den risiko der kan hive tæppet væk under hele formuen. Denne risiko kaldes i finansiell teori ”hale risiko”¹.

Det er fejlen ved at undervurdere risikofyldte investeringer som vi bør lære af. Om vi vil og kan er et andet spørgsmål, men bør vi i det mindste ikke forsøge?

Nassim N. Taleb beskæftiger sig med sandsynligheden for, at en begivenhed indtræffer hvilket han blandt andet har skrevet om i bogen *The Black Swan*. Navnet ”Black Swan” stammer fra historien om, hvordan man inden Australiens opdagelse var overbevidst om, at alle svaner var hvide, idet det var bevist gennem empiriske observationer. Historien illustrerer i sin enkelthed begrænsningerne ved induktiv metode, det vil sige, at vi drager en generel konklusion på baggrund af vores observationer og erfaringer. Historien hjælper os til at forstå, at vores viden er situeret i tid og rum – viden er med andre ord skrøbelig og foranderlig. Blot én observation kan revurdere en generelt accepteret forståelse, som er fremkommet gennem millioner af andre observationer. Alt du behøver, er en enkelt sort fugl².

Taleb (2007) definerer Black Swan begivenheder som: 1) en *outlier*, fordi intet i fortiden kan fortælle om begivenhedens sandsynlighed for at indtræffe, 2) har stor indflydelse (i modsætning til fuglen) og 3) på trods af begivenhedens status som outlier, søger forklaringer for dens opståen efter begivenhedens indtruffen, for at gøre den forklarlig og forudsigelig.

Her kan der med stor fordel tænkes på en række af de begivenheder, som på kort tid har destrueret store formuer. Problemet med disse begivenheder er netop, at vi ikke på forhånd kan beregne deres sandsynlighed for at indtræffe. Hvis vi forsøger, vil en model fortælle, at det (sandsynligvis) aldrig skulle være sket.

¹ James Montier (2011)

² Taleb (2007)

Det er nemlig ikke kun katastrofer som den finansielle krise eller eks. Fukushima Daiichi kraftværket, der er eksempler på begivenheder, der ikke kunne forudsiges. Oktober krakket 1987 på NYSE, siges at være et 21.6 standard afvigelse begivenhed. Dvs. at denne begivenhed i teorien sker hver $44 \cdot 10^{99}$ år, hvilket kan sammenlignes med at universet siges at være $13.7 \cdot 10^9$ år gammelt. . Ligeledes har vi den asiatiske valutakrise i oktober 1997, som statistisk set kun skulle kunne indtræffe ca. hvert 3 billioner år. Til sammenligning er vores planet ”kun” 2 billioner år gammel. Sagt på en anden måde; disse begivenheder burde aldrig være indtruffet, men det gjorde de. Modellerne vi bruger til at beregne risiko, er utilstrækkelige i forhold til at håndtere halerisiko, alene af den grund at aktiemarkederne ikke følger det mønster som modellerne antager.³

Ansatte på Welton Investment Corporation har studeret hale risiko, og fandt at, store tab, defineret som tab på 20% eller mere, sker omkring 5 gange så ofte som de modeller (de fleste benytter) kan forudsige⁴.

Selvom vi ikke ved hvornår disse Black Swan begivenheder vil komme, er fremtiden kontingent uforudsigelig, og derfor er det naturligt at antage at disse Black Swan indtræffer igen.

Selvom vi ikke kan kvantificere et enkelt mål for denne risiko og omfanget af begivenhederne, betyder det ikke, at vi ikke bør prøve. Vi bør i det mindste se på de modeller, som vi bruger til at optimere vores formuer efter, og se på de antagelser, som vi lægger til grund for modellerne.

Disse Black Swans, eller hale-risiko begivenheder, bringer altså et element af uforudsigelighed ind i porteføljeteorien. Vi har således brug for modeller, der kan hjælpe os til forstå den risiko, som de investeringer vi foretager os, er behæftet med.

1.2 Problemformulering

Formålet med specialet er at konstruere en aktivallokeringsmodel, der kan tage højde for eventuelle brud med en række af den moderne porteføljeteoris antagelser. Dette gøres med et ønske om bedre at kunne beskrive investors påtaget risiko ved porteføljevaltning

Harry Markowitz grundlagde i 1952 principperne for, hvad der i dag kendes som moderne porteføljeteori. Lidt forenklet går teorien ud på, at man med statistiske beregninger kan udregne porteføljer af aktiver, der er efficiente, dvs. som giver bedst muligt afkast for mindst mulig risiko.

³ Jensen, Rees & Ward (2011)

⁴ Jensen, Rees & Ward (2011)

I dag er porteføljeteori og modelprincipperne bredt anerkendte, og bruges som et vigtigt værktøj, af et bredt udsnit af aktører på de finansielle markeder - heriblandt pensionskasserne.

Som al anden finansiell teori er den moderne porteføljeteori bygget op om flere konventionelle antagelser, der empirisk syntes svære at opfylde. Vi har valgt at se nærmere på tre vigtige antagelser:

- 1) at afkast antages uafhængige
- 2) at afkast antages at være normalfordelte
- 3) at afkast har konstante korrelationsmatricer

At afkast antages uafhængige, betyder at aktivernes afkast er uafhængige fra periode til periode, populært beskrevet som havende "A Random Walk". I mange tilfælde har det dog vist sig ikke at være tilfældet, og man har derimod observeret serie- eller autokorrelation, hvilket betyder at afkast afhænger af tidligere perioders afkast.

Afkasts fordelingskarakteristik, antages at have en bestemt "form", beskrevet som normalfordelingen. De periodisk forekommende, og nu verdensomspændende kriser på de finansielle markeder, har sat denne normalfordelingsantagelse under pres. Empiriske afkastserier har nemlig vist sig at have en tendens til, at danne det man kalder "fede haler" i fordelingerne. Det sker når der observeres ekstreme (negative) afkast med en højere frekvens end normalfordelingen tillader det. Det betyder, at hvis normalfordelingen ikke er den korrekte til at beskrive afkastseriernes karakteristika, undervurderes den faktiske risiko for negative afkast.

Den sidste antagelse vedrører antagelsen om konstante korrelationer. Korrelation er et mål for i hvor høj grad to aktivers bevægelser er associerede. En lav korrelation, dvs. forskellige bevægelser, siges at være godt i porteføljesammenhæng, da det "beskytter" den samlede formue, også kaldet diversifikationseffekten. Antagelsen dikterer, at disse korrelationer mellem aktiver er konstante.

Vi så under den finansielle krise, hvordan alle aktiver tabte værdi samtidig. Det lader således til, at korrelationer ikke er konstante, og at de har en *positiv* samvariation med volatilitet. Hvis dette er tilfældet, mister en investor sin diversifikationseffekt når der er mest brug for den.

Således ser virkeligheden måske ikke ud som teorien forudsætter. Det kan føre til, at porteføljemanagere tager beslutninger, der er forkerte eller ikke optimale.

Uanset om vi kan be- eller afkræfte at kunne observere brud på de nævnte antagelser, er det vores mål med specialet, at bruge resultaterne fra disse tests til at sikre at modellen enten tager højde for dette, eller slet ikke bruger antagelserne.

Vi vil være tro mod teorien om den efficiente rand og diversifikation, men modellen vil blive lavet således, at den simulerer fremtidige afkast scenarier for hver valgt aktivklasse, på baggrund af de historisk realiserede afkastserier. Således antager vi ikke en række faste parametre eller en fast fordeling for afkastserierne. Ligeledes antages der ingen faste korrelationer, hvorved der tages højde for den ændrede korrelation i stresserede perioder omkring disse ”fede hale begivenheder”. En meget vigtig antagelse for vores model, bliver således at de historiske afkastseriers karakteristika (herunder risiko) kan bruges som pejlepunkt for fremtiden

Resultatet for modellen vil kunne afbilledes i et afkast-risikodiagram, hvor de optimale porteføljer danner det der kaldes en efficient rand. I et sådan diagram vil investor kunne placere sin aktuelle formue og se hvor langt denne ligger fra de optimale porteføljer. Modellen skal således kunne fungere som et værktøj, således at en investor kan se hvilke aktivklasser der kunne øge efficiensen af den nuværende portefølje.

For at have et investeringsunivers at arbejde indenfor, har vi valgt at benytte de danske pensionskasser som case studie. Udover at de spiller en voksende rolle for samfundsøkonomien, idet den samlede pensionsformue udgør mere end det danske brutto nationale produkt (BNP), har de som kapitalforvaltere også en række karakteristika, der gør dem til en spændende type investor for modellen. Det skyldes, at de investerer i en bred række aktivklasser, relativt til de fleste private investorer, der oftest ikke har adgang til eks. private equity fonde eller skovinvesteringer. Andre ikke lignende modeller, optimere som udgangspunkt på baggrund af afkastserier fra aktier og obligationer. Det vil derfor være specialets bidrag at inddrage disse specielle aktiver, vel vidende at det vil give en række udfordringer i forbindelse med at finde et repræsentativt referenceindeks. Det er nemlig disse investeringer, også kaldet ”alternative investeringer”, som vi tror, kan være yderst interessante i en portefølje. Det skyldes at de forventes, at have andre karakteristika end aktier og obligationer, og derfor kan give en øget diversifikation og dermed øge efficiensen i en portefølje.

1.3 Afgrænsning

Der er flere tilgange når der arbejdes med porteføljesammensætninger. Som udgangspunkt er der to typer; strategisk aktiv allokering og taktisk aktiv allokering.

Strategisk aktiv allokering, går ud på at optimere porteføljesammensætning af aktivklasser, dvs. allokere hvor meget investor skal placere i aktier, obligationer, ejendomme, mm. Taktisk aktiv allokering går ud på at investor bedømmer og tager et bet på hvilke markeder eller sektorer der vil outperforme (diskretionær allokering) eller at investor forsøger at udnytte systematiske ineffektiviteter eller ubalancer i markedet (systematisk allokering). Vi vil i specialet kun koncentrere os om den strategiske aktivallokering.

James Tobin (1958) formulerede separationslæresætningen, der siger at porteføljekonstruktionen er en todelt proces, hvor investor først placere sine penge i risikofyldte aktiver (den strategiske allokering), for herefter at gøre brug af lånemarkedet, til at geare sin investering. Vi vil i specialet udelukkende koncentrere os om første del af processen. Vi har kun i sinde at konstruere den efficiente rand, men vil ikke tage højde for enkelte individers risikoforhold (nyttefunktion) eller låne muligheder.

Vi har valgt pensionskasserne som investortype og dermed deres investeringsunivers. Et par ting som er værd at bemærke i denne sammenhæng, er at vi kun interesserer os for deres overordnede aktivallokering for hele pensionsformuen.

Således koncentrerer vi os ikke om de enkelte pensionsmedlemmer, eller de enkelte pensionskassers produkter, samt den række af diskussioner der knytter sig til emnet om privatpension.

En meget stor del af deres arbejde med kapitalforvaltning er ikke blot afhængigt af aktivsiden, men i mindst lige så høj grad af passivsiden. Passivsiden hos et pensionsselskab består af de forpligtigelser som selskabet har i forhold til at udbetale penge til sine medlemmer, når disse går på pension. For at kunne lave en egentlig evaluering af pensionskassernes evne til at forvalte dets medlemmers penge, vil det være nødvendigt at tage passivsiden med i analysen. Det er dog kun specialets formål at koncentrere sig placeringen af en formue, aktivsiden, hvorfor vi ikke vil inddrage pensionskassernes passivside i vores aktiv allokerings model.

1.4 Opgavens videnskabsteoretiske vinkel

Før viden kan skabes, må man gøre sig klart ud fra hvilke præmisser forskningen sker. I det følgende præsenteres, hvad vi anser for vores undersøgelses ontologiske perspektiv – det vi hævder eksisterer, og vores epistemologiske perspektiv - hvorledes vi mener, der kan skabes viden om emnet aktivallokering.

Vi vil skabe sådanne præmisser ved at placere os inden for en kritisk realistisk virkelighedsforståelse, hvor vi antager, at vores model kobler underliggende *virkelige* strukturer, der kan forklare fænomenet investors påtaget risiko med udgangspunkt i empiriske observationer. Således er vores ontologiske perspektiv, at der eksisterer finansielle strukturer, således som porteføljeteorien antager⁵.

I nærværende speciale ønsker vi at konstruere en aktivallokeringsmodel, der forklarer investors påtaget risiko. Modellen skal ligeledes være et værktøj der kan præsentere hvilke aktivklasser, indenfor investeringsuniverset, der kunne være interessant at øge sin eksponering mod. For at skabe viden omkring antagelserne for teorierne, benytter vi indeks der repræsentere afkastudviklingen i de aktiver som danske pensionskasser allokerer deres formue til, hvilket er vores epistemologiske perspektiv.

I specialet arbejder vi med den kritisk realistiske forståelsesramme. Inden for kritisk realisme antager man at der findes en objektiv virkelighed, men vores adgang til den er subjektiv. Vi tager derfor også udgangspunkt i den analytiske metodesynsvinkel⁶, der har sin historiske forankring i den mekaniske fysiks verden. Det betyder, at alt skal kunne kvantificeres, med et mål om at kunne akkumulere viden over tid. Den videnskabelige ambition er at gøre den viden vi fremskaffer uafhængig af os, som observatører, også selvom vi ikke mener at det er 100% muligt.

Ud fra denne erkendelse arbejder vi med standardiserede måleredskaber, for at andre forskere har mulighed for at vurdere undersøgelsens validitet og reliabilitet⁷.

⁵ Buch-hansen & Nielsen (2005)

⁶ Heldbjerg (1997)

⁷ Bitsch og Pedersen (1999)

1.5 Specialets opbygning og struktur

Specialet er inddelt i fire dele, som vi kort vil præsentere.

Del I – Den danske pensionssektor

Første del af opgaven har til formål kort at beskrive den danske pensionssektor. Dette gøres for at forstå pensionskassernes rolle som en vigtig formueforvalter. Ligeledes har afsnittet til formål at beskrive pensionskassernes investeringsunivers og hvordan de adskiller sig fra andre investorer.

Del II – Teorien bag aktivallokering

Opgavens problemstilling udspringer af en hypotese om, at en række af de antagelser der ligger til grund for den moderne porteføljeteori, ikke kan stå distancen i empiriske tests. Derfor bliver det en naturlig del af opgaven at inddrage porteføljeteori og statistik.

Den moderne porteføljeteori vil være det mest præsenterede teoriområde. Idet brud på antagelserne om afkastfordelingernes karakteristika tager sit udgangspunkt i statistikken, er et afgrænset område indenfor statistik ligeledes vigtig.

Afsnittet har ligeledes til hensigt at præcisere hvad vi vil forsøge at gøre anderledes, i forhold til de modeller, der er blevet præsenteret i teoribøgerne på studiet. Vigtigt for afsnittet er konsekvenserne hvis de klassiske modellens antagelser ikke syntes at kunne verificeres i empiriske tests.

Afsnittet indeholder et afsnit om hvad der allerede er gjort for at optimere eller forbedre de klassiske teorier.

Del III – Modelbygning med den danske pensionskasse som case studie

Tredje del af opgaven er den absolut vigtigste brik, og tæller i omfang også for over 60%.

Denne del vil starte med at præsentere det indsamlede data fra de pensionskasser som vi har fået kontakt til, og som har været behjælpelige med fremskaffelsen af dette.

Udvælgelsen af et repræsentativt indeks er yderst afgørende for de senere fundne resultater og de konklusioner, vi herfra kan drage.

På alle udvalgte repræsentative indeks tester vi for vores hypotese om hvorvidt disse følger en normalfordeling, om afkastene er uafhængige og om korrelationer ændres i stressede perioder.

Resultaterne vil videre blive brugt til at lave aktivallokeringsmodel i Excel, der i stedet for at optimere på baggrund af statiske og standardiserede antagelser for afkastkarakteristika, vil optimere på baggrund af de empiriske afkastserier og disses karakteristika. Således vil vi, i de tilfælde hvor der findes evidens for at antagelserne ikke kan verificeres, søge at konstruere modellen således at den kan håndtere dette. Ved at inddrage disse ”anomalier” i porteføljeoptimerings-processen, mener vi, at der kan opnås en bedre forståelse af den påtaget risiko, og at der dermed kan konstrueres mere efficiente porteføljer.

Modellen vil i princippet kunne bruges som værktøj af en hvilken som helst porteføljeforvalter eller investor, men vi vil her bruge den til at undersøge hvor tæt de danske pensionskasser ligger på den simulerede efficient rand og se hvilke konklusioner vi kan drage herfra. Det er derfor vores hensigt, at benytte pensionskassernes investeringsunivers og på baggrund af referenceindeks for aktivklasserne, lave et øjebliksbillede af hvor optimale disse vægte er.

Del IV – Konklusion

Vi vil i det sidste afsnit opsummere de resultater vi er kommet frem til.

Appendiks til specialet

Til specialet hører to appendiks, A og B.

Appendiks A kan findes bagerst i specialet. Hvor der i opgaven refereres til et appendiks af typen A, vil dette være nummereret som det pågældende afsnit.

Appendiks B vedrører materiale samlet på en CD-rom, der er vedlagt på bagerste side af specialet. Bagerst i specialet findes en oversigt over indholdet i appendiks B.

DEL I – Den danske pensionssektor

Del I har til formål at præsentere den valgte investortype; pensionsforvalteren og deres formål og rolle i samfundet, samt at præsentere investeringsuniverset med de restriktioner det er pålagt.

Formålet er at give læser en bedre forståelse for valg af investortype, som case til den empiriske model. I denne forbindelse betyder det et fokus på pensionskassernes aktivallokering og risiko.

2. Pension

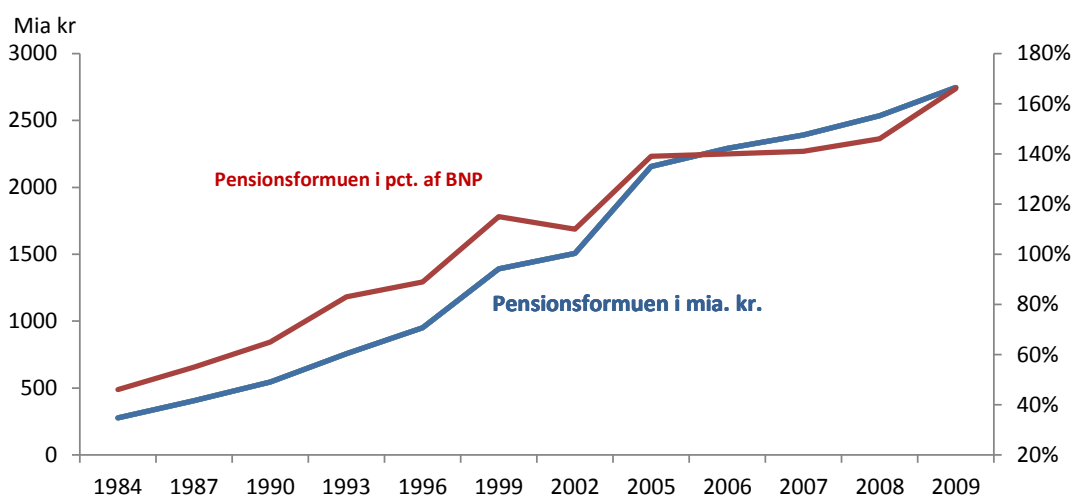
Den første lov om alderspension blev indført i 1891, hvor retten til pension var baseret på et individuelt skøn bestemt af staten.

I dag er det både staten (de lovbaserede pensioner: folkepension og førtidspension), arbejdsgiver (arbejdsmarkedspensionen) og den enkelte, som sørger for at oparbejde en formue til pensionsalderen⁸. Denne tredeling bliver også anbefalet af bl.a. OECD og Verdensbanken⁹.

Det er specielt udviklingen af arbejdsmarkedspensioner og forskellige former for skattebegunstigelser i forbindelse med pensionsindbetalinger, der har betydet, at den danske pensionsformue har været støt voksende over en længere årrække.

Senest offentliggjorte tal ultimo 2009 viser at den opsparingsbaserede formue er på 2.750 mia. kroner, hvilket har betydet en stigning på 895% siden 1984 (hvor opgørelsen starter)¹⁰.

Figur 2.1 - Udvikling i pensionsformuen fra 1984 til 2009



⁸ www.borger.dk

⁹ Rasmussen, A, mfl. (2009)

¹⁰ www.skm.dk

Siden slutningen af 1990'erne har pensionsformuen været større end landets Brutto National Produkt (BNP), og i dag udgør formuen ca. 1,6 gange af BNP.

Fordelingen mellem de forskellige pensioner forholder sig sådan, at arbejdsmarkedspensioner tegner sig for ca. 60% af formuen, mens de lovbestemte ordninger tegner sig for ca. 25%. De resterende 15% er pensionsopsparinger i pengeinstitutter og dermed de individuelle ordninger.

Størrelsen af pensionsformuen kombineret med øgede indbetalinger understreger, hvor vigtigt det er ikke bare for den enkelte dansker, men for hele velfærdssystemet at pensionskasserne er i stand til at allokere deres formue på den mest optimale måde og dermed opnå det bedst mulige afkast per given risiko.

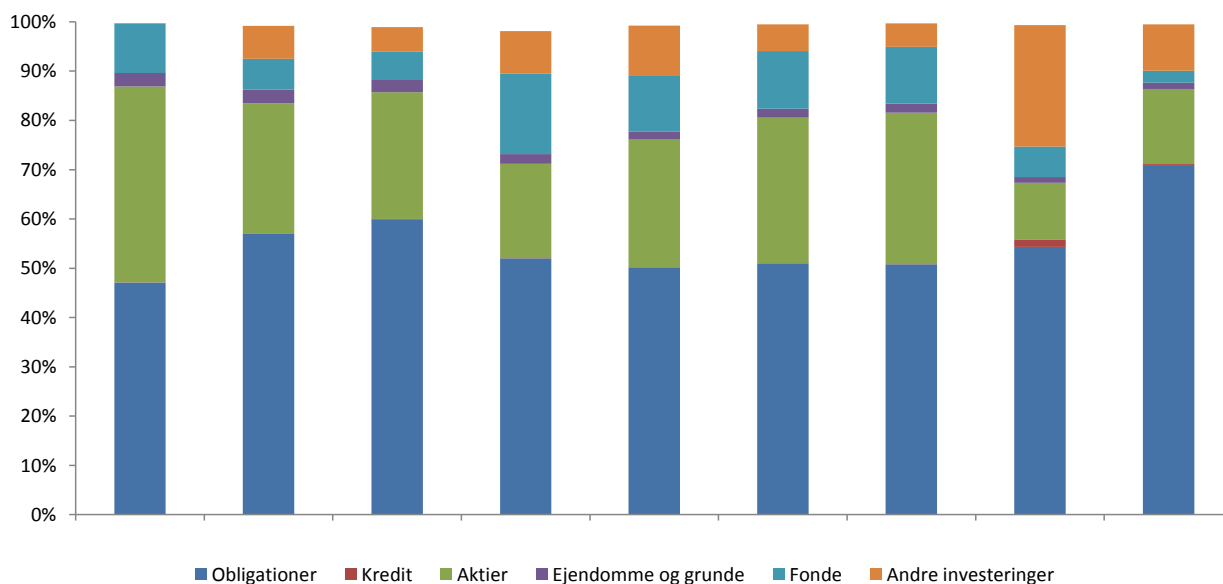
3. Pensionskassernes investeringsunivers

Pensionskassernes investeringsunivers spænder bredt sammenlignet med en privat investors portefølje. En privat investor vil som udgangspunkt holde aktier og obligationer samt have en relativ stor værdi bundet i deres eget hus (faktisk er folks bolig ofte den største og mest risikable investering). Pensionsforvalterne har, udover en stor andel placeret i aktier og obligationer, også allokeret en mindre del til den aktivgruppe der kaldes de alternative investeringer. Til denne gruppe hører blandt andet ejendomsinvesteringerne, private equity og hedge-fonde, men også investeringer i skov, infrastruktur og råvare er blevet en del af investeringsuniverset. Det er pensionskassernes relativt brede investeringsunivers, og mulighed for at udvide den, der gør dem interessante som case i aktiv allokeringssammenhæng.

3.1 Aktivallokeringen

I dette afsnit vil vi se lidt nærmere på den historiske aktivallokering i den danske pensionssektor. I denne sammenhæng er det vigtigt at notere sig, at ustabiliteten af allokering af formue til de forskellige aktivgrupper i de enkelte år, hvilket er afbilledet i figur 3.1.

Figur 3.1 - Udvikling i pensionsformuen fra 1984 til 2009



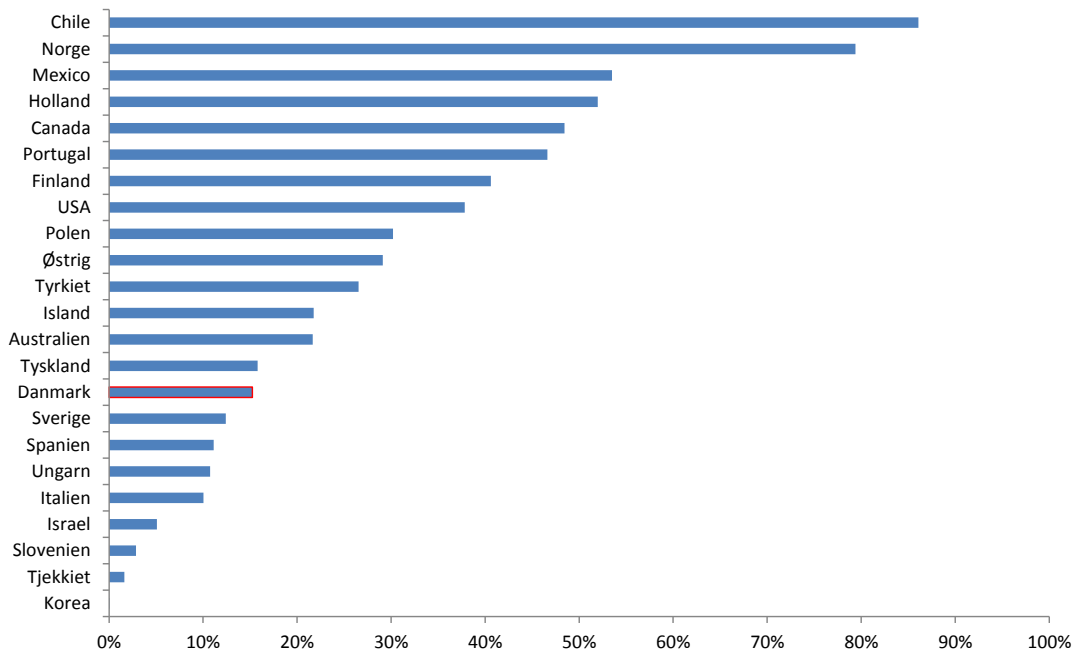
Tallene er udarbejdet af OECD¹¹, og de viser et billede af forholdet mellem de største aktivklasser. F.eks. havde pensionskasserne i gennemsnit i 2001 allokere 40% af deres formue til aktier og 47% til obligationer, mens det billede i 2009 bestod af 71% i aktier og 15% i obligationer. Også aktivgruppen; ejendomme og grunde har procentmæssig repræsenteret en ret varierende del af porteføljen. De meget varierende andele mellem aktivklasserne viser, at allokering ikke er en statisk proces, som ligger fast over tid.

En forklaring er, at der ikke er fundet én optimal model. Der bliver hele tiden udviklet nye teorier og modeller for den optimale porteføljesammensætning, som alle giver forskellige resultater afhængigt af bagved liggende teori, modelbygning, antagelser og ikke mindst pga. forskellig data. En anden forklaring er ganske enkelt, at allokeringen helt naturligt ændrer sig som en konsekvens af udviklingen i værdien i aktivgrupperne. Det er en naturlig følge, at hvis en aktivgruppe falder relativt mere i værdi end andre, således at markedsværdien for gruppen udgør en mindre andel, vil vægtene ændre sig relativt. I 2007 var der 30% allokere mod aktier, men da aktiekurserne faldt drastisk i 2008 (finanskrisen) reduceredes allokeringen til at være 15%.

Allokeringen er også ustabil når vi kigger uden for Danmark og sammenligner os med andre OECD lande. Eksponeringen mod de forskellige aktivgrupper er her meget forskellig. Figur 3.2 viser aktieeksponering i pensionssektoren fordelt på lande.

¹¹ www.oecd.org

Figur - 3.2. Andel af aktier i den samlede pensionsportefølje, i en række udvalgte OECD



Vi kan se at tallene har stor spredning, f.eks. ligger Chili med ca. 85% i aktier hvor Korea har 0%.

Det skal dog understreges, at der ikke er lavet nogen analyser af pensionsselskabernes passivside. Derudover kan der også kan være lovmæssige begrænsninger i form af allokering af aktiver i de forskellige lande. De danske reguleringer vil blive gennemgået i det følgende afsnit.

3.2 Lovmæssige begrænsninger

Pensionsselskaber i Danmark er underlagt særdeles omfattende reguleringer. Pensionssektoren er en af de mest regulerede erhverv i Danmark¹². Specielt inden for de sidste år, er antallet af reguleringer intensiveret. I dette afsnit vil vi kun gennemgå de reguleringer, der har indflydelse på aktiv allokering.

Lov om Finansiell Virksomhed (FIL) §§ 158-169 omhandler bestemmelserne for hvordan pensionsselskaberne må anbringe deres midler. Reglerne har til formål at sikre en spredning af risikoen, så pensionskasserne med større sandsynlighed kan imødekomme deres forpligtigelser over for modtagerne. Restriktionerne har således som intention at aktiverne skal være placeret på

¹² Rasmussen, A, mfl. (2009)

en sådan måde, at der ikke forekommer en uforholdsmæssig stor afhængighed af en bestemt type aktiver.

I FIL skelnes der mellem guldrandede aktiver, som primært er obligationer, og ikke guldrandede aktiver som primært er aktier. Der må max allokeres 70% af aktiverne i ikke guldrandede aktiver, mens der ikke er nogen øvre grænse for de guldrandede aktiver.

Yderligere må der kun placeres 10% af formuen i lande uden for Zone A¹³. Zone A lande er en række klassificerede lande såsom medlemslandene af EU, OECD og IMF. Det betyder, at denne restriktion typisk rammer investeringer i de såkaldte emerging markets.

Derudover er der grænser for valuta eksponering. Der må investeres 20% i aktiver sat i andre valutaer end danske kroner (DKK). De 80% i DKK kan erstattes op til 50% i Euro. Det giver samlet, at maksimalt 60 % af aktiverne kan placeres i andet end danske kroner. Det er dog meget svært at regulere sig ud af valutaeksponering. Hvis en dansk pensionskasse ønsker mere end 60% investeret i andre valutaer end dansk, kan de placere pengene i en dansk fond, som eks. investerer i emerging markets. På den måde er den direkte eksponering i danske kroner, mens den indirekte er eksponering i fremmed valuta.. Derfor er det til en hvis grad mulighed for at strække sig ud over grænserne.

Ovenstående restriktioner vil blive brugt senere i opgaven, når de danske pensionskasser benyttes som case studie for den empiriske model.

I denne del af specialet har vi kort gennemgået den danske pensionssektor, dennes investeringsunivers og et par af de restriktioner der knytter sig til allokeringsprocessen.

Næste del (Del II) vil blive en teoretisk gennemgang af den del af den moderne porteføljeteori, som opgaven tager sit udgangspunkt i og er inspireret af.

¹³ Medlemslandene i EU, andre lande, der er fulde medlemmer af Organisationen for Økonomisk Samarbejde og Udvikling (OECD), samt andre lande, som har indgået særlige låneoverenskomster med Den Internationale Valutafond (IMF) og er tilknyttet Den Almindelige Låneoverenskomst. Et land, der som følge af manglende betalingsevne omlægges sin udenlandske statsgæld, udelukkes fra zone A i en periode på 5 år.

DEL II - Teorierne bag aktivallokering

Specialets problemstilling om porteføljeoptimering har sine grundsten i porteføljeteorien og statistikken, hvorfor begge områder er relevante at præsentere.

Afsnittet har som formål at præsentere teorierne, samt de antagelser der ligger til grund for modellerne. Her er der lagt en betydelig vægt på at forklare, hvad konsekvenserne er for en investor, såfremt antagelserne bag modellerne ikke viser sig at kunne verificeres empirisk.

4. Strategisk aktiv allokering

Den strategiske aktivallokering kan inddeles i to trin. Det første trin består i at lave en porteføljesammensætning af aktivklasser, dvs. allokere hvor meget investor skal placere i aktier, obligationer, ejendomme, mm. Denne fordeling afgøres ud fra et risikomæssigt synspunkt. Det andet trin kaldes security selection eller stock picking, og indebærer at investor har en mere aktiv/dynamisk tilgang til at styre sin portefølje. Målet er at forbedre det risikojusterede afkast, ved at finde enkelt aktiver, der er undervurderet af markedet.

Vi har afgrænset os til kun at koncentrere os om første trin i den strategiske aktivallokering, da det er denne allokering der har vist sig absolut vigtigst til at forklare afkastet. Denne tilgang kaldes også top-downinddelingen. Empiriske studier viser, at op mod 90% af afkastet kan forklares ud fra den strategiske aktivallokering¹⁴.

Kernen i Strategisk Aktiv Allokering er at acceptere, at økonomier går op og ned. Aktivklasserne udvælges ud fra deres indbyrdes korrelationer ud fra tanken om at sprede risikoen. Den valgte strategi fastholdes uanset udsving i markederne. Ved at ignorere den psykologiske trang til at 'time' sine investeringer, opnår pensionsselskaberne en mere konstant risikospredning og dermed et mere stabilt afkast.

Strategisk aktivallokering bygger på antagelsen om at markederne er (rimelig) effektive dvs. korrekt prisfastsatte og at der ikke på sigt kan opnås merafkast ved at skifte mellem de enkelte aktivklasser (timing). Forsøg på at 'time' vil i bedste fald påføre betydelige handels- og transaktionsomkostninger i forbindelse med omlægningerne. Tit og ofte vil det medføre høj risiko eller ustabile afkast.¹⁵

¹⁴ Ibbotson and Kaplan (2000)

¹⁵ SparInvest (2007)

5. Porteføljeteorien

Den tilgang til porteføljesammensætning som vi vil koncentrere os om, er baseret på reward-risk analyser. Disse modeller bygger på, at porteføljesammensætninger har nogle kriterier; forventet afkast på porteføljen og porteføljens risiko, samt at større risiko kræver et større forventet afkast. Når det er sagt, står vi tilbage med et måleproblem for, hvordan vi finder det forventede afkast, og den risiko en investering er behæftet med¹⁶. I dette afsnit vil vi præsentere den del af porteføljeteorien som er relevant for specialet.

5.1 De første grundsten i den moderne porteføljeteori

De første grundprincipper for strategisk aktivallokering og moderne porteføljeteori stammer fra Markowitzs mean-variance model¹⁷. Udgangspunktet for teorien var at definere det forventede afkast for en portefølje, samt variansen som udtryk for porteføljens risiko. Det helt afgørende i artiklen *Portfolio Selection* var dog Markowitzs beskrivelse af den tredje dimension - diversifikationseffekten.

De grundlæggende to input til modellen er, som navnet tilsiger, mean og variance, som også kaldes forventet afkast og variansen, hvor sidste nævnte er betegnelsen for risiko målt som volatilitet i afkast. I målet for variansen indgår et tredje vigtigt input: korrelationerne mellem aktivklasserne.

Forventet afkast

Forventet afkast for en portefølje, $E(r_p)$, er givet som det vægtede gennemsnit, x_i , af aktivernes individuelle forventede afkast, $E(r_i)$ ¹⁸.

$$E(r_p) = \sum_{i=1}^N x_i E(r_i)$$

hvor $\sum_{i=1}^N x_i = 1$

Varians

Variansen giver en talstørrelse for hvor meget afkastene varierer fra det forventede afkast, og bruges som mål for risiko.

¹⁶ Ross, Westerfield & Jordan (2006)

¹⁷ Markowitz, Harry (1952)

¹⁸ Benninga (2008)

Variansen, $Var(r_p) = \sigma(r_p)^2$, er givet som summen af aktivernes vægtede varianser, $\sigma(r_i)^2$, plus et ekstra led som beskriver aktivernes samvariation udtrykt ved kovariansen, $Cov(r_i, r_j) = \sigma_{ij}$, og skrives som:¹⁹

$$\sigma(r_p)^2 = \sum_{i=1}^N (x_i)^2 \sigma(r_i)^2 + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N x_i x_j Cov(r_i, r_j)$$

hvor $\sum_{i=1}^N x_i = 1$

Et andet og endnu mere brugt mål for risikoen er porteføljens standardafvigelse. Standardafvigelse også betegnet som, $std(r_p) = \sigma(r_p)$ er blot variansen kvadreret²⁰:

$$\sigma(r_p) = \sqrt{\sigma(r_p)^2}$$

Kovariansen

Kovariansen, $Cov(r_i, r_j)$, som indgår i formelen for porteføljens varians, er et udtryk for i hvilken grad to aktivers afkast bevæger sig i forhold til hinanden. En positiv kovarians betyder at aktiverne bevæger sig i samme retning, og en negativ at de bevæger sig i modsat retning.

Kovariansen er produktet af aktivernes individuelle standardafvigelser og indbyrdes korrelation, ρ_{ij} , og er givet som²¹:

$$Cov(r_i, r_j) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$$

Korrelation

Korrelationen, ρ_{ij} er et mål for i hvor høj grad de to aktivers bevægelse er associerede. Korrelationskoefficienten kan variere fra -1 til +1, hvor -1 indikerer perfekt negativ korrelation, og +1 indikerer perfekt positiv korrelation. Det er altså fortegnet herfra, der bestemmer fortegnet for kovariansen.

Når man læser beskrivelserne for kovariansen og korrelation, lader disse til at være meget ens. Begge beskriver graden af ligheden i bevægelserne mellem to tilfældige, eller et sæt af tilfældige

¹⁹ Benninga (2008)

²⁰ Bodie, Kane & Marcus (2009)

²¹ Bodie, Kane & Marcus (2009)

variable. Det er derfor vigtigt at notere sig forskellene, nemlig at korrelationen er uden enhed, mens kovariansen har en enhed som opnås ved at multiplicere standardafvigelserne for variablene.

Diversifikationseffekten

På trods af måleproblemerne rent empirisk er det kovariansen og korrelationskoefficientens beskrivelse af aktivers samvariation, som gjorde at Markowitz skrev historie. Ifølge Markowitz, kan en sammensætning af aktivklasser mindske den overordnede porteføljerisiko, hvis blot aktivklasserne i porteføljen ikke har komplet samvariation. Jo dårligere aktiver samvarierer, jo bedre diversifikationseffekt skabes der. Diversifikationseffekten kommer til udtryk ved at porteføljens overordnede risiko reduceres, såfremt der tilføjes aktiver med lavere samvariation end den allerede eksisterende portefølje rummer.

Rent matematisk ses dette ligeledes af sidste led i variansformlen: $\sigma(r_p)^2 = \dots + 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=i+1}^N x_i x_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}$. Så længe korrelationen er mindre end 1, vil den samlede varians formindskes²². Jo lavere kovarians jo bedre, og den mest optimale diversifikation opnås såfremt aktiverne bevæger sig helt modsat af hinanden, som ved en korrelation på -1. Essensen er, at man ved diversificering opnår et højere afkast pr. risikoenhed.

5.1.1 Den efficiente rand

En efficient portefølje er en portefølje af risikofyldte aktiver, der til en given risiko giver højst muligt forventet afkast, eller omvendt en portefølje der til et givent forventet afkast giver lavest risiko. Ved at benytte ovenstående præsenterede formler, kan man med statistiske beregninger, udregne porteføljer af aktivklasser med forskellig risiko.

Matematisk har vi at gøre med et minimeringsproblem: For et givent afkast $E(r_p)$ er den efficiente portefølje vægtene der minimere porteføljevariansen, hvilket udtrykkes som:

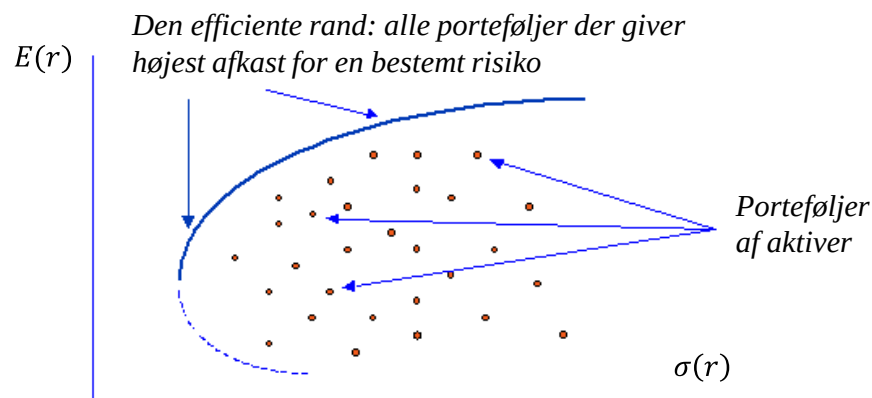
$$\min \sum_i \sum_j x_i x_j \sigma_{ij} = \text{Var}(r_p)$$

²² Bodie, Kane & Marcus (2009)

Resultatet er således vægtene, dvs. hvor meget der skal investeres i de enkelte aktivklasser for at løse optimeringsproblemet.²³

Grafisk kan det afbildes som i figur 5.1 hvor prikkerne afbilder porteføljer af aktiver. Da investorer antages at ønske mest mulig afkast for mindst mulig risiko er det mest ønskværdigt at befinde sig mod øvre venstre hjørne. Konsekvensen for investor bliver enten at vælge at mindske sin risiko, eller at opnå et merafkast ved samme risikoniveau som før diversificeringen.

Figur 5.1 – Den efficiente rand



De yderst liggende kombinationer af porteføljer ”tegner” tilsammen det, der kaldes den efficiente rand. Den portefølje med absolut lavest varians kaldes for minimum varians porteføljen.

5.2 The Capital Asset Pricing Model (CAPM)

12 år efter Markowitz lagde de første byggesten, blev CAPM modellen udviklet af William Sharpe, John Lintner og Jan Mossin.

Praktikere er som regel ikke begejstrede for CAPM, men modellen giver en god ramme for, hvad der kan forventes af fremtidige afkast og prisfastsættningen af aktiver under ligevægt.

Som et vigtigt led i udviklingen af CAPM, introducerede Tobin (1958)²⁴ med artiklen, *Liquidity Preference as Behavior Towards Risk*, det risikofrie aktiv. Det risikofrie aktiv anses for en alternative placering i noget risikofrit, og bruges til at vurdere hvor meget investor får ekstra ved en risikofyldt placering i et aktiv. Den grafiske/illustrative fortolkning af disse

²³ Benninga (2008)

²⁴ Tobin, J (1958)

placeringsmuligheder kaldes også Capital Allocation Line, CAL. En vigtig antagelse for modellen er, at uanset præferencer ønsker investor at maksimere sit afkast pr. optaget risiko.

Denne reward-risk sammenhæng kaldes Sharp ratio:

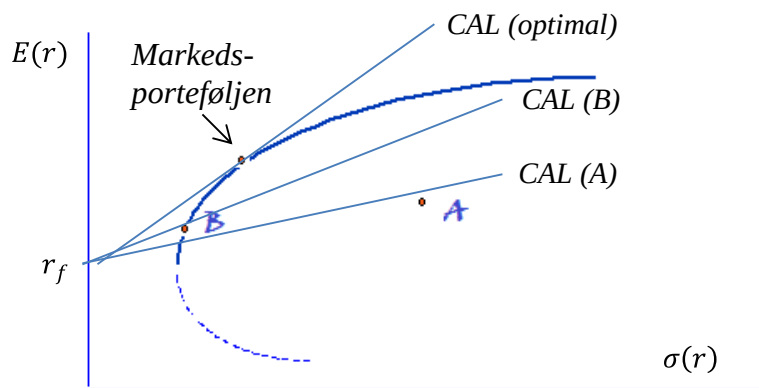
$$S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

Den placeringsmulighed der giver bedst afkast pr. optaget enhed, dvs. har den største Sharp ratio, kaldes tangentporteføljen eller markedsporteføljen.

$$\text{Max}_{w_i} S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p}$$

Resultatet er vægtningen i de enkelte aktivklasser, hvor $\sum w_i = 1$

Figur 5.2 – Den efficiente rand



Vi bruger minimum varians porteføljen og markedsporteføljen som redskab til at konstruere den efficiente rand.

5.2.1 Systematisk og usystematisk risiko

Når man taler om enkelt aktivers totale risiko, er det blevet en naturlig sag at skildre mellem den systematisk og usystematisk risiko. Denne skildring præsenteres af single-indeks modellen.

Modellen er baseret på en antagelse om, at de fleste aktiver har en positiv kovarians, fordi de alle responderer på makroøkonomiske faktorer. Nogle firmaer er dog mere følsomme end andre overfor disse faktorer. Denne følsomhed kaldes typisk beta, β_i , og er den systematiske risiko.

De makroøkonomiske faktorer kan eks. være renter eller fald i BNP. Påvirkninger som rammer alle aktivklasser bredt. Det kan også være ekstreme begivenheder som den finansielle krise eller terrorangrebet 11. september 2001. Da alle aktiverne rammes på samme måde, er det ikke muligt at bortdiversificere denne risiko ved at sammensætte porteføljer af forskellige aktiver.

Usystematisk risiko er derimod unik og speciel for det underlæggende aktiv. Denne specifikke risiko kan bortdiversificeres ved at inddrage andre aktiver til porteføljen, der er eksponeret mod andre risici.

Teorien siger derfor, at diversifikation på en portefølje er begrænset, således at investor kun kan bortdiversificere den usystematiske risiko. Konsekvensen bliver, at investor også kun kan kræve en præmie (et afkast) for den systematiske risiko. Hvorvidt det er tilfældet, og den rigtige måde at beregne forventet afkast på, fortsætter vi en diskussion om i DEL III, hvor vi argumenterer for valg af mål for forventet afkast.

Da nogle aktiver er mere følsomme overfor makroøkonomiske faktorer, er det i mange tilfælde hensigtsmæssigt at estimere denne følsomhed. Ved at benytte single indeks analysen, estimeres hvor meget af afkastet, der kan forklares ud fra markedsbevægelser. Modellen eller metoden antager, at disse makrofaktorer kan repræsenteres af et bredt markedsindeks af aktiver.

Parametrene ved regressionen giver formelen for single indeksmodellen:

$$E(r_i) - r_f = \alpha_i + \beta_i ((r_m) - r_f) + \varepsilon_i$$

Hvor $E(r_i)$, er aktivets afkast, r_f er den risikofrie rente, r_m er afkastet på markedsporteføljen, α_i er det overnormale afkast og ε_i er residual afkastet, der antages normalfordelt.

Følsomheden estimeres ved at regressere²⁵ excess return på aktivet, $R_i = E(r_i) - r_f$, mod excess return for markedsindekset, $R_m = E(r_m) - r_f$, også kaldet markedets risikopræmie. Sammenhængen mellem disse to størrelser (hældningen) svarer til aktivets markedsfølsomhed, β_i . Markedet har per definition en beta på 1.²⁶

5.3 Antagelserne for den moderne porteføljeteori

Empiriske undersøgelser har flere gange vist, at teorierne ikke beskriver den endelige sandhed, hvorfor porteføljeoptimering er et stadig meget diskuteret emne, der hele tiden giver anledning til meget teoretisk og praktisk kritik.

Udfordringen ved porteføljeoptimering er at vi hele tiden prøver at estimere på fremtiden. Vi ved bare ikke, hvilken risiko vi vil komme til at påtage os, og hvad vi vil modtage i afkast.

Der findes ingen teori, der kan give et mål for hvor ofte og hvor vigtige udslagsgivende events vil være i fremtiden.²⁷

Problemet for modellerne i porteføljeteorien er de antagelser, som ligger til grund for modellerne. En vigtig antagelse er blandt andet, at den antager, at forventet afkast og standardafvigelsen er de korrekte mål til at beskrive udviklingen i afkast serier. Ved at bruge middelværdi og varians på afkastene antages det, implicit at aktivernes afkastserier følger en normalfordelings udseende. Men hvis afkastene ikke er normalfordelte, bliver variansen ikke den korrekte mål til at beskrive den tilhørende risiko. Et andet problem er, at den moderne porteføljeteori antager at afkastet er uafhængigt fra periode til periode, samt at korrelationerne mellem aktiverne er konstante.

Der kan være mange afkastserier, hvor disse antagelser ikke kan verificeres, og man bør derfor være klar over hvilken fejlagtig indflydelse, det kan få på ens beregninger og nøgletal. Vi vil i det følgende afsnit beskrive de tre mest grundlæggende antagelser, og i denne forbindelse fokuserer på de konsekvenser der følger, såfremt de ikke er retvisende for den faktiske udvikling i afkast.

²⁵ Der er en fundamental forskel på regression og korrelation der bør nævnes. I en regressionsanalyse forsøger man at forudsige en gennemsnitlig værdi på baggrund af en anden fast værdi. I en korrelationsanalyse måler man den lineære styrke mellem to tilfældige variable, og antager ikke en afhængig og forklarende variabel. Damodar & Porter (2009)

²⁶ Bodie, Kane & Marcus (2009)

²⁷ Bodie, Kane & Marcus (2009)

De tre antagelser er:

- Afkast antages at være normalfordelte.
- Afkast antages uafhængige fra periode til periode.
- Afkastserier antages at have konstante korrelationer.

Vi vil i denne forbindelse fokusere på de konsekvenser det har, såfremt antagelserne ikke er retvisende for den faktiske udvikling i afkast.

5.3.1 Normalfordelingen

Normalfordelingen er en af de vigtigste sandsynlighedsfordelinger. Cardano og Pascal var omkring 1650'erne, de første til at definere sandsynlighedsfordelingen der beskriver det antal udfald, en bestemt værdi/begivenhed kan forventes at forekomme.²⁸ Det klassiske eksempel er et spil med terninger, hvor terningerne anses for "fair", idet der er lige stor sandsynlighed for hvert udfald.

Værdien af fordelingsfunktionen $F(X)$ i et punkt x , er defineret som sandsynligheden for at den betragtede stokastiske variabel X , højst er x , altså:

$$F(X) = P(X \leq x)$$

hvor P er sandsynlighedsmålet.

En sandsynlighedsfordeling kan skræddersys til den pågældende situation, men oftest anvendes standardfordelinger såsom normalfordelingen der er kendt for sin klokkelignende form.

Normalfordelingen er en symmetrisk kontinuerlig fordeling, hvor afkastene i fordelingen kan antage alle værdier fra negativt til positivt uendeligt. Normalfordelingen bruges således som en "model" for hvordan afkastet for en tilfældig variable (her afkast), placerer sig omkring et gennemsnit og med en symmetrisk fordeling, omkring dette gennemsnit. En tilfældig variabel, X , siges at være normalfordelt hvis den følger formen²⁹:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right), \quad -\infty < x < \infty$$

²⁸ Jorion, P (2000)

²⁹ Gujarati & Porter (2009)

I en investeringsmæssig sammenhæng er normalfordelingen ligeledes et meget anvendt værktøj til at beskrive fordelingen af kvantitativt data, ligesom mange finansielle modeller antager normalitet i afkast. Det skyldes primært at fordelingen er simpel at arbejde med, og dermed nem at håndtere.

5.3.2 Normalfordelingens fire momenter

Normalfordelingen kan beskrives med fire momenter. Det første moment er gennemsnittet, som i finansielle teori også kaldes forventet afkast. Det andet moment er standardafvigelsen og det man bruger som mål for risikoen.

Tredje og fjerde moment kaldes henholdsvis skævhed og kurtosis og bruges til at beskrive hvor meget afkastseriens fordeling divergerer fra ”normalen”³⁰.

Forventet afkast og standardafvigelse

Det forventede afkast er et simpelt gennemsnit af de observerede afkast, mens standardafvigelsen er et mål for spredningen på afkastene omkring dette gennemsnit.

I en normalfordeling antager man, at afkastene forekommer symmetrisk omkring fordelings middelværdi. Det betyder at sandsynligheden for at opnå et givent positivt afkast større end middelværdien, er den samme, som sandsynligheden for at opnå et afkast mindre end middelværdien. Investeringsmanagere foretrækker afkast, der er normalfordelte, da det populære risikomål standardafvigelse i så fald er tilstrækkeligt som risikomål. En anden nyttig funktion ved denne fordeling er, at det er en stabil funktion. Hvis man tager summen af flere uafhængige variable, som alle er normalfordelte, så er summen af fordelingerne også normalfordelt³¹³².

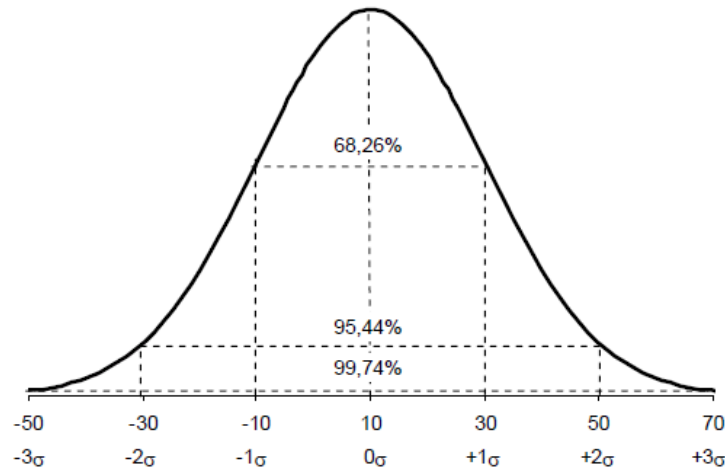
³⁰ Rachev, Menn, & Fabozzi (2005)

³¹ Frabozzi, Menn & Rachev (2005)

³² Bodie, Kane & Marcus (2009)

Figur 5.3 en grafisk afbildning, af et eksempel på en normalfordeling med middelværdi $\mu = 10\%$, og standardafvigelse $\sigma = 20\%$.

Figur 5.3 – Normalfordeling



Af figuren ses det, at fordelingen har sit toppunkt i middelværdien, og at frekvensen af observationerne falder symmetrisk jo længere væk fra middelværdien de ligger. 68,26 % af alle observationer falder inden for ± 1 standardafvigelse fra middelværdien, 95,44 % falder inden for ± 2 standardafvigelser og 99,74 % inden for tre standardafvigelser. Fordelingens udseende vil variere afhængigt af hvilke værdier de to momenter (middelværdi og standardafvigelse) antager. En lav standardafvigelse vil have mere centreret værdier omkring middelværdien, mens en høj standardafvigelse vil give mere spredte værdier. De bærer dog stadig den symmetriske form. Fordelingsfunktionen skrives som:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot \exp^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$

Hvor kun middelværdi og standardafvigelse er ubekendte faktorer.

Da afkast ikke altid følger en normalfordeling, har vi brug for statistiske begreber til at beskrive hvor meget fordelingen divergerer fra "normalen". Her bruger vi det tredje og fjerde moment skævhed og kurtosis på dansk kaldet topstøjhed.

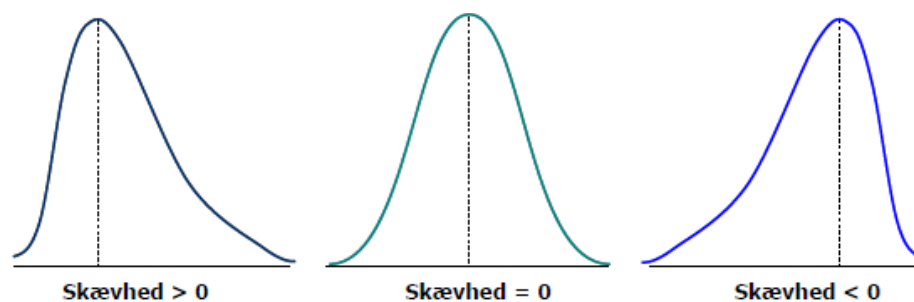
Skævhed

Skævheden er et udtryk for, hvor *symmetrisk* afkastene fordeler sig omkring fordelings gennemsnit. En skævhed forskellig fra 0 betyder, at der er en afvigelse af symmetri i afkastserien. Skævheden på en fordeling er defineret som:

$$Skævhed = \frac{E[r(s) - E(r)]^3}{\sigma^3}$$

Typen af skævhed kan inddeles i tre grupper; højreskæv, symmetrisk og venstreskæv. Den symmetriske er den normalfordelingen antager sin form efter, hvor skævheden er fast defineret som 0. Den højreskæve fordeling er kendetegnet ved, at den højre ”hale” er længere end den venstre, hvilket giver en positiv skævhed. Tendensen opstår ved at der er flere ekstreme positive afkast end negative, og at værdierne er mere koncentreret omkring de negative værdier. Ligeledes defineres gruppen af fordelinger der kaldes venstreskæve som havende modsat karakteristika, og har en negativ skævhed. Afbildningen af fordelingerne er illustreret i figur 5.4.

Figur 5.4 – Skævhed



Normalt måles investors risiko ud fra standardafvigelsen, men da standardafvigelse måler både den positive og negativ afvigelse fra middelværdien, kan skæve fordelinger være misvisende for risikoen. Hvis fordelinger har positiv skævhed vil standardafvigelsen overestimere risikoen, da de ekstreme værdier af positive afkast vil forøge værdien af standardafvigelsen. En investor er dog ikke bekymret for positive afkast, men derimod den nedadrettede risiko. En investor må derfor have præferencer for en positiv skævhed i afkastene. Hvis fordelingen derimod har negativ skævhed, og man antager fordelingen er normalfordelt, vil man undervurdere den reelle risiko.

Empiriske undersøgelser foretaget af blandt andet Chen & Lin (2008) finder, at afkasts fordelinger som oftest ikke er symmetriske, og typisk findes de at være venstreskæve, hvilket ikke er hensigtsmæssigt for en standard mean-variance optimering.

Topstejlhed

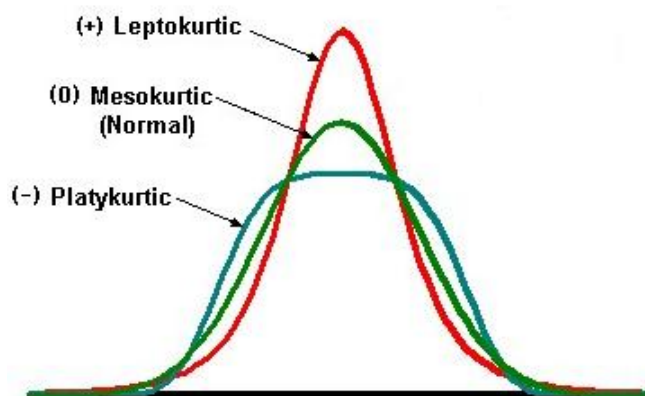
Det sidste og fjerde moment, topstejlhed, angiver ligeledes en afvigelse fra "normalen". Selvom en fordeling af afkast er symmetrisk, og dermed har en skævhed på 0, kan risikoen stadig undervurderes. Det kan ske, hvis afkastseriens fordeling udviser det man kalder "tykke haler". Det betyder, at der er mere sandsynlighedsmasse i halerne og mindre omkring middelværdien end normalfordelingen antager. Til at beskrive dette fænomen benyttes navnet topstejlhed eller kurtosis, der er defineret som:

$$\text{Excess Kurtosis} = \frac{E[r(s) - E(r)]^4}{\sigma^4} - 3$$

I denne udgave af formelen, beregnes excess kurtosis således at der fratrækkes tallet 3. Det skyldes at normalfordelingen selv har en kurtosis på 3, så dette mål er relativt. Kurtosis beskriver hvor stejl fordelings toppunkt er i forhold til fordelings haler.

I figur 5.5 ses en afbildning af de forskellige typer fordelinger.

Figur 5.5 – Typer af kurtosis



Hvis fordelingen er mesokurtisk, er excess kurtosis 0, hvilket svarer til normalfordelingen. Er kurtosis negativ kaldes fordelingen platykurtisk, hvilket betyder at der er flere værdier centreret omkring middelværdien og tyndere haler end under normalfordelingen. Fordelingen kaldes

leptokurtisk, såfremt kurtosis er positiv, og her er kurven stejlere og har ”tykkere haler” end normalfordelingen.

Empirisk har afkastserier udvist en Leptokurtisk form (tykke haler), sammenlignet med hvad normalfordelingen tillader³³. Konsekvensen er, at man undervurderer risikoen, når man benytter standardafvigelsen som risikomål.

De såkaldte ”tykke haler” dannes når der i forbindelse med uforudsete events kommer ekstreme negative afkast med en højere frekvens, end normalfordelingen tillader det. Det betyder, at man ved antagelsen om normalfordelte afkast undervurderer risikoen for ekstreme negative afkast. De periodisk forekommende og nu verdensomspændende kriser på de finansielle markeder, har sat normalfordelingsantagelsen under pres. Når der antages ikke-normalitet i afkastene bliver det ellers så brugte risikomål standardafvigelse ikke tilstrækkeligt, og samtidig giver det misvisende resultater i en mean-variance model.

5.3.3 Autokorrelation

På et effektivt marked vil man antage, at afkast er uafhængige af foregående periodes afkast, for ellers kan man i teorien foretage arbitrage. Da man som udgangspunkt antager at de finansielle markeder til en hvis grad er effektive, om end i den semistærke form³⁴, ville man mene at antagelsen ikke er noget problem. Der er dog en række fundamentale datamæssige problemer, når man måler på historisk data.

Det ene problem er en naturlig følge af døgnets timer, samt måden man beregner værdien af et *globalt* indeks på. Typisk vil man anvende de respektive børsers lukkekurser verden over, og omregne disse med valutakurserne fra kl. 17.00 dansk tid (børsens lukketid). Men børserne lukker ikke samtidigt pga. tidsforskelle. Faktisk har Tokyo og New York aldrig åbent samtidigt, og da markederne har det med at følges ad, vil den enes børsudvikling påvirke den anden når den åbner - hvilket så er næste dag. Dermed er en stor del af det daglige afkast på verdensindekset hele tiden afhængigt af gårsdagens afkast.

Da vi i opgavens dataarbejde kun vil arbejde med månedlige afkast, vil denne problemstilling dog ikke være grundlag for en evt. forklaring, såfremt der påvises autokorrelation i de globale indeks.

³³ Chen & Lin (2008)

³⁴ I den finansielle teori tales der om tre former for markedseffektivitet: Den stærke, semistærk og den svage form. Empirisk lader det til at de finansielle markeder er effektive i den semistærke form. Møller (2004)

Det andet problem opstår som en følge af illikvide aktiver, eller aktiver der er svære at prisfastsætte, fordi de ikke er optaget på en reguleret markedsplads.

Der hvor vi forudser de største problemer med autokorrelation, er for aktivklassen alternative investeringer. Denne kommer blandt andet til at dække hedge-fonde, private equity fonde og fonde investeret i skov. Værdierne for disse indeks rapporteres som oftest kun en gang pr. kvartal og gøres af fondene selv. Det betyder, at en del af aktivmassens værdi formentlig ikke vil have ændret sig nævneværdigt, da det kan tænkes at nuværende pris er fastsat på baggrund af en opdatering af sidste måneds pris. Dermed sker der en gradvis erkendelse af aktivets egentlige værdi.

Når man undersøger for autokorrelation i afkast, beregner man *hvor meget* en tidsserie afhænger af sig selv på forskellige tidspunkter, og dermed hvor meget næste udfald afhænger af de tidligere udfald³⁵

Når man beregner autokorrelationen ser man på residualledet. Residualledet, e_t , fanger alle andre faktorer som influerer prisfastsættelsen, men som ikke kan forklares af markedet, β , og som ikke kan forklares som forkert prissætning, α .

Når man antager uafhængighed (ingen autokorrelation) i en afkastserie, antager man dermed at residualledet, e_t , på et aktivs værdi er ukorreleret med sig selv, målt på forskellige tidspunkter. Den tid der adskiller afkastserien kaldes ”lag”. I denne forbindelse er det vigtigt at teste for signifikans.

Autokorrelation beregnes som:

$$\rho_m^{auto} = \frac{\sum_{t=1+m}^n (x_t - \bar{x})(x_t - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{t=1+m}^n (x_t - \bar{x})^2 * \sum_{i=1}^n (x_{t-m} - \bar{x})^2}}$$

Hvor $\bar{x}$, er middelværdien af afkastene og x_{t-m} , er værdien m lag tidligere. Tidsuafhængighed kræver, at autokorrelationen er 0 på alle ”lags”. Systematiske uoverensstemmelser i datagrundlaget vil dog som oftest afspejle sig i autokorrelationen på de ”tidlige” lag.

Empiriske undersøgelser har vist, at afkast i mange tilfælde ikke er uafhængige. På grund af den gradvise indregning af værdien for de aktiver der ikke prissættes i et reguleret marked, får man det der kaldes ”smoothed” afkastserier. Det resulterer i at den sande risiko fordrejes og

³⁵ Brooks (2002)

”udglattes”, og konsekvensen bliver at risikoen undervurderes, hvis der ikke tages højde for denne autokorrelation³⁶.

5.3.4 Konstante korrelationer

Korrelationen mellem aktiver udgør et essentielt input i aktivallokering. Korrelationerne beregnes mellem afkastserierne hen over en given periode, og bruges herefter til at finde den efficiente rand. I den porteføljeteorien antages det at korrelationen mellem aktivklasser er konstant over tid. Det er dog en kendt sag, at konstante korrelationer har svært ved at kunne dokumenteres empirisk. Korrelationerne ligger derimod og svinger over tid, og udviser ikke den linearitet som klassiske modeller antager.

Empirisk har det vist sig at korrelationer specielt ændrer sig i finansielt stresset perioder³⁷. Hvis en uventet hændelse rammer markederne, vil aktivklasserne reagere ved at gå i samme retning.

Ændringen af korrelationer mellem aktivklasser lader altså ikke til at ske tilfældigt, men udviser en form for asymmetri. I finansielt stresset perioder hvor volatiliteten på markederne er høj, er korrelationen mellem aktiverne ligeledes høj (giver lav diversifikation), mens den er lavere (giver høj diversifikation) i stabile perioder³⁸.

Hvis denne hypotese om at volatilitet og korrelationer har en positiv sammenhæng, vil det betyde det at diversifikationseffekten ved traditionelle modeller overvurderes. Hvad der er værre er, at asymmetrien går den forkerte vej set fra en investors synspunkt. Diversifikationseffekten mindskes i stressede perioder, hvor der er mest brug for den.

³⁶ Sheikh & Qiao (2010)

³⁷ Loretan & English (2000)

³⁸ Chua, Kritzman og Page (2009)

6. Udvikling og problemløsning i den moderne porteføljeteori

På trods af den store udbredelse af mean-variance optimering, har antagelserne bag modellen syntes svære at bevise empirisk, hvorfor modellen i praksis har sine problemer. I dette afsnit vil vi se på udviklingen i porteføljeteorien, og hvad andre har gjort for at optimere eller forbedre modellen.

Hovedproblemet med den mekaniske tilgang til mean-variance modellen er input³⁹.

Michaud (1989) viste hvor sensitiv modellen er med hensyn til input, og hvor varsom man skal være med data. Han noterer sig, at data indregnes i modellen ukritisk og at som antallet af input variable stiger, øges antallet af estimationsfejl. Netop den ukritiske tilgang til data vil vi forsøge at belyse, da data ikke opfører sig efter normalitetsantagelserne. Flere teoretikere har gennem tiderne forsøgt at modificere processen for porteføljeoptimering. De prøver typisk at modificere på baggrund af enten det forventede afkast, variansen eller kovariansmatricen.

Disse modificerede udgaver af Markowitz's mean-variance er stadig tro mod konceptet omkring den efficiente rand og porteføljeoptimering⁴⁰.

Et andet problem som syntes svært at komme uden om, er at modellen genererer hjørneløsninger. Modellen vil ofte finde, at den optimale løsning indeholder ekstreme positioner i aktivklasserne, både negativt (short selling) og positivt. Det skyldes at hvis en aktivklasse historisk har haft bare en anelse bedre afkast, men samme varians og korrelation med en anden lignende aktivklasse, vil den blive favoriseret. Det kan eks. være danske og globale aktier. Blot fordi danske aktier har haft en smule bedre afkast, vil det ikke give intuitiv mening at allokere alt fra globale aktier til danske aktier. Således syntes disse "optimale" vægte ud fra en diversifikationstankegang, bestemt ikke at give god mening. Resultatet er at vi ikke opnår en optimal allokering mellem aktiverne.

6.1 Forventet afkastet

Det største problem ligger højst sandsynligt ikke i estimeringen af kovariansen eller variansen men nærmere i estimeringen af forventet afkast. Det skyldes at forventet afkast er langt mere ustabil, og den valgte dataperiode bliver afgørende. Der kræver derfor meget lange tidsserier at få et rimeligt estimat.⁴¹

³⁹ Benninga (2008)

⁴⁰ Bodie, Kane & Marcus (2009)

⁴¹ Merton (1990)

Chopra og Ziemba (1993) der analyserer effekterne af estimationsfejl i input variablene, finder at estimationen af afkastet er op til elve gange så vigtigt for aktivallokeringsmodeller, som estimationen af variansen og kovariansen. Dermed er mean-variance optimering mere følsom over for afkast end varians/kovarians datafejl. At estimationsfejl er den største faldgruppe i moderne porteføljeteori understreger DeMiguel, Garlappi og Uppal (2005) i deres artikel *How inefficient is the 1/N Asset-Allocation Strategy*. Her viser de, at en simpel ligevægtet portefølje hvor der ikke bruges noget historisk data til at finde de optimale kombinationer, overperformer de traditionelle optimeringsmetoder. Det skyldes primært at diversifikationseffekten ved typisk optimering ikke kan opveje de fejlestimer der puttes ind i modellen.

Det er dog meget svært at modificere modellen således, at estimatet for forventet afkast er mere retvisende. Det skyldes, at historien typisk er et dårligt estimat for det fremtidige afkast. Derfor er de fleste modificerede udgaver af Markowitz bygget på at ændre kovarians og varians estimererne. Men problemet er nok, at det ikke er hos de to input det største problem findes.

6.2 Varians

Variansen forholder sig mere stabilt over tid end afkastet. Dette er et emne, der ikke er skrevet meget om i den finansielle teori.

Variansen på et aktiv beregnes som et gennemsnit af periodens varians. I standard mean-variance optimering, antages denne at være konstant i fremtiden.

Empirisk har volatilitet haft en tendens til at komme i ”klumper”. Der kan opleves perioder med mindre udsving i kursen, mens der i andre perioder sker voldsomme udsving.

En måde at løse estimeringsproblemet på, er at indfører modeller med tidsvarierende varians, hvor den simpleste model er Exponential weighting moving average (EWMA). Her tillades det at de seneste observationer har større indflydelse på estimeringen af fremtidig volatilitet end ældre data punkter. Den mere avanceret, og den vel mest populære tilgang til tidsvarierende varians, er autoregressive conditional heteroskedasticity (ARCH) modeller. Heraf udspringer mange varianter som GRACH og EGRACH. Disse modeller har flere variable at optimere på end EWMA.

Ved benyttelse af tidsvarierende varians modellers variansen og dermed diagonalerne i kovariansmatricen. Denne tilgang er med til at fange de klumper af volatilitet som opleves,

hvilket vil være med til at give et mere retvisende billede af den fremtidige volatilitet. Det kan være et stærkt værktøj på den korte bane til at fange de markedsbevægelser der sker netop nu.

Der syntes dog at være et problem, hvis modellerne skal benyttes på en langsigtet investor såsom en pensionskasse. En langsigtet investor omlægger nemlig typisk ikke sin overordnede portefølje for korte horisonter. Dette gøres ikke grundet troen på de langsigtede afkast/risiko forhold og de øgede handelsomkostninger ved konstant omlægning.

På lang sigt er der en tiltro til at varianser ”mean reverter”, hvilket betyder at de bevæger sig mod et langsigtet gennemsnit. Hvis vi befinder os i en periode med høj volatilitet, vil variansen i øjeblikksbilledet, være højere end den gennemsnitlige varians for perioden. Målet vil herefter blive brugt som estimat for den (langsigtede) fremtidige perioden, og som grundlag for standard mean-variance optimering. Når volatiliteten er valgt antages den konstant i optimeringsalgoritmen, og man vil dermed komme til at overvurdere variansen. Argumentet gælder også modsat. Hvis vi er i en periode med lav volatilitet, vil vi komme til at undervurdere den faktiske volatilitet.

Som langsigtet investorer skal man derfor være opmærksom på problemerne med den tidsvarierende varians, da det nemt kan give et misvisende resultat. Som langsigtet investorer er man nok meget godt tjent med at benytte den gennemsnitlige varians over perioden som estimat, specielt med argumentet om at varianser bevæger sig mod et langsigtet gennemsnit.

6.3 Kovarians korrektioner

Modeller der søger at modificerer kovariansen har nogle fællestræk. De lader variansen være bestemt ud fra markedsdata, mens de modificerer de indbyrdes kovarianser mellem afkastene. Den mest gængse version af denne modificering finder vi i Single-Index modellen. Modellen modificerer kovarianserne, så de kun afhænger af markedsvariationen. Det geniale ved Single Index modellen er, at vi ikke længere behøver at finde alle aktivers indbyrdes kovarians, men blot skal finde aktivernes kovarians med markedet. Det simplificerer estimeringen af kovarianser og korrelationer eksponentielt. Hvis man eks. har 50 aktiver, vil man i Single-Index modellen skulle bruge 152^{42} estimater i stedet for 1325^{43} i Markowitz’s model, og med 3000 aktiver skal vi estimere 9.002 variable i stedet for over 4,5 mio. Hvis Michaud har ret, og antallet af

⁴² Beregning: $n=51$ estimater for forventet afkast, $n=51$ estimater for varians, og 50 kovarianser mod markedet hvilket giver 152. Bodie, Kane & Marcus (2009)

⁴³ Beregning: $n=50$ estimater for forventet afkast, $n=50$ estimater for varians, og $(n^2-n)/2 = 1.225$ estimater for kovarians, hvilket giver 1.325. Bodie, Kane & Marcus (2009)

fejlestimationer stiger med input variable, er singel-index modellen potentielt en model der løser en del af problemet.

Andre som har søgt at nedsætte estimationen af variable, er Elton og Gruber (1973)⁴⁴. De genererer kovariansmatricen ved at kovarianserne alle relateres til en konstant korrelation. Dermed antages det at korrelationen mellem aktiverne er ens. Man beregner ikke korrelationen ud fra historisk data, da der er for stor usikkerhed forbundet med dette.

Der er argumenteret for at kovarianser ikke er konstante over tid. En løsning på dette problem er at lade kovarianser være dynamiske. Metoden minder om modellerne for tidsvarierende varians, som er beskrevet ovenfor. De lider dog af samme problem nemlig at være uhensigtsmæssige for langsigtede investorer.

6.4 Sorte svaner og porteføljeteori

Perioder med stresset finansielle markeder lader til at forekomme langt oftere, end normalfordelingen tillader det. Det tyder derfor på, at standard aktiv allokeringsmodeller ikke er tilstrækkelige til at inkorporer finansielle kriser, som vi ser med en højere frekvens end tidligere. Historien viser at disse finansielle kriser vil komme igen, og vi har derfor brug for modeller, der bedre kan tage højde for dette. Vi vil fokusere på hvad stresset perioder betyder for både korrelationer og fordelingerne. Vi mener det er vigtigt at definere de stressede perioder, da det er her den reelle risiko ligger. Vi tror på at det er nødvendigt at benytte mere avanceret modeller til aktivallokering, hvor der tillades ”fede haler” og ikke konstante korrelationer.

Ved at fjerne antagelser der ikke synes at holde, eller indbygge systematiske imperfektioner, kan vi måske nå et lille skridt nærmere en god porteføljeoptimering. Vi vil konstruere en model, der bygger på tanken om den efficiente rand, men ikke ligger de ”strenge” antagelser ned over modellen.

Vi vil i vores modelbygning være tro mod Markowitz tankegang omkring diversifikation og efficiente porteføljer.

⁴⁴ Benninga (2008)

DEL III - En empirisk model med de danske pensionskasser som case studie

Specialets DEL III, er den vigtigste. Det er i dette afsnit vi konstruerer en aktiv allokeringsmodel, der har til hensigt at kunne håndtere en mere optimal allokering, grundet en forventning om bedre risikoforståelse.

Indledningsvis vil vi præsentere de pensionskasser som vi har fået kontakt med, og som har hjulpet med en del af tilvejebringelsen af data.

Dernæst består DEL III af fire større afsnit: 1) Valg af referenceindeks 2) Test af de udvalgte antagelser i mean-variance modellen, 3) Implementering af testresultaterne, og 4) Modellen og dens resultater.

7. De udvalgte pensionskasser og deres allokering

Pensionskassernes aktivallokering er et yderst vigtigt input til specialet. Selve valget af investor er faldet på pensionskasserne, fordi de har et bredt investeringsunivers.

Det er blevet mere og mere populært at sætte penge i de såkaldte "alternative investeringer" i jagten på at diversificere sin portefølje. Man hører sågar om folk der investerer i kunst og vinlagre. Pensionskasserne har tillige en række aktivklasser såsom skov, infrastruktur og private equity, der falder under denne kategori. Aktivgrupper som den private investor vil have svært ved at få adgang til at investere i.

I første omgang benyttes deres aktivallokering til at finde ud af, hvor mange aktivklasser det kan være ønskværdigt at arbejde med, og dermed hvilke referenceindeks vi har brug for som input til modellen. Dernæst benyttes deres aktuelle allokeringer ultimo 2010, til at se hvor optimalt de ligger i forhold til den efficiente rand.

Når vi har valgt en egentlig investor som case studie skyldes det, at vi gerne vil demonstrere at modellen vil kunne bruges som et egentligt redskab. Ikke bare i teorien og som speciale, men som et egentligt værktøj. Derudover giver det muligheden for at drage nogle sammenligninger og konklusioner. Modellen vil således kunne bruges til at fortælle noget om, hvor optimalt pensionskasserne er investeret og hvilke aktivklasser der vil være attraktive at have en større eller mindre vægt i.

7.1 Indsamling af data

Vi har taget kontakt til de 10 største danske pensionskasser, som står for at forvalte ca. 80% af den samlede danske pensionsformue.

Den eneste reale information vi har haft brug for hos pensionsselskaberne, har været deres risikoallokering 31.12.2010. Ud fra denne kunne vi danne os et billede af deres overordnede aktivklasser, samt den eksponering de har mod de enkelte aktiver. For ikke at få den totale fordeling på hvert investeret instrument, måtte vi fra starten definere en række aktivklasser, som vi ønskede fordelingen på.

Det skulle dog hurtigt vise sig ikke at være en helt nem sag at indsamle den information vi havde brug for. De fleste pensionsselskaber ønskede helst at henvise til en opgørelse i deres årsrapport, som de alle er underlagt ifølge §96, da det selvfølgelig var mindst ressourcekrævende. Vi kunne godt have valgt helt at benytte denne opgørelse, men vi havde to grunde til at jagte nogle yderligere svar. Den første og vigtigste grund skyldes ganske enkelt, at opgørelsen bygger på cash-allokeringen, dvs. hvor stor en formue der er allokeret til hvert aktiv. Det vi havde brug for var risikoallokeringen. For størstedelen af pensionskasserne viste det sig, at allokeringen var den samme, men det var nødvendigt for os at vide. Det skyldes at pensionskasserne godt kan have en risikoeksponering uden at have allokeret en real formue. Dette gør sig blandt andet gældende for derivater (f.eks. futures, swap, call og put optioner), hvor der ikke nødvendigvis skal penge på bordet up-front.

Derudover havde vi en række aktiver, som vi ønskede mere specificeret end det fremgik af opgørelsen. Dette var hovedsagligt risikoallokeringen til de alternative aktivklasser.

7.1.1 Dataperiode

Målet har været at få afkastserier, så langt tilbage i tid som muligt. Hvis vi udelukkende holdte os til aktier og obligationer ville det være muligt at fremskaffe lange afkastserier, men da vi inddrager alternative investeringer begrænses længden af data. Det skyldes, at dataudbyderne først langt senere er startet med at indsamle disse data.

Vi er endt med en dataperiode fra 31-12-1995 til 31-12-2010, hvilket giver 15 års data på alle afkastserier. Vi har vurderet dette som tilfredsstillende. Nogle indeks har vi måtte forlænge, mens andre havde den ønskede periode.

Frekvensen af data er valgt på månedsbasis. Det skyldes, at det er umuligt at skaffe dagsdata for alternative investeringer. Derudover syntes vi at kvartals eller årsdata gav os for få datapunkter. Data er fremskaffet via en kombination af Bloomberg og Datastream på CBS og diverse officielle hjemmesider for de respektive indeks.

7.2 Pensionskassernes allokering

Grundet manglende information, eller uvished om data, er vi endt med allokeringen fra syv af de største pensionskasser hvis allokering fremgår af tabel 7.1⁴⁵.

Tabel 7.1 – Aktivallokering ultimo 2010 i udvalgte pensionskasser

Aktivklasser	ATP	Danica Pension	Industriens Pension	Lærernes Pension	PenSam	SAMPENSION	SEB
Obligationer							
Danske statsobligationer	27,2%	18,0%	5,4%	2,3%	1,7%	11,9%	6,2%
Statsobligationer udviklede lande	11,7%	18,0%	7,6%	10,3%	7,0%	16,9%	6,2%
Dansk Realkredit	3,2%	15,0%	23,1%	22,9%	42,4%	25,8%	29,3%
Investmentgrade kredit	3,2%	7,0%	6,4%	8,9%	2,0%	9,6%	9,6%
Index obligationer	18,6%	11,0%	3,6%	3,5%	0,0%	6,4%	1,0%
High yield kredit industrilande	1,6%	7,5%	6,4%	10,1%	11,0%	2,4%	7,2%
Emerging markets obligationer	1,6%	2,0%	7,0%	7,0%	5,1%	0,0%	3,7%
Obligationer	67,0%	78,7%	59,6%	65,2%	69,3%	73,0%	63,3%
Børsnoterede aktier							
Danske aktier	7,8%	0,9%	9,3%	3,0%	3,5%	1,1%	2,2%
Aktier Globale	0,0%	6,8%	16,1%	17,0%	14,0%	10,2%	4,0%
Emerging markets	0,0%	1,3%	4,1%	4,0%	2,6%	1,6%	3,8%
Børsnoterede aktier	7,8%	9,1%	29,6%	24,0%	20,0%	12,9%	10,1%
Alternative investeringer							
Hedgefonde	6,3%	0,4%	1,2%	0,0%	0,0%	1,6%	7,3%
Private Equity	6,2%	0,8%	6,1%	2,3%	4,9%	2,7%	5,8%
Ejendomme og grunde	4,9%	10,1%	1,4%	2,8%	5,8%	7,3%	12,5%
Infrastruktur	2,4%	0,8%	2,1%	0,0%	0,0%	0,0%	1,0%
Råvarer	5,4%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%
Skov	0,0%	0,0%	0,0%	5,6%	0,0%	2,5%	0,0%
Alternative investeringer	25,1%	12,2%	10,8%	10,8%	10,7%	14,0%	26,6%
Total	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%	100,0%

Af tabellen ses pensionskassernes aktivallokering ultimo 2010 ud fra det definerede investeringsunivers bestående af 16 aktivklasser.

Idet vi ikke har et dybdegående kendskab de underlæggende investeringer, kan vi ikke være 100% sikre på at fordelingerne er korrekte. At vi ikke har ønsket dette skyldes, 1) at kende alle investeringer på instrumentniveau ville gøre billedet totalt uoverskueligt, 2) en del investeringer vil være håndteret af eksterne porteføljemanagere, så vi kunne formentlig slet ikke have fået

⁴⁵ Kilde: Appendiks B.1

oplysningerne. Værdien af kendskabet ville formentlig også have været minimal, da modellens opbygning og brugbarhed er identisk, uanset præcisionen af allokeringerne.

For enkelte pensionsselskaber er den endelig allokering præget af små subjektive valg. Det skyldes hovedsagligt vores valg af gruppering for aktiverne. Hvis f.eks. et pensionsselskab har opgivet, at de er eksponeret mod struktureret kredit, har vi lagt den under high yield kredit. Hvis de ikke har lavet allokeringen detaljeret nok, f.eks. ikke skelnet mellem danske og udenlandske statsobligationer, har vi valgt en ligelig fordeling. Generelt er det små ændringer, som er nødvendige for at få selskaberne til at passe i vores univers.

I det næste afsnit vil vi gennemgå tilvejebringelsen af de repræsentative referenceindeks, der er et vigtigt input til modellen.

8. Indeks

Formålet med udvælgelsen af indeks er, at repræsentere en aktivklasses afkastkarakteristika. Udvalgelsen sker ikke med det formål at tilpasse den enkelte pensionskasses specifikke aktivklasses eksponering, men skal repræsentere det bredt for alle pensionskasserne.

Fastsættelsen af et relevant indeks, som værende repræsentativt for aktivklassernes afkastserie, er selve forudsætningen og udgangspunktet for en meningsfuld analyse og afkastdekomponering.⁴⁶

Udgangspunktet og succes'en for al risikomodellering, herunder outputtet fra den strategiske aktivallokeringsmodel, er at benytte data der beskriver investeringernes historiske afkast og risiko korrekt. En ringe datakvalitet, uanset et højt analyse niveau, medføre ringe eller endda forkerte analyser og konklusioner.

Der er dog en del udfordringer i forbindelse med udvælgelsen af referenceindeks for aktivklasserne, hvorfor det er blevet en vigtig del af analysen i specialet.

Et Indeks/benchmark er generelt set et sammenligningsgrundlag. I denne sammenhæng betyder det et markedsindeks eller et referenceindeks inden for handel af et specifikt aktiv. Et benchmark eller referenceindeks kan også opfattes som et reelt investeringsalternativ eller et gennemsnit af investeringsalternativer.

Vi vil de i følgende afsnit præsentere de indeks, vi har valgt som værende repræsentative for de aktivklasser, som vi benytter i modellen. Inden vi kommer så langt, vil vi dog indlede med at beskrive hvad et godt referenceindeks er, de grundlæggende typer af indeks og påpege nogle af de problemstillinger eller udfordringer der kan være ved udvælgelsen af disse.

Jf. udfordringerne mht. at finde et ”godt” indeks, er det langt fra sikkert, at et relevant indeks eksisterer, og i så fald er man nødt til at se sig om efter alternativer. Normalt hænger det sådan sammen, at jo færre markedspladser der findes for handlen af et aktiv, jo vanskeligere bliver det at finde et retvisende indeks. Dette har specielt været tilfældet for de alternative investeringer.

⁴⁶ Andersen (2008)

8.1 Hvad karakteriserer et godt referenceindeks?

Det er svært at finde et entydigt svar på, hvad der er det ”rigtige” eller ”et godt indeks”, hvorfor valget også vil blive foretaget på baggrund af en række subjektive kompromisser. Vi vil dog angive en række generelle punkter, som har været guidende for vores valg⁴⁷.

- *objektivt (accepteret som neutralt) og disciplineret konstrueret.* Det skal være tydeligt at forstå hvad indekset indeholder. Dvs. at både underlæggende værdipapirer og indekxvægte skal være klart defineret. Ligeledes skal regler for ændringer være veldefinerede.
- *investerbart og målbart.* Indekset skal bestå af papirer eller aktiver, som rent faktisk eksisterer, og som pensionskassen ikke er forhindret i at investere i pga. illikviditet eller andre restriktioner. Restriktioner som pensionskassen skal overholde, må ikke overskrides af indekset. Et eksempel kan være etiske restriktioner, såsom at pensionskassen ikke kan/har valgt ikke at investere i våben og tobak.
- *er repræsentativt for investeringsuniverset.* Indekset skal, så vidt det er muligt, være et gennemsnit af den afkast/risiko profil, der ligger inden for den tildelte investeringsramme således, at den afspejler investeringsunivers og investeringsstrategi.

I forbindelse med udvælgelsen af indeks for aktivklasserne børsnoterede aktier og alternative investeringer, er der blevet lagt vægt på, at specifikke karakteristika var gældende for alle indeks:

- *Total return indeks* – Alle udbetalinger til aktionærer såsom udbytte geninvesteres i indekset. På den måde fås et mere retvisende billede af performance. Der tages højde for aktier i indekset der ikke udbetaler dividende, men i stedet geninvesterer pengene i virksomheden.
- *Markedsvægtet indeks* – De fleste investorer holder større positioner i ”store” aktier grundet likviditet. Derfor afspejler en markedsvægtet indeks bedst pensionsselskabernes portefølje.
- *Lokal valuta* – Indeks i lokal valuta repræsenterer den teoretiske performance for et indeks uden indflydelse af valutakurser. Det er altså en konstant hedged portefølje.

⁴⁷ Andersen (2008)

Målet har ikke været at finde et referenceindeks der har opfyldt alle karakteristika, da dette har syntes umuligt, men har været at finde det rette kompromis ud fra hvad der har været tilgængeligt og muligt.

8.2 Typer af indeks

Nedenfor er præsenteret de typer af indeks som vi vil benytte i opgaven.

- 1) Officielle indeks
- 2) Indeks der er en sammensplejsning af officielle indeks
- 3) Indeks der er en sammenvægtning af officielle indeks

Officielle indeks

Hvis man kan finde et relevant officielt offentligt tilgængeligt indeks, er det klart at foretrække. Det skyldes, at disse opfattes som objektive, fordi afkastrækkerne kan verificeres. Eksempler på sådanne indeks kan være MSCI All World Countries, S&P 500 og OMX C20.

Indeks, der er en sammensplejsning af officielle indeks

Et sammensplejset indeks er et indeks, der er sammensat af mindst to indeks der bruges over forskellige perioder, men er sat sammen til at dække over en sammenhængende tidsperiode. Dvs. at kun et indeks er aktivt i hver tidsperiode.

I opgavens tilfælde vil behovet for at splejse indeks opstå, når et indeks ikke har en afkastserie der går langt nok tilbage i tid. I dette tilfælde vil der findes et proxy indeks, som løber i hele perioden. For den periode hvor begge indeks eksisterer antages det, at afkastene har en lineær sammenhæng, og der foretages en regression. Den lineære regression benyttes for at finde ud af, hvordan den ønskede indeks afkastserie (den endogene variabel, "y"), afhænger af proxy-indeksets afkastserie (den eksogene variabel, "x"). Sammenhængen bruges til at forudsige hvad afkastet ville have været, antaget at sammenhængen også gjaldt bagudrettet, og beskrive den som en lineær funktion: $y = \alpha \cdot x + \beta$, hvor α og β er de regresserede parametre.

Indeks, der er en sammenvægtning af officielle indeks

Et sammenvægtet indeks er derimod et indeks, der er en sammenvægtning af en række indeks, der alle løber i samme periode. Det kan fx bestå af 50% af MSCI Emerging Markets og 50% af

S&P 500, og vægtene skal altid summe til 100%. Når man bruger et sammenvægtet indeks er det vigtigt at være opmærksom på at vægtene ændrer sig. Eksempliceret kan man forestille sig en situation, hvor MSCI Emerging Markets stiger med 15% over en periode, og S&P er uændret. I så fald ville vægtene have ændret sig til 53% og 47% respektivt. Det vil derfor i de fleste tilfælde være hensigtsmæssigt at definere, hvor tit en rebalancering skal ske. Disse vægtede indeks benyttes som oftest i de tilfælde, hvor der ikke findes et enkelt og mere passende der afspejler investeringsuniverset.

Vi vil kun benytte officielle indeks, men for en række af disse vil vi benytte enten en sammenvægtning eller et sammensplejset indeks, hvor dette er nødvendigt.

8.3 Obligationsindeks

Ideen om at konstruere obligationsindeks har aldrig været lige så udbredt, som ideen om at konstruere aktieindeks. Der er ikke noget obligationsindeks, der kan dateres tilbage til det forrige århundrede. Sagen er, at for obligationer har man ikke haft behov for et bredt obligationsindeks til at overvåge de kortsigtede kursbevægelser, og har derfor i nogle tilfælde accepteret en enkelt obligation som benchmark.

At have en enkelt obligation som benchmark er selvfølgelig meget nemt at håndtere, men ikke problemfrit. En obligation får kortere varighed⁴⁸ over tid, og det er sjældent, at det er intentionen med en obligationsportefølje. Man er derfor nødt til at skifte benchmarkobligationen ud med jævne mellemrum, da ens obligationsportefølje højst sandsynligt ikke har faldende varighed pga. af ny investeringer. Endvidere hersker der det problem, at der undertiden kan forekomme mindre prisvariationer på den valgte benchmarkobligation, som ikke er repræsentativ for markedet⁴⁹.

Efterhånden som performancemåling og globale investeringer er blevet mere udbredte, er der dukket deciderede internationale obligationsindeks op, hvor Merrill Lynch og JP Morgan er to af de internationale udbydere. Ligeledes har Nykredit og Nordea konstrueret brugbare indeks.

Det kan diskuteres hvor bredt et obligationsindeks bør være. For aktier argumenteres der gerne for, at et bredt indeks repræsenterer markedsporteføljen. Der er dog ingen teori der tilsiger, at det er ønskværdigt at holde en markedsportefølje af obligationer. For både i teori og praksis kan det

⁴⁸ Varighed på en obligation angiver obligationens renterisiko; udtrykt som den procentvise prisændring i en obligationsinvesteringsbeløb, som en funktion af ændringen på den effektive rente. Christensen (2009)

⁴⁹ Christensen (2009)

lade sig gøre at to eller flere obligationer kan bruges til at konstruere en ”ny”/anden obligation, hvorved arbitrage sikrer, at de altid balancere i forhold til hinanden. Derfor er der også en del tvivl om hvilke obligationer, der bør indgå i et indeks. Der vælges en obligationsportefølje bestående af et udsnit af let omsættelige obligationer.

Obligationer opdeles generelt efter type og kreditrisiko, hvor sidste nævnte i princippet gerne afhænger af typen. Kreditrisiko dækker over sandsynligheden for, at udsteder/(låntager) ikke kan overholde gældsforpligtigelserne⁵⁰. Generelt forholder det sig sådan, at investorer kræver et øget afkast for en øget kreditrisiko. Jo mere kreditrisiko et gældspapir er behæftet med, jo dårligere rating vil det få af kredit rating virksomhederne. Nogle af de mest betydningsfulde ratingbureauer er Standard & Poor og Moodys. De forskellige virksomheder benytter hver deres skala. I denne opgave vil Standard & Poors blive benyttet, hvor den bedste rating er AAA og den værste er D som betyder at modparten er gået konkurs.

Generelt har der været stor tiltro til disse kreditratings, men denne tillid har lidt et knæk siden 2008, og med god grund. Virksomheder der havde modtaget højeste rating kunne få måneder senere ses på listen over konkurser. Folk bruger og reagere i høj grad på disse ratings, men der er kommet en (måske sundere) skepsis for udelukkende at bruge dem som valide og eneste pejlepunkter.

Gruppen af aktivklasserne under obligationer og kredit er opdelt i syv aktivklasser, værende: Danske statsobligationer, Danske realkreditobligationer, statsobligationer udviklede lande, indeksobligationer, Investment Grade kredit, Emerging Markets obligationer og High Yield kredit. Gruppen indeholder et bredt udsnit af obligationer med varierende kreditrisiko.

Danske statsobligationer og langt de fleste realkreditobligationer går under betegnelsen guldrandede obligationer hvilket betyder, at de tilbyder særlig høj sikkerhed⁵¹. Indeksobligationer og Investment Grade obligationer har en lidt højere kreditrisiko, men den er stadig meget begrænset. Investment Grade prædikatet gives fra AAA til BBB. Herefter benævnes obligationerne High Yield som både gælder High Yield obligationer og Emerging Markets obligationer.

⁵⁰ Christensen (2009)

⁵¹ www.industrienspension.dk

8.3.1 Danske statsobligationer

Når den danske stat optager gæld, gør de det ved at udstede statsobligationer. Staten forpligter sig til at tilbagebetale lånet med renter over en fastsat løbetid. Størrelsen af renten afhænger af investorernes tillid til, at den danske stat kan tilbagebetale. Danmarks indenlandske og udenlandske gæld har den højeste rating hos Moody's (Aaa), Fitch Ratings (AAA) og Standard & Poor's (AAA)⁵². Danske statsobligationer betragtes derfor som regel at være uden væsentlig kreditrisiko, hvorfor renten typisk er lav.

For de institutionelle danske investorer er danske statsobligationer en vigtig aktivklasse. Her kan igen bemærkes en væsentlig hjemlandsbias.

Til at beskrive danske statsobligationer har vi valgt at tage udgangspunkt i et konstrueret indeks, og ikke en enkelt obligation, idet den får kortere varighed som tiden går. Typisk opdeles statsobligationer i korte og lange statsobligationer. Vi har valgt ikke at lave denne inddeling, og i stedet valgt en gennemsnitlig varighed for indekset på 7 år. Det er reelt ikke stor forskel på udbyderne af sådanne indeks. Vi har valgt:

- **Nordea Constant Maturity, 7 year, Government Bond Index DKK.** Indekset består af de toneangivende danske statsobligationer med en gennemsnitlig varighed på 7 år.

8.3.2 Statsobligationer udviklede lande

Statsobligationer i udviklede lande deler karakteristika med de danske statsobligationer. Selvom de to aktivklasser ligner hinanden meget, er de ikke substitutter, hvilket er blevet understreget de seneste år.

Island og statsgældskrisen i Sydeuropa sammen med Irland er eksempler på lande, hvor tilliden til tilbagebetalingsevnen er faldet drastisk, hvorfor renterne er steget kraftigt (investorerne kræver en øget risikopræmie). Således består denne pulje af obligationer af mere blandet ratings, hvor langt de fleste dog opnår AAA.

Da vi har ønsket et samlet indeks for Europæiske og Amerikanske statsobligationer, har vi valgt at lave en sammenvægtning af indeks. Idet vi ikke kender pensionskassernes split mellem de to markeder, har vi lavet en neutral 50% vægtning i hvert indeks.

⁵² www.nationalbanken.dk

Som indeks er valgt Effas, som er den europæiske sammenslutning af finansanalytikere. De to indeks repræsenterer en bred portefølje af statsobligationer i de respektive lande.

- **50% Effas EU & 50% Effas US**

Desværre går det europæiske indeks kun tilbage til 31-12-1998, så i starten af tidsperioden benyttes 100% Effas US. Det er ikke optimalt, men desværre en nødvendighed.

8.3.3 Danske realkreditobligationer

Realkreditobligationer bruges til at finansiere af danskernes huslån. Det danske realkreditsystem kunne i 1997 fejre 200 års fødselsdag. Dog er der sket en række ændringer, men den grundlæggende ide er intakt. Nemlig at lån formidles til låntager gennem udstedelse af obligationer med sikkerhed i en fælles pulje af fast ejendom. Forholdet mellem køber og sælger er derfor anonymt, idet der ikke er pant i et bestemt hus eller lån hos en specifik obligationsejer⁵³. Det er denne spredning der er med til stort set at eliminere kreditrisikoen, og obligationerne opnår også en AAA rating⁵⁴. Til at beskrive denne aktivklasse benyttes indekset:

- **Nordeas Callable Mortgage index.** Callable referer til, at obligationerne i denne portefølje alle er konverterbare, hvilket er normen for realkredit obligationer. Det er et vægtet indeks af Danske realkreditobligationer over alle løbetider.

8.3.4 Indeksobligationer

På indeksobligationer reguleres ydelser og restgæld i takt med udviklingen i inflationen. Således sikre indeksobligationer et konstant reelt afkast over obligationens løbetid, uanset inflationen viser sig at blive høj eller lav, hvilket sikrer investeringen købekraft. Indeksobligationers værdi udhules således ikke af øget inflation, og kan derfor med fordel bruges til risikospredning af sin portefølje.⁵⁵

I Danmark er indeksobligationer primært udstedt af realkreditinstitutter, mens en række lande har udstedt statsobligationer i form af indeksobligationer. Der udstedes ikke nye indeksobligationer i

⁵³ Astrup Jensen (2009)

⁵⁴ www.formuepleje.dk

⁵⁵ www.industrienspension.dk

Danmark i dag. Sidste gang det forekom, var i perioden 1999-2004⁵⁶. Så hvis ikke staten vælger at lukke op for indeksobligationer igen, vil de danske serier rulle af og dermed med tiden uddø. Der findes stadig udenlandske indeksobligationer som pensionselskaberne kan investere i. Derfor har vi valgt et internationalt indeks til at beskrive indeksobligationer. Her udgiver J.P. Morgan et World Government Inflation-Linked Bond Index:

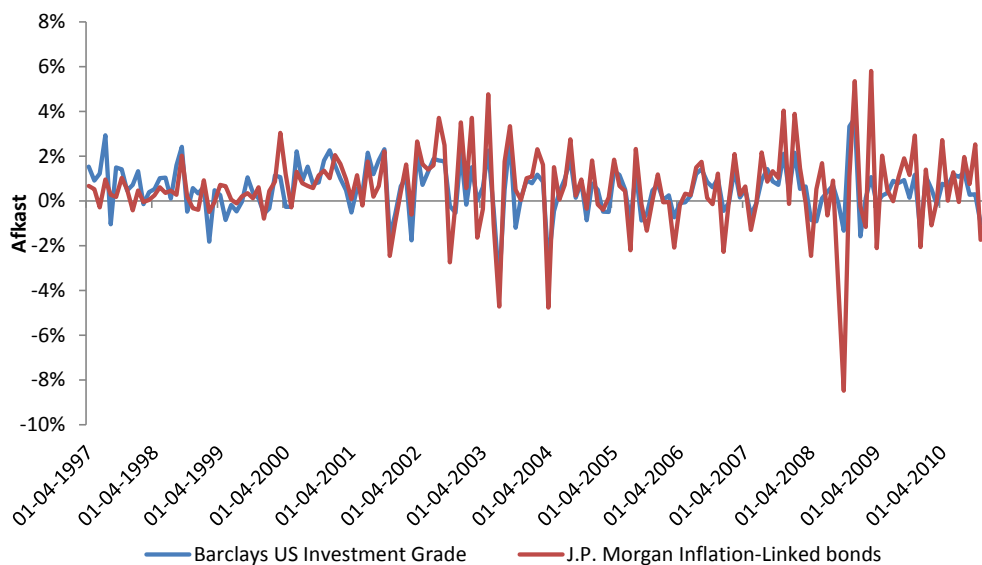
- **J.P. Morgan World Government Inflation-Linked Bond Index** - Indekset dækket obligationer i både udviklede lande og Emerging Markets.

Desværre går indekset kun tilbage til 30-04-1997 hvilket betyder, at vi mangler 15 datapunkter. For at udfylde de sidste punkter har vi valgt at splejse indekset med et proxy indeks. Som proxy indeks har vi derfor valgt Barclays:

- **Barclays US Corporate Investment Grade Kredit**

I figur 8.1⁵⁷ kan ses deres sammenvariation. De to indeks deler ikke helt samme karakteristika, men sammenvariere fint til formålet. De to serier har en korrelation på 0,71, hvilket vi har vurderet til at være tilfredsstillende.

Figur 8.1 – US Investment Grade og J.P. Morgan Inflation-linked bonds



⁵⁶ Astrup Jensen (2009)

⁵⁷ Kilde: Appendiks B.2

8.3.5 Investment Grade kredit

Investment grade kredit er obligationer udstedt af virksomheder som af kreditvurderingsbureauerne vurderes til at have en lav risiko for at misligholde deres forpligtigelser. På trods af den lave risiko kan de ikke sidestilles med de obligationer der kaldes ”guldrandede”, idet der trods alt stadig kræves et højere risikotillæg for disse lån⁵⁸.

Indekset der er valgt er:

- **J.P. Morgan GABI Traded Index** - Indeks måler performance for Investment Grade kredit og obligationer på verdensplan. Det dækker en lang række af instrumenter i 60 lande⁵⁹.

8.3.6 High Yield obligationer

High Yield obligationer dækker over obligationer der er udstedt af virksomheder, der ikke har opnået top rating af kreditvurderingsbureauerne, men typisk har fået rating BB eller lavere. Grundet øget risiko for tilbagebetaling, vil disse type investeringer give et forventet højere afkast. Som reference indeks er valgt:

- **Barclays Global High Yield** - Indekset dækker High Yield kredit og obligationer i udviklede lande. Det er markedsvægtet så en stor del af obligationerne er udstedt i USA⁶⁰.

8.3.7 Emerging Markets obligationer

Denne gruppe af aktiver består af obligationer der har geografisk eksponering i de såkaldte Emerging Markets. Hovedparten af obligationerne er statsobligationer, men der findes også virksomhedsobligationer i indekset. Generelt er der knyttet større risiko til disse obligationer end i de udviklede lande.

Til at beskrive aktivklassens afkastserie, har vi valgt indekset:

- **Barclays Emerging-Markets High Yield** - Indekset består af en række af både stats og virksomhedsobligationer udstedt af Emerging Markets lande⁶¹.

⁵⁸ www.industrienspension.dk

⁵⁹ www.jpmorgan.com

⁶⁰ www.trustnetoffshore.com

8.4 Indeks for børsnoterede aktier

Generelt er det ikke et problem at finde indeks for børsnoterede aktier, men at vælge hvilke.

Når man vælger et indeks for aktier, så vælger man normalt at anvende et internationalt anerkendt indeks. Vi har valgt at benytte MSCI Developed Markets, som toneangivende for de børsnoterede aktier, idet indekset opfylder at være et total return indeks, markedsvægtet og i lokal valuta. Vi har valgt samme indeksskonstruktør for alle aktivklasserne under gruppen ”aktier” for at bevare en konsistens. Indeksene er alle free float justeret hvilket betyder, at selskabernes vægt i indekset er beregnet på markedsværdien af det antal aktier, der reelt er til rådighed for investorerne. Aktieposter ejet af fonde, staten, selskabets ledelse, samt majoritets- og krydsejerskaber indgår ikke⁶².

Vi har i vores speciale valgt at inddele indeksene efter geografisk eksponering, som følge af pensionskassernes egen opdeling.

Vi har valgt at lave tre hovedinddelinger for børsnoterede aktier, værende:

- Danske aktier
- Globale aktier (udviklede lande)
- Emerging Markets (EM) aktier

Inddelingen er endt som ovestående på baggrund af flere overvejelser. Oprindeligt var ambitionen en langt mere detaljeret regionsopdeling for globale aktier, hvilket vi desværre måtte sande var for ambitiøst. Som udgangspunkt skyldes den noget grovere inddeling, at pensionskasserne ikke selv har kunnet, eller ønsket, at give information på et mere detaljeret niveau. Når et pensionsselskab ikke *kan* give allokeringen på et mere præcist niveau kan det skyldes, at selve forvaltningen sker hos en ekstern porteføljeforvalter med et mandat til at investere mere bredt, eks. i Globale aktier ex. EM.

8.4.1 Danske aktier

Det danske aktiemarked må overordnet antages at følge de udviklede landes børser, hvorfor man sagtens kunne argumentere for at Danmark skulle indgå som en del af indekset for globale aktier.

⁶¹ Det er de samme lande som er inkluderet i Emerging Markets under aktier.

⁶² www.shareholders.dk

Når vi alligevel har valgt at danske aktier skal repræsenteres som et selvstændigt indeks, skyldes det hovedsagligt interessen for at se graden af hjemlandsbias. Overordnet må man sige at den er betydelig; både hvad angår aktier og obligationer sammenlignet med Danmarks globale størrelse. For aktier specifikt er den gennemsnitlige allokering mod danske aktier ca. 22% og 62% mod verdensmarkedet (ex. EM). Som udgangspunkt er det ikke noget problem, hvis vi kan forvente, at danske aktier følger det globale aktiemarked. Men *hvis* vi fik en national krise, som eks. Island har oplevet det, vil det være katastrofalt. En landespecifik risiko kan i princippet sidestilles med usystematisk risiko, der som bekendt blot kan diversificeres væk gennem en bredere (/mere global) eksponering.

Der er en lille række af officielle indeks for danske aktier, hvor de mest brugte er konstrueret af Nasdaq Nordic Exchange, der betegnes OMX-indeksene. MSCI tilbyder samme indeks, så for at bevare konsistensen af databehandling på tværs, har vi valgt deres indeks:

- **MCSI Danmark⁶³:** MSCI Danmark består af alle danske listede aktier.

8.4.2 Globale aktier

Det var specielt gruppen globale aktier, som vi til at starte med havde ønsket at have en mere detaljeret opdeling af på områderne Europa, Asien, US, Pacific og Japan.

Det er dog sådan, at med undtagelse af Japan, syntes de andre regioners aktiemarkeder i høj grad at korrelere og have samme karakteristika. Det skyldes som udgangspunkt, at disse landes økonomiske drivere er meget ens. Som udslag til finanskrisen så vi bl.a., at det var de udviklede landes overforbrug og gearing, der var en af de grundlæggende faktorer for krisen.

Konklusion blev, at hvis pensionskasserne ikke selv skelner, at hvis markederne i høj grad bevæger sig ens og at hvis vores interesse er at afspejle pensionskasserne investeringsunivers, så er det mest optimale at vælge den inddeling vi har kunnet modtage. Denne selektion giver en begrænsning i form af, at de enkle lande/regioners unikke egenskaber ikke fanges, men denne detaljeringsgrad må undværes i dette set-up.

Til aktivklassen ”Globale aktier” har vi valgt MSCI’s verdensindeks:

- **MSCI World indeks:** MSCI World Index indeholder 24 udviklede lande⁶⁴.

⁶³ www.msci.com

Danmark er inkluderet i dette indeks, hvilket ikke er optimalt; men da markedsværdien for de danske aktier ikke vejer tungt, og da der ikke findes et indeks for ” MSCI Developed Markets ex Danmark”, har vi valgt stadig at benytte dette indeks.

8.4.3 Emerging Markets aktier

Vi har valgt at skelne mellem Globale aktier i udviklede lande og Emerging Markets (EM). Når opdelingen mellem disse aktivklasser er vigtig, skyldes det, at deres økonomier er meget forskellige. Blandt andet som følge af velstand i befolkningen, demografi, vækst, politiske styre mm. Generelt ses dette ved, at prissætningen er forskellig på de to markeder, hvor EM-aktier handler på en discount (øget risikopræmie) i forhold til aktier i udviklede lande.

Selvom det må antages at de globale aktiemarkeder i en hvis grad bevæger sig ens, er den store fordel ved at have begge aktivklasser i sin portefølje netop, at de har hver deres specielle karakteristika, hvilket bidrager til diversifikation.

Som benchmark og indeks for ”Emerging Markets aktier” har vi valgt MSCI indekset:

- **MSCI Emerging Markets:** MSCI Emerging Markets indeholder 21 udviklende lande⁶⁵.

I indekset er ikke inkluderet det man kalder ”Frontier Markets”, som består af de absolut mindst udviklede lande i Emerging Markets. Det har som konsekvens, at vi i princippet ikke har børsnoterede indeks, der dækker hele verden.

8.5 Alternative investeringer

Aktivklasserne der i denne opgave knytter sig til gruppen af alternative investeringer er: ejendomme, skov, råvarer, infrastruktur, hedge-fonde og private equity. Med undtagelse af råvarer og i nogle tilfælde hedge-fonde, har de resterende aktiver en række fælles karakteristika, som at:

- handler foregår oftest ikke på et børsnoteret marked, men ved private handler, og omkostningerne ved at handle er forholdsvis høje.

⁶⁴ Australien, Østrig, Belgien, Canada, Danmark, Finland, Frankrig, Tyskland, Grækenland, Hong Kong, Irland, Israel, Italien, Japan, Holland, New Zealand, Norge, Portugal, Singapore, Spanien, Sverige, Schweiz, Storbritannien og USA. www.msci.com

⁶⁵ Brasilien, Chile, Kina, Columbia, Tjekkiet, Egypten, Ungarn, Indien, Indonesien, Korea, Malaysia, Mexico, Marokko, Peru, Philippinerne, Polen, Rusland, Syd Afrika, Taiwan, Thailand og Tyrkiet. www.msci.com

- værdiansættelse er ofte foretaget af vurderingsmænd, og ikke på en reguleret markedsplads (market making).
- værdiansættelse sker typisk kun halv- eller helårligt.
- de typisk er meget illikvide, ikke mindst i perioder med finansiell uro
- Der kan være stor forskel på de enkelte investeringer, også inden for samme kategori.

Ovenstående karakteristika gør, at de alternative investeringer ikke er særligt egnede for private investorer. Ofte kræver de en lang investeringshorisont, hvilket gør dem velegnede for langsigtede professionelle investorer som pensionselskaberne.

Grundet deres specielle karakteristika er det dog også en gruppe, der har vist sig svær at finde gode indeks for. Vi vil her gennemgå de udfordringer, der har knyttet sig til at finde indeks, som kan give et retvisende billede for disse aktivklassers historiske afkastudvikling.

De største problemer der knytter sig til disse aktivklasser skyldes problemer med illikviditet og subjektive vurderinger. Månedlige eller kvartalsmæssige værdier bliver i høj grad en funktion af tidligere vurderinger, og dermed opstår der en kraftig autokorrelation i afkastene.

Konsekvensen bliver det man kalder ”stale pricing”, eller lidt fordansket; sløv prisning, som fører til ”smoothed” (udglattede) afkastserier, hvor der sker en langsom indregning af aktivets værdi. ”Smoothed” afkastserier ser ud til at have en lav volatilitet, selvom dette reelt ikke er tilfældet. Volatiliteten kan komme forskudt fra den underlæggende hændelse, der driver volatiliteten. Det får serien til at have en forkert korrelation mod andre aktivklasser. En forkert korrelation samt ”smoothed” afkastserier vil medføre, at aktivklassen vil komme til at se meget attraktiv ud i en aktivallokeringsmodel⁶⁶. Man skal huske på, at dette ikke bare influerer vægtene for de alternative investeringer, men også for alle de andre aktivklasser, da summen af vægtene skal være 1 (100%). Så en fejl i bare én aktivklasse vil føre til fejl i alle aktivklasser. Det er derfor meget vigtigt at finde de indeks der bedst beskriver den enkelte aktivklassers afkast karakteristika.

⁶⁶ Budhreja og Figueirido (2005)

8.5.1 Indeks for alternative investeringer

For alle de alternative investeringer findes der børsnoterede indeks, der kan give et grundlag for afkastserien, herunder volatilitet og korrelation. Hvis man antager, at et sådan indeks er repræsentativt for aktivklassen vil ovenstående karakteristika og problemstillinger om langsom prissætning, af naturlige årsager, ikke være et problem. Hvis der er et noteret indeks, vil det nemlig konstant være overvåget og værdiansættes af eksterne i markedet. Derfor ville det nemmeste klart være, at anvende et børsnoteret indeks, da det er let tilgængeligt og kommer med en høj frekvens.

Problemet er bare, at institutionelle investorer som udgangspunkt investerer i unoterede aktiver. Dvs. *direkte* i aktivet (typisk igennem, fonde), og at de børsnoterede indeks ikke lader til at være repræsentative for denne eksponering.

Grunden til at de børsnoterede indeks ikke anses for at give den mest retvisende afkastserie skyldes, at de i høj grad er eksponeret mod aktiemarkedet. Bond og Hwang (2003)⁶⁷ der har undersøgt dette for ejendomme, forklarer det med, at børsnoterede investeringer kan opfattes som en slags hybrid med en disponering fra både ejendoms- og aktiemarkedet. I så fald overvurderer de børsnoterede indeks risikoen og korrelationen, hvor sidstnævnte medfører, at diversifikationseffekten ved at holde både aktier og alternative investeringer undervurderes.

I de tilfælde hvor det er muligt at skaffe et indeks for de direkte investeringer, er dette derfor at foretrække. Problemet med indeks for direkte investeringer er til gengæld den kraftige autokorrelation som følge af sløv prisning, der fører til en fejlvurdering af korrelation og volatilitet.

Der er derfor ingen nem eller ligetil løsning, når der skal findes et repræsentativt indeks for aktivklasserne, der hører under de alternative investeringer. I de tilfælde hvor der findes et indeks for de direkte investeringer, vil vi vælge disse, men det er langt fra tilfældet for alle aktivklasserne.

Uanset hvilke type indeks der vælges, har vi forsøgt at tage højde for de ovenfor beskrevne problemstillinger. Dette gøres ved at korrigere de fundne afkastserier ved hjælp af tre udvalgte metoder beskrevet i de efterfølgende afsnit.

⁶⁷ Bond & Hwang (2003)

8.5.2 Korrigere afkastserier

For en række af de valgte indeks i gruppen af alternative investeringer vil vi have brug for at ”rense” deres afkastserier. Vi har taget udgangspunkt i to måder at korrigere indeksene på:

- Skalering
- Estimationsfejl

Skalering beskæftiger sig med at finde en mere retvisende volatilitet, mens estimationsfejl prøver at løse problemerne med både volatilitet og korrelationer mod andre aktiver. Metoderne bliver beskrevet nedenfor.

Skalering

En måde at korrigere afkastserien er ved at korrigere/skalere de månedlige afkast, så de nærmer sig de afkast/risiko forhold der syntes realistiske. Der kan skaleres efter forskellige faktorer, som kan vælges subjektivt. Det giver mulighed for at skalere for gearing, geografisk eksponering eller andre faktorer som kendetegner ens portefølje, men ikke indekset⁶⁸.

Man kan skalere volatiliteten efter en ønsket volatilitet. Hvis investor eks. tror på, at den årlige volatilitet er mere korrekt, kan der skaleres efter denne. Idet der så er et år i mellem observationerne, vil afkastserien ikke være påvirket af samme høje autokorrelation. Det kaldes også at skalere efter aggregeret data.

Rent teknisk ændrer man ikke på seriens karakteristika, hvorfor serien vil udvise samme middelværdi, skævhed, topstejlhed, autokorrelation og korrelation mod andre aktiver. Med andre ord ændres der *kun* på volatiliteten.

Formlen for at skalere volatiliteten er:

$$R_t(\text{korrigeret}) = \frac{R_t \cdot \text{Target } \sigma}{\sigma}$$

Hvor *Target* σ er den ønsket standardafvigelse og σ er den nuværende standardafvigelse. Den korrigerede afkastserie har samme karakteristika, men en ny standardafvigelse.

Ulempen er, at denne metode ikke korrigerer for problematikken med autokorrelation.

⁶⁸ William Hansen (2011)

Estimationsfejl

En anden metode består i at antage afkastserien lider af estimationsfejl. Det vil sige at man antager, at det sande afkast er en funktion af det empiriske afkast behæftet af et fejldet. Fejldet er den estimerede autokorrelation som identificeres og fjernes fra afkastet.

Der er flere metoder til at korrigere for autokorrelation, værende fra simple autoregressive sammenhænge til avanceret økonometriske modeller. En af grundene til at der ikke er én metode der er blevet standard skyldes, at det rent statistisk er svært at vise hvad der er mest rigtigt⁶⁹. Vi har selv valgt at benytte en simpel AR(1) korrektion i de afkastserier, hvor vi finder metoden om korrektion for estimationsfejl som værende den mest optimale.

Formlen ser således ud⁷⁰⁷¹:

$$R_t(\text{korrikeret}) = \frac{(R_t - b \cdot R_{t-1})}{(1 - b)}$$

Hvor b er autokorrelationen ved 1 måneds lag.

Efter at have anvendt denne metode fås en ny dataserie $R_t(\text{korrikeret})$ som ikke bør udvise autokorrelation. Idet man renser for autokorrelation, renses ”smoothing” effekten hvorved volatiliteten også burde være mere retvisende.

I det følgende vil vi gennemgå de forskellige aktivklasser inden for alternativt investeringer og udvælge passende referenceindeks. Fremgangsmåden vil være, at når referenceindekset er valgt, arbejdes der videre med de rene serier. Korrektionen af serierne sker senere. Dette skyldes, at test af de tre hovedhypoteser skal ske på ”rene” data, da det ikke giver mening at teste normalitet på korrikeret serier. De fundne resultater bruges til at vælge indeks samt til at korrigere efter i senere afsnit.

8.5.3 Ejendomme

Ejendomme har historisk set været en naturlig del af den institutionelle investorers portefølje.

For ejendomme findes der både indeks for direkte investeringer og børsnoterede indeks.⁷²

⁶⁹ Gujarati og Porter (2009)

⁷⁰ Georgiev (2002)

⁷¹ De Souza & Gokcan (2004)

⁷² Søgaard-Andersen & Bach (2007)

De eneste markeder hvor der findes gode offentligt tilgængelige afkastdata for direkte investeringer i ejendomme, er på det amerikanske og det engelske marked. Her findes der henholdsvis National Council of Real Estate Investment Fiduciaries, NCREIF (USA) og Investment Property Databank, IPD (England). I andre lande hvor denne type indeks findes, er disse typisk karakteriseret ved at være korte tidserier med lav datakvalitet.

Ejendomsindeks (for direkte investeringer) er typisk meget illikvide og er baseret på løbende værdiansættelser, som fører til en periodisering og udglatning af afkast. De vil derfor være klassiske eksempler på "smoothed" indeks. Det ses blandt andet tydeligt i Bach og Søgaard-Andersens (2007) undersøgelse der fandt, at den annualiserede standardafvigelse på IPD indekset fra 1986-2006 stiger fra 2,6% til 8,4%, dvs. med en faktor 3,2 såfremt der benyttes årlige observationer frem for månedlige, og at autokorrelationen måned for måned for IPD faldt fra 0,86 til 0,22. Dette er meget høje værdier som indikerer, at de enkelte månedsafkast ikke er uafhængige.

De børsnoterede indeks for ejendomme er let tilgængelige og kommer med en høj frekvens. En udbyder er European Public Estate Association, EPRA. Dette indeks lider under at være en hybrid mellem aktiemarkedet og ejendomsmarkedet.

Denne problematik mht. at skulle vælge et børsnoteret indeks eller et indeks for de direkte investeringer, illustrerer den generelle problematik, når der skal vælges indeks for gruppen af alternative investeringer.

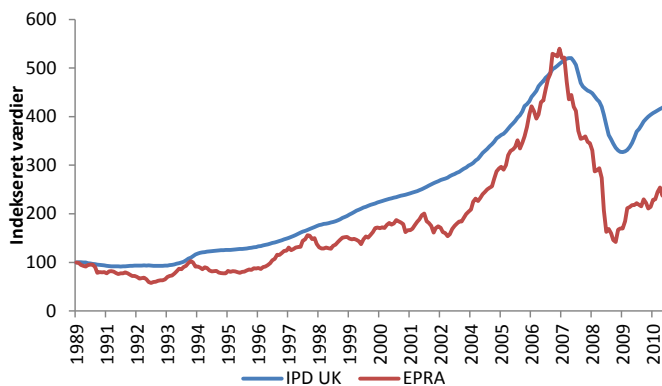
Udvælgelsen af indeks for ejendomme

Hovedparten af ejendomsinvesteringer foretaget af danske pensionskasser, er eksponeret mod det danske ejendomsmarked i direkte investeringer. Det findes desværre ikke brugbart data for det danske eller det europæiske ejendomsmarked inden for direkte investeringer. Vi har derfor valgt det engelske IPD indeks. For børsnoterede indeks findes et europæisk indeks som hedder EPRA.

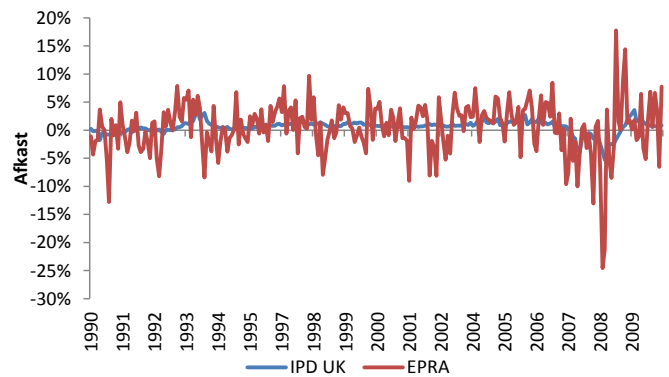
For at vælge den mest repræsentative afkastserie, kræves der en nærmere analyse af de to indeks. Dataserierne dækker over månedlige observationer i perioden 31-12-1989 til 31-12-2010.

I figur 8.2 er vist det totale afkast for IPD UK og EPRA EU indekseret, mens de månedlige afkast for begge serier er afbilledet i figur 8.3⁷³.

Figur 8.2 – Indekseret afkast for IPD og EPRA



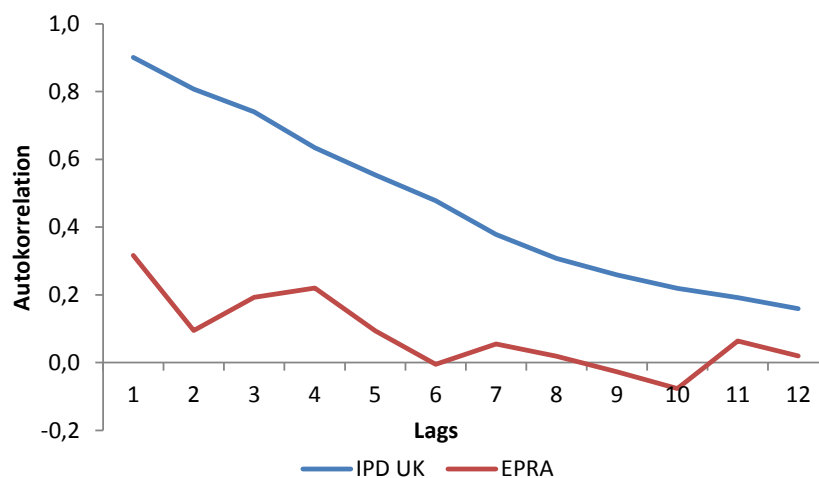
Figur 8.3 – Månedlige afkast for IPD og EPRA



Som forventet ses det, at afkastserien for IPD er langt mindre volatil end EPRA. Billedet illustrerer det generelle problem for alternative investeringer med ”smoothed” afkastserier som konsekvens af autokorrelation.

I figur 8.4⁷⁴ er vist autokorrelationen mellem afkastserierne med 1 til 12 måneders lag. Det vil sige, at figurens y-akse afspejler hvor meget autokorrelation der er at observere efter 1 måneds lag, 2 måneders lag osv.

Figur 8.4 – Månedlige afkast for IPD og EPRA



⁷³ Kilde: Appendiks B.2

⁷⁴ Kilde: Appendiks B.2

Når man ser på autokorrelationen i IPD dataserien ved 1 måneds lag, er korrelationen oppe på 0,90. Dvs. at afkastet i t+1 måned, afhænger 90 % af afkastet i t. Dette er ekstremt højt, men fint i tråd med tidligere undersøgelser. Som det kan ses aftager korrelationen over tid, men er stadig at spore efter 12 måneder. Dette indikerer, at IPD indekset er meget påvirket af de lav frekvente værdiansættelser, som får serien til at have lav volatilitet. EPRA indekset udviser også autokorrelation med 1 lag, men billedet er ikke konsistent, og den aftager hurtigere.

For begge indeks er beregnet standardafvigelsen og korrelationen mod markedet, hvor MSCI World benyttes som reference indeks⁷⁵. Disse nøgletal er beregnet for at se forskellen i volatilitet og korrelation på de to indeks.

Tabel 8.1 – Nøgletal for IPD og EPRA på års basis

	IPD	EPRA	MSCI
Årlig standardafvigelse	4,02%	16,26%	14,92%
Korrelation mod MSCI World	0,22	0,62	1,00

Nøgletallene⁷⁶ for de tre indeks viser hvad der intuitivt kunne forventes. IPD udviser lav volatilitet og lav korrelation, mens EPRA har en volatilitet der ligger nær markedet og med højere korrelation/samvariation med markedet pga. den hybride eksponering.

Volatiliteten på IPD indeks er 4,02% årligt mens det på EPRA er 16,26%, hvilket svarer til ca. en faktor 4 i forskel. Lidt overraskende er det, at EPRA udviser højere volatilitet end aktiemarkedet. Korrelationen er ca. en faktor 3 til forskel mellem de to ejendomsindeks.

Korrelationen for EPRA mod aktiemarkedet er høj. Disse tal understøttes af Bach og Søgaard-Andersen (2007) og Budhraj og Figueirido (2005) der alle peger på, at korrelationen mod markedet er for højt på de børsnoterede indeks, og at de ikke beskriver den risiko, der påtages ved investeringer direkte i ejendomme.

Vi har valgt at bruge IPD indekset, som repræsenterer de direkte investeringer i ejendomme og korrigere dette, så der opnås en mere retvisende volatilitet og korrelation.

For at få en ide om hvad den ”rigtige” volatilitet for ejendomsinvesteringer er, har vi set på datapunkter med længere tidshorisont mellem sig, som under metoden aggregering af data.

⁷⁵ www.msci.com

⁷⁶ Kilde: Appendiks B.2

Nøgletal for IPD er vist i tabel 8.2⁷⁷.

Tabel 8.2 – Nøgletal for IPD data med forskellig tidshorisont

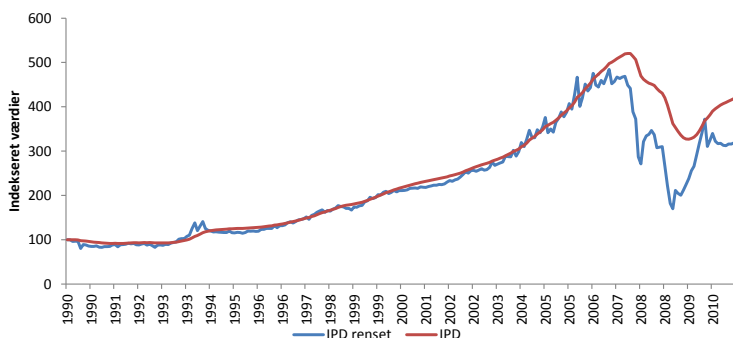
IPD	Korrelation	Standardafvigelse
Månedlig	22,38%	4,02%
Kvartalsvise	0,35	6,77%
Årlig	0,63	10,40%

Af tabellen fremgår det, at volatiliteten stiger med tidshorisonten. Det er helt i tråd med vores hypotese om, at værdiansættelse sker med en for lav frekvens. En volatilitet på 10,40 % kan ligeledes understøttes af tidligere undersøgelse foretaget af Budhrajia og Figueiredo (2005), der finder volatiliteten til at være 10,60 %, dog beregnet for det amerikanske marked.

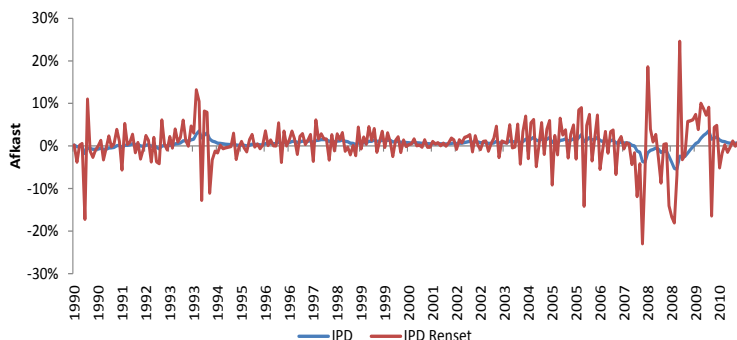
Til gengæld giver de årlige beregninger med få datapunkter en korrelation på 0,63, hvilket intuitivt syntes for høj. Ikke mindst fordi den er højere end det børsnoterede indeks korrelation.

For at korrigere IPD's afkastserie, har vi valgt at benytte metoden hvor der renses for estimationsfejl. Således korrigeres der både for volatiliteten og autokorrelationen. Den rene IPD afkastserie og den rensede IPD afkastserie ses i figur 8.5 og 8.6⁷⁸.

Figur 8.5 – Indekseret afkast for IPD og IPD rensset



Figur 8.6 – Månedlig afkast for IPD og IPD rensset



Som det ses af graferne udviser den rensset serie langt mere volatilitet, og serien ligner at følger en "random walk". I tabel 8.3 er vist nøgletal for den korrigeret IPD serie.

Af nøgletallene⁷⁹ fremgår det tydeligt, at serien har ændret sig efter at være rensset for autokorrelation.

⁷⁷ Kilde: Appendiks B.2

⁷⁸ Kilde: Appendiks B.2

Volatiliteten er højere og korrelationen er faldet til 0,12.. Budhrajia og Figueiredo (2005) finder i deres undersøgelse korrelationen til at være 0,02, på det amerikanske marked. Det virker derfor fornuftigt at korrelationen falder efter korrektionen.

Tabel 8.3 – Nøgletal for IPD data

	IPD	IPD renset
Årlig std	4,02%	17,57%
korrelation	0,22	0,12

Dermed ender vi op med en korrigeret udgave af indekset:

- **IPD UK:** Et månedsbaseret ejendomsindeks eksponeret mod direkte investeringer i det Engelske ejendomsmarked.

Denne gennemgang af ejendomme illustrer tilgangen til at finde indeks for gruppen af alternative investeringer, hvis der både findes et børsnoteret og et direkte indeks

8.5.4 Skov

Skovinvesteringer er karakteriseret ved, at træer er mindre påvirket af konjunktur svingninger, da fældning udskydes hvis træpriserne er lave. Investeringerne er langsigtede, ofte 15-30 år, og værdien stiger i takt med at træerne vokser og hvis træ- eller jordpriser stiger. Derudover kan der skaffes afkast på salg af jagtlicenser, vindmølleprojekter og frasalg af jord.⁸⁰

Skovinvesteringer deler en række karakteristika med andre alternative investeringer og specielt ejendomme. Værdiansættelse foretages af vurderingsmænd og med lav frekvens. Begge dele giver problemerne med autokorrelation og for lav volatilitet som tidligere gennemgået.

Geografisk foregår skovinvesteringer primært i USA, mens regioner som Sydamerika, Oceanien og til dels Afrika er på vej frem. Der findes primært indeks der er eksponeret mod USA, hvilket er tilfredsstillende, da langt størstedelen af investeringerne ligger her.

Som med ejendomme findes der for skov to typer af indeks. Et Indeks der repræsenterer de direkte investeringer og et børsnoteret indeks.

⁷⁹ Kilde: Appendiks B.2

⁸⁰ www.nordealivogpension.dk

For de direkte investeringer findes NCREIF Timberland indeks, som er eksponeret mod amerikanske skov-fonde. De danske pensionskasser investere primært direkte, hvorfor det som udgangspunkt vil være optimalt at benytte NCREIF. Desværre er NCREIF-indekset kun opgjort på kvartalsvis data, hvilket giver problemer i vores model, da vi har brug for data på månedsbasis.

Som børsnoterede indeks, findes S&P Global Timber indeks, der består af børsnoterede virksomheder indenfor skovinvesteringer. Det største problem med dette indeks er, at det kun i begrænset omfang repræsenterer de direkte investeringer i skov. Det skyldes at en del af de virksomheder der ligger i indekset, i højere grad beskæftiger sig med forarbejdning af træet end egentlig skovdrift. Det er derfor et indeks, der er mere eksponeret mod industri end egentlig skovdrift⁸¹. S&P Global Timber er opgjort på månedsbasis, men kan kun dateres tilbage til ultimo 2003. Vi står derfor med et dataproblem.

Vi gennemgår to metoder til at få en afkastserie, hvor den ene tager udgangspunkt i det børsnoterede indeks, mens den anden metode arbejder med det ”direkte” indeks.

Forlængelse af det børsnoterede indeks

Da S&P Timberland indekset som nævnt kun går tilbage til november 2003, mangler der 95 datapunkter for at tilfredsstille vores databehov.

Fremgangsmåden vi vil benytte består i, at tage de største selskaber i S&P Timberland, og ud af deres afkastserier konstruere tidsserien bagud. Ud af de 5 største virksomheder i indekset, har 4 af selskaberne en historik der minimum går tilbage til ultimo 1995. Disse fire repræsenterer ca. 31,14 %⁸² af værdien i indekset. Herefter laves en vægtning af individuelle afkast og deres respektive vægte i indekset. På den måde konstrueres et indeks af 4 aktier, der har tilstrækkelige datapunkter.

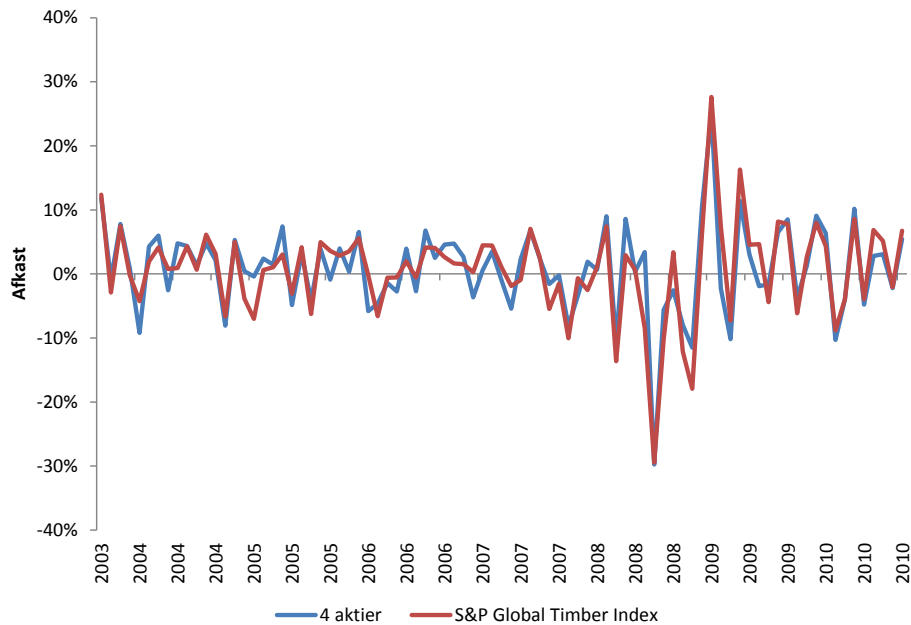
For at tjekke om der er tilstrækkeligt match mellem de to indeks, kan de sammenlignes i perioden fra November 2003 og frem. Dette er gjort i figur 8.7⁸³.

⁸¹ William Hansen (2011)

⁸² Vægtene er pr 31-12-2008, det optimale vil være at have vægtene ved starten af S&P Global Timber.

⁸³ Kilde: Appendiks B.2

Figur 8.7 – De 4 største aktier og S&P Global Timber Index



Som det ses, er der en tydelig sammenvariation mellem de to indeks, og korrelation er beregnet til 0,89. Det virker derfor som tilfredsstillende at bruge det konstruerede indeks som proxy for S&P Global Timber indeks. De to indeks splejser i perioden frem til 2003, for at konstruere et skovindeks med tilstrækkelige datapunkter.

Selvom der nu er datapunkter nok ændrer det ikke ved, at disse selskaber er mere eksponeret mod industri end skov. Det kan ses ved at måle deres korrelation mod aktiemarkedet. Korrelationen mellem S&P Global Timber indeks og MSCI World er helt oppe på 0,75, mens korrelationen mod NCREIFs Timberland indeks (indekset for de direkte investeringer) er negativ på -0,17. Ved at vælge Global Timber Index, vil afkastserien ikke afsløre de store diversifikations-muligheder, der findes i skovinvesteringer.

Proxy for det direkte skovindeks

NCREIF Timberland indeks findes kun på kvartalsdata, hvilket ikke er tilstrækkeligt. En metode til at få flere datapunkter kunne være at interpolere mellem afkastene. Det er dog ikke at fortrække for afkastserier, der skal bruges i en aktivallokerings model. Det skyldes, at man kommer til at lægge de nye datapunkter et sted imellem de kvartalsvise, selvom de reelt godt kunne være både faldet og steget kraftigt i mellemtiden. Det vil derfor fejlvurdere korrelationen og volatiliteten.

En anden metode er at finde et indeks eller en enkel aktie der opfylder tre ting:

- Korrelere med NCREIF på kvartals data
- Har en intuitiv mere korrekt korrelation med markedet
- Findes på månedsbasis

Der benyttes dermed et proxy indeks/aktie til at repræsentere de direkte skovindeks. Det er vanskeligt at finde et børsnoteret aktiv, der korrelerer med et meget illikvidt aktiv som skov. Det skal være et aktiv der er eksponeret mod selve skovdriften, og ikke mod skovindustri, som er tilfældet for en del af virksomhederne i S&P Global Timber indeks. En sådan proxy aktie kunne være det amerikanske selskab Pope Resources. De ejer og driver store arealer af skov i USA. Samtidig rådgiver de investorer i af drive træ baseret porteføljer. De er derfor mere eksponeret mod skovdrift end industri.

Aktien har en korrelation mod MSCI World og dermed markedet på 0,24, hvilket virker mere intuitivt rigtigt end S&P Global Timber, der har en korrelation på 0,75. Pope korrelerer svagt positivt med NCREIF indekset. Ulempen ved denne metode er, at det er en enkelt aktie og den derfor er udsat for usystematisk risiko, som ellers bliver diversificeret væk i et indeks.

Dette indeks er langt fra perfekt, men ved at benytte denne metode fås et indeks der minder mere om indirekte skovinvesteringer ved ikke at sammenvariare med markedet i samme grad som S&P's skovindeks. Den klare ulempe er at det er en enkle aktie, den udsættes dermed for stød som et bredt indeks vil diversificere væk.

Indeks for skov

Ingen af disse to metoder er perfekt og de indeholder begge deres fordele og ulemper. Det understreger igen, det at modellere alternative aktiver består af en række subjektive valg.

Vi har valgt at benytte aktien Pope Resources som proxy for skovinvesteringer.

- **Pope Resources**

Selvom korrelationen er lav mod NCREIT, er den ikke negativ som ved S&P. Det mest betydningsfulde argument er, at korrelationen mod markedet virker mere intuitiv rigtig. Aktien

har mere at gøre med skovinvesteringer end det meget industritunge S&P indeks. Som reference indeks for skov benyttes:

8.5.5 Råvarer

Råvarer adskiller sig ved at det er et ”håndgribeligt” aktiv som fx kobber eller guld. Denne forskel påvirker den måde hvorpå aktivklassen reagerer på ændringer i økonomien. Råvarer påvirkes af lagerniveau, vejrforhold og ændrede produktionsomkostninger etc. Det er denne forskel i underlæggende ”drivere” der gør, at aktivklassen har en stor diversifikationsgevinst i en portefølje, idet den bevæger sig anderledes end traditionelle aktiver⁸⁴.

Investeringer i råvarer adskiller sig fra andre ”alternative investeringer” ved at være likvide, og ved ikke at være en ”direkte” investering, såsom i ejendomme. Prissætningen sker på baggrund af ”market making” på børsnoterede markeder med god datakvalitet. Man investerer typisk i futures-kontrakter, hvor det underliggende aktiv er forskellige råvare. På den måde opnås eksponering mod råvarer, uden på noget tidspunkt at ligge inde med varen.

Som referenceindeks har vi valgt:

- **S&P GSCI:** Indekset er konstrueret af Goldman Sachs og S&P og er bred blanding af råvarer handlet på futures uden gearing.

Investeringer i råvarer har historisk ikke fyldt meget i de institutionelle investorers porteføljer. Det skyldes både mangel på et indgående kendskab til aktivklassen kombineret med, at det har været svært at opnå den rigtige eksponering. Markedet er dog fuldt udviklet i dag, og der findes massere af produkter der følger råvarer markedet, så den ønskede eksponering kan opnås.

Skovenborg og Jensen (2005), beskriver råvarernes egenskaber i en porteføljesammenhæng, og finder at råvarer i perioden 1973 - 2005 ikke kun har givet en bedre diversificeret portefølje, men også et bedre afkast. Undersøgelsen fandt også, at råvare var negativt korreleret således, at de fungerer som et godt hedge mod faldende aktier og stigende passiver. Specielt i ekstreme perioder hvor henholdsvis aktier og renter falder med mere end 10 procent. I den seneste periodes uro på de finansielle markeder, har guld været et godt eksempel herpå.

⁸⁴ Skovenborg og Jensen (2005)

8.5.6 Infrastruktur

Infrastruktur er et aktiv der har fyldt en mindre del hos investorerne historisk, men som er på vej frem. Tidligere var det næsten udelukkende staten der investerede penge i infrastruktur, men i takt med øget privatisering er der i dag et stort antal investeringsmuligheder tilgængelige for private og institutionelle investorer. Investeringer i infrastruktur har typisk en lang levetid og siges derfor også at være en defensiv investering. Typisk vil investeringerne ske i infrastruktur projekter som skoler og veje altså i direkte investeringer.

Den optimale løsning ville være et indeks for de direkte investeringer, men da data ikke er tilgængelig, må der tages udgangspunkt i et børsnoteret indeks bestående af noterede infrastrukturvirksomheder. Dette indebærer, at der højst sandsynligt vil forekomme for høj volatilitet og korrelation grundet denne hybrid form. Dog skulle indekset gerne kunne repræsentere nogle af de karakteristika som aktivklassen har.

Der findes flere udbydere af sådanne indeks. S&P har ”Global Infrastructure” indeks, som benyttes af mange, men desværre går indekset kun tilbage til 2001.

For at opnå en lang tidsserie har vi i stedet valgt:

- **UBS Infrastructure:** Indekset indeholder virksomheder inden for en lang række af klassiske infrastrukturvirksomheder som lufthavne, veje, kræftværker og havne.

8.5.7 Hedge-fonde

Hedge-fonde har som investeringsobjekt levet en speciel tilværelse. I starten ansås hedge-fonde som mystiske hemmelighedsfulde klubber for superrige investorer, der kunne skabe gode resultater i alle investeringsmiljøer. I takt med at investeringer i hedge-fonde er blevet bredt anerkendt, har flere og flere institutionelle investorer valgt at investere heri. At definere en hedge-fond kan være svært, da der i dag findes et stort antal af fonde, som specialiserer sig indenfor hver deres område. Generelt har hedge-fonde mere frie rammer end traditionelle eksterne portefølje managere, og har gerne sin egen strategi. Normalt søger de gerne at udnytte uligheder i markedet ved både lange og korte positioner (short selling), og har mulighed for at geare (lånefinansiere) deres investeringer.

Til at beskrive hedge-fonde har vi valgt:

- **Dow Jones Credit Suisse Core Hedge Fund Index:** Indekset fungerer som et aggregeret hovedindeks med 10 underopdelinger i en række sub-indeks, der repræsenterer hver deres specialiserede strategi. Indekset repræsenterer en lang række hedge-fonde.

For den enkle pensionskasse vil det være optimalt at udvælge det/de underindeks der bedst beskriver deres portefølje, men da det udvalgte referenceindeks i opgaven skal dække generelt, vælger vi det overordnede indeks.

Der knytter sig en række af problemer med at benytte hedge-fond indeks til analyser. Asness, Krail og Liew (2001) sætter fokus på en række af disse i deres artikel ”Do Hedge Funds Hedge”. De advarer om de problemer, der relaterer sig til brugen af månedlig data for hedge-fonde grundet betydningsfulde bias i data.

Disse bias kan være:

- Frivillig rapportering og sløv prisning
- Survivorship bias
- Backfill bias

Backfill bias dækker over, at fonde typisk først vælger at indtræde når deres performance har været god i en periode, og derefter få bagud rapporteret deres afkast. Credit Suisse-indekset lider ikke under denne bias, da det kun rapporterer på ”going forward” basis, og det vil derfor ikke blive gennemgået yderligere.

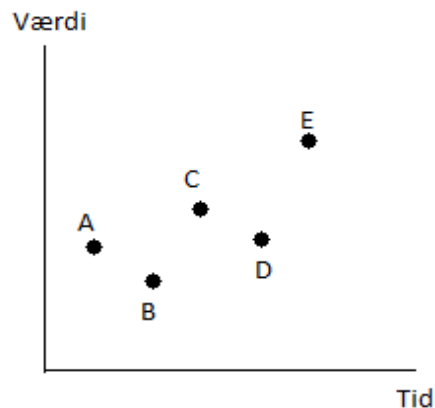
Frivillig rapportering og sløv prisning

Frivillig rapportering indebærer at hedge-fondene selv kan vælge om de vil indrapportere deres afkast. De indrapporterede tal gennemgår ingen validitetstest, så de er i princippet selv herrer over hvilken værdi, og dermed afkast, de vil indrapportere⁸⁵. Deres tal kan være meget svære at verificere, da hedge-fonde som udgangspunkt ikke offentliggør deres beholdninger. Disse data forventes derfor at være påvirket af en sløv prissætning, som vi også så det for specielt ejendomme.

⁸⁵ Plesner (2003)

Hvis fondene selv bestemmer hvilken værdi de vil indrapportere, skabes der et incitament til at vente med at indregne et tab. Konsekvenserne heraf illustreres bedst med et eksempel som fremgår af figur 8.8.

Figur 8.8 – Frivillig rapportering



Hvis man som hedge-fond vælger kun at rapportere punkterne A, C og E i grafen, mens man i de to resterende måneder vælger at rapportere ingen ændringer, vil afkastserien ikke vise de negative afkast, og volatiliteten bliver kraftig undervurderet.

Denne selektive indregning kan få værdireguleringerne til at komme i klumper, når et tab ikke længere kan skydes. En sådan kraftig regulering kan man mistænke de hedge-fonde for, der rapporterede til underindekset Equity Market Neutral i november 2008. Indekset, som endda skulle være beta-neutral, dvs. upåvirket af markedsudsving på aktiemarkedet, tabte 40,45 % i november, hvorimod det største tab på aktiemarkedet forekom i oktober 2008. I de fire forgående måneder var der indregnet små tab, men i november valgte man så at tage et stort tab. Formentlig fordi det ikke længere kunne skydes ud i fremtiden, da forventningen om at genvinde terræn havde lange udsigter.

En andet problem der kan forstærke sløv prisning er, at hedge-fonden holder illikvide aktiver der ikke værdireguleres hver måned. Dermed sker indregningen af den ”sande” værdi langsomt.

Survivorship bias

Et sidste problem er det klassiske ”survivorship bias”, som opstår når indeksskonstruktøren ekskluderer alle, eller nogle, afkast fra fonde som er gået konkurs. Fondene vælger typisk ikke at rapportere ind når deres afkast er kraftigt negative og de indser at konkurs er uundgåeligt. Fonde

der er gået konkurs har per definition haft dårlig performance, og ved at undlade at rapportere disse tab vil indekset have en for høj værdi.

I en artikel skrevet af Posthuma og Sluis (2003) refereres der til undersøgelser der finder, at indeks for hedge-fonde var overvurderet med mellem 0,5% og 3%, og en enkelt der ikke kunne påvise survivorship bias⁸⁶.

Selvom det er veldokumenteret, at der forekommer bias i hedge-fond indeks, er det vanskeligt at lave egentlig modifikationer på frivillige rapportering og survivorship bias, da det ikke er entydigt hvad der sker med volatiliteten. Credit Suisse prøver at inkludere flere fonde der er gået konkurs (dog ikke dem alle), og prøver dermed at korrigere for survivorship bias.

Et bias der kan justeres for er sløv prisning. Det kan gøres ved at aggregere data og finde en mere retvisende volatilitet, da den ”sande” værdi gerne skulle være indregnet ved at bruge data på længere horisonter. De månedlige afkast skalleres så de har den ønsket volatilitet. I tabel 8.4⁸⁷ ses nøgletal for data på forskellige tidshorisonter.

Tabel 8.4 – Nøgletal for Credit Suisse Hedge-fond indeks med forskellig tidshorizont

	Standardafvigelse
Månedelig	7,7%
Kvartalsvise	8,5%
Årlig	11,0%

Tallene viser at volatiliteten stiger når tidsperioden mellem datapunkterne øges hvilket tyder på, at hypotesen om sløv prisning for sådanne indeks er korrekt.

Indekset kan skalleres op således, at det har en volatilitet på 10,74 %. Det giver en korrigeret afkastserie med en højere volatilitet, mens fordelings karakteristika stadig bevares.

Da vi ikke renser for frivillig rapportering og survivorship bias, vil en aktivallokeringsmodel højst sandsynligt overvurdere attraktiviteten af aktivklassen.

⁸⁶ Fung og Hsieh (2000) 3 %, Brown, Goetzmann, Ibbotson & Ross (1999) 3 %, Grinblatt & Titman (1989) 0,5 %, mens Ackermann, McEnally & Ravenscraft (1999) fandt ikke survivorship bias.

⁸⁷ Kilde: Appendiks B.2

8.5.8 Private equity

Investeringer i Private Equity (PE) er gerne køb af medbestemmende indflydelse. Oftest i unoterede virksomheder, med det formål at effektivisere organisationen, driften eller/og ledelsen med henblik på at skabe værdi. Der kan investeres på forskellige stadier af virksomheders livscyklus, lige fra det der kaldes venture kapital (den tidlige fase) til Buy-out, hvor etableret virksomheder købes med henblik på omstrukturering og videresalg.

Der er sjældent at pensionskasser investerer direkte i virksomhederne. Oftest vil pensionskasserne være en passiv investor der skyder penge ind i en PE-fond, der står for varetagelsen af hele processen. Fordelene for pensionskassen er, at den ikke behøver at stå for udvælgelsen af selskaber, men blot opnå eksponering mod dette marked. Ulempen er, de ekstra omkostninger, såkaldt fee's, som investor skal betale til fonden, samt udfordringen ved at kunne gennemskue hvilke managere der er dygtige. Der kan være ret stor forskel på performance fra manager til manager⁸⁸.

En PE-fond er typisk struktureret ved at være en "closed-end" forstået på den måde, at fonden etableres med en løbetid på f.eks. 5-10 år. Investor forpligtiger sig til at indestå for en kapital, som PE-fonden kan "kalde" når der er behov for det. Omvendt udbetaler fonden udbytter/afkast i takt med at selskaber sælges. En endelig opgørelse sker ved fondes udløb, når alle virksomhederne er solgt videre. Under finanskrisen viste det sig, at være stort set umuligt at komme af med virksomhederne, hvorfor mange fonde har fået deres løbetid forlænget.

Ligesom hedge-fonde, vælger PE-fondene selv om de vil indrapportere til indekset, hvilket giver sløv prisning. Vi ved derfor ikke, om indekset over- eller undervurdere afkastet og den dertilhørende risiko. Afkastet på indekset er meget afhængigt af de løbende værdiansættelse fra fondene selv, og disse tal kan være yderst svære at verificere.

Som, for mange af de andre alternative investeringer, findes der et børsnoteret indeks og et indeks for de direkte investeringer. For de direkte investeringer findes Cambridge Associates Private Equity, som er et indeks konstrueret på baggrund af 861 amerikanske Private equity virksomheders indrapportering. Desværre opgøres det kun kvartalsbasis, hvilket ikke er tilstrækkeligt for vores månedsbaseret databehov, og interpolation er ikke at fortrække.

⁸⁸ Plesner (2003)

Dow Jones Wilshire (DJW) Private Equity Index er et børsnoteret PE indeks. Det kan kun dateres tilbage til primo 1999, hvilket ikke er tilstrækkeligt. Et andet indeks er Dow Jones Wilshire Microcap, der benyttes af Sheikh og Qiao (2010) i en artikel om aktiv allokering som indeks for PE. Dette indeks har en korrelation mod aktiemarkedet på 0,86, hvilket virker intuitivt rigtigt.

- **Dow Jones Wilshire Microcap**

Herefter kan der senere vælges at skalere volatiliteten efter årlige observationer af Cambridge Associated PE indeks. Den har en volatilitet på 20,30 %.

8.6 Oversigt over referenceindeks

Data består nu af 16 indeks, som skal repræsentere pensionskassernes investeringsunivers⁸⁹.

Tabel 8.5 – Referenceindeks for alle aktivklasser

Aktivklasser	Indeks
Danske statsobligationer	Nordea Constant Maturity, 7 year, Government Bond Index DKK
Statsobligationer udviklede lande	Konstrueret af 50% Effas EU 50% Effas US
Dansk Realkredit	Nordea Callable Mortgage Index, All Maturities
Indeks obligationer	Konstrueret af J.P. Morgan World Government Inflation-Linked Bond Index og Barclays US Corporate Investment Grade Kredit
Investment Grade kredit	J.P. Morgan GABI Traded Index
High yield kredit	Barclays Global Corporate High Yield
Emerging Markets obligationer	Barclays Emerging-Markets High Yield
Danske aktier	MSCI Denmark
Emerging markets	MSCI emerging markets
Aktier Globale	MSCI Developed Markets
Hedge-fonde	Credit Suisse Tremont Hedgd-fund Index
Private Equity	Dow Jones Wilshir Microcap Cap
Ejendomme	IPD UK
Infrastruktur	UBS Pan European Infrastruktur Index
Råvarer	Goldman Sachs Commodities index
Skov	Pope US

I tabellen er vist de forskellige aktivklasser, med tilhørende indeks. Disse vil danne grundlag for den videre analyse i opgaven. Udvalgelse af referenceindeks har været vigtig, fordi den danner grundlag for alt datainput til aktivallokeringsmodellen. For en mindre række af aktivklasserne har det givet store udfordringer at finde et repræsentativt indeks.

⁸⁹ Kilde: Appendiks B.2

Konsekvensen er, at vi ikke med nøjagtighed kan "skabe" et investeringsunivers af alle aktivklasser der præcist repræsentere de afkast/risikoforhold, som aktivet reelt har. Når afkast/risikoforholdet ikke er helt korrekt, vil modellen ligeledes være influeret, hvilket vil give forkert allokering. Det er nogle af disse problemer som vi i vores model vil forsøge at rette op på. Når vi taler om "korrekt" risiko/afkast forhold, er det vigtigt endnu engang at understrege, at vi antager de *historiske* afkastserier er repræsentative.

Generelt må man sige at udvælgelsen af referenceindeks i høj grad er præget af subjektive valg, der dog er taget på baggrund af grundig analyse og diskussion. I denne proces har vi blandt andet rensset for autokorrelation og set på volatilitet over forskellige perioder, for at argumentere for vores udvælgelse.

I de efterfølgende afsnit vil alle aktivklasser blive testet for 1) normalfordelingsantagelsen, 2) antagelse om uafhængighed i afkast og 3) konstante korrelationer. Fra arbejdet med udvælgelsen og til den systematiske test af alle aktivklasser, "viderebringes" alle indeks dog i sin "rene" form således, at det kun er splejsning af indeks og vægtning af indeks, der er indarbejdet.

9. Test af aktivklassernes afkastserier

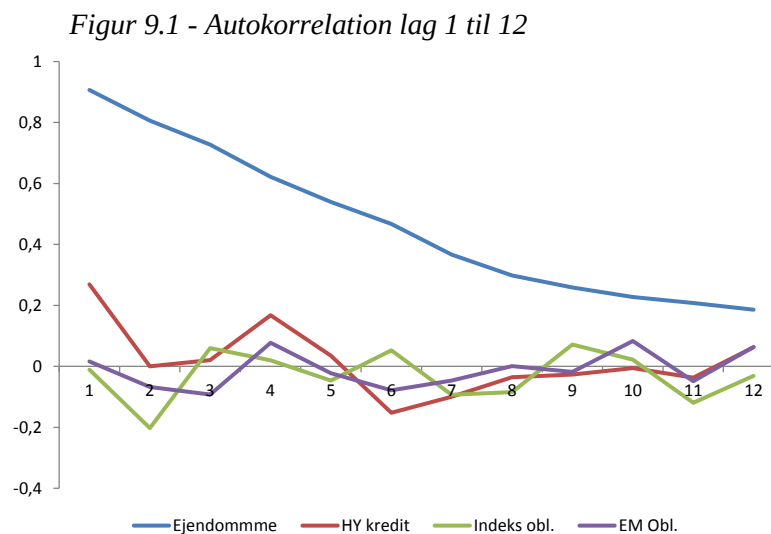
Vi vil i følgende afsnit teste for evidens af følgende antagelser:

- 1) Afkast antages uafhængige.
- 2) Afkast antages normalfordelte - ingen ”fede haler”.
- 3) Korrelationer antages konstante.

Alle tests er blevet foretaget på de ”rå” dataserier, hvilket er gjort for at illustrere problematikken af de antagelser, som de klassiske aktiv allokeringsmodeller bygger på. Såfremt de ikke kan dokumenteres empirisk er resultatet ukorrekte risikomål, med forkert porteføljesammensætning som konsekvens.⁹⁰

9.1 Afkast antages uafhængige

I moderne porteføljeteori antages afkastet at være uafhængige fra periode til periode. Empirisk har det vist sig ikke at være tilfældet for mange aktivklasser. Specielt alternative investeringer lider af ikke at være uafhængige. Hvis afkastene ikke er uafhængige fra periode til periode fejlvurderes korrelationer og volatilitet. For at illustrere graden af autokorrelation på forskellige månedlige lag, er der i figur 9.1 vist lag 1 til 12. Vi har udvalgt 4 serier og resten er at finde i appendiks A.9.1⁹¹.



⁹⁰ Sheikh & Qiao (2010)

⁹¹ Kilde: Appendiks B.3

Indekset for ejendomme er et tydeligt eksempel på en udglattet afkastserie, hvor autokorrelationen er høj og konstant faldende, når antallet af månedlige lags øges. HY kredit har også betydelig autokorrelationen på de første lag, men billedet er ikke nær så tydeligt på de følgende lag. Indeks obligationer og Emerging Markets obligationer er eksempler på serie, hvor der ikke findes autokorrelationen. Værdierne er små og fortegnene er ikke entydige.

For at bestemme om autokorrelationen er signifikant, har vi testet hver aktivklasse. Hertil har vi brugt Ljung-Box testen, der tester hvorvidt summen af en tidsseries autokorrelationer over flere lag, er forskellig fra nul. En sådan test kaldes også en portmanteau test. Testen accepterer eller forkaster hypotesen: $H_0 = 0$, om at data er uafhængige. Ljung-Box Q-statistic, er formuleret som følgende⁹²:

$$Q_{LB} = T(T + 2) \sum_{j=1}^k \frac{\tau_j^2}{T - j}$$

hvor τ_j er den aktuelle seriekorrelation, j er antallet af lag der testes og T er antallet af observationer. Vi tester på 1 måneds lag med 180 observationer, for herudfra at forkaste eller acceptere autokorrelation i vores afkastserier. Alle tests accepteres eller forkastes på et 5% signifikans niveau, hvortil vi bruger en X^2 -fordeling til opslag. For p-værdier mindre end 0,05 afvises H_0 hypotesen, om at afkast er uafhængige, hvilket betyder vi finder evidens for, at der findes autokorrelation i serien.

Vores undersøgelse finder, at der i de tre overordnede aktivgrupper aktier, obligationer og alternative investeringer, findes afkastserier med signifikant autokorrelation. I 7 ud af de 16 aktivklasser er dette signifikant, hvilket svarer til lige under halvdelen. I aktivgruppen af obligationer kunne hypotesen om uafhængige afkast kun forkastes i 1 ud af de 7 aktivklasser, mens hypotesen for de alternative investeringer kunne forkastes i 4 ud af 6 tilfælde. Det stemmer overens med forventningen om, at autokorrelation tydeligst var at finde i de alternative investeringer.

⁹² Box & Ljung (1978)

I tabel 9.1⁹³ er opstillet resultaterne for de 16 aktivklasser.

Tabel 9.1: Test af autokorrelation på månedlige afkast med 1 lag.

Aktivklasse	Q _{LB}	p-value	Forkaste hypotesen; ingen autokorrelation i afkast
Danske Statsobligationer	0,40	0,525	Nej
Statsobligationer udviklede lande	2,45	0,117	Nej
Danske Realkredit	2,33	0,127	Nej
Investment Grade kredit	3,45	0,063	Nej
Indeks obligationer	0,02	0,886	Nej
High Yield kredit udviklede lande	13,22	0,000	Ja
Emerging Markets Obl.	0,05	0,825	Nej
Danske aktier	0,65	0,420	Nej
Globale aktier	4,99	0,025	Ja
Emerging Markets aktier	5,31	0,021	Ja
Hedge-Fonde	6,12	0,013	Ja
Private-Equity	10,38	0,001	Ja
Ejendomme og grunde	150,30	0,000	Ja
Infrastruktur	1,97	0,160	Nej
Råvarer	6,96	0,008	Ja
Skov	0,34	0,557	Nej

På baggrund af resultaterne må vi konkludere, at der ud fra den statistiske metode, findes evidens for autokorrelation i en betydelig del af afkastserierne. Det betyder, at man undervurderer risikoen, hvis den måles med standardiserede risikomål såsom standardafvigelsen.

9.2 Afkast antages normalfordelte

Da Markowitz i 1952 lagde de første grundsten til porteføljeteori, blev den bygget på Bacheliers daværende bredt accepteret antagelse om, at afkast er normalfordelte. Denne antagelse fik da også lov at bista frem til midt 60'erne, hvor Mandelbrot (1963) og Fama (1965)⁹⁴ rejste kritik mod, hvad de mente var en for simpel antagelse af virkeligheden. Kritikken byggede på observationer af kursudsving, hvor afkast i højere grad viste sig at være koncentreret omkring middelværdien, og halerne viste sig "federe" end normalfordelingens.

Siden er der foretaget mange undersøgelser, som har bekræftet at normalfordelingen ikke er god til at beskrive afkastfordelingerne. I en undersøgelse af hhv. daglige, ugentlige og månedlige log-

⁹³ Kilde: Appendiks B.3

⁹⁴ Fama (1965)

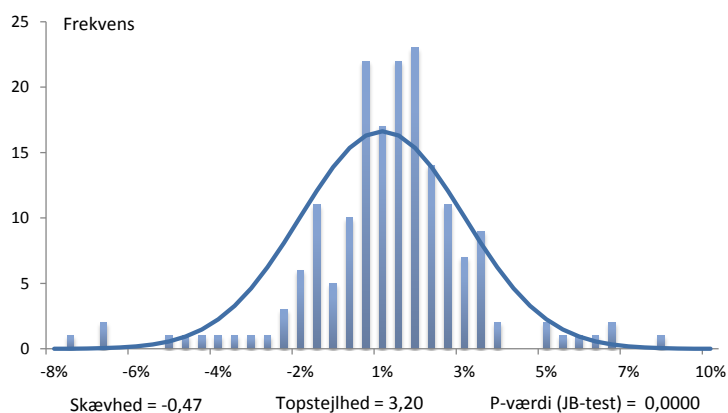
afkast for S&P500 og FTSE All Shares, fandt Harris & Küçüközmen (2001)⁹⁵ også frem til tegn på normalitetsbrud.

Alligevel er det i de fleste lærebøger en standard i finansiell risikoanalyse at antage normalfordelte afkast. Antagelsen om normalfordelte afkastserier har stor betydning for risikoanalysen, idet empiriske afkastfordelinger ofte har federe haler og er asymmetriske, hvilket betyder de har mere vægt i de ekstreme tilstande, der genererer store tab (og gevinster)⁹⁶.

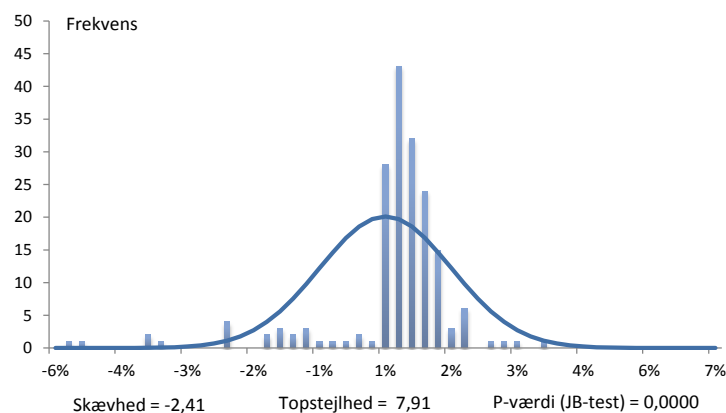
Vi vil i det følgende teste alle aktivklasserne ved, at se på de fire fordelingsmomenter, middelværdi, varians, skævhed og topstejlhed (kurtosis). De to førstnævnte definerer fordelingen, mens de sidste to bruges til at beskrive eventuelle afvigelser fra normalen.

For at illustrere om afkastene syntes normalfordelte, finder man i figur 9.2 og figur 9.3 to tilfældig udvalgte aktivklassers afkastfordeling, illustreret som et pindediagram, sammen med den klokkeformede normalfordeling. Alle aktivklassernes afkastfordelinger findes illustreret i appendiks A.9.2⁹⁷

Figur 9.2 – Hedge-fonde



Figur 9.3 – Ejendomme og grunde



Et overordnet blik på afkastseriernes fordelinger afslører, at de ikke syntes normalfordelte.

Generelt har afkastserierne koncentreret værdier til højre og mere spredte værdier til venstre, hvilket indikerer det der kaldes en negativ skævhed i afkastserierne. Derudover er det meget tydeligt, at der er flere observationer omkring midten, og at antallet af afkast i halerne er flere end den klokkeformede kurve tillader.

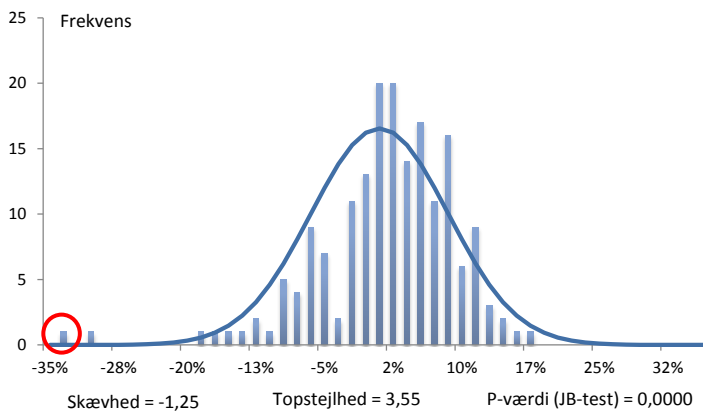
⁹⁵ Harris & Küçüközmen (2001)

⁹⁶ Søgaard-Andersen og Larsen (2008)

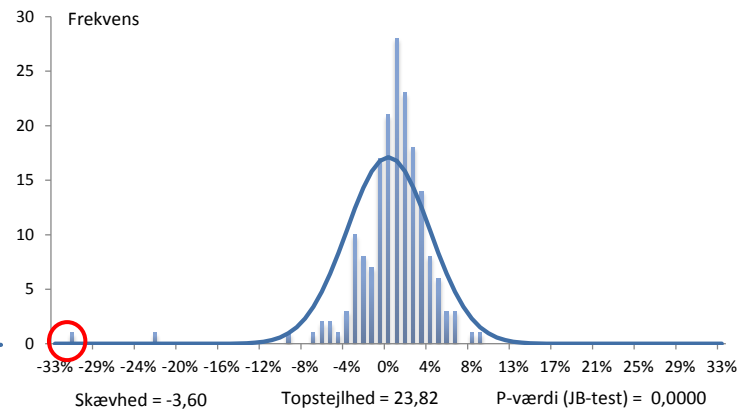
⁹⁷ Kilde: Appendiks B.3

Et eksempel på ”fede-hale-events” var i august 1998, hvor Rusland erklærede sig konkurs og dermed ikke kunne betale deres udenlandske gæld. Det fik aktier til at falde og renter til at stige kraftigt i Emerging Markets (EM), som en konsekvens af investorers risikoaversion. Af figur 9.4 og 9.5 ses det, at de realiserede månedlige afkast for EM aktier og EM obligationer var henholdsvis, -34,13 % og -31,31 %. Et sådan tilfælde burde, ifølge normalfordelingen, ikke forekomme, men det gjorde det. Det er events som disse, der er med til at give halerisiko.

Figur 9.4 – Emerging Markets aktier



Figur 9.5 – Emerging Markets obligationer



For at teste om afkastene er normalfordelte, benyttes en Jarque-Bera (JB) test, der er et ”hvorgodt-passer-fordelingen-mål” i forhold til normalen. Testen er betinget af *både* skævhed og kurtosis, og er defineret som⁹⁸:

$$JB = n \left(\frac{S^2}{6} + \frac{(K - 3)^2}{24} \right)$$

Hvor n er antallet af observationer, S er afkastseriens skævhed og K er seriens kurtosis. Testen er således en samlet hypotese om, hvorvidt S og K er 0 og 3 respektive (som normalfordelingen forskriver). Hvis fordelingen er normal er $JB=0$. Fordelingen følger en X^2 -fordeling med 2 frihedsgrader. Der testes på et 5% signifikans niveau.

JB testen er ret kraftigt påvirket af outliers, hvorfor nogle brugere af statistisk metode, ville fjerne disse. I finansiell økonomi, og i dette speciale, er det omfanget af disse enkelte events, der er hele

⁹⁸ Gujarati & Porter (2009)

problemstillingen og dermed omdrejningspunktet. Det er disse events, der kan ruinere folk eller medvirke til at virksomheder, eller endda lande, går konkurs⁹⁹.

Resultaterne er summeret i tabel 9.2¹⁰⁰. Her kan det ses at 14 ud af de 16 fordelinger har en negativ skævhed, og at topstjlheden, der er målt *relativt* til normalfordelingens 3, er 0 eller positiv for alle serierne. Når vi tester for, om fordelingerne er ”normale”, forkastes hypotesen for 14 af afkastserierne og i næsten alle tilfælde med meget stor sikkerhed.

Tabel 9.2: Test af normalfordelingens egnethed til approksimation for de faktiske afkastserier

Aktivklasse	Skævhed	Kurtosis	JB Test	p-value	Forkaste hypotesen om Normalitet
Danske Statsobligationer	0,01	0,00	0,00	0,9996	Nej
Statsobligationer udviklede lande	0,03	0,55	2,31	0,3147	Nej
Danske Realkredit	-0,33	0,63	6,15	0,0462	Ja
Investment Grade kredit	-0,14	0,36	1,59	0,4512	Nej
Indeks obligationer	-0,95	5,59	261,63	0,0000	Ja
High Yield kredit udviklede lande	-2,29	13,30	1484,11	0,0000	Ja
Emerging Markets Obl.	-3,60	23,82	4642,66	0,0000	Ja
Danske aktier	-0,71	1,44	30,49	0,0000	Ja
Globale aktier	-1,00	1,56	48,05	0,0000	Ja
Emerging Markets aktier	-1,25	3,55	141,39	0,0000	Ja
Hedge-Fonde	-0,47	3,20	83,47	0,0000	Ja
Private-Equity	-0,54	1,20	19,36	0,0001	Ja
Ejendomme og grunde	-2,41	7,91	643,57	0,0000	Ja
Infrastruktur	-0,89	2,28	62,58	0,0000	Ja
Råvarer	-0,82	2,53	68,03	0,0000	Ja
Skov	-0,17	1,44	16,44	0,0003	Ja

Topstjlheden betyder, at sandsynligheden for relativt små afkast er større, og at ekstreme afkast forekommer oftere end normalfordelingen tillader. Kombineret med en negativ skævhed betyder det, at sandsynligheden for ekstreme *negative* afkast er større end for ekstreme positive afkast.

For flere af aktiverne fås en meget høj test værdi. For EM obligationer skyldes de store værdier for topstjlhed og skævhed de ekstreme outliers i tidsserien. Men som sagt tidligere, er det jo netop det der kendetegner handler af aktiver i EM. Det er denne risiko der er vigtig at forstå, når

⁹⁹ Taleb (2004)

¹⁰⁰ Kilde: Appendiks B.3

man vælger at placere sin formue i værdipapirer, hvis underlæggende aktiv har hjemsted i disse regioner.

Testen på samtlige aktivklasser underbygger forventningerne om, at normalfordelingen *ikke* er en god approksimation for de faktiske afkast. Konsekvensen ved at antage normalfordelte afkast er, at risikoen i halerne af fordelingerne undervurderes, hvorved den samlede risiko, målt ved standardafvigelse, undervurderes.

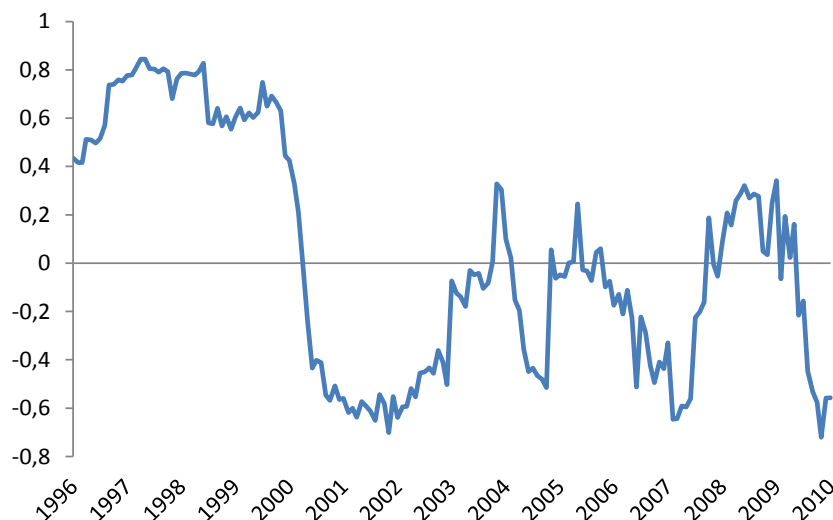
9.3 Korrelationer antages konstante

Udover afkastseriernes fordelingskarakteristika, er korrelationerne mellem afkastserierne vigtige input i en aktivallokeringsmodel, fordi det er dem der tilsiger, hvor stor en diversifikationsgevinst vi kan forvente ved at sprede investeringer.

Selvom de klassiske modeller antager konstante korrelationer, er det efterhånden en kendt sag i finansiell litteratur, at korrelationer har en tendens til at være ustabile over tid¹⁰¹.

For i første omgang at demonstrere ustabiliteten i korrelationer, er regnet en 12 måneders glidende korrelation mellem MSCI World og Danske Realkredit obligationer, hvor sidste nævnte er tilfældigt udvalgt. Dette er afbilledet i figur 9.6¹⁰².

Figur 9.6 - Glidende 12 mdr. korrelation mellem MSCI World og Dansk Realkredit



¹⁰¹ Loretan og English (2000)

¹⁰² Kilde: Appendiks B.3

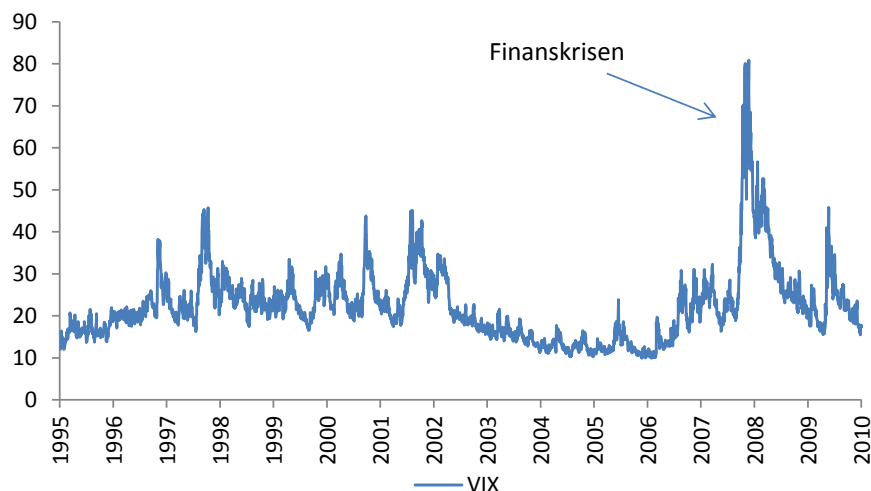
Det ses af figuren, at korrelationen mellem de to aktivklasser er alt andet end stabil over tid, samt at der ikke er et entydigt fortegn på sammenvariationen. Den højeste korrelation i perioden er på ca. 0,8 mens den laveste er på ca. -0,7. Billede af ustabile korrelationer gør sig gældende for alle aktivklasserne i opgaven.

At antage konstante korrelationer er derfor ikke en valid antagelse, men hvad der er mere interessant er, at korrelationerne lader til at følge et mønster. Undersøgelser finder at korrelationerne stiger omkring perioder med stor usikkerhed og falder igen i stabile markeder. Et eksempel herpå er påvist af English & Loretan's (2000) artikel, der finder at korrelationer falder i forbindelse med stressede markedstilstande. De ser altså ud til at bevæge sig uhensigtsmæssigt. Vi tester derfor hvordan aktivklassers indbyrdes korrelationer ændres i stressede tider; også defineret som tider med høj volatilitet.

I perioden fra 1996 til 2010 har der været flere perioder med stresset finansielle markeder, men specielt finanskrisen skiller sig ud. Hypotesen er, at korrelationer stiger i perioder med høj volatilitet og dermed ikke giver den forventede beskyttelse mod negative afkast som forventes.

Til at illustrere at finanskrisen var en periode med stressede markeder, har vi benyttet CBOE VIX indekset. VIX måler den forventede volatilitet på aktier i S&P 500 indekset over en 30-dages periode. Det findes ved at regne den implicitte volatilitet på optioner, hvor det underliggende aktiv er aktier i S&P 500. Indekset er en af de bedste måder at måle markedets usikkerhed på¹⁰³ og ses af figur 9.7.

Figur 9.7 - VIX 1996 til 2010



¹⁰³ Sheikh og Qiao (2010)

Som det kan ses af grafen, er volatiliteten ekstrem høj i perioden omkring finanskrisen og også langt over det samlet gennemsnit for hele perioden, hvilket indikerer en stresset markedstilstand.

For at se om korrelationerne bryder sammen under stresset markedstilstande, har vi beregnet aktivernes indbyrdes korrelationer over hele tidsperioden fra 1996-2010 og under finanskrisen Andet at vare fra (2008-2009). Resultaterne er afbilledet i tabel 9.3 og tabel 9.4¹⁰⁴.

Tabel 9.3 - Korrelationer over hele tidsperioden

	Dansk Stat	Stat udviklede lande	Danske Realkredit	Investment Grade kredit	Indeks obligationer	HY kredit udviklede lande	Emerging Markets Obl	Danske aktier	Globale aktier	Emerging Markets aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejendomme og grunde	Infrastruktur	Råvarer	Skov
Dansk Stat	1,00															
Stat udviklede lande	0,79	1,00														
Danske Realkredit	0,82	0,63	1,00													
Investment Grade kredit	0,83	0,94	0,72	1,00												
Indeks obligationer	0,45	0,63	0,41	0,67	1,00											
HY kredit udviklede lande	0,04	-0,14	0,16	0,07	0,28	1,00										
Emerging Markets Obl.	0,20	0,02	0,32	0,18	0,35	0,84	1,00									
Danske aktier	-0,09	-0,25	0,01	-0,12	-0,02	0,56	0,45	1,00								
Globale aktier	-0,07	-0,26	0,08	-0,13	-0,01	0,68	0,60	0,75	1,00							
Emerging Markets aktier	-0,08	-0,25	0,06	-0,12	0,11	0,74	0,71	0,62	0,81	1,00						
Hedge-Fonde	0,07	-0,11	0,16	0,03	0,16	0,62	0,55	0,58	0,63	0,64	1,00					
Private-Equity	-0,12	-0,27	0,00	-0,15	0,01	0,68	0,54	0,58	0,74	0,73	0,67	1,00				
Ejendomme og grunde	-0,10	-0,16	-0,12	-0,13	-0,02	0,21	0,07	0,30	0,28	0,17	0,26	0,23	1,00			
Infrastruktur	0,04	-0,14	0,13	0,00	0,02	0,52	0,42	0,55	0,62	0,55	0,40	0,51	0,23	1,00		
Råvarer	-0,20	-0,12	-0,19	-0,09	0,24	0,29	0,21	0,20	0,24	0,35	0,37	0,27	0,24	0,16	1,00	
Skov	0,01	-0,05	0,01	-0,01	0,22	0,29	0,14	0,21	0,25	0,25	0,24	0,21	0,18	0,20	0,21	1,00

Korrelationsmatricen for hele perioden indikerer, at kombinationen af at holde flere aktivklasser skulle give en diversifikationsgevinst idet det indbyrdes korrelationer er under 1.

Tabel 9.4 - Korrelationer under finanskrisen 2008 til 2009

	Dansk Stat	Stat udviklede lande	Danske Realkredit	Investment Grade kredit	Indeks obligationer	HY kredit udviklede lande	Emerging Markets Obl	Danske aktier	Globale aktier	Emerging Markets aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejendomme og grunde	Infrastruktur	Råvarer	Skov
Dansk Stat	1,00															
Stat udviklede lande	0,95	1,00														
Danske Realkredit	0,83	0,80	1,00													
Investment Grade kredit	0,94	0,95	0,88	1,00												
Indeks obligationer	0,46	0,41	0,42	0,60	1,00											
HY kredit udviklede lande	0,13	-0,05	0,16	0,23	0,78	1,00										
Emerging Markets Obl.	0,42	0,30	0,36	0,54	0,88	0,90	1,00									
Danske aktier	-0,20	-0,32	-0,03	-0,06	0,43	0,67	0,59	1,00								
Globale aktier	-0,03	-0,22	0,09	0,07	0,50	0,87	0,77	0,87	1,00							
Emerging Markets aktier	0,06	-0,11	0,13	0,17	0,62	0,86	0,82	0,83	0,91	1,00						
Hedge-Fonde	-0,21	-0,31	-0,01	-0,03	0,66	0,78	0,66	0,82	0,77	0,84	1,00					
Private-Equity	-0,09	-0,31	-0,02	-0,03	0,57	0,91	0,74	0,80	0,91	0,82	0,77	1,00				
Ejendomme og grunde	-0,66	-0,72	-0,58	-0,64	-0,04	0,30	0,03	0,50	0,37	0,23	0,45	0,49	1,00			
Infrastruktur	0,17	0,00	0,22	0,21	0,29	0,55	0,57	0,75	0,82	0,70	0,48	0,60	0,15	1,00		
Råvarer	-0,46	-0,48	-0,46	-0,34	0,40	0,54	0,41	0,64	0,51	0,56	0,77	0,54	0,76	0,28	1,00	
Skov	-0,05	-0,23	0,07	0,03	0,53	0,77	0,52	0,52	0,66	0,62	0,67	0,76	0,22	0,36	0,31	1,00

I tabel 9.4 er røde korrelationer de aktivklasser der har en højere korrelation end gennemsnittet under finanskrisen (giver lavere diversifikation), og blå korrelationer er de aktivklasser der har en lavere korrelation end gennemsnittet (giver øget diversifikation). For klart de fleste korrelationer ses et billede af, at korrelationerne er højere i det stresset marked. De aktivklasser der udviser en

¹⁰⁴ Kilde: Appendiks B.3

højere korrelation, er som udgangspunkt obligationer og kredit mod de alternative investeringer. Det betyder, at de ser ud til at give den bedste diversifikation i stressede finansielle markeder.

Antagelsen om konstante korrelationer giver forkerte estimater, hvis det empiriske billede vi kan observere er korrekt. Dette vil føre til en alvorlig undervurdering af diversifikationseffekten i finansielt stressede perioder.

9.4 Testresultater

Vi har i dette afsnit testet for nogle af de klassiske antagelser bag porteføljeteorien.

Ligesom andre artikler har påvist, finder vi, at antagelserne for en række af afkastserierne ikke kan "stå distancen" i de empiriske test. Generelt betyder det, at afkastseriernes sande karakteristika ikke ser ud som modellerne antager. Sandsynligheden for store tab undervurderes, og vi overvurdere diversifikationseffekten i stresset tider - når vi mest har brug for den.

10. Implementering af testresultaterne

På baggrund af test, har vi fundet evidens for autokorrelation, ikke normale fordelinger og ikke konstante korrelationer, i de udvalgte afkastserier. Ved at tage højde, for disse ”anomalier” i porteføljeoptimerings-processen mener vi, at der kan opnås en bedre forståelse af risikotagning, og at der dermed kan konstrueres mere efficiente porteføljer. Metoden er således baseret på brugen af empiriske afkastfordelinger og disses karakteristika.

Modellen er som udgangspunkt, bygget op omkring inspiration fra artiklerne; Søgaard-Andersen, Bertelsen og Majborn (2010), Pallotta og Zenti (2001), Sheikh og Qiao (2010).

Sheikh og Qiao (2010) kritiserer de samme tre antagelser, omkring moderne porteføljeteori som os, og bruger en parametrisk model til at tage højde for antagelserne. I stedet for en parametrisk model vil vi benytte Søgaard-Andersen mfl. (2010) empiriske risikomodel, til at skabe en aktivallokeringsmodel. Hertil bruges metoden scenarie bootstrapping, der også anvendes af Palotta og Zenti (2001).

10.1 Rensning for autokorrelation

Idet vi tror på, at autokorrelation i afkastserierne er forårsaget af en sløv prisning af aktiverne, vil vi rense for dette. Det kan gøres via forskellige metoder, hvor vi holder os til den simple AR(1) metode. For de afkastserier hvor vi fandt, at hypotesen om uafhængige afkast kunne forkastes, har vi renset for autokorrelationen. Afkastserierne testes herefter igen, for at se om der stadig eksisterer autokorrelations i afkastserierne, hvilket ses af tabel 10.1¹⁰⁵.

Tabel 10.1 - Test af serier der er renset for autokorrelation på 1 lag og 6 lag

Aktivklasse	p-value lag 1	Autokorrealtion ved lag 1	p-value lag 6	Autokorrealtion ved lag 6
High Yield kredit udviklede lande	0,747	Nej	0,277	Nej
Globale aktier	0,939	Nej	0,771	Nej
Emerging Markets aktier	0,862	Nej	0,430	Nej
Hedge-Fonde	0,864	Nej	0,965	Nej
Private-Equity	0,758	Nej	0,773	Nej
Ejendomme og grunde	0,292	Nej	0,044	Ja
Råvarer	0,908	Nej	0,880	Nej

¹⁰⁵ Kilde: Appendiks B.3

Af tabellen ses det, at autokorrelation på første lag nu er rensset, mens den ”igen” er at finde for ejendomme når vi tester over 6 lags. Når autokorrelation stadig kan spores, skyldes det formentligt at ejendomme har så kraftig autokorrelation. Testen for ejendomme over 6 lags giver en P-værdi på 0,044, hvilket indikerer, at vi er tæt på grænseværdien ($=0,05$) for at kunne forkaste hypotesen.

Når der renses for autokorrelation, ændres det gennemsnitlige afkast ikke nævneværdigt, men til gengæld påvirkes standardafvigelsen. Det skyldes, at autokorrelation netop er den ”udglattende” effekt der bevirker, at risiko undervurderes. Når denne fjernes bliver volatiliteten større, hvilket stemmer overens med forventningerne.

For at se hvor stor betydning det har haft, lister tabel 10.2¹⁰⁶ standardafvigelserne for afkastserierne før og efter korrektionen.

Tabel 10.2 - Standardafvigelse før og efter korrektion

Aktiver med autokorrelation	Standardafvigelse før korrektion	Standardafvigelse efter korrektion	Faktor
High Yield kredit udviklede lande	11,60%	15,26%	1,316
Globale aktier	15,62%	18,44%	1,181
Emerging Markets aktier	14,25%	30,97%	2,174
Hedge-Fonde	7,70%	9,20%	1,195
Private-Equity	24,05%	30,66%	1,275
Ejendomme og grunde	4,29%	19,36%	4,509
Råvarer	24,24%	29,53%	1,218
Gennemsnit	14,53%	21,92%	1,838

Fra en gennemsnitlig standardafvigelse på 14,52% finder vi efter korrektionen, at den er 21,92%, dvs. en forøgelse på en faktor 1,838. Hvis ejendomme, som er det aktiv med den største ændring, fjernes er den gennemsnitlige forøgelse en faktor 1,39.

Generelt understreger resultaterne hvor stor effekten af autokorrelation i afkastserier er, samt vigtigheden af at rense for dette, når målet/hensigten er at forstå den risiko der knytter sig til aktiverne. De rensede serier, vil indgå i den videre analyse og i modellen.

¹⁰⁶ Kilde: Appendiks B.3

10.2 Ikke normalfordelinger

Vi har forkastet hypotesen om at afkast er normalfordelte, for langt størstedelen af vores udvalgte afkastserier. Afkastserierne udviser fede haler, fordi negative afkast forekommer med højere frekvens end normalfordelingen tillader det. Udfordringen er nu, hvordan afkastfordelingerne skal modelleres.

Der findes flere potentielle tilgange til problemet. Et af dem, er at finde en ny fordeling, der bedre beskriver afkastseriernes karakteristika. Fordelen er, at en parametrisk¹⁰⁷ model kan formuleres. Ulempen er dog stadig den samme, nemlig at standard fordelinger sjældent beskriver finansielle afkast særlig godt samt, at det er vanskeligt at finde en fordeling, der passer på tværs af aktiverne. Alternativt kan der benyttes forskellige fordelinger for de enkelte aktivklasser. Dette vanskeliggøre processen væsentligt samtidigt med, at der skal laves en række nye antagelser. Specielt er det svært at finde fordelinger, der beskriver halen i fordelingerne. Ved at benytte en parametrisk model, vil der opstå nye antagelser, og en øget risiko for estimationsfejl, som potentielt vil få stor indvirkning på allokeringen.

En anden type model er en ikke-parametrisk, hvor der ganske enkelt tages udgangspunkt i den empiriske fordeling, og ikke forsøges at estimere parametre for afkastfordelingerne¹⁰⁸. Fordelingerne opstår kun på baggrund af historisk data og dets karakteristika.

Den potentielt største estimationsfejl bliver således historien. Hvis de fremtidige fordelinger, er markant anderledes, end dem vi har set de seneste i dataperioden, kan antagelsen om samme karakteristika i fremtiden i princippet være ”værre”, end en antagelse om normalfordelte afkast.

Vi mener dog, at de empiriske afkastfordelinger må være bedste bud på fremtiden, særligt når vi ser på risiko, og ”fede hale” events. Dette uanset, at det ikke er de samme events der vil indtræde.

10.3 Ikke konstante korrelationer

Test på empirisk data viste, at korrelationer ikke er konstante over tid. Metoderne til at tage højde for dette, er som under ”ikke normalfordelinger” opdelt i to. Enten antages nye/flere kovariansmatricer, eller også trækkes data fra empiriske afkast.

Den ene metode består i at benytte forskellige kovariansmatricer afhængigt af om markedet er i ”stresset tilstand” eller ej. Metoden er benyttet af Søgaard-Andersen og Larsen (2008). Metodens

¹⁰⁷ I parametrisk statistik handler den statistiske analyse om at indkredse et endeligt antal reelle parametre, mens man i ikke-parametrisk statistik gør færre antagelser om fordelingen af data. Forskellen på de to metoder ligger således i de grader af uvidenhed modellerne udtrykker. www.sis.ku.dk/

¹⁰⁸ Søgaard-Andersen og Larsen (2008)

fokus er bedre at fange den korrelationsforskel der er i forskellige perioder. Problemet med metoden er imidlertid, at den kun løser problemet delvist. Det skyldes at korrelationerne heller ikke er konstante mellem, eller i, de to markedstilstande. I figur 9.7 blev illustreret for den glidende korrelation mellem aktier og obligationer, som ligger og veksler markant over tid. Forskellige kovariansmatricer vil ikke kunne fange denne konstante veksling.

Den anden tilgang består i at benytte de indbyrdes empiriske afkast sådan, som de forekommer måned for måned. Denne metode er præsenteret af Søgaard-Andersen, Bertelsen og Majborn (2010). Ved denne metode undgås brugen af kovariansmatricer, og korrelationerne vil optræde indbyrdes som de er forekommet empirisk. Da vores mål er at bygge en model med så få antagelser som muligt, og med de empiriske karakteristika som guidende for fremtiden, har vi igen valgt den empiriske tilgang.

Vores tilgang til arbejdet med modellen bliver således at vi har rensset for autokorrelation i de serier hvor det viste sig at være signifikant. Resultaterne om ikke-normalfordelte-afkast og ikke-konstante-korrelationsmatricer implementeres indirekte i modellen, ved at de historiske fordelingers karakteristika ligger til grund for simulering af de fremtidige forventede afkast.

11. Risikomål

Dette afsnit er ikke et direkte led i at konstruere modellen for aktivallokering, men er derimod en introduktion af mere avanceret risikomål.

Vi har påvist at en række af referenceindeksene for aktivklasserne ikke er normalfordelte. Det medfører at standardafvigelse som risikomål ikke længere er tilstrækkeligt. Der introduceres to alternative risikomål Value-at-risk (VaR) og Expected shortfall (ES).

VaR og ES er begge risikomål der udelukkende fokuserer på den nedadrettede risiko og ikke som standardafvigelsen ”straffer” både positive og negative afvigelser fra middelværdien. Risikomålene fanger dermed investorens asymmetriske præference mht. udsving i afkast.

11.1 Value at Risk (VaR)

VaR måler det forventede maximale tab under normale markedsbetingelser over en given tidshorisont på et givent konfidensniveau¹⁰⁹. Faktorerne tidshorisont og konfidensniveau vælges subjektivt.

Antag for eksempel at et pensionsselskab har behov for at måle VaR på en portefølje. Denne har en værdi på 100 millioner kroner (market-to-market) og selskabet ønsker at måle det maksimale tab over 10 dage, ved et 99% konfidensniveau (som svarer til en faktor 2,326 i en normalfordeling). Den eneste oplysning der behøves er standardafvigelsen, der her antages at være 15% p.a., og tidshorisonten justeres til handelsdage.

$$VaR = DKK\ 100\ mio * 15\% * \sqrt{\frac{10\text{dage}}{252\text{dage}}} * 2,326 = DKK\ 7\ mio$$

Det betyder at pensionsselskabet med 99% sandsynlighed kan forvente, at dens portefølje i løbet de næste 10 dage ikke vil lide et større tab end DKK 7 millioner. Omvendt betyder det også, at pensionsselskabet i 1% af tilfældene kan forvente at tabe DKK 7 millioner eller mere. Hvor meget *mere* siger VaR målet ikke noget om.

VaR antager en fast portefølje over en given horisont og dermed en konstant risikoprofil. Beregningen af VaR bygger på historiske oplysninger om afkast herunder tabsfordelingen. Dette kan gøres på to måder, enten antages afkastene at følge en fordeling (parametrisk model), såsom

¹⁰⁹ Benninga (2008)

normalfordelingen, hvilket er illustreret ved eksemplet ovenfor. Her findes VaR ved hjælp af standardafvigelsen. Den anden tilgang tager udgangspunkt i de empiriske fordelinger (ikke parametrisk model). I denne metode findes afkastets fraktiler, hvorved der tages højde for ikke normalfordelte afkast.

Fordelen ved den parametriske model er, at den er nemmere at bruge. Problemet er bare at normalfordelingen ikke er en god approximation for vores afkastserier, og derfor benytter vi en ikke parametrisk tilgang¹¹⁰. Det gør til gengæld at VaR er afhængig af den stikprøve af data der benyttes, som i opgavens tilfælde er 15 år.

Den største fordel ved VaR er formentlig, at det er et risikomål, der er summeret ned til et enkelt tal. Det gør det nemt at forstå og giver et enkelt mål for downside risikoen på et aktiv eller en portefølje. Denne fordel er med til at forklarer hvorfor VaR efter dens introduktion af J.P Morgan i 1994¹¹¹, så hurtigt er blevet et essentielt mål til at beskrive risiko.

Ulempen er, at VaR angiver et forventet tab ved en punktsandsynlighed og ikke fortæller noget om størrelsen af tabet der befinder sig længere ude end VaR punktet. Det har givet grobund for en del kritik og dermed også videreudvikling af VaR.

11.2 Expected Shortfall (ES)

ES¹¹² er et alternativt risikomål til VaR. Hvor VaR er en punktsandsynlighed inkluderer ES hele halen. ES måler gennemsnittet af tabet i halen for værdier fra konfidensniveauet og ud. Hvis der vælges et 95% konfidensniveau, måler ES det gennemsnitlige forventet tab i ”de sidste” 5 % af tilfældene¹¹³.

ES beregnes ved at summere tabene i halen udover konfidensniveauet delt med antal observationer ud over konfidensniveauet. Denne metode er den empiriske version af ES.

Som det er tilfældet ved VaR kan der også beregnes en parametrisk udgave af ES, hvor der f.eks. antages en normalfordeling. Her er input gennemsnit og standardafvigelse som det er tilfældet for VaR.

¹¹⁰ Jorion, P (2000)

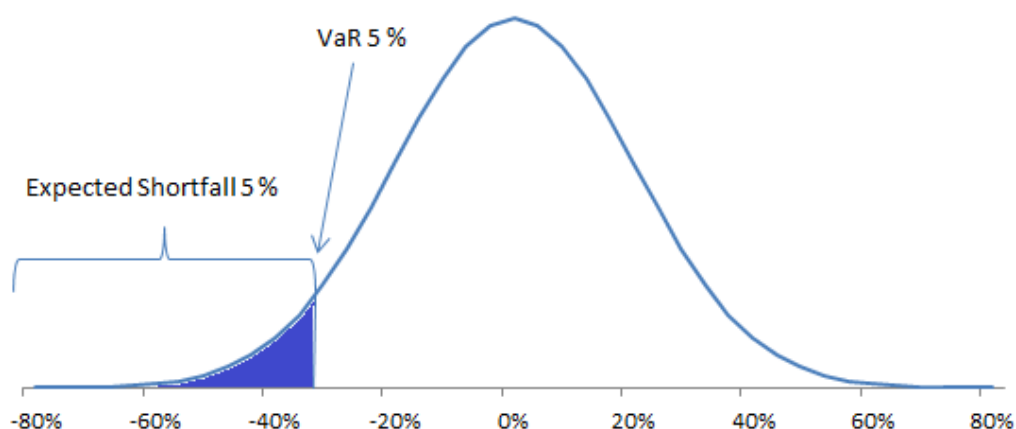
¹¹¹ Jorion, P (2000)

¹¹² Expected Shortfall er i litteraturen også kendt under begreber som Conditional value at risk (CVaR), average value at risk (AVaR) og expected tail loss (ETL)

¹¹³ Bodie, Kane & Marcus (2009)

Den illustrative forskel mellem de to risikomål VaR og ES er afbilledet i figur 11.1 på en normalfordeling.

Figur 11.1 - Value at Risk & Expected Shortfall



ES tager højde for mange af de kritikpunkter der er rettet mod standardafvigelsen. ES måler kun den nedadgående risiko, den tillader fede haler og skævhed, og samtidig er den stadig nem at fortolke. Den måler derudover risikoen i hele halen og ikke bare i et punkt som i VaR. Derfor vil vi til risikoanalyse primært benytte ES.

12. En empirisk model

Vores model er baseret på en tilgang om at modellere risiko ud fra de realiserede afkastfordelinger, i stedet for de idealiserede (som normalfordelingen). Hermed mener vi at kunne foretage en mere optimal aktivallokering, fordi vi antager at kunne få en bedre forståelse for risiko.

I modellen vil der blive benyttet de modificerede tidsserier. Det vil sige at referenceindeksene er rensset for autokorrelation (hvis dette forekom med signifikans), og derudover er volatiliteten for hedge-fonde, private equity, ejendomme og skov skaleret efter de årlige standardafvigelser, som beskrevet under afsnittet om udvælgelsen af indeks. Resultatet kan ses af tabel 12.1¹¹⁴.

Tabel 12.1: Volatilitets skalering

Aktivklasse	Standardafvigelse	
	Før skalering	Efter skalering
Hedge-Fonde	9%	11%
Private-Equity	31%	20%
Ejendomme og grunde	19%	10%
Skov	29%	8%

Når der konstrueres en ren empirisk model, tages der udgangspunkt i de historiske afkastfordelinger uden at der antages en given sandsynlighedsfordeling, nedjustere halerisiko, definere skævhed eller topstejlhed på afkastene.¹¹⁵

Til at bygge modellen vil vi benytte metoden; ”scenarie bootstrapping”. Tilgangen til metoden udspringer af historisk simulation, hvorfor det er relevant først at gennemgå dette.

12.1 Historisk simulation

Den basale ide bag historisk simulation er, at konstruere den fremtidige kumulative fordeling af afkast over tid, på baggrund af den økonomiske hypotese om at *fremtidige* afkast følger den samme fordeling som de *historisk* realiserede. Således estimeres også risikoen ud fra empiriske tidsserier i stedet for at tage udgangspunkt i en standard fordeling.

Til at beregne risikoen for den nuværende portefølje benyttes tidsserier for alle aktivklasser i porteføljen, og den vægt hver aktivklasse har i dag. Ud fra vægtene og de realiseret afkast laves

¹¹⁴ Kilde: Appendiks B.3

¹¹⁵ Pallotta & Zenti (2000)

en simuleret tidsserie af porteføljens afkast, som den ville have set ud hvis vi historiske havde haft denne vægtning. Porteføljefkastene repræsenterer ikke en faktisk portefølje, men en historisk hypotetisk portefølje med de nuværende vægte. De procentuelle vægte kan skrives som en vektor af ω :

$$\omega = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \vdots \\ \omega_n \end{pmatrix}$$

Hvor n er antallet af aktiver (her 16). De tilsvarende afkast kan skrives som en matrice R med n kolonner og m rækker:

$$R = \begin{pmatrix} r_t^1 & r_t^2 & \dots & r_t^n \\ r_{t+1}^1 & \dots & \dots & r_{t+1}^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ r_{t+m}^1 & r_{t+m}^2 & \dots & r_{t+m}^n \end{pmatrix}$$

Hvor r_t er de enkelte månedsafkast, n er antallet af aktiver (her 16) og m er antallet af månedsafkast (her 180).

Porteføljens afkast R_{pf} fås ved at gange de enkle vægte på hvert månedsafkast:

$$R_{pf} = R \cdot \omega$$

Tidsserien for porteføljefkastene R_{pf} bliver konstrueret af hvert aktivs månedsafkast og en vægt. Porteføljens afkastserie er således konstrueret på baggrund af empiriske fordelinger, og repræsenterer tidsseriens empiriske karakteristika. Ved denne metode behøver vi ikke de indbyrdes korrelationer/kovarianser, da disse optræder indirekte mellem afkastene og vægtene i deres indbyrdes forhold.

Da afkast forventes at følge samme fordeling som de historiske, bliver valg af historisk data en kritisk faktor. Typisk er der her et trade-off mellem en lang og kort periode. En lang periode kan være misvisende, hvis der har været et skift i hvordan afkastserier bevæger sig. En kort periode reducerer den statistiske præcision af estimationerne.

12.2 Bootstrapping

Den grundlæggende idé bag bootstrapping er at lave en ”resampling” fra de oprindelige data, således at der skabes nye scenarier, som kan benyttes til at beregne diverse risiko nøgletal. Således bruger vi teknikken til at simulere en række fremtidige scenarier på afkastudviklingen i de enkelte afkastserier¹¹⁶.

I historisk simulation måler man risikoen per frekvens data er i. Det betyder at hvis data er månedsdata måles risikoen på månedsbasis. Pensionsselskaber har som udgangspunkt en lang investeringshorisont, sammenlignet med andre kapitalforvaltere/investorer. Det er derfor interessant at måle afkast og risiko på en længere horisont. Denne længere horisont kan modelleres ved hjælp af bootstrapping, idet metoden tillader en højere frekvens på data end den tidshorisont der analyseres.

For at illustrere tilgangen til analysen, har vi valgt et 1 års sigt for afkast og risikomåling. I dette eksempel har vi altså månedligt data, mens horisonten som vi ønsker at se på er 1 år. I vores opgave har vi 15 år med månedlige observationer, hvilket giver os 180 afkast per afkastserie. Da det ikke er muligt at finde nok uafhængige 1-års perioder, er det nødvendigt at kombinere månedsafkast, så der kan genereres en række 1-års scenarier.

Rent praktisk foregår det således at i matricen med afkast får hver række (m) et nummer fra 1 til 180. Herefter trækkes et tilfældigt tal mellem 1 og 180. Lad os antage at nummer 43 bliver trukket, herfra tager vi alle afkastene i række 43 fra R matricen. Herefter trækkes nummer 100, og denne tages fra R matricen. Denne procedure fortsættes til der er genereret 1 års afkast på månedlige data dvs. 12 tilfældige træk. Disse 12 afkast summeres¹¹⁷. Nu er der genereret 1 scenarie for en 1-årig periode. Denne procedure gentages så f.eks. 10.000 gange, således at man får 10.000, 1 års senarier. Disse simulerede afkast kan så benyttes til at beregne forventet risiko og afkast.

Således benytter denne metode store tals lov¹¹⁸. Store tals lov giver den teoretiske baggrund for, at når ”antal” øges vil en empirisk hyppighed nærme sig de teoretiske sandsynligheder. Det måske mest intuitive eksempel er møntkast, hvor den relative frekvens af hvert af de to udfald vil nærme sig 0,5 når antallet af møntkast øges. Når man ser på afkast over en kort periode (1 år),

¹¹⁶ Pallotta og Zenti (2000)

¹¹⁷ Afkastene kan summeres da der er benyttet logaritmiske afkast

¹¹⁸ www.denstoredanske.dk

kan det således ske, at man observerer store afvigelser fra middelværdien. Hvis man i stedet ser på afkast over en længere periode eller sammensætter flere scenarier (som i modellen), er det sandsynligt at afkastene vil være tættere på det gennemsnitlige, som er det vi kalder det forventede afkast. Et øget antal scenarier, her 10.000, giver således en forventning om at få mere retvisende estimater.

Som for historisk simulation er der genereret en model der arbejder med de historiske fordelinger og indbyrdes korrelationer, da man trækker afkastene som de indbyrdes er forekommet.

12.2.1 Antagelser for bootstrapping metoden

Modellen har to implicite antagelser:

- Samme fordeling i fortiden som i fremtiden
- Afkast er uafhængige fra periode til periode

Modellem antager at fremtidige afkast følger den samme fordeling som de historisk realiserede. Den klassiske porteføljeteori bruger også historikken, men den antager ”kun” samme forventet afkast og standardafvigelse. Ved scenarie bootstrapping viderefører vi også de historiske karakteristika såsom skævhed og topstejlhed. Såfremt at fremtiden vil vise helt andre, nærmest ”modsatte” fordelings karakteristika, vil denne antagelse måske være mere ”skadelig” for risikomålingen end hvis man antog en standardnormalfordeling. Sagt på en anden måde kan man risikere at denne metode blot øger estimationsfejlene. Det er dog vores helt grundlæggende antagelse at forvente at den historiske volatilitet, med stressede perioder og ind i mellem store tab, er mere retvisende end den symmetriske normalfordeling.

Den anden antagelse består i at afkast antages uafhængige fra periode til periode. Antagelsen opstår, da man i teorien trækker tilfældige rækker ud fra R matricen til at danne eks. 1 års kumulative afkast¹¹⁹. Afkastene skal derfor være kommet uafhængigt historisk, ellers giver det ikke mening at trække tilfældigt. Selvom vi har rensat for autokorrelation ændrer det ikke ved sandsynlighederne for om givne måneder forekommer tilfældigt. I teoriafsnittet omkring moderne porteføljeteori beskrev vi hvordan det er et kendt problem i finansielle teori at volatilitet kommer i klumper. Det betyder, at når der i en måned opleves stor volatilitet, er der større

¹¹⁹ Müller, Bürgi & Dacorogna (2004)

sandsynlighed for, at det opleves i den følgende måned. Vi vil i det følgende beskrive hvordan vi vil forsøge at indarbejde denne effekt i modellen.

Uafhængighed af afkast

Der er flere potentielle måder til at søge at løse problemet mht. at afkast ikke er uafhængige.

Den første metode går ud på at bruge afkastene som de er forekommet empirisk¹²⁰. Det kan eksemplificeres med følgende eksempel. Vi har igen vores data serier med 180 observationer, og vi søger at opnå 1 årsafkast ved hjælp af bootstrapping. Der trækkes en tilfældig række f.eks. 22. Herefter tager vi både afkastene fra række 22, 23, 24.... op til 33, for at få 12 observation (1 år). Dette gøres så f.eks. 10.000 gange. På den måde har man 10.000, 1 års afkast, hvor der er taget højde for hvordan afkastene er forekommet empirisk. Problemet med metoden er at vi ikke længere kan trække de resterende 11 observationer frit mellem 1 og 180 da vi behøver 12 afkast sekventielt. Det medfører at der reelt kun trækkes mellem 1 og 168 for at få plads til 12 afkast. Det skærer nogle observationer væk. Endnu værre bliver det hvis man ønsker at generere 10 års scenarier, idet vi her kun kan trække tal mellem 1 og 40 for at få plads til 120 sekventielle afkast (12 mdr. * 10 år).

Da vi ønsker at modellen skal kunne virke på alle horisonter (også 10 år) bliver denne metode således mindre attraktiv.

En anden metode til at løse problemet er at benytte tidsvarierende varians modeller som GARCH. Pallotta og Zenti (2001) tester forskellige tidsvarierende variansmodeller og kommer frem til at en ARMA-GARCH model giver gode resultater. Iden er at der første renses for autokorrelation i en ARMA model og herefter benyttes GARCH til at korrigerer for at volatilitet kommer i klumper.

Vi vil dog ikke benytte disse modeller i opgaven, men i stedet tage udgangspunkt i en metode af Søgaard-Andersen, Bertelsen & Majborn (2010). Udgangspunktet er at identificere forholdet mellem forskellige markedstilstande. Her søges at udnytte den information de forskellige markedstilstande har. Vi vil søge at inddele data i stresset markeder og ustresset markeder, da vi mener at denne opdeling indeholder vigtig information. Inden vi kan undersøge forholdet mellem de forskellige markedstilstande, bliver vi nødt at definere de to markedstilstande.

¹²⁰ Pallotta & Zenti (2001)

12.2.2 Definition af stresset og ustresset markeder

Som en del af vores model har vi valgt at benytte en regimemodel til at simulere de empiriske fordelinger frem i tid. Metoden er hentet fra Søgaard-Andersen, Bertelsen og Majborns artikel og er bygget på baggrund af en hypotese om, at afkast ikke er uafhængige og at volatilitet kommer i klumper.

Til at definere de to markedstilstande, stresset og ustresset markeder, har vi valgt at tage udgangspunkt i markedsindekset MSCI World fra dets start i 1970 til 2010. Dette gøres for at få så mange datapunkter som muligt. Vi har taget en længere periode end modellen indeholder, fordi vi tror på at flere datapunkter vil give os mere sikkerhed i estimationerne af de forskellige markedstilstande.

Søgaard Andersen og Larsen (2008) bruger i deres undersøgelse, en såkaldt indikator variabel til at definere stresset måneder. Denne variabel, der er en kombination af udsving i renten og aktier, giver i deres undersøgelse at markederne er stresset i ca. 13 % af tilfældene.

Vi har valgt at definere de finansielle markeder som værende stresset, i de måneder hvor indekset har tabt mere end 1 standardafvigelse i forhold til middelværdien. Middelværdien og standardafvigelsen på MSCI er henholdsvis 0,7% og 4,07% på månedsbasis. Det betyder, at alle afkast der falder under -3,35% ($=0,7\% - 4,07\%$) defineres som stresset observationer og alle andre defineres som ustresset. Grunden til at vi ikke koncentrerer os om dem i den positive hale, skyldes at investor ikke har aversion mod de ekstremt positive afkast.

Ud af de 495 observationer finder vi at 63 af dem tabte mere end 1 standardafvigelse, hvilket svarer til at markedet har været stresset i 12,7 % af tilfældene.

Derudover er valget af stresstærskel ikke afgørende, men derimod om stressede måneder kommer helt tilfældigt eller om de er korrelerede. Dette kan undersøges nærmere ved at estimere overgangssandsynlighederne mellem stressede og ustressede tilstande.¹²¹

Hvis stressede måneder forekommer helt tilfældigt er overgangssandsynlighederne mellem markedstilstandene de samme, dvs. at der er 12,7% sandsynlighed for at få en stressede måned, uanset om vi lige har observeret en stresset eller ustresset måned.

¹²¹ Søgaard-Andersen, Bertelsen og Majborn (2010)

I tabel 12.2¹²² har vi opstillet markedstilstandene. Den forklarende variabel er ”markedstilstand, t” og responsvariablen er ”markedstilstand, t+1”.

Tabel 12.2 - Antalstabel

Markeds- tilstand, t	Markedstilstand, t+1			
		Stresset	Ustresset	Total
	Stresset	13	50	63
Ustresset	49	383	432	
Total	62	433	495	

Resultatet viser, at sandsynligheden for at få en stresset periode er større (dvs. større end 12,7% som er den gennemsnitlige sandsynlighed) hvis vi netop har observeret en stresset periode. Mere præcist viser resultatet at sandsynligheden for at få en stresset periode efter en stresset periode er $(13/63 =) 20,6\%$, mens der er $(49/432 =) 11,3\%$ sandsynlighed for at få en stresset periode hvis vi netop har haft en ustresset. Det lader altså til at negative afkast i større grad kommer i klumper, end helt tilfældigt.

For at teste om dette er signifikant har vi benyttet Person's chi-square test, der er en ”goodness of fit test”.

$$X^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Hvor O_i er den observerede frekvens og E_i er den teoretisk forventede frekvens.

Værdien slås op i en X^2 -fordeling, med 1 frihedsgrad (antal udfald-1), hvor vi finder en p-værdi på 0,03738. Dette betyder at vi kan forkaste H_0 hypotesen om at overgangssandsynlighederne er ens¹²³. Det betyder at sandsynligheden for at observere et afkast lavere end -3,35% (1 standardafvigelse væk fra middelværdien) er større, når vi netop har oplevet sådan et. Det er således nødvendigt for modellen, at den kan håndtere forskellige sandsynligheder for udfald afhængigt af hvilken markedstilstand der netop har indtruffet.

Effekten af at benytte disse to markedstilstande er, at risikofyldte events bliver endnu mere risikofyldte, da negative afkast vil forekomme i flere sekvenser. Omvendt vil der være færre

¹²² Appendiks B.5

¹²³ Appendiks B.5

stressede tilstande i de positive scenarier. Afkastfordelingen ender dermed ud med at være mere topstejl, end hvis det var trukket helt tilfældigt. Resultatet er i overensstemmelse med hvad der er observeret historisk.

I modellen vil det være markedsindekset MSCI World, der vil definere hvornår markedet er i stress. Det betyder at hvis MSCI er i en stresset tilstand er alle afkast på tværs af aktiver tilføjet prædikatet ”stress”. Vi lader dermed markedet være styrende for om alle aktivklasser er havnet i en stresset eller ustresset tilstand.

Rent praktisk vil alle rækker i R matricen blive betegnet som stressede eller ustressede, og blive markeret med henholdsvis et 1-tal hvis de er stressede, og 0-tal hvis de er ustressede. Om de er i stress defineres ud fra om afkastene er mere end 1 standardafvigelse væk fra middelværdien, i den venstre hale.

Herefter benyttes sandsynlighederne for at komme i forskellige markedstilstand. Afkastene sorteres så de ustresset kommer først og herefter de stresset, det gøres for at kunne styre de række vi trækker fra. Det forklares bedst med et eksempel:

Først trækkes et tilfældigt tal mellem 1 og 180 (der trækkes fra alle rækker da vi ikke kommer fra en markedstilstand), og eks. bliver 79 trukket. Afkastene fra række 79 er første månedsafkast. Række 79 er en ”ikke stresset” måned. Sandsynligheden for at næste afkast er et ”stresset” med prædikatet 1-tal er 11,6% (49/432), mens sandsynligheden for at trække en ikke stresset måned er 88,6% (383/432). Der trækkes så et tilfældigt tal mellem 0% og 100%, hvor alle udfald lig med 11,6% eller under, betyder at næste måned er ”stresset” og alle over er ”ikke stresset”. Det kunne eks. blive 4% hvilket betyder at næste observation er stresset (under 11,6%). Dernæst trækkes et tilfældigt tal mellem de stresset måneder, f.eks. række 170, som nu er næste række afkast der benyttes. Vi er nu i en stresset markedstilstand. Det betyder at sandsynligheden for at trække en stresset måned er 20,6% (13/63), mens sandsynligheden for at få en ”ikke stresset” er 79,4% (50/63). Der trækkes et tilfældigt tal mellem 0% og 100% og tallet bliver 80%. Den næste måned er dermed ”ikke stresset” (over 20,6%). Der trækkes så en række af afkast mellem de ikke stresset måneder og tallet er f.eks. 20. Denne række benyttes til den næste afkastserier. Sådan fortsætter modeller indtil der er genereret 120.000 rækker af afkast¹²⁴.

Modellen kan således håndtere at afkast ikke er uafhængige og at volatilitet kommer i klumper.

¹²⁴ Al kodning er lavet i VBA til Excel og kan ses i Appendiks B.6

12.2.3 Afkast sammenligning for simulerede og historiske afkast

Vi vil med dette afsnit undersøge modellens robusthed, ved at sammenligne de empirisk (historiske) afkastserier med de simulerede. Dette gøres for at teste om simulationsmodellen med en hvis rimelighed er i stand til at beskrive data fremadrettet.

Derudover har vi valgt også at sammenligne to forskellige simuleringer. En hvor modellen skelner mellem sandsynligheden for næste udfald er afhængig af markedstilstand (dvs. med scenarier) og en hvor alle afkast trækkes fuldstændigt uafhængigt (uden scenarier). Dette gøres for at undersøge forskellen på modellens estimer ved de to type metoder. I teorien vil afkastfordelingerne med scenarier være bredere, grundet modellens indarbejdning af volatilitet i klumper. Tabel 12.3 er resultaterne for to tilfældigt udvalgte aktiver, mens alle tabellerne er at finde i appendiks A.12.2.3.

Tabel 12.3 - Sammenligning af de historiske og simulerede afkastseriers nøgletal

Emerging Markets obligationer	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	14,25%	14,34%	13,45%
Skævhed	-3,60	-3,60	-3,45
Topstejlhed	23,82	23,17	23,87

Globale Aktier	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	18,44%	18,42%	17,58%
Skævhed	-0,88	-0,87	-0,87
Topstejlhed	1,16	1,10	1,34

Når vi ser på de tre fordelingskarakteristika, standardafvigelse, skævhed og topstejlhed, viser det generelle billede at de simulerede afkastserier i høj grad har samme karakteristika som de historiske.

Når vi sammenligner de to simuleringers fordelingskarakteristika med empiriske data finder vi, at de simulerede afkastserier generelt lader til at have en smule lavere standardafvigelse.

Når vi ser på målet for skævheden i serierne er de simuleringer uden indbygning af scenarier, tættere på de empiriske, mens de simulerede afkastserier med scenarier, generelt har mindre skævhed.

Ser vi på målet for topstejlhed, har de simulerede afkastserier uden scenarier i alle aktivklasserne et lavere mål end de empirisk realiserede. Det betyder at de simulerede afkast ikke viderefører graden af topstejlhed. Ser vi på de simulerede afkast med scenarier, bliver målet for topstejlhed i nogle aktivklasser højere og i andre lavere. Når målet for topstejlheden øges betyder det vi forventer, at risikofyldte events bliver endnu mere risikofyldte (danner fede haler). Samtidig bliver der flere værdier centreret omkring middelværdien, det bevirker et fald i målet for skævheden og stigning i standardafvigelsen. Stigningen i standardafvigelsen viste sig netop at afvige lidt fra de empiriske mål.

Billedet er ikke entydigt for alle aktivklasser og vi har ikke testet for signifikans. Resultaterne for hvilke af de to type modeller der bedst beskriver empirisk (historisk) data er blandede, og analysen har derfor ikke givet et klart svar på hvad der er at foretrække.

På baggrund af resultaterne om at afkast udviste afhængighed af markedstilstande, fortsætter vi med brugen af scenarier. I praksis ville dette nemt kunne ændres, såfremt man er af en anden holdning.

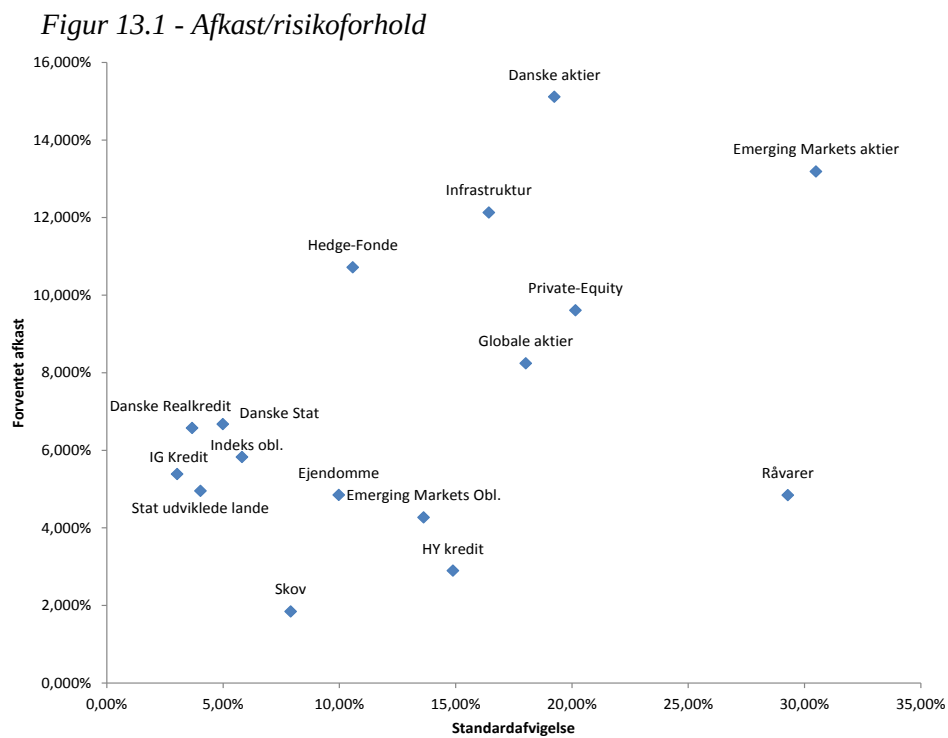
12.3 Opsummering af modellen

Som beskrevet i forrige afsnit, ønsker vi at opstille en model, som tager højde for autokorrelation i afkast, ikke normale fordelinger og ikke konstante korrelationer. Det er gjort ved at vi har rensset afkastene for autokorrelation (for at få en mere retvisende volatilitet), mens de to sidste hypoteser indarbejdes ved at benytte de empiriske afkastfordelinger til en simulering af fremtidige afkastserier. Derudover benytter vi en model med to markedstilstande der tager højde for at de to markedstilstande ikke komme tilfældigt. Det gør at modellen tager højde for at afkastene ikke er uafhængige og at volatilitet kommer i klumper. I princippet kan modellen varieres til at have en hvilken som helst tidshorisont, men vi har valgt at bygge opgaven op således at vi kigger på en 1-årig horisont.

13. Forventet afkast

Indtil nu har fokus næsten udelukkende ligget på risiko og aktivseriernes karakteristika, i et mål om bedre at kunne analysere den risiko, som aktivklasserne er behæftet med. Et lige så vigtigt input til allokeringsmodellen er imidlertid det forventede afkast, som vi vil se nærmere på i dette afsnit.

I figur 13.1¹²⁵ ses de udvalgte aktivklassers simulerede afkast og den dertilhørende risiko.



I figuren tegnes et ”mudret”, eller svagt positivt, forhold mellem afkast og risiko.

I kortsigtet risikomåling og aktivallokering betyder forventet afkast sjældent meget, hvilket skyldes at volatiliteten dominerer afkastfordelingen fuldstændig. Derfor ignoreres det typisk på kort sigt. På længere horisonter kan forventet afkast ikke ignoreres, og det er et meget vigtigt input til aktivallokering. Vi har tidligere refereret til Chopra og Ziemba (1993) som finder, at estimationsfejl i forventet afkast målet er 11 gange så følsom som estimationsfejl i variansen. Sagt på en anden måde er den optimale allokering kraftigt påvirket af forventet afkast.

¹²⁵ Kilde: Appendiks B.6

Merton (1990) beskriver hvordan afkast svinger meget over tid, og at det derfor kræver meget lange tidsserier for kunne få et fornuftigt mål for det forventede afkast. Vores dataserie er kun 15 år, hvilket ikke er meget, sammenholdt med at Merton påviser, at selv efter 50 år er der store usikkerheder omkring estimering af forventet afkast.

For at undersøge hvordan vores model ville optimere på baggrund af de realiserede mål, har vi optimeret på baggrund af de gennemsnitligt realiserede afkast.

Som forventet blev konsekvensen, at de aktivklasser med højeste Sharp ratio de seneste 15 år, værende aktiver som Danske aktier, Dansk realkredit og Investment Grade kredit, fik tildelt størst vægte i de effiente porteføljer¹²⁶.

Selvom de indbyrdes korrelationer bevirker at den optimale portefølje består af flere aktiver, vil de aktiver med højest Sharp ratio (afkast/risiko forhold) altså blive favoriseret fremadrettet, selvom det har vist sig meget usikkert, jf. Merton (1990), at vi vil se samme billede i fremtiden.

Det er derfor ikke optimalt for modellen at antage at realiseret afkast, er et godt mål for forventet afkast, og vi har derfor undersøgt hvad andre har gjort.

13.1 Risiko belønnes lineært

Problemet med at estimere det forventede afkast, inspirerede Black og Litterman (1991)¹²⁷ til at konstruere en alternativ optimeringsmodel. Kort fortalt antog de at markedet var i ligevægt og markedsporteføljen var optimal. Ud fra markedet estimerede de forventet afkast og indsatte bagefter subjektive holdninger. Tanken om at marked er i ligevægt og at investorer handler rationelt, kan bruges til at forholde sig til afkast.

En investor der antages at være rationel, vil kun tage øget risiko hvis det belønnes med en såkaldt risikopræmie¹²⁸. Da man ikke kan forudsige det forventede afkast, og vi antager ikke at kunne benytte de realiserede afkast som mål for de forventede, må det bedste bud være at øget risiko forventes at blive belønnet med højere afkast.

Standard porteføljeteori, herunder CAPM, tilsiger at forventet afkast er positivt korreleret med den systematiske risiko på et aktiv. Nyere undersøgelser, tyder dog på at investorer bliver kompenseret for at påtage sig den totale risiko, altså både systematisk og usystematisk risiko. Dette er blandt andet påvist af Malkeil & Xu (2006), der tog udgangspunkt i Merton (1987), og

¹²⁶ De præcise porteføljer kan ses i Appendiks B.9

¹²⁷ Benninga (2008)

¹²⁸ Bodie, Kane & Marcus (2009)

fandt at aktier med højere usystematisk risiko, tjente et højere forventet afkast.¹²⁹ Disse resultater tyder således på at den totale risiko er korreleret positivt med forventet afkast, og har en lineær sammenhæng.

I fastsættelsen af forventet afkast antager vi, at investor søger kompensation for den totale risiko, samt at risiko og forventet afkast har en lineær sammenhæng. Det betyder, at vi i princippet bruger teorien om CML. Forventet afkast $E(r_i)$ estimeres ud fra, om aktivklasserne er behæftet med mere eller mindre risiko, Std_i , end markedet.

$$E(r_i) = r_f + Sharp_{markedet} * Std_i$$

Hvor i er de enkelte aktivklasser.

Som benchmark for markedsporteføljen bruger vi MSCI World indekset fra dets start i 1960 til 2010. Vi har valgt en så lang periode som muligt, hvilket er i tråd med Mertons (1990). Som benchmark for den risikofrie rente benyttes JP. Morgans gennemsnitlige cash rente.

Bemærk at der på trods af at antagelsen om at realiserede afkast er misvisende, alligevel benyttes to realiserede afkast risikoforhold, nemlig markedsporteføljens og den risikofrie rentes. Dermed antages de at være retvisende som forventet afkast. Det er dermed samme tankegang som Black og Littermann (1991)¹³⁰, nemlig at markedet er i ligevægt. Hvis det ikke er tilfældet og MSCI eksempelvis har givet et historisk højt afkast i den målte periode, sammenlignet med et langsigtet gennemsnit, ligger CML linjen for højt og med forkert hældning. Ligeledes er tilfældet med den risikofrie rente. Ideen om det relative forhold er dog stadig intakt.

13.2 Estimering af forventet afkast i modellen

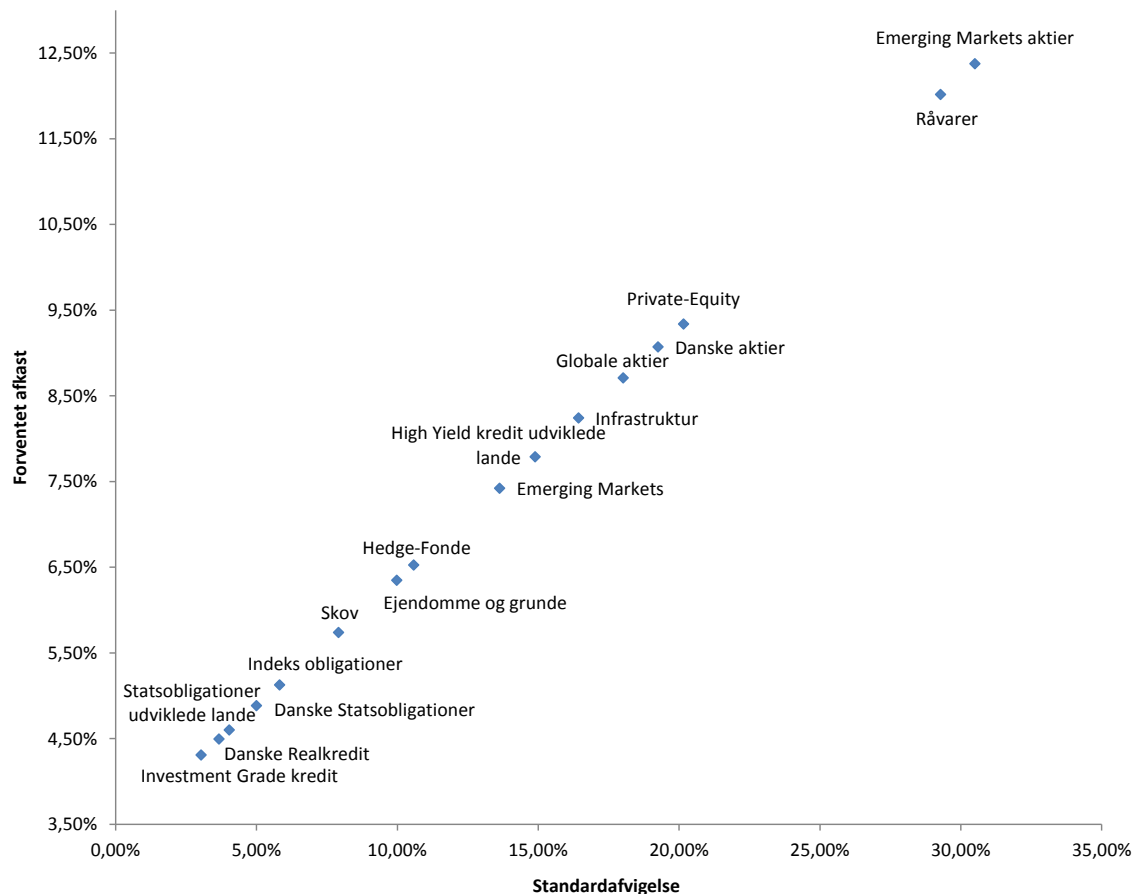
Teknisk set indarbejdes de forventede afkast i modellen, ved først at fratrække det realiserede afkast ud af de simulerede afkastserier, og derefter tillægge det forventede afkast. Det smarte ved denne metode er at afkastfordelingernes karakteristika såsom volatilitet, skævhed og kurtosis bibeholdes.

¹²⁹ EDHEC-Risk (2010)

¹³⁰ Benninga (2008)

Skaleringen er gjort for alle vores aktiver og er afbilledet i figur 13.2¹³¹.

Figur 13.2 - Afkast/risikoforhold efter skalering



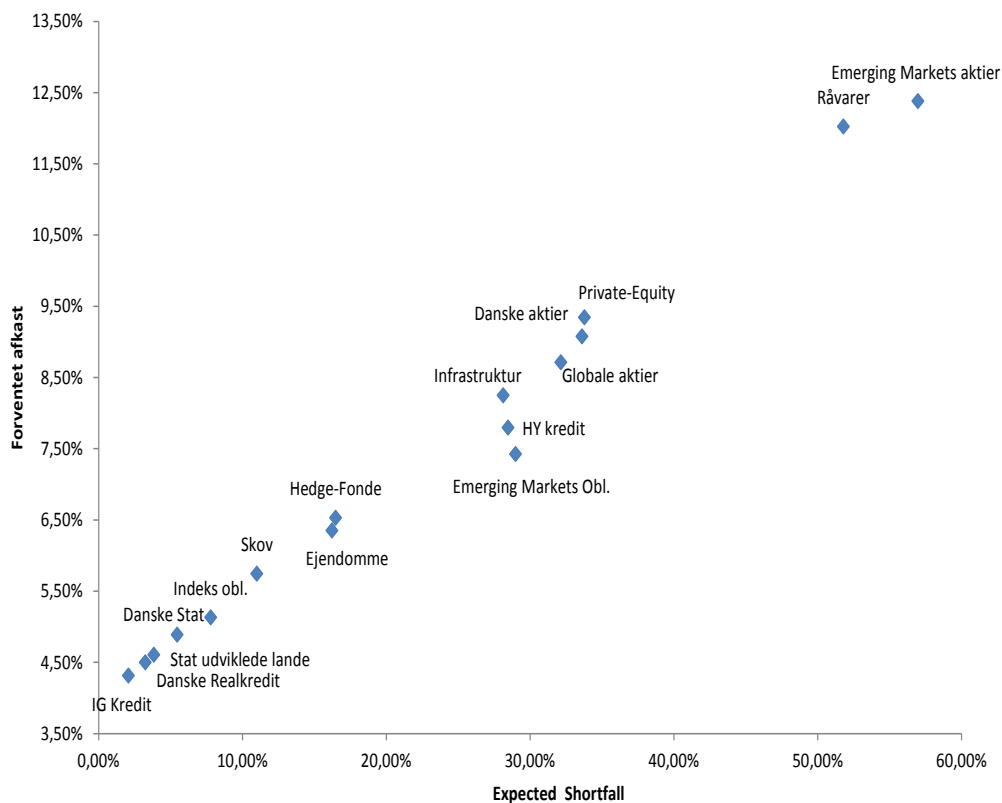
Som det ses af figuren, har alle aktiverne nu samme afkast/risiko forhold. Fordelingerne bevarer deres karakteristika og det eneste vi har ændret, er det forventede afkast, således at det afhænger af den totale risiko. Det ses at IG kredit har den laveste risiko af alle aktiverne, rent intuitivt skulle man forvente at det var statsobligationer. Det kan stille spørgsmålstejn ved det valgte indeks.

Vi har gennem opgaven nævnt, at standardafvigelse kan være et misvisende risikomål, og at Expected Shortfall (ES) er et bedre alternativ når afkastene ikke er normalfordelte. Derfor ville det også være naturligt at skalere forventet afkast efter ES. Grunden til at vi alligevel ikke kan benytte ES til skalling skyldes konstruktionen af risikomålet.

¹³¹ Kilde: Appendiks B.6

Standardafvigelsen er et relativt mål omkring middelværdien. Uanset om middelværdien er 10% eller 0%, ændrer ES sig, idet den måler det absolutte gennemsnitlige forventede afkast i halen. Det vil således give problemer, når det historisk realiserede afkast fratrækkes i afkastene og det nye estimeret tillægges. ES målet vil ganske enkelt ikke være det samme før og efter, og konsekvensen bliver at risiko ikke vil blive belønnet lineært, som det var hensigten. For at kontrollere at der trods alt er en lignende lineær sammenhæng mellem ES og forventet afkast, har vi beregnet ES på afkastserierne efter de er skaleret ved hjælp af standardafvigelsen. Resultat er illustreret i figur 13.3¹³².

Figur 13.3 - Afkast/risikoforhold efter skallering ved brug af ES som risikomål



Det ses af figuren, at selv om vi skalerer efter standardafvigelse bliver ES stadig belønnet med en positiv sammenhæng. De aktiver der bliver ”straffet”, og får et lavere afkast/risiko forhold er aktiver som EM obligationer, EM aktier samt high yield kredit. Det skyldes deres betydelige negative skævhed i afkastene.

Til modellen benyttes de simulerede afkastserier, hvor der er indarbejdet forventede afkast der antages at afhænge af aktivets risiko.

¹³² Kilde: Appendiks B.6

13.3 Modellen

Selve modelkonstruktionen er nu færdig. Vi har konstrueret en model der inkludere de tre kritikpunkter vi havde på med hensyn til den moderne porteføljeteoris mean-variance model. Afkastserierne er rensat for autokorrelation, og modellen kan håndtere ikke normalfordelte afkast, samt ikke konstante korrelationer. I vores model valgte vi at simulere 120.000 månedlige afkast og summere disse til 10.000 års afkast, men antallet af simuleringer og horisonten kan sættes subjektivt. Ved at benytte forskellige tidshorisonter kan risikoen analyseres på lang og kort sigt, som det er gjort i Søgaard-Andersen, Bertelsen og Majborn (2010). Derudover har vi indarbejdet effekten af at volatilitet kommer i klumper, men dette kan i princippet blot ændres således modellen trækker helt tilfældigt.

Formålet med specialet er at bruge modellen på pensionskassernes investeringsunivers, og hermed præsentere den som et værktøj. Derfor er der ikke foretaget en grundig analyse af fordele og ulemper ved at bygge modellen forskelligt, men det er forhåbentligt illustreret at modellen er fleksibel og kan tilegne sig både den enkelte investor og dennes holdninger.

I vores analyse har vi valgt ”brede” indeks da modellen skal kunne rumme et bredt udsnit af pensionskasser. For den enkelte pensionskasse vil det være mere optimalt at vælge mere specifikke indeks. Hvis en pensionskasse kun investere i markedsneutrale hedge-fonde kan dette underindeks vælges, eller hvis det kun er tyske statsobligationer kan der vælges et indeks over disse.

I det følgende vil vi teste forskellige antagelser og benytte modellen til at se nærmere på pensionskassernes aktivallokering i det konstruerede univers.

14. Optimal allokering på den efficiente rand

Vi vil afsnit beskrive, hvordan vi konstruerer den efficiente rand. Herefter ser vi på de restriktioner de danske pensionselskaber har, og hvordan de påvirker aktivallokeringen. Dette gøres for at få realistisk billede af pensionskassernes investeringsunivers. Herefter vil vi benytte den empiriske model og inddrage pensionskassernes aktivallokering ultimo 2010, for at se hvor langt de ligger fra den efficiente rand. Dette vil vi bruge som grundlag for at analysere, hvilke aktivklasser der kunne være attraktive for pensionskasserne at have en øget eksponering mod.

14.1 Den efficiente rand

Til at måle risikoen på den efficiente rand benyttes Expected Shortfall (ES). Det skyldes at vi finder det velegnet som risikomål, da det fanger investors asymmetriske risikopræference.

Optimeringsprocessen involverer at minimere ES for et givent forventet afkast, eller maximere forventet afkast for et givent ES niveau. I begge tilfælde vil porteføljerne være efficiente. Da der ikke findes nogen analytiske løsninger til problemet, må der benyttes en numerisk løsning. Her optimeres på vægtene for de enkle aktiver ved hjælp af solver funktionen i excel.

Der er lagt to restriktioner ned over optimeringen:

1. Vægtene skal summe til 100%
2. Vægtene skal ligge mellem 0% og 100%, dvs. at investor ikke kan gå kort i aktien

På baggrund af de 10.000 simulerede 1-års afkast, konstrueres 10 porteføljer.

- Nr.1 – En minimum Expected Shortfall. Porteføljen er den kombinationsmulighed der giver den absolut laveste risiko og kaldes minimum varians porteføljen.
- Nr.10 – En maximal forventet afkast portefølje. Der er den portefølje med absolut højst forventet afkast.
- Nr. 2-9 – Alle de mellemliggende porteføljer er ligelige fordelt mellem portefølje 1 og 10 med hensyn til forventet afkast. Porteføljerne er så optimeret på baggrund af at minimere Expected Shortfall.

På den måde fås 10 porteføljer, der alle ligger på den efficient rand. Deres allokering kan findes i appendiks A.14.2.1

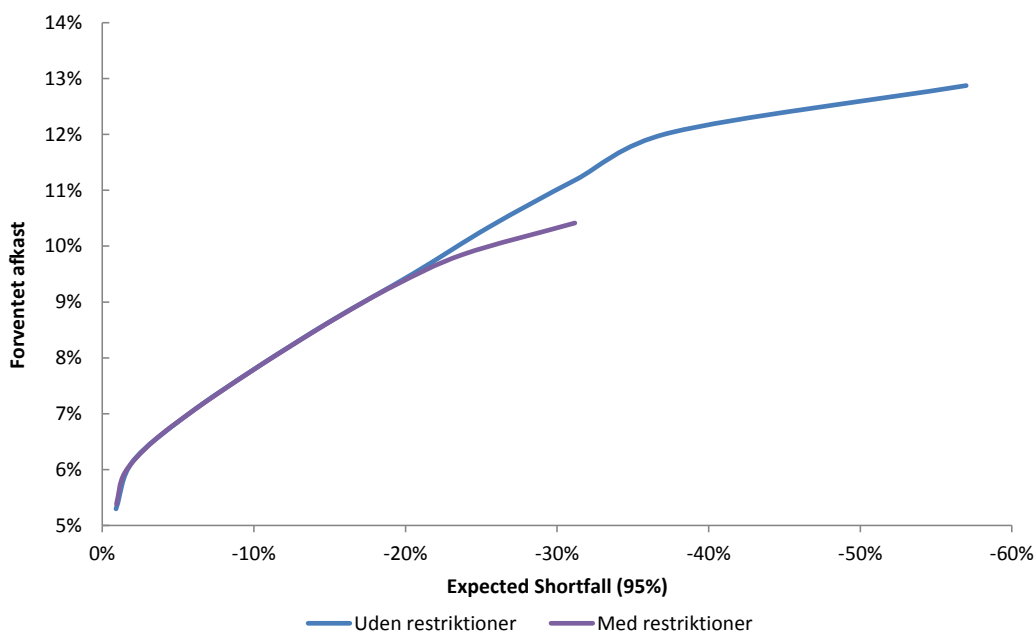
14.1.1 Restriktioner på allokeringsprocessen

Ud over de to ovenstående restriktioner har pensionsselskaberne også nogle branchespecifikke restriktioner, som danner grundlag for deres allokeringsmuligheder. Vi har valgt at se bort fra de valutabegrænsninger (som vi beskrev i afsnittet omkring reguleringer), idet denne regel nemt kan omgås. I stedet har vi taget udgangspunkt i to andre restriktioner som har effekt på aktivallokeringen:

- Max 70% i ikke guldrandede aktiver
- Max 10% i lande uden for Zone A

Ikke guldrandede aktiver er alle andre aktiver end statsobligationer og realkredit obligationer. Zone A er udviklede lande, hvorfor denne regel kommer til at influere vægtene på Emerging Markets aktiver. Det skal næves, at alternative investeringer som private equity, hedge-fonde, skov og infrastruktur i princippet sagtens kunne investeres i Emerging Markets, uden at det vil falde under denne restriktion. Historisk er størstedelen af investeringerne foretaget i de nævnte aktivklasser placeret i Zone A lande, hvorfor det ikke har store indflydelse. I figur 14.1¹³³ er indtegnet den efficiente rand med og uden restriktioner.

Figur 14.1 - Den Efficiente rand med og uden de branchespecifikke restriktioner



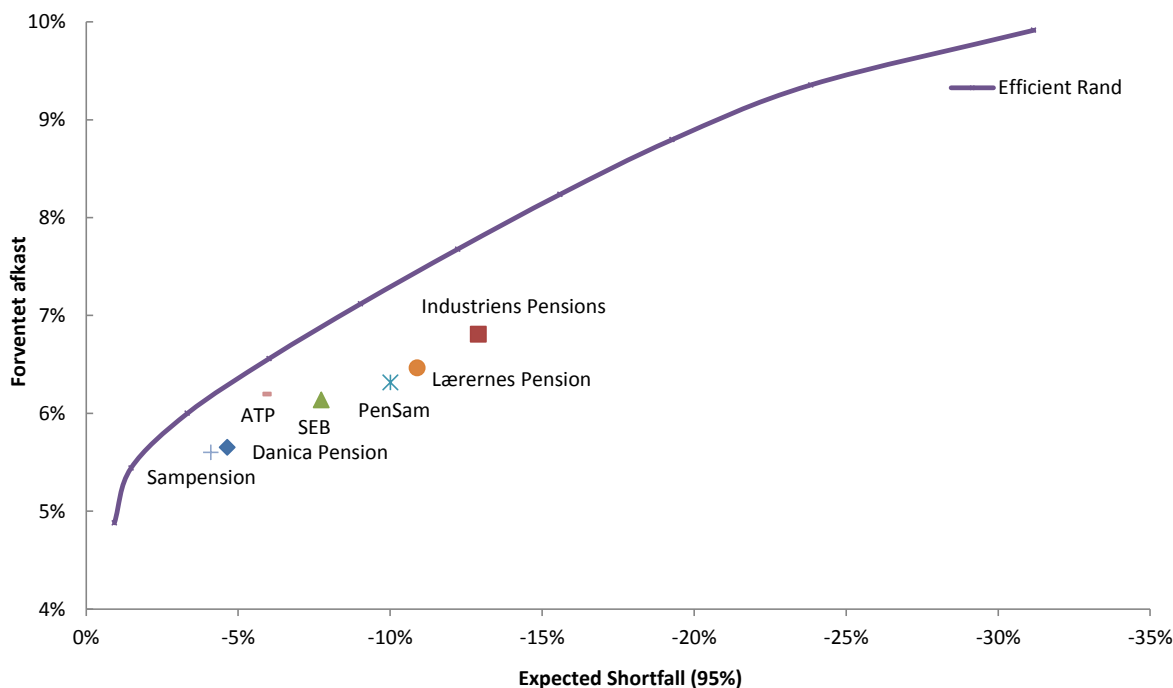
¹³³ Kilde: Appendiks B.8

I ES intervallet $[-1\%: -22\%]$ ligger de efficiente rande meget tæt op ad hinanden. Ved minimum ES porteføljen er de to rande ikke ens. Det skyldes at Investment Grade kredit, som er den aktivklasse med mindst risiko falder *udenfor* kategorien af guldrandede aktiver. Grundet den lave risiko allokerer modellen på den ”første” rand kraftigt mod denne aktivklasse (66,3%), og den maksimale allokering på 70% rammes hurtigt. Fra -22% og mindre, ”bøjer” den efficient rand af. Omkring dette punkt er den optimale allokering begrænset af begge restriktioner, således at der ikke længere er frie allokeringsmuligheder og den mistede diversifikations bliver synlig. Ved ES på omkring -31% stopper den efficient rand, hvilket skyldes at der ikke kan optages mere risiko med de givne aktivklasser. For at få et større forventet afkast skal der tages en større risiko, hvilket betyder mere end 70 % i ikke guldrandede aktiver. Overordnet kan man sige at reguleringen begrænser pensionskasserne i at tage for stor risiko.

14.2 Pensionskassernes placering i forhold til den efficiente rand

Der er nu konstrueret en efficient rand med restriktioner, der kan bruges som benchmark for de danske pensionskassers allokeringsunivers, som fremgår af figur 14.2¹³⁴.

Figur 14.2 – Pensionskassernes aktivallokering og den efficiente rand



¹³⁴ Kilde: Appendiks B.8

Som det ses af figuren, ligger de udvalgte danske pensionskasser ikke langt fra den efficiente rand. Der er dog stadig plads til, at alle pensionskasserne kunne rykke længere i nordvestlig retning i grafen, hvilket vil give højere forventet afkast til samme risiko eller samme forventet afkast til lavere risiko.

14.3 Modellens hjørneløsning

Hvis en aktivklasse har blot en smule mere attraktive karakteristika end andre aktivklasser, der ligner den meget, vil modellen allokere al risiko mod denne klasse, selv om der reelt ikke er den store forskel. Dette problem kendetegner også Markowitz's mean-variance model, som nævnt i teoriafsnittet.

I tabel 14.1 ses portefølje 4, en af de efficiente porteføljer til den efficiente rand. Samtlige 10 porteføljer kan ses af appendiks A.14.2.1¹³⁵.

Tabel 14.1 - Efficient portefølje 4

Obligationer og kredit mm mindre risiko	50,71%
Danske Statsobligationer	36,74%
Statsobligationer udviklede lande	13,97%
Danske Realkredit	0,00%
Investment Grade kredit	0,00%
Indeks obligationer	0,00%
Obligationer og kredit mm mere risiko	0,00%
High Yield kredit udviklede lande	0,00%
Emerging Markets	0,00%
Aktier	4,38%
Danske aktier	4,38%
Globale aktier	0,00%
Emerging Markets aktier	0,00%
Alternativer	44,91%
Hedge-Fonde	0,00%
Private-Equity	9,62%
Ejendomme og grunde	13,76%
Infrastruktur	4,49%
Råvarer	9,61%
Skov	7,43%
Samlet	100,00%

Porteføljen (nr. 4) har et forventet afkast på 5,6% og ES (95% niveau) på 6,02%. Som det fremgår af oversigten allokeres der ingen risiko mod 8 af aktivklasserne, mens andre aktiver ligner de er overvægtet. Et eksempel findes i gruppen af aktier, hvor det her er optimalt at have 4,48% i danske aktier. Danske aktier ligner meget globale aktier i karakteristika, men har blot en

¹³⁵ Kilde: Appendiks B.8

smule mere attraktiv korrelation. Hvis vi eks. flytter eksponeringen på 4,38% i danske aktier til globale aktier, vil det ændre middelværdien med 0,016% og ES med 0,08%. Det samme gør sig gældende hvis man flytter eksponeringen på 36,74% i Danske statsobligationer over til Dansk realkredit, idet forventet afkast ændres med 0,143% og ES med 0,084%.

Man må alt andet lige antage, at en spredning inden for de overordnede aktivgrupper er mest hensigtsmæssigt. Uanset danske aktiers afkastserie har fulgt det globale indeks de seneste 15 år, er Danmark stadig behæftet med en landespecifik risiko (en form for usystematisk risiko), som der burde være interesse i ikke at være alt for eksponeret mod. Disse hjørneløsninger betyder at det for det enkle pensionsselskab, ikke vil være attraktivt at komme helt ud og ligge på den efficient rand. Det er fordelingen mellem aktier, alternativer og obligationer der har størst indflydelsen.

Resultat som må drages herfra er, at modellen måske skulle have indeholdt færre aktivklasser. Specielt under obligationer kunne der måske med fordel være samlet nogle aktivklasser. Det kunne f.eks. gøres for statsobligationer, hvor aktivklasserne har de samme karakteristika. Således kan modellen benyttes til at finde den overordnede allokering til gruppen af statsobligationer, hvorefter den enkelte investor selv kan vælge hvilke statsobligationer der skulle holdes. Det kunne specielt være aktuelt i disse tider, hvor man må antage at der er stor forskel på at holde danske eller græske statsobligationer. Et sådan valg bør ikke tages ud fra de seneste 15 års historik, men på baggrund af en subjektiv holdning til disse værdipapirer.

Modellen er meget eksponeret mod de alternative investeringer, og man kan spørge sig selv om det virker realistisk, at de skal fylde 44,91% af denne portefølje. For skov, infrastruktur og private equity er referenceindeksene en hybrid mellem aktier og den specifikke aktivklasse. Man kunne derfor forstilles sig, at de har bedre karakteristika end aktier og derfor får den store vægtning.

Der hvor modellen har dens helt store styrke er ved at analysere, hvilke aktivklasser der ser attraktive ud for en eksisterende portefølje.

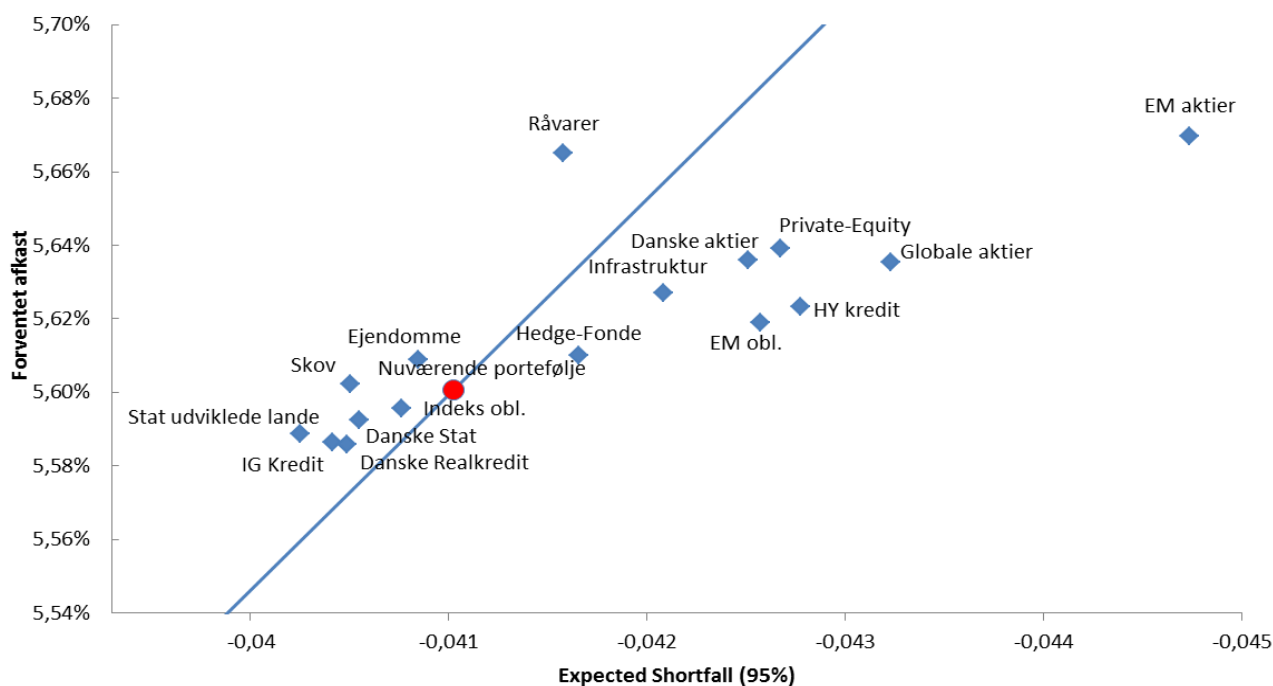
14.4 En mere optimal aktivallokering

I figur 14.2 viste vi hvor de danske pensionskasser er placeret i forhold til den efficiente rand, og umiddelbart ser det ud til at der er plads til forbedringer. I dette afsnit vil vi undersøge hvilke aktivklasser der ser attraktive ud. Det gøres ved at se på det marginale bidrag til det forventet afkast og ES.

Der tages udgangspunkt i allokeringen hos det enkelte pensionsselskab og undersøges for effekten på afkast og risiko, når allokeringen ændres 1% i et givent aktiv. Den pågældende aktivklasse får 1% mere i allokering, mens alle andre aktivklasser nedskaleres vægtet med 1%. På denne måde kan der analyseres på hvilke aktivklasser, der bidrager mest til et forbedret afkast/risiko forhold.

Vi har her valgt at vise diagrammet for to pensionskasser, den med mindste risiko værende Sampension og den med højest risiko værende Industriens Pension. De andre kan ses i appendiks A.14.2.5a¹³⁶.

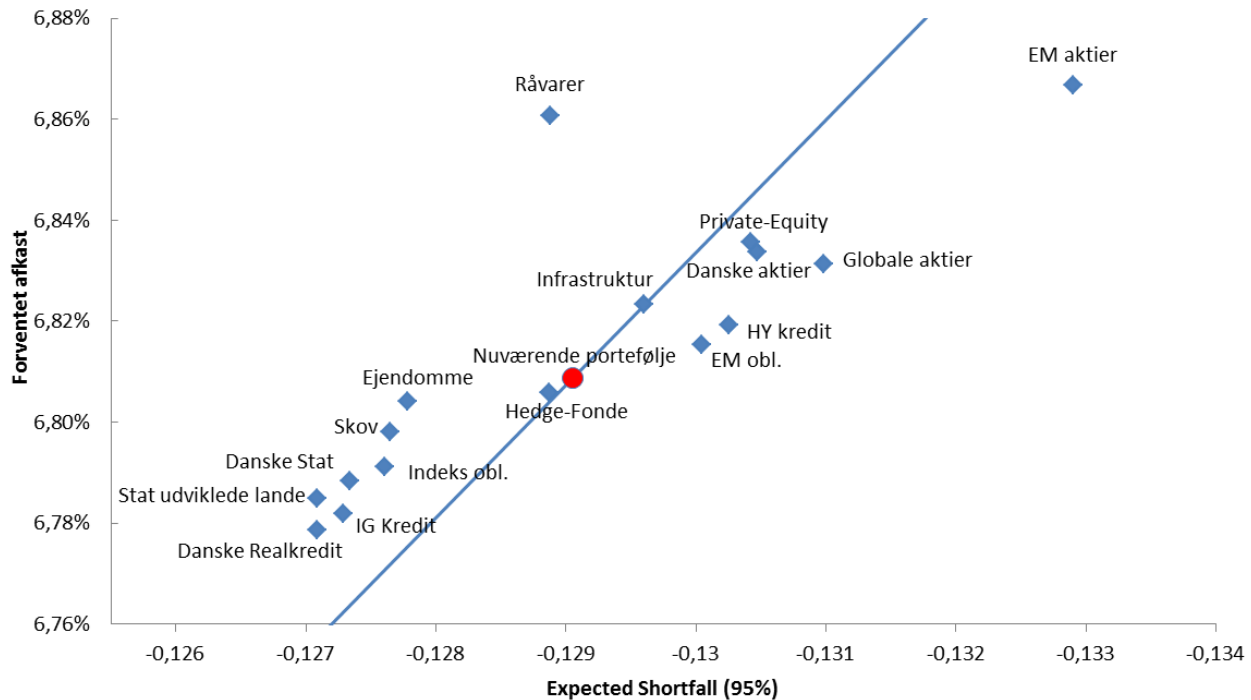
Figur 14.3 - Marginalt bidrag ved 1% ændring i allokeringen - Sampension



¹³⁶ Kilde: Appendiks B.8

Den røde prik angiver placeringen for den nuværende allokering, mens de blå angiver hvor ”nuværende portefølje” ville befinde sig, såfremt der blev allokert 1% mere til den blå priks aktivklasse.

Figur 14.4 - Marginalt bidrag ved 1% ændring i allokeringen – Industriens Pension



Det kan være svært at se præcist hvor meget de enkelte aktivklasser bidrager med, men alle aktivklasser der ligger nord-vest for den nuværende allokering, illustreret med den blå linje, vil bidrage til et bedre afkast/risiko forhold.

Det der er vigtigt at bemærke er, at hver aktivklasse har nogenlunde samme placering relativt. Eksempelvis vil det for begge porteføljer forbedre afkast/risiko forholdet, hvis man øgede eksponeringen mod råvare. Det betyder, at der kan formuleres nogle generelle forslag til hvilke aktivklasser de fleste pensionsselskaber burde øge deres eksponering mod.

For at rangere attraktiviteten af de enkelte aktiver, regner vi en modificeret udgave af Sharp ratioen, hvor vi i stedet for standardafvigelse bruger ES målet. Dermed viser den hvor meget ekstra afkast der opnås ved en forøgelse i risikoen (målt ved ES). Til mål for den risikofrie rente er igen brugt JP Cash rente.

Attraktivitet af en aktivklasse beregnes ud fra følgende formel.

$$S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{Expected\ Shortfall}$$

Vi har regnet den modificerede udgave af Sharp ved ES på et 95% niveau. I tabellen er hver aktivklasse rangeret fra 1 til 16, hvor 1 er den aktivklasse der vil bidrage *mest* til den enkle pensionskasses allokering. Yderligere er de aktiver der bidrager positivt til den nuværende allokering farvet grøn, mens de aktiver der bidrager negativt er farvet rød. I bunden af tabellerne fremgår den samlede score.¹³⁷

Tabel 14.4: Rangordning af aktivklasser ved Expected Shortfall på 95%

Pensionselskab	Danske Statsobl.	Statsobl. udv. lande	Danske Realkredit	Investment Grade kredit	Indeks obligationer	HY kredit udv. lande	EM Obl.	Danske aktier	Globale aktier	EM aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejen-domme	Infra-struktur	Råvarer	Skov
ATP	4	3	6	5	8	15	14	12	13	16	9	11	7	10	2	1
Danica Pension	4	3	6	5	8	15	14	12	13	16	9	11	7	10	2	1
Industriens Pensions	5	3	6	8	7	14	13	12	15	16	9	11	2	10	1	4
Lærernes Pension	5	2	6	7	8	14	13	12	15	16	10	11	3	9	1	4
PenSam	6	2	4	7	8	15	13	11	14	16	10	12	5	9	1	3
Sampension	6	2	7	4	8	14	13	11	15	16	9	12	5	10	1	3
SEB	4	2	5	6	8	15	14	11	13	16	10	12	7	9	1	3
I alt	34	17	40	42	55	102	94	81	98	112	66	80	36	67	9	19

Som de grafiske afbildninger også afslørede, har mange af aktivklasserne nogenlunde den samme relative effekt. Generelt gælder det, at de mere sikre aktiver som obligationer ser attraktive ud. Det samme gør 3 ud af 5 af de alternative investeringer værende ejendomme, råvare og skov. Aktier ser ikke attraktive ud, hvilket betyder at ingen af pensionskasserne bør øge deres eksponering i aktier ifølge denne model.

Resultaterne ændres ikke betydeligt ved at skifte konfidensniveau for ES, det er de samme aktivklasser der vil bidrage positivt og negativt. Tabellen for denne oversigt er at finde i appendiks A.14.2.5b¹³⁸.

Den absolut mest attraktive aktivklasse er råvarer. Med undtagelse af ATP (jf. tabel 7.1 afsnit 7.2) er råvarer en aktivklasse som ingen af pensionskasserne er eksponeret mod i deres nuværende allokering. Aktivklassen har en høj risiko (se evt. figur 13.1 i afsnit 13 om estimering af forventet afkast), men dens korrelation med de andre aktier er lav, hvilket gør den attraktiv. En

¹³⁷ For de præcise Sharp ratioer se Appendiks B.8

¹³⁸ Kilde: Appendiks B.8

øgning i eksponeringen mod råvarer vil samlet set give en mindre porteføljerisiko, end andre enkeltaktiver med en mindre volatilitet.

Vores resultater finder støtte i artiklen af Skovenborg og Jensen (2005), som finder at råvarer burde være en fast del af en pensionskasses allokering. De finder, at den optimale andel af råvare i en veldiversificeret portefølje er mellem 10 og 20%, samt at råvare fungerer som en form for beskyttelse i tider med faldende aktiekurser og stigende passiver (forårsaget af faldende renter).

Ud over råvare ser også skov og ejendomme attraktive ud. Det er til gængæld aktivklasser de fleste pensionskasser allerede har i deres portefølje, men som altså kunne være attraktive at øge eksponeringen mod. Attraktiviteten af skov skyldes formentlig dens karakteristika ved at være behæftet med en lille risiko og være mindre konjunkturfølsom end mange af de andre aktiver.

De mindre risikofyldte aktiver nyder godt af deres lave risiko som giver en høj Sharp ratio, hvor Emerging Markets aktier modsat bliver straffet hårdt i vores model, grundet deres store downside risiko, og højere korrelation med de andre aktiver.

Da vi har valgt at sige at investor bliver belønnet for både den opadgående og nedadgående risiko, bliver de aktiver med stor downside risiko ramt, hvis de ikke kompensere "nok" i forventet afkast, eller ved at give en øget diversifikationsgevinst.

Hvis målet er at øge forventet afkast skal der dog allokeres mod risikofyldte aktiver.

15. Backtesting

Specialets udgangspunkt har været at konstruere en model, der tager højde for de svagheder Markowitz's mean-variance model lider under. Det er derfor naturligt, at teste hvorvidt vores model klare sig bedre end denne. Derudover har vi valgt at teste modellen overfor en ligevægtet portefølje. Det skyldes, at den ligevægtet portefølje er fri for nogen form for teori og subjektive valg. DeMiguel, Garlappi og Uppal (2005) finder, at en ligevægtet portefølje overperformer traditionelle optimeringsmodeller, da diversifikationsgevinsten ved typisk optimering ikke kan opveje de fejlestimer, der puttes ind i modellen. Den ligevægtet model er derfor et godt yderpunkt, for at teste om vi blot har tilføjet flere estimationsfejl i processen.

Analysen foretages ved at teste modellen bagud i tid. Det betyder at vi går en række år tilbage, kører modellen igen og finder de optimale vægte. Dernæst beregner vi realiseret afkast og risiko. Vi rebalancerer ikke i perioden, men holder vægtene konstante. Processen kalder vi backtesting.

Vi har valgt at teste på en 5-årig periode, og analysere realiseret afkast og risiko på de 3 typer af efficiente porteføljer. Til at beregne porteføljerne har vi en historisk dataperiode på 10 år (fra 1996-2005). Vi ligger to restriktioner ned over optimeringsprocessen:

- 1) at summen af vægtene skal være 100%
- 2) alle vægte er mellem 0 og 100%

Vi benytter nu den viden vi havde ultimo 2005 til allokeringsprocessen. Der regnes nye overgangssandsynligheder, og der laves igen 10.000 simulerede 1-årige afkast. Ud fra modellen konstrueres to porteføljer, en minimum varians portefølje, hvor ingen andre kombinationer giver lavere volatilitet målt ved ES, og en portefølje liggende på den efficiente rand med et forventet afkast på 7%. Et forventet afkast på 7% er valgt subjektivt, og kunne i princippet have været et hvilket som helst andet punkt på den efficiente rand.

I porteføljeteori vælger man normalt en tangent- eller markedsporteføljen, som er den portefølje der giver det højeste afkast/risikoforhold (sharp ratio). I vores model kan der ikke konstrueres en tangent portefølje, fordi at risikoen måles ved Expected Shortfall som kan skifte fortegn. Hvis f.eks. det gennemsnitlige afkast i de værste 5% af tilfældene er positivt, vil den efficiente rand krydse y-aksen. Hvis rande krydser y-aksen (ES er positivt) bliver det ikke muligt at finde en tangent portefølje. Dette fortegnsskift gør det dermed umuligt at benytte en Sharp ratio med ES

til at finde kombinationer, der giver bedste afkast/risiko forhold. Derfor er der valgt en subjektiv portefølje på den efficiente rand.

Til mean-variance modellen bruges de rene afkastserier dvs. uden korrektioner, ligesom Markowitz antager i modellen. Der beregnes to efficiente porteføljer. Den ene er minimus varians og den anden er tangentporteføljen.

For den ligevægtet portefølje, tildeles hver aktivklasse en vægt svarende til 1/antallet af aktivklasser. Her $1/16 = 6,25\%$.

De beregnet optimale vægte i 2005 kan ses af tabel 15.1¹³⁹

Tabel 15.1 - Allokering for allokeringsmodellerne

Model	Portefølje	Danske stater	Stat ud.vik.	Dansk Realkredi	IG Kredit	Indeks obl.	HY kredit	EM obl.	Dk aktier	Globale aktier	EM aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejen-domme	Infra-struktur	Råvarer	Skov
Empirisk model	Minimum Varians	0,0%	13,7%	47,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,1%	1,2%	0,0%	0,0%	1,4%	21,4%	2,7%	1,5%	10,8%	0,0%
	Efficient	24,9%	0,0%	0,0%	12,6%	0,0%	0,0%	6,9%	1,9%	0,0%	0,0%	5,6%	17,1%	6,0%	8,2%	16,8%	0,0%
Mean/Variance	Minimum Varians	0,0%	7,7%	11,6%	0,0%	1,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	79,2%	0,1%	0,4%	0,0%	0,0%
	Tangent Port	0,0%	9,3%	0,7%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	89,3%	0,3%	0,4%	0,0%	0,0%
Ligevægtet	1/N	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%	6,3%

I tabel 15.2¹⁴⁰ er der beregnet forskellige nøgletal, baseret på de realiserede afkastserier for den 5-årige periode.

Som mål for en porteføljes performance, bruger vi det risikojusterede afkastmål, sharp-ratio. Der er beregnet to udgaver af sharp. Den traditionelle sharp, hvor standardafvigelsen bruges som risikomål og den modificerede sharp, hvor ES bruges som risikomål. For begge mål er den risikofri rente sat til 0%. Det er gjort fordi den risikofrie rente på 3,42%, overperformer alle porteføljerne (grundet finanskrisen). Det gør at de traditionelle performancemål, hvor den risikofrie rente fratrækkes det realiserede afkast, rangordner porteføljerne forkert.

Tabel 15.2 - Nøgletal for porteføljer for perioden primo 2006 til 2010

Model	Portefølje	Afkast	Risiko			Performance	
		Afkast	Std.	VaR(95%)	ES (95%)	Sharp 0%	Sharp 0% (ES)
Empirisk model	Minimum Varians	3,28%	5,07%	-0,75%	-1,13%	0,65	2,90
	Efficient (7%)	2,87%	10,23%	-1,99%	-2,52%	0,28	1,14
Mean/Variance	Minimum Varians	1,04%	5,23%	-0,89%	-1,04%	0,20	1,00
	Tangent Port	0,66%	5,93%	-1,00%	-1,20%	0,11	0,55
Ligevægtet	1/N	3,39%	10,82%	-1,38%	-2,65%	0,31	1,28

¹³⁹ Kilde: Appendiks B.12

¹⁴⁰ Kilde: Appendiks B.12

Af tabellen ses det, at den empiriske models minimum varians portefølje har den bedste performance målt ved begge typer af sharp. Herefter kommer den ligevægtet portefølje og så den empiriske models 7% portefølje. Den dårligste performance findes for mean/variens modellen.

Hvis man ser lidt bagved tallene, skyldes mean-variance-modellen lidt dårligere performance primært en overvægt mod ejendomme. Tangent porteføljen har 89% placeret i ejendomme, som skyldes at afkastserien for ejendomme ser yderst attraktiv ud, når man ikke har renset for autokorrelation. I 2008 under finanskrisen, taber ejendomme meget i værdi og performance bliver derfor dårligt. Dette resultat støtter i høj grad udsagnet om, at autokorrelation i afkastserier nemt kan betyde at man undervurdere risikoen og dermed overvurdere attraktiviteten.

Da Markwitz formulerede mean-variance modellen antog han at markederne var effektive, og at modellen skulle bruges til likvide investeringer som aktier og obligationer.

Idet vi har tilføjet de alternative investeringer til modellen, ser vi det også nødvendigt at lave en sammenligning af modellerne, hvor vi renser afkastserierne for autokorrelation og skalerer volatilitet, som det blev gjort i vores egen model. De nye allokeringer er vist i tabel 15.3¹⁴¹.

Tabel 15.3 – Allokering for Mean/Variance modellen på modificerede afkastserier

Model	Portefølje	Danske stater	Stater ud, lande	Dansk Realkredit	IG Kredit	Indeks obl.	HY kredit	EM obl.	Dk aktier	Globale aktier	EM aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejendomme	Infrastruktur	Råvarer	Skov
Mean/Variance	Minimum Varians	0,0%	22,0%	48,6%	0,0%	0,0%	0,0%	0,3%	0,5%	0,0%	0,0%	1,0%	18,5%	0,3%	0,4%	8,4%	0,0%
	Tangent Port	0,0%	67,0%	2,2%	0,0%	0,0%	0,0%	2,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	23,4%	3,0%	2,1%	0,0%	0,0%

Af de nye resultater som fremgår af tabel 15.4¹⁴², ses det at mean-variance modellen nu overperformer både vores model og den lige vægtet portefølje.

Tabel 15.4 - Nøgletal for porteføljer for perioden primo 2006 til 2010

Model	Portefølje	Afkast	Risiko			Performance	
		Afkast	Std.	VaR(95%)	ES (95%)	Sharp 0%	Sharp 0% (ES)
Mean/Variance	Minimum Varians	3,55%	3,97%	-0,39%	-0,81%	0,90	4,37
	Tangent Port	3,48%	3,45%	-0,56%	-0,73%	1,01	4,76

Den forbedrede performance skyldes at modellen nu allokere mere mod sikre aktiver, som viste sig at være en god ide gennem finanskrisen.

¹⁴¹ Kilde: Appendiks B.12

¹⁴² Kilde: Appendiks B.12

Når mean-variance modellen nu viser sig at gøre det bedre end vores egen model, er det nærliggende at finde ud af hvorfor. Svaret er nok ikke så ligetil, men vi har gjort os nogle overvejelser.

- 1) Først og fremmest lider både Markowitz's model og vores egen af det vi har kaldt for hjørneløsninger. En af vores tidligere konklusioner har netop været at modellens resultater, helt ude på den efficiente rand ikke kan anses som rationelle. Derfor kan man også diskutere hvor relevant denne analyse egentlig er.
- 2) En anden ting er frygten for øget estimationsfejl, når vores model bygger på en lang række af subjektive valg og vurderinger. Idet den ligevægtet portefølje slår porteføljen med et forventet afkast på 7%, kunne dette godt indikere det.
- 3) En anden faktor som er meget vigtig for resultaterne er målet for det forventede afkast. Markovitz mean-variance model antager at de gennemsnitlige historisk realiserede afkast (ultimo 2005) er estimat for det forventede afkast. I vores model antager vi derimod at det er risiko'en, der er den ultimative indikator for det fremtidige forventede afkast. Hvis det i perioden har vist sig at de historiske afkast var et bedre mål, vil dette have stor effekt for modellen.
- 4) Et generelt problem for vores test er selve metoden. I princippet er der to problemer, som begge knytter sig til den måde vi håndterer de alternative investeringer på. Det ene problem er at de fundne porteføljer findes på baggrund af rensede og skallerede serier. Vi tror på, at disse korrektioner har gjort at afkastseriernes sande karakteristika kommer frem. Problemet er bare, at når vi backtester og beregner den realiserede afkast og risiko, gøres dette på baggrund af de rå afkastserier. Disse aktivserier har vi netop argumenteret for ikke afslører deres sande karakteristika, hvorfor den målte risiko i den realiserede periode ikke er retvisende. Det påvirker afkastet og risikoen og dermed også sharp, som vi bruger til at rangordne efter.

Derudover har vi for en enkelt af aktivklasserne, skov, valgt en enkelt aktie som repræsentativ for aktivklassen. Dette giver kun mening bagudrette, da aktien er valgt pga. en anmodning om en retvisende korrelation. Mht. risiko, fandt vi andre indeks, som kun leverer kvartalsvise data, og brugte deres volatilitetsmål til at skallerede den valgte skov-aktie efter. Fremadrettet vil den realiserede risiko for denne aktie ikke være repræsentativ,

for skovinvesteringer. Det samme gør sig gældende for private equity hvor vi også skallerede volatiliteten efter en kvartalsvis serie.

Specielt grundet vores fjerde argument, kan det være svært at drage egentlige konklusioner for hvilken model der er bedst. Derfor har vi heller ikke gjort mere ud af at backteste på forskellige periode og med og uden rebalancering.

Modellens helst store styrke ligger i at analyserer en investors aktuelle porteføljer. I relation til afkast og risiko kan modellen bruges til at se på det marginale bidrag ved at ændre i allokeringerne. En porteføljemanager kan således se hvilke aktiver der ser attraktive ud at investere i eller øge sin eksponering i.

Derudover mener vi også at hele arbejdet med at finde afkastseriernes sande karakteristika er essentielt til at forstå aktivklassernes risiko, og modellen kan dermed være med til at synligøre den risiko en investors nuværende portefølje har.

16. Videre arbejde med modellen

Det kunne være interessant at lave en grundigere backtesting af modellen. Det kunne gøres ved at udelukke alternative investeringer, da de rå afkastserier ikke afspejler det risiko/afkast forhold som investor står over for. Ved kun at gøre det på aktier og obligationer kunne man komme tættere på en konklusion om hvilken model der var bedst.

Det ville også være interessant at se om modellen bliver ”klogere”. Med det mener vi om det er bedst at have lange tidsserier, eller om det faktisk er mere retvisende eks. kun at bruge de seneste 5 års afkast som input til modellen.

En vigtig brik i aktivallokering er det forventede afkast. Det kunne være interessant at se hvordan resultaterne ændrede sig, hvis man belønnede den systematiske risiko i stedet for hele risikoen.

Generelt set indikerer vores model at de danske pensionskasser kunne optimere deres afkast/risiko forhold ved at øge deres eksponering mod råvare. Videre kunne der fokuseres på en enkel pensionskasse og se hvornår det marginale bidrag aftog. På den måde kunne man rykke porteføljen længere ud mod den efficiente rand, uden at komme helt ud i en hjørneløsning.

Gennem hele opgaven er der taget mange subjektive valg. Specielt mht. de alternative investeringer. Det kunne være interessant at se hvor følsom modellen er for ændringer af disse valg.

DEL IV – Konklusion

17. Konklusion

Vi har i dette speciale udviklet en empirisk aktivallokeringsmodel, der kan tage højde for brud på en række af den moderne porteføljeteoriens antagelser. Dette er gjort med et mål om at skabe en model, der bedre fanger de events der fra tid til anden skaber stor turbulens på finansmarkederne. Ikke værdisvingninger som er en naturlig konsekvens af høj- og lavkonjunkturer, men de kurstab der på få dage, eller sågar timer, har forårsaget at enorme formuer er forsvundet. Det er disse events, der har lagt pres på de klassiske porteføljeoptimeringsmodeller.

Som indledning til specialet beskrev vi pensionskasserne. Dette blev gjort med et formål om, at præsentere det investeringsunivers vi ville arbejde med. Det er således deres nuværende aktivklasser, der har dannet grundlag for de valgte referenceindeks, som modellen optimerer på.

Udvælgelsen af referenceindeks er en betydelig del af specialet. Specielt for gruppen af alternative investeringer viste sig at være store udfordringer.

Det skyldes, at mange af pensionskasserne investerer direkte i det underlæggende aktiv, mens der kun findes et børsnoteret indeks til at repræsentere aktivets karakteristika. Problemet med de børsnoterede indeks er mange gange, at de i høj grad er påvirket af prissætningen på aktiemarkedet. Det betyder, at aktiverne kan komme til at synes mere volatile, og med højere korrelation end man ville forvente.

For de aktiver hvor der findes et direkte indeks, er problemet, at de i høj grad er påvirket af autokorrelation, som en følge af illikviditet og sløv prisning. Det bevirker at risikoen undervurderes. Vi har forsøgt at korrigere afkastserierne ved at rense for autokorrelation og skalere volatiliteten.

For alle de fundne referenceindeks er der testet, om antagelser bag mean-variance modellen kan dokumenteres empirisk. Undersøgelsen viser at 7 ud af de 16 aktivklasser er behæftet med en betydelig grad af autokorrelation, i 14 ud af de 16 aktivklasser er normalfordelingen en dårlig fordeling til at beskrive afkastene og korrelationerne mellem aktivklasserne viser sig både at være ustabile over tid, men også at have en positiv sammenhæng med øget volatilitet.

Generelt betyder det, at afkastseriernes sande karakteristika ikke ser ud som traditionelle porteføljemodeller antager. Der medfører at hyppigheden og omfanget af store tab undervurderes, og diversifikationseffekten overvurderes i finansielt stresset tider.

Da vores undersøgelse viser, at vi for en lang række af aktiverne kan forkaste antagelserne bag traditionelle porteføljemodeller, giver det en øget styrke i relevansen for at bygge en model, der ikke er underlagt disse antagelser, således at vi bliver bedre til at forstå den risiko som påtages. Risiko måles normalt ved standardafvigelsen, men da afkast ikke kunne antages normalfordelte bliver risikomålet utilstrækkeligt. Vi introducerer derfor Value at Risk (VaR) og Expected shortfall (ES) som risikomål. Begge mål fokuserer på den nedadrettede risiko og fanger dermed investors asymmetriske præference mht. udsving i afkast.

Flere teoretiker har påvist, hvor svært det er at finde et pålideligt mål for det forventede afkast. Vi antager at investor belønner den totale risiko, og at denne belønnes lineært.

To meget grundlæggende antagelser for modellen er således; 1) at de historiske afkastserier er retvisende for den fremtidige volatilitet, og 2) at investor kræver en øget risikopræmie for øget afkast, således at risiko og forventet afkast har en lineær sammenhæng.

Vores resultat er en ikke-parametrisk aktivallokeringsmodel. Det betyder at modellen ikke afhænger, eller antager, en bestemt type fordeling for afkastserierne, og at den ikke antager en fast struktur. For at fange at volatilitet kommer i klubber har vi bygget modellen således, at den arbejder med to markedstilstande.

Vores model viser en række interessante resultater. Blandt andet fandt vi at modellen generer der vi kalder "hjørneløsninger". Det betyder, at hvis en aktivklasse har blot en smule mere attraktive karakteristika end en lignende aktivklasse, vil modellen allokere fuldt mod denne klasse. Det er selvfølgelig ikke optimalt. Alt andet lige må man antage at en spredning *indenfor* de overordnede aktivgrupper er mest hensigtsmæssigt. Konsekvensen er, at vi må konkludere at det ud fra en rationel vurdering ikke er optimalt at ligge helt ude på den efficiente rand, hvorfor modellen bør suppleres med sund fornuft.

Til gengæld er modellen et stærkt redskab til, at se på hvilke aktivklasser der kunne være attraktive at have en øget eksponering mod, relativt til en investors eksisterende portefølje.

Her viste resultaterne, at alternative investeringer burde fylde mere i pensionskassernes porteføljer. Aktivklassen råvare er ud fra vores resultater det mest attraktive enkeltaktiv for

pensionskasserne, at øge deres eksponering mod. Det skyldes både aktivklassens lave korrelation med de resterende aktiver, men også at alle pensionskasserne (med undtagelse af ATP) ikke allerede har denne eksponering. Den anden mest attraktive aktivklasse er skov. Aktivklassen er karakteriseret ved at have lav risiko, men ligeledes at give en god diversifikationsgevinst.

For at teste om vores model rent faktisk gør det bedre end Markowitz's mean-variance lavede vi en backtest af de to modeller og inddragede også en ligevægtet portefølje.

Når vi bruger specialets model og konstruerer en minimum variansportefølje, slår denne de to andre modeller såfremt mean-varianse modellen optimeres på baggrund af de rå afkastserier. Lader vi mean-variance modellen optimeres på baggrund af de korrigerede afkastserier, har denne model bedst performance. Generelt har vi konkluderet, at vi ikke kan bruge denne test til specielt meget. Det skyldes, at selve metoden til at backteste ikke er særlig god når vi arbejder med afkastserier, hvor vi har korrigeret for volatilitet og rensset for autokorrelation. Det ene problem opstår fordi de realiserede risikotal for alternative investeringer lider af sløv prisning, og derfor ikke syntes retvisende for risikoen. Det andet og vigtigste problem opstår, fordi nogle af de historisk korrigerede afkastserier ikke i fremtiden kan repræsentere aktivklassernes eksponering.

Modellens helst store styrke ligger i at analysere en investors aktuelle porteføljer, og vil derfor være oplagt i arbejdet med den strategiske aktivallokering i et pensionselskab. Modellen kan således bruges til at se på det marginale bidrag ved at ændre i allokeringerne. En porteføljemanager kan på den måde analysere hvilke aktiver der ser attraktive ud at investere i eller øge sin eksponering i.

For en mere optimal model vil en porteføljeforvalter skulle anvende indeks, der bedre repræsenterer hans eller hendes univers. I denne sammenhæng vil vores råd være, at denne porteføljemanager inddrager repræsentative indeks for aktiver som ikke allerede er i porteføljen, for således at se på attraktiviteten af disse. Derudover mener vi også at hele arbejdet med at finde afkastseriernes sande karakteristika er essentielt til at forstå aktivklassernes risiko. Uanset modellens succes som allokeringsværktøj, hvor både evnen til at beskrive den "sande" risiko og det forventet afkast er afgørende, vil modellen kunne bruges som et redskab til at måle attraktiviteten af investors nuværende portefølje.

18. Litteraturliste

Bøger

Astrup Jensen, Bjarne (2009)

Titel: *Rentesregning, 5.udgave*

Benninga, Simon (2008)

Titel: *Finacial modeling, third edition*

Bitsch Olsen, Poul & Kaare Pedersen (1999)

Titel: *Problemorienteret projektarbejde –en værktøjsbog*

Bodie, Zvi, Alex Kane & Alan J. Marcus (2009)

Titel: *Investments, fifth edition*

Brooks, Chris (2002)

Titel: *Introductory econometrics for finance*

Buch-Hansen, Hubert & Peter Nielsen (2005)

Titel: *Kritisk realisme*

Christensen, Michael (2009)

Titel: *Obligations investeringer, 7. udgave*

Rachev, Svetlozar T, Christian Menn, Frank J. Fabozzi (2005)

Titel: *Fat-Tailed and skewed Asset Return Distributions*

Gujarati, Damodar N. & Dawn C. Porter (2009)

Titel: *Basic Econometric, fifth edition*

Heldbjerg, Grethe (1997)

Titel: *Grøftegravning i metodiks perspektiv*

Jorion, Philippe (2000)

Titel: *Value at Risk : The Benchmark for Controlling Market Risk, second edition*

Møller (2004)

Titel: *Den kapitalmarkedsstyrede virksomhed*

Ross, Stephan A., Randolph W. Westerfield & Bradford D. Jordan (2006)

Titel: *Corporate Finance – Fundamentals, seventh edition*

Taleb, Nassim Nicholas (2004)

Titel: *Fooled by Randomness*

Taleb, Nassim Nicholas (2007)
Titel: *The Black Swan*

Tidsskrifter og artikler

Andersen, Michael (2008)
Titel: *Relevante benchmark er nøglen til vurdering af kapitalforvaltere – alle finansielle afkast er relative af natur*
Tidsskrift: Finansinvest, 6/08, side 21-27

Asness, Clifford., Robert Krail, & John Liew (2001)
Titel: *Do Hedge Funds Hedge: Be cautious in analyzing monthly returns*
Tidsskrift: Journal of Portfolio Management (Fall 2001)

Bond, Shaun A. & Soosung Hwang (2003)
Titel: *A Measure of Fundamental Volatility in the Commercial Property Market*
Tidsskrift: Real Estate Economics, Volume 31, Issue 4, side 577–600, December 2003

Box, G.E.P. & G. M. Ljung (1978)
Titel: *On a Measure of a Lack of Fit in Time Series Models*
Tidsskrift: Biometrika 65:side 297–303

Budhreja, Vineet & Rui J.P. de Figueirido, jr (2005)
Titel: *How Risky Are Illiquid Investments*
Tidsskrift: The Journal of Portfolio Management (2005) ,Winter, pages 83-93

Chen, Yi-Ting & Chang-Ching Lin (2008)
Titel: *On the Robustness of Symmetry Tests for Stock Returns*
Tidsskrift: Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics, Jun2008, Vol. 12 Issue 2, preceding p1-38

De Souza, Clifford & Suleyman Gokcan (2004)
Titel: *Allocation Methodologies and Customizing Hedge Fund Multi-Strategy Products*
Tidsskrift: Journal of Alternative Investments (2004), side 7-21

EDHEC-Risk Institute (2010)
Titel: *Efficient Index Factsheet*
Tidsskrift: EDHEC-Risk Institute Publication – Søg på Google

Loretan, Micop & William B. English (2000)
Titel: *Evaluating Correlation Breakdowns During Periods of Market Volatility*
Tidsskrift: SSRN

Fama, Eugene (1965)
Titel: *The behavior of stock-market prices*
Tidsskrift: Journal of Business, Jan 65, Vol. 38 Issue 1, side 34-105.

- Georgiev, Georgi (2002)
 Titel: *The Benefits of Real Estate Investment*
 Tidsskrift: Working paper, CISDM, 2002.
- Harris, Richard D. F. & Coskun C. Küçüközmen, (2001)
 Tiel: *The Empirical Distribution Of UK And US Stock Returns*
 Tidsskrift: Journal of Business Finance & Accounting, June2011, Vol. 28 Issue 5/6, June/July 2001, side 715–740.
- Ibbotson, Roger G & Paul D. Kaplan (2000)
 Titel: *Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90, or 100 Percent of Performance?*
 Tidsskrift: Financial Analyst Journal, Jan/Feb2000, Vol. 56 Issue 1, side 26
- Markowitz, Harry (1952)
 Titel: *Portfolio Selection*
 Tidsskrift: The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1 (Mar., 1952), side 77-91
- Merton, C. Robert (1990)
 Titel: *On Estimating the Expected Return on the Market – A Exploratory Investigation*
 Tidsskrift: Journal of Financial Economics 8 (1990) side 323-361
- Müller, Ulrich A., Roland Bürdi & Michel M Dacorogna (2004)
 Titel: *Bootstrapping the economy – a non-parametric method of generating consistent future scenarios*
 Tidsskrift: MPRA Paper No. 17755, posted 09. October 2009
- J. Tobin (1958)
 Titel: *Liquidity Preference as Behavior Towards Risk*
 Tidsskrift: The Review of Economic Studies, Vol. 25, No. 2 (Feb., 1958), side 65-86
- James Montier (2011)
 Titel: *The Seven Immutable Laws of Investing*
 Tidsskrift: GMO White Paper (Marts 2011)
- Jensen, Nies C., Nick Rees & Tricia Ward (2011)
 Titel: *Confessions of an Investor*
 Tidsskrift: Absolut Return Partner, LLP (April 2011)
- Loretan, Mico & William B. English (2000)
 Titel: *Evaluating 'correlation breakdown' during periods of market volatility,*
 Tiddskrift: Board of Governors of the Federal Reserve System, Discussion paper 658
- Malkeil, Burton G & Yexiao Xu
 Titel: *Idiosyncratic Risk and Security Returns*
 Tidsskrift: Working paper, University of Texas at Dallas – Søg på Google

Plesner, Søren (2003)

Titel: *Hedge-fonde*

Tidsskrift: Finaninvest 06/03, side 4-12

Pallotta, Massimiliano & Raffaele Zenti (2000)

Titel: *Risk analysis for asset managers: historical simulation, the bootstrap approach and value at risk calculation*

Tidsskrift: SSRN

Rasmussen, A., Kahlke, J., Hansen, J., Seiersen, A., & Schaarup, J. (2009).

Konkurrencen om Pensioner 2009.

Tidsskrift: Analyserapport 2009:1, lavet af Forsikring & Pension

Sheikh, Abdullah Z. & Hongtao Qiao (2010)

Titel: *Non-Normality of Market Return: A framework for Asset Allocation Decision Making*

Tidsskrift: The Journal of alternative investments, Winter 2010

Skovenborg, Jesper & Jacob Vinding Jensen (2005)

Titel: *Råvarer i en pensionsportefølje?*

Tidsskrift: Finansinvest 07/05, side 17-23

SparInvest (2007)

Titel: *Strategisk Asset Allocation – kort fortalt, 2. udgave*

Tidsskrift: SparInvest publikation fra 2007

Søgaard-Andersen, Per & Bach, Peder (2007)

Titel: *Risikoanalyse af ejendomme i investeringsporteføljer*

Tidsskrift: Finansinvest 6/07, side 15-21

Søgaard-Andersen, Per & Larsen, Henrik Olejasz (2008)

Titel: *Risikoanalyse for et pensionsselskab baseret på ikke-normale afkastfordelinger*

Tidsskrift: Finaninvest 01/08, side 15-21

Søgaard-Andersen, Bertelsen & Majborn (2010)

Titel: *Risikomåling for langsigtede investorer*

Tidsskrift: Finansinvest 01/10, side 21-29

William Hansen, Bo (2011)

Titel: *Risikomåling på alternative investeringer*

Tidsskrift: FinansInvest 4/11, side 10-16

Michaud, R. (1989)

Titel: *The Markowitz Optimization Enigma: Is Optimized Optimal?*

Tidsskrift: Financial Analyst Journal, 45e

Chua, David B., Mark Kritzman & Sebastian Page (2009)

Titel: *The Myth of Diversification*

Tidsskrift: Journal of Portfolio Management; Fall2009, Vol. 36 Issue 1, side 26-35

Hjemmesider

www.borger.dk

Det offentliges hjemmeside

Sti: Forside – Pension og efterløn – Pension – Typer af pension – om pension

www.denstoredanske.dk

Gyldendals hjemmeside

Sti: søg: ”de store tals lov”

www.formuepleje.dk

Formueplejens hjemmeside

Sti: Søg: Artikel: ”Dansk realkredit: fortsat stor tryghed” (24.06.2011)

www.industrienspension.dk

Industriens pensions hjemmeside

Sti: Forside – om industriens pension – Investeringer – aktiver – fakta om aktiver (pdf)

www.jpmorgan.com

J.P. Morgans hjemmeside

Sti: Home page - Investment bank - Products & Solutions - Research/Indices - Index Suite

www.msci.com

MSCIs (Morgan Stanley Capital International) hjemmeside

Sti: products – indices – tools and Data – Index definition

www.nationalbanken.dk

Nationalbankens hjemmeside

Publikation: Statens låntagning og gæld 2010, kapitel 4

www.nordealivogpension.dk

Nordea Liv og Pensions hjemmeside

Sti: Investering - Det investerer vi i – Alternative investeringer

www.oecd.org

OECDs (Organisation for Economic Co-operation and Development) hjemmeside

Sti: www.oecd.org -> Statistic -> Pension funds' asset allocation

www.shareholder.dk

Dansk aktionærforenings hjemmeside

Sti: Aktionærens ordbog

www.sis.ku.dk

Københavns universitets hjemmeside

Sti: Naturvidenskab - Forår 2006 NAT - De matematiske fag - Kandidatuddannelsen - Blok 4 - Skemagruppe A – introduktion til ikke-parametrisk statistik

www.skm.dk

skatteministeriets hjemmeside

Sti: Forside - Tal-statistik – skatter og afgifter – søg: ”pensionsindskud 1998-2010”

www.trustnetoffshore.com

FE Trustnet offshore hjemmeside

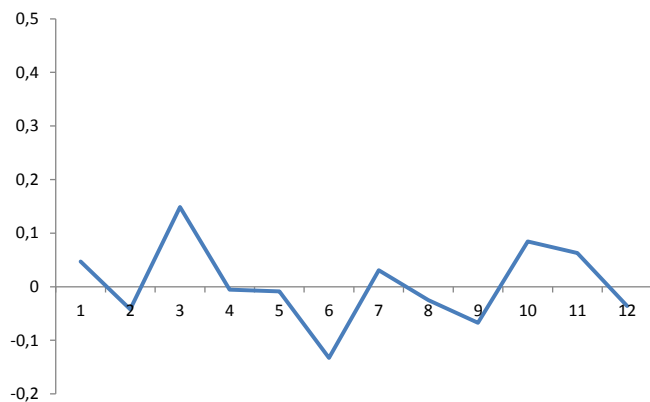
Sti: Investments – offshore Mutual – A-Z Funds Factsheet – Barclays GlobalAccess Global High Yield Bond

Appendiks A

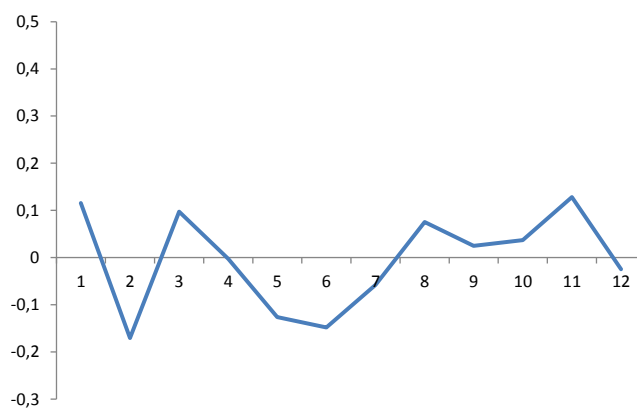
Appendiks A.9.1

Autokorrelation i afkastserierne

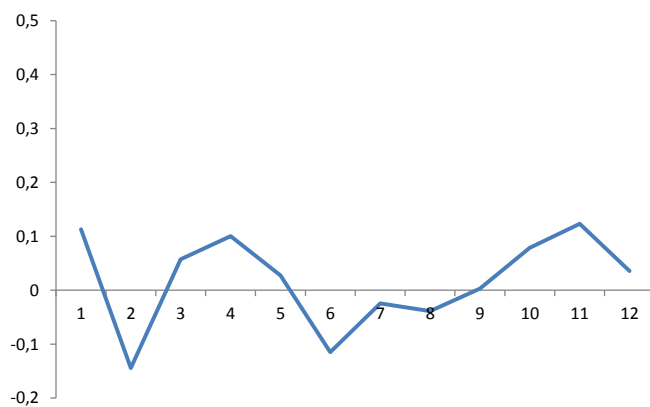
Danske statsobligationer



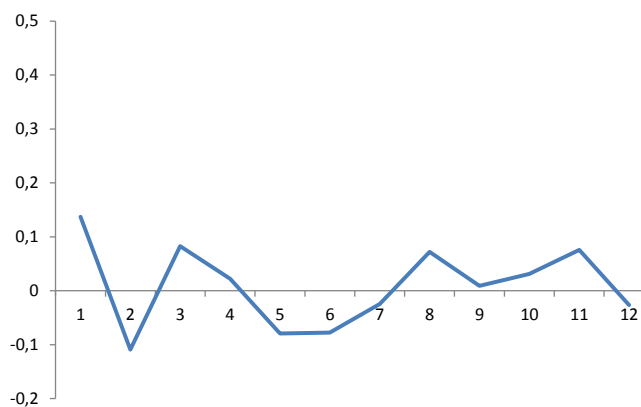
Statsobligationer udviklede lande



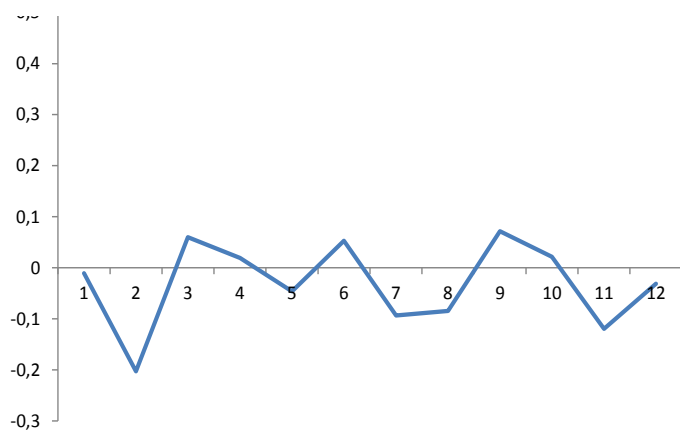
Dansk realkredit



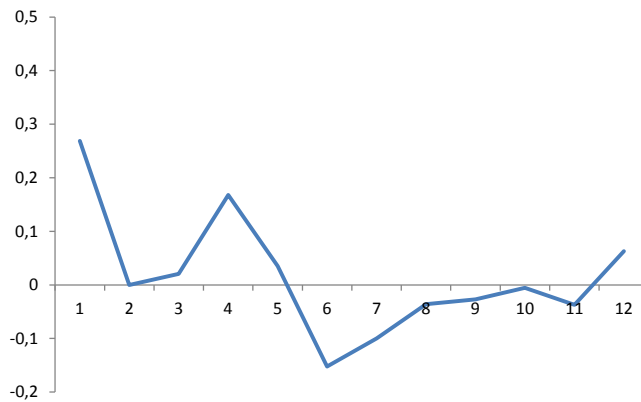
Investment grade kredit



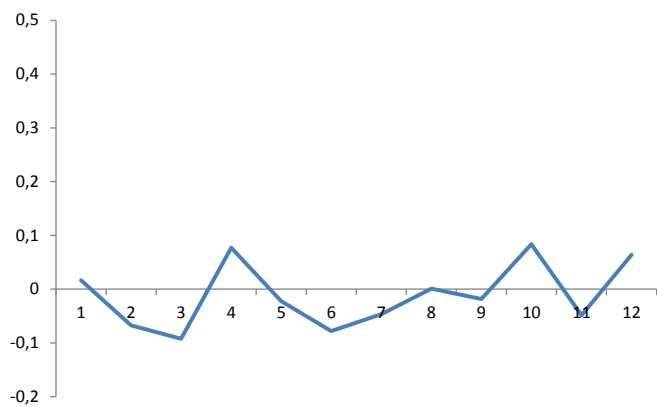
Indeks obligationer



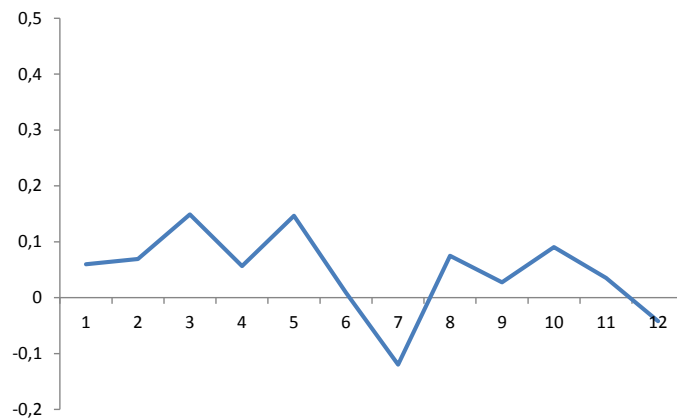
High Yield kredit



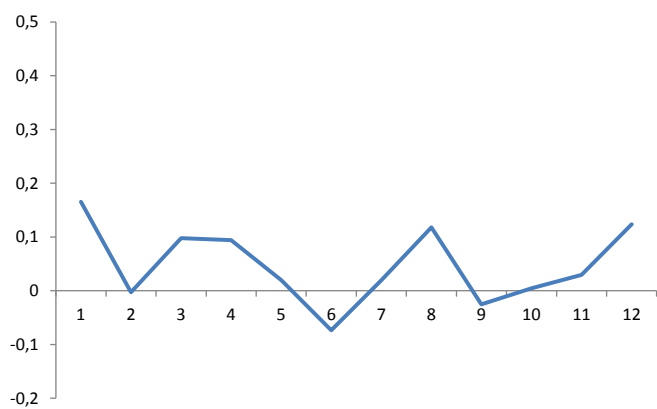
Emerging markets obligationer



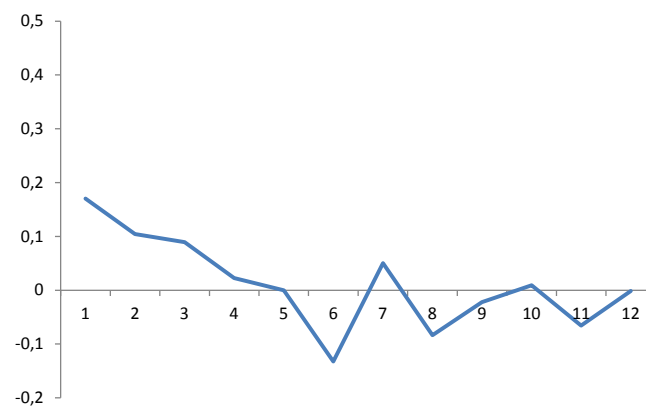
Danske aktier



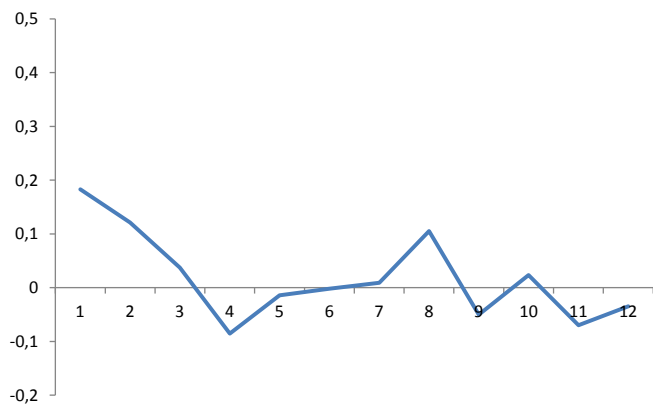
Globale aktier



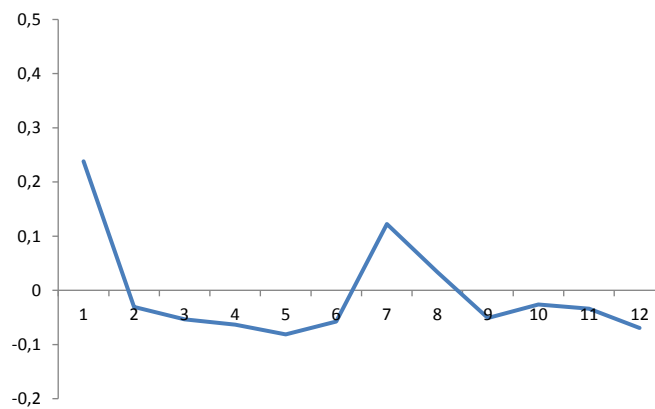
Emerging markets aktier



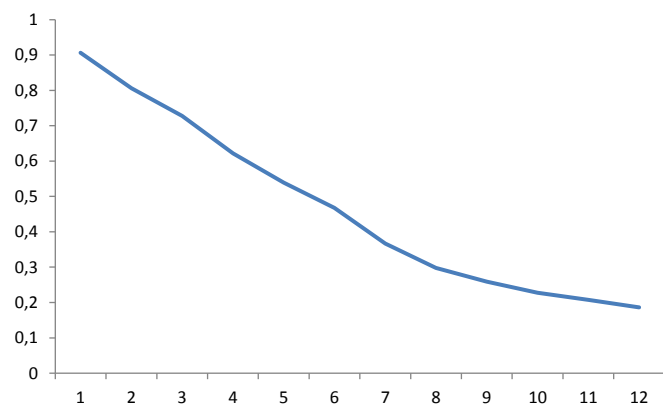
Hedge-fonde



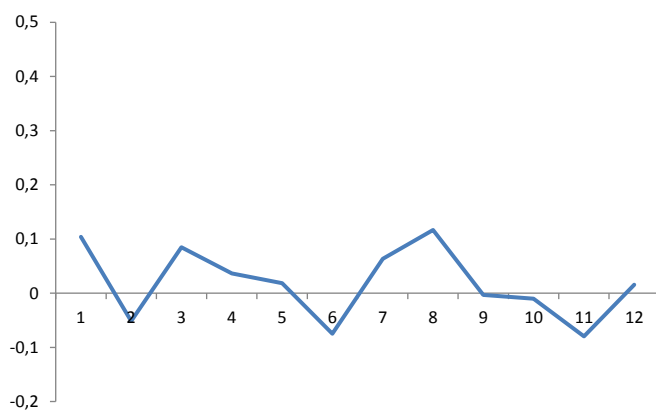
Private Equity



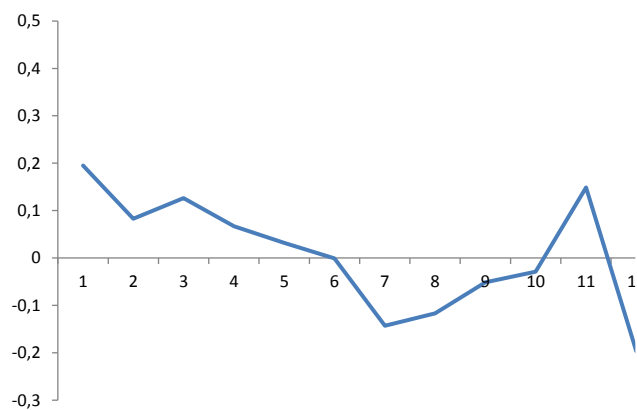
Ejendomme og grunde



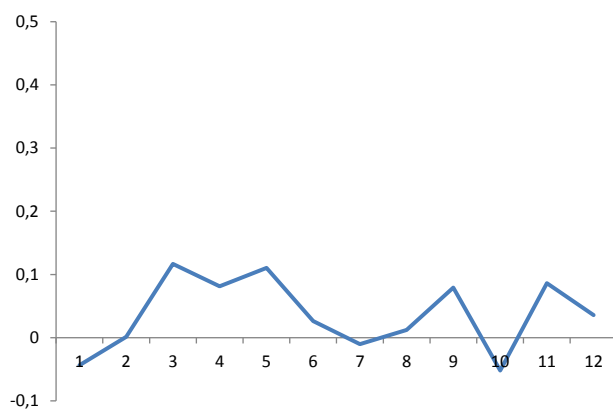
Infrastruktur



Råvare



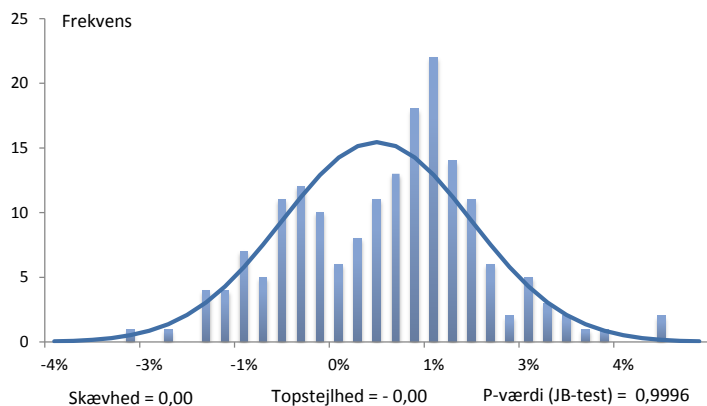
Skov



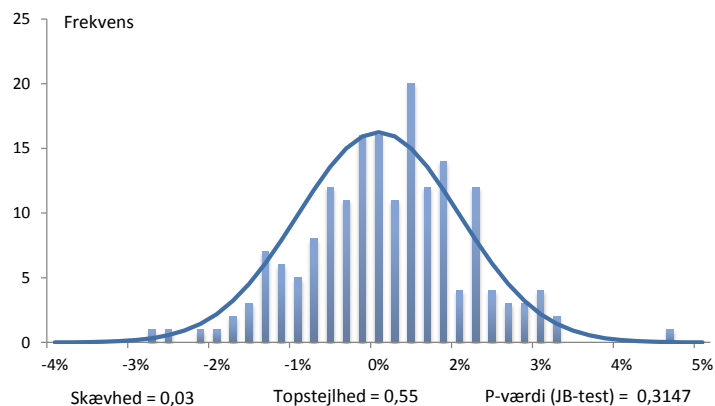
Appendiks A.9.2

Aktivklassernes afkastfordelinger sammenlignet med normalfordelingen

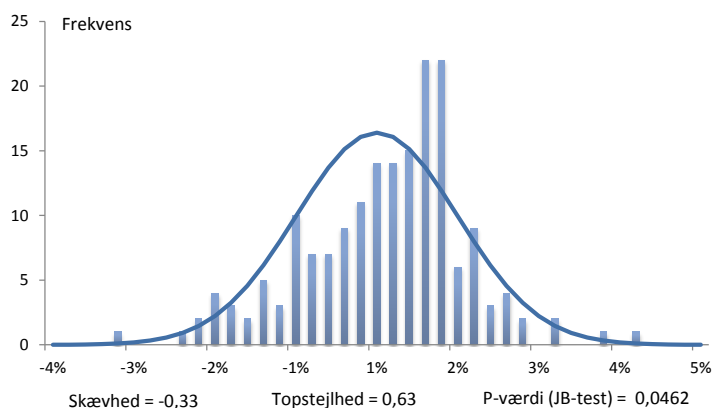
Danske Statsobligationer



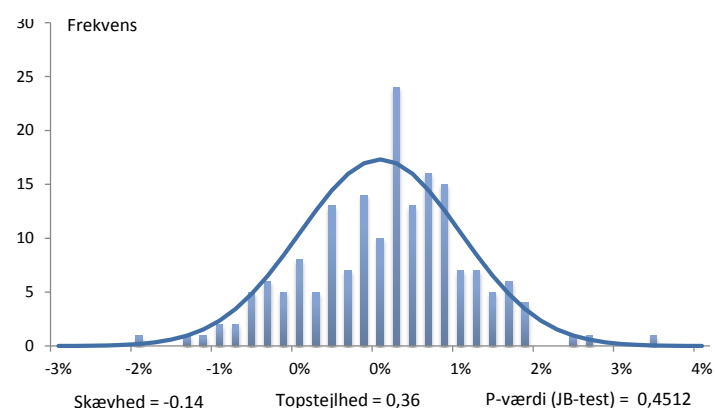
Statsobligationer udviklede lande



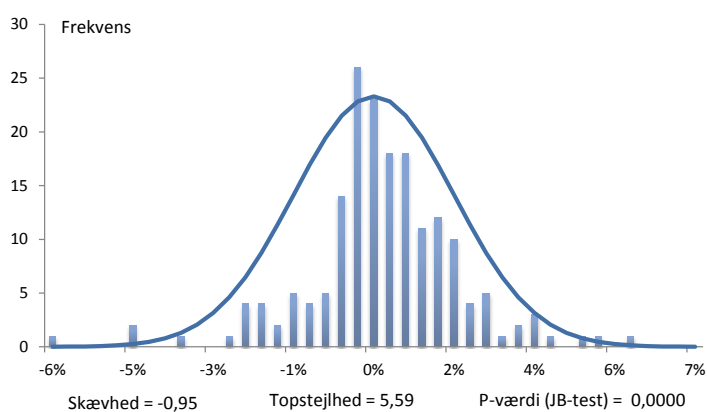
Danske realkreditobligationer



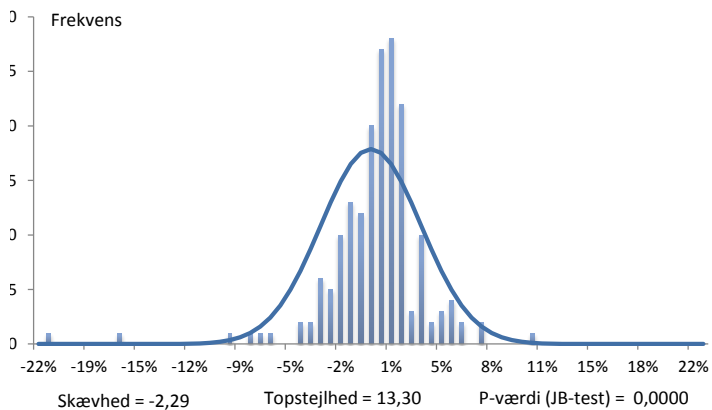
Investment Grade kredit



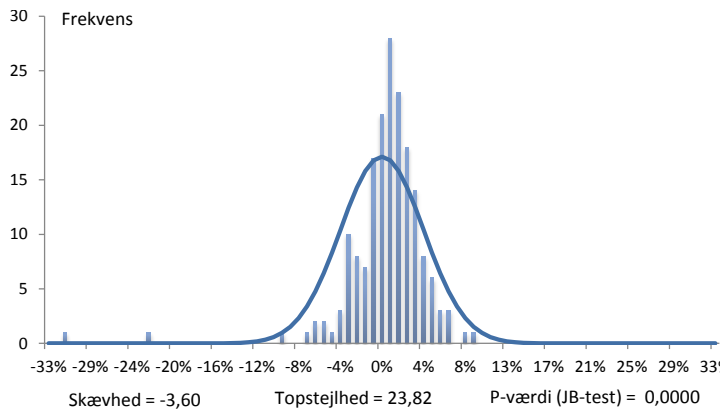
Indeks obligationer



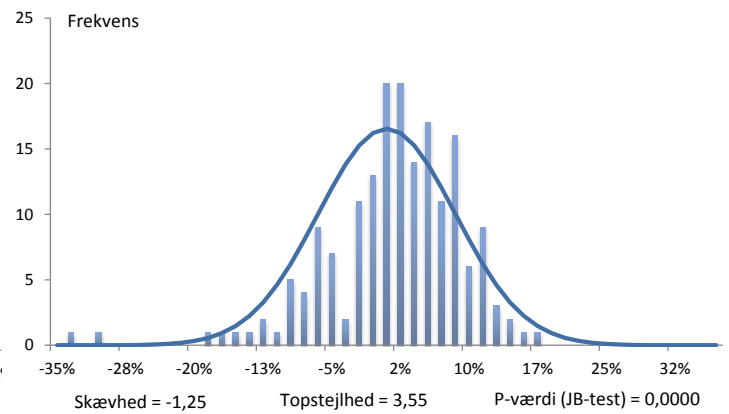
High Yield kredit



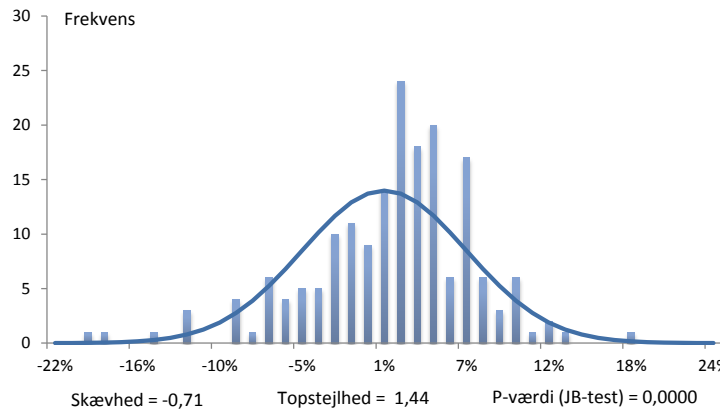
Emerging Markets obligationer



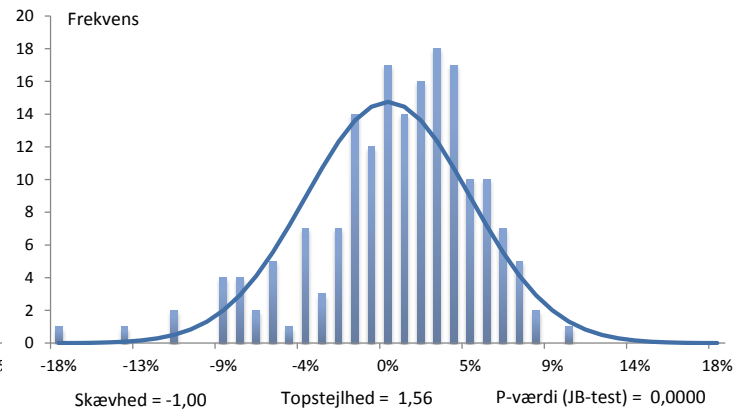
Emerging Markets aktier



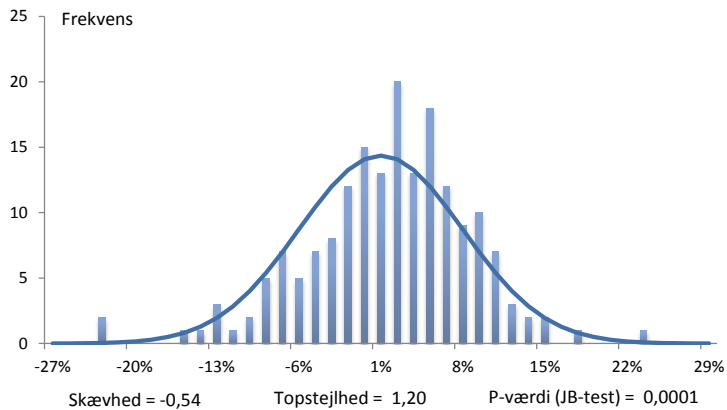
Danske aktier



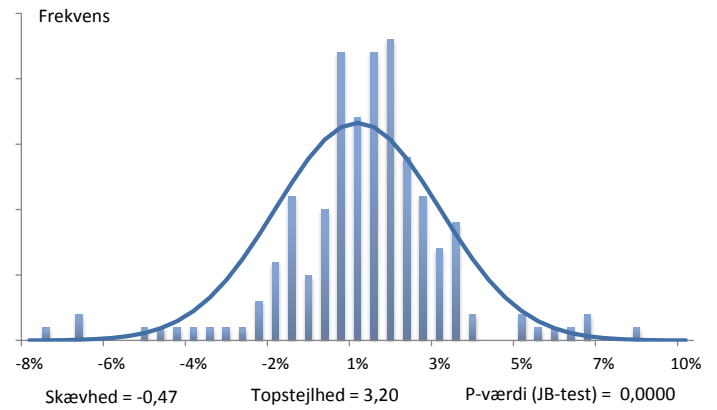
Globale aktier



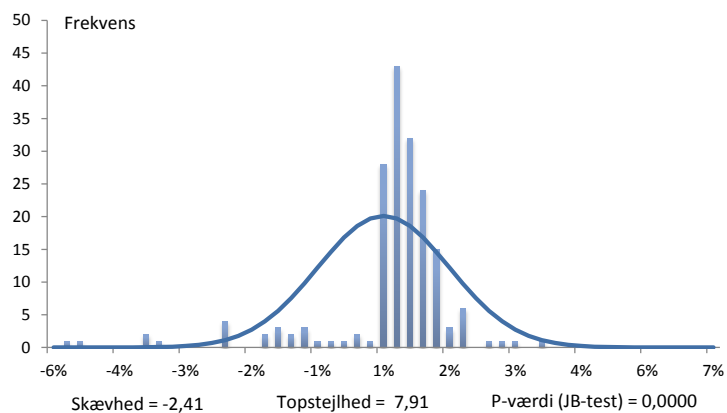
Private Equity



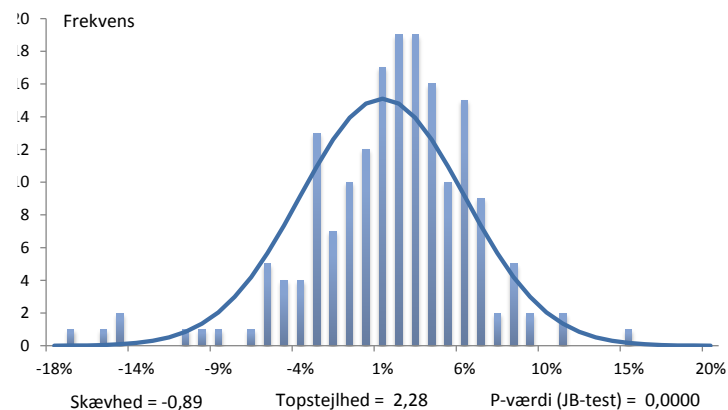
Hedge-fonde



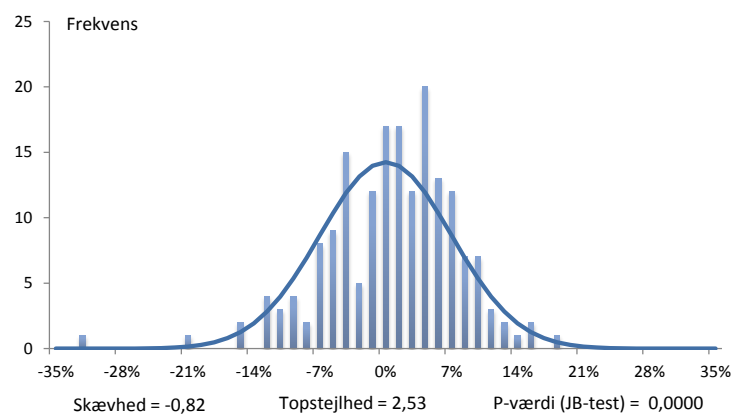
Ejendomme og grunde



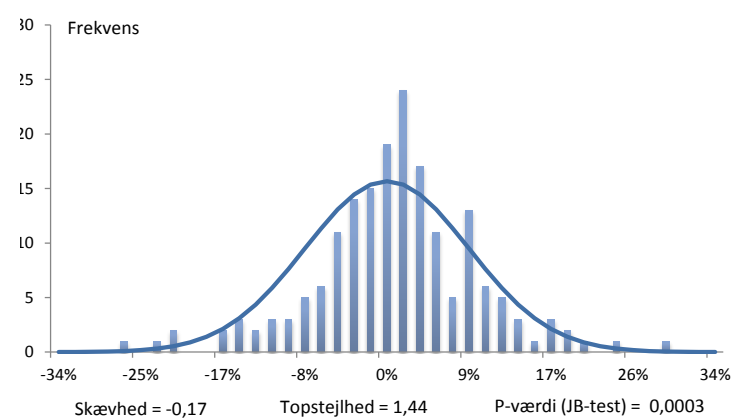
Infrastruktur



Råvarer



Skov



Appendiks A.12.2.3

Sammenligning af de historiske afkastseriers nøgletal og forventet fremtidige, med og uden hensyntagen til om volatilitet kommer i klumper.

Danske stater	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	4,97%	4,96%	4,96%
Skævhed	0,01	0,01	0,00
Topstejlhed	0,00	-0,04	-0,08

Globale Aktier	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	18,44%	18,42%	17,58%
Skævhed	-0,88	-0,87	-0,87
Topstejlhed	1,16	1,10	1,34

Statsobligationer udviklede lande	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	4,01%	4,01%	3,99%
Skævhed	0,03	0,03	0,06
Topstejlhed	0,55	0,51	0,51

Emerging Markets aktier	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	30,97%	30,99%	29,69%
Skævhed	-1,18	-1,19	-1,14
Topstejlhed	3,19	3,14	3,17

Dansk Realkredit	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	3,70%	3,69%	3,66%
Skævhed	-0,33	-0,32	-0,28
Topstejlhed	0,63	0,57	0,53

Hedge-Fonde	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	10,74%	10,72%	10,46%
Skævhed	-0,47	-0,47	-0,39
Topstejlhed	2,55	2,50	2,48

Investment Grade kredit	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	2,99%	2,99%	2,99%
Skævhed	-0,14	-0,15	-0,13
Topstejlhed	0,36	0,32	0,32

Private Equity	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	20,30%	20,27%	19,76%
Skævhed	-0,40	-0,41	-0,37
Topstejlhed	0,78	0,75	0,84

Indeks Obligationer	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	5,93%	5,91%	5,81%
Skævhed	-0,95	-0,96	-0,81
Topstejlhed	5,59	5,42	5,01

Ejendomme	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	10,40%	10,32%	9,93%
Skævhed	-0,60	-0,56	-0,65
Topstejlhed	6,39	6,13	6,35

High Yield kredit	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	15,26%	15,28%	14,52%
Skævhed	-1,96	-1,96	-1,79
Topstejlhed	11,22	10,86	11,12

Infrastruktur	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	16,64%	16,64%	16,04%
Skævhed	-0,89	-0,88	-0,86
Topstejlhed	2,28	2,16	2,38

Emerging Markets obligationer	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	14,25%	14,34%	13,45%
Skævhed	-3,60	-3,60	-3,45
Topstejlhed	23,82	23,17	23,87

Råvarer	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	29,53%	29,44%	29,18%
Skævhed	-0,61	-0,60	-0,52
Topstejlhed	1,84	1,76	1,50

Danske aktier	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	19,78%	19,76%	19,03%
Skævhed	-0,71	-0,70	-0,67
Topstejlhed	1,44	1,35	1,52

Skov	Empirisk	Simulering uden scenarier	Simulering med scenarier
Standardafvigelse	7,91%	7,89%	7,92%
Skævhed	-0,17	-0,18	-0,14
Topstejlhed	1,44	1,35	1,32

Sammenligning af mål standardafvigelsen	Empirisk vs. Sim. uden scenarier	Empirisk vs. Sim. med scenarier
Danske Statsobligationer	0,0001	0,0001
Statsobligationer udviklede lande	0,0000	0,0002
Danske Realkredit	0,0001	0,0004
Investment Grade kredit	0,0000	0,0000
Indeks obligationer	0,0002	0,0013
High Yield kredit	-0,0002	0,0075
Emerging Markets	-0,0009	0,0080
Danske aktier	0,0002	0,0075
Globale aktier	0,0002	0,0086
Emerging Markets aktier	-0,0002	0,0128
Hedge-Fonde	0,0002	0,0028
Private Equity	0,0003	0,0054
Ejendomme	0,0008	0,0047
Infrastruktur	-0,0001	0,0059
Råvarer	0,0009	0,0035
Skov	0,0002	-0,0001
Sum	0,0017	0,0688
Sum af numeriske værdier	0,0045	0,0688

Sammenligning af mål skævheden	Empirisk vs. Sim. uden scenarier	Empirisk vs. Sim. med scenarier
Danske Statsobligationer	-0,0062	0,0006
Statsobligationer udviklede lande	0,0010	-0,0237
Danske Realkredit	-0,0088	-0,0487
Investment Grade kredit	0,0035	-0,0128
Indeks obligationer	0,0021	-0,1405
High Yield kredit	-0,0007	-0,1698
Emerging Markets	-0,0021	-0,1458
Danske aktier	-0,0064	-0,0396
Globale aktier	-0,0017	-0,0031
Emerging Markets aktier	0,0089	-0,0397
Hedge-Fonde	-0,0022	-0,0813
Private Equity	0,0034	-0,0273
Ejendomme	-0,0436	0,0440
Infrastruktur	-0,0076	-0,0256
Råvarer	-0,0044	-0,0826
Skov	0,0023	-0,0329
Sum	-0,0623	-0,8287
Sum af numeriske værdier	0,1046	1,6587

Sammenligning af mål for Topstejlhed	Empirisk vs. Sim. uden scenarier	Empirisk vs. Sim. med scenarier
Danske Statsobligationer	0,0343	0,0801
Statsobligationer udviklede lande	0,0419	0,0405
Danske Realkredit	0,0548	0,1008
Investment Grade kredit	0,0400	0,0372
Indeks obligationer	0,1682	0,5762
High Yield kredit	0,3601	0,0965
Emerging Markets	0,6490	-0,0565
Danske aktier	0,0853	-0,0770
Globale aktier	0,0629	-0,1808
Emerging Markets aktier	0,0491	0,0162
Hedge-Fonde	0,0462	0,0644
Private Equity	0,0377	-0,0605
Ejendomme	0,2557	0,0363
Infrastruktur	0,1194	-0,0978
Råvarer	0,0785	0,3337
Skov	0,0874	0,1148
Sum	2,1707	1,0241
Sum af numeriske værdier	2,1707	1,9693

Appendiks A.14.2.1

Den efficiente rands 10 porteføljer kun pålagt restriktionerne:

3. Vægtene skal summe til 100%
4. Vægtene skal ligge mellem 0% og 100%, dvs. at investor ikke kan gå kort i aktien

De 10 porteføljer der danner den efficiente rand																			
Portefølje	Forventet afkast	Expected shortfall	Danske Statsobl.	Statsobl. udv. lande	Danske Realkredit	Investment Grade kredit	Indeks obligationer	High Yield kredit	Emerging Markets	Danske aktier	Globale aktier	EM aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejendomme og grunde	Infrastruktur	Råvarer	Skov	
1	4,80%	-0,90%	0,0%	0,0%	12,2%	66,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	1,8%	8,7%	0,0%	0,6%	10,6%
2	5,64%	-1,99%	6,1%	56,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	2,3%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	4,9%	12,6%	2,2%	3,2%	12,6%
3	6,48%	-5,61%	33,2%	18,2%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	4,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	9,2%	13,7%	4,5%	9,0%	8,1%
4	7,32%	-10,16%	38,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	6,5%	0,0%	1,0%	0,0%	0,0%	11,9%	15,1%	7,4%	14,8%	4,6%
5	8,16%	-15,10%	25,8%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	8,3%	0,0%	3,4%	0,0%	0,0%	15,0%	17,7%	9,9%	19,9%	0,0%
6	9,01%	-20,50%	22,1%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	12,0%	0,0%	4,7%	0,0%	0,0%	19,0%	0,0%	15,5%	26,6%	0,0%
7	9,85%	-25,55%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	11,3%	0,0%	11,1%	0,0%	0,0%	17,8%	15,4%	14,0%	30,4%	0,0%
8	10,69%	-31,24%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	15,0%	0,0%	16,5%	0,0%	0,0%	19,5%	0,5%	10,4%	38,1%	0,0%
9	11,53%	-37,50%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	14,1%	0,0%	33,3%	0,0%	0,0%	7,1%	0,0%	0,0%	45,6%	0,0%
10	12,38%	-56,99%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	100,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%

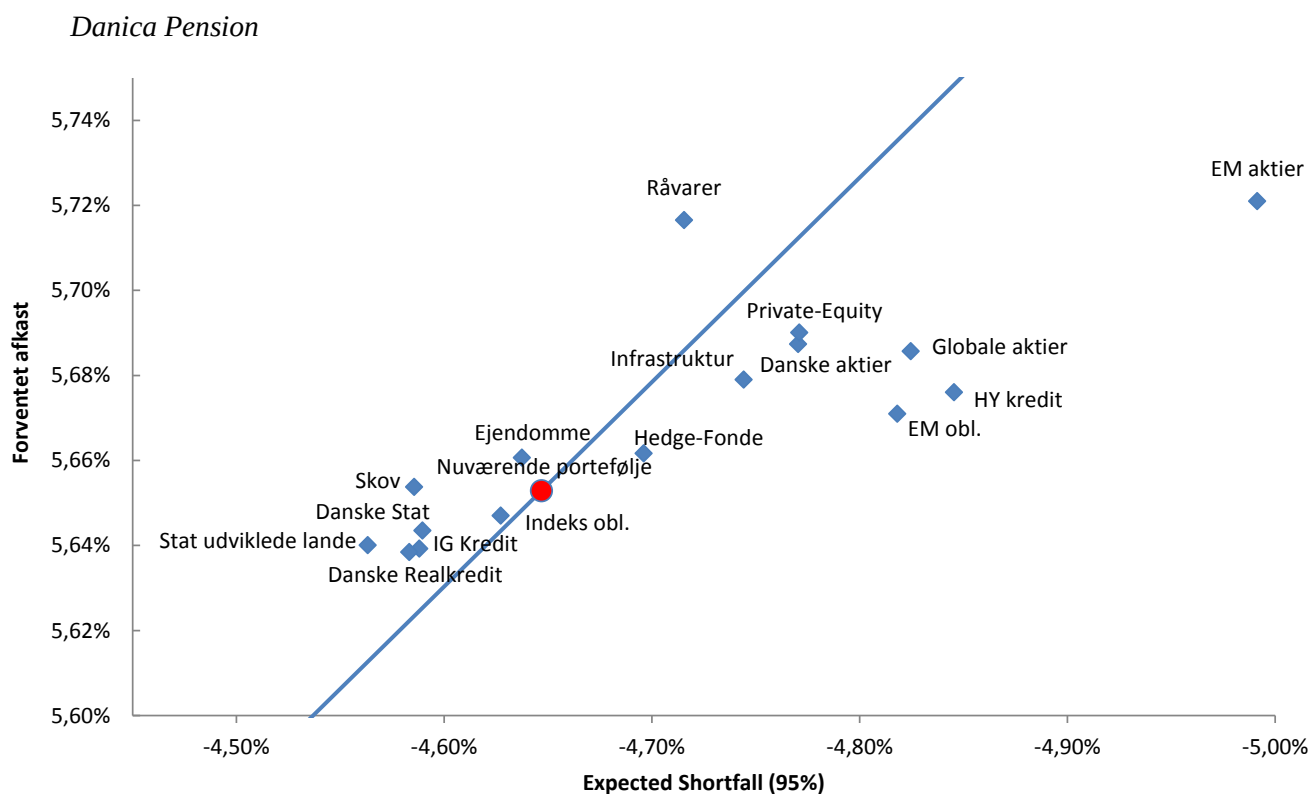
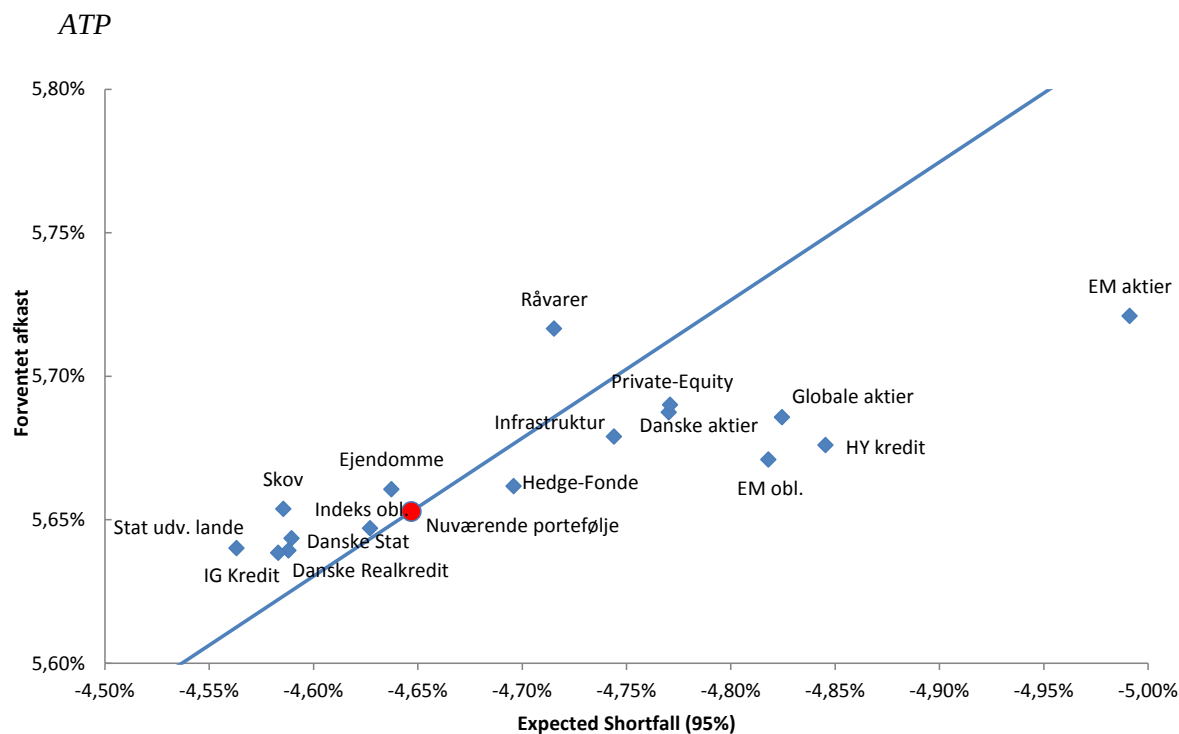
Den efficiente rands 10 porteføljer også pålagt to restriktioner som pensionskasserne er underlagt:

- Max 70% i ikke guldrandede aktiver
- Max 10% i lande uden for Zone A

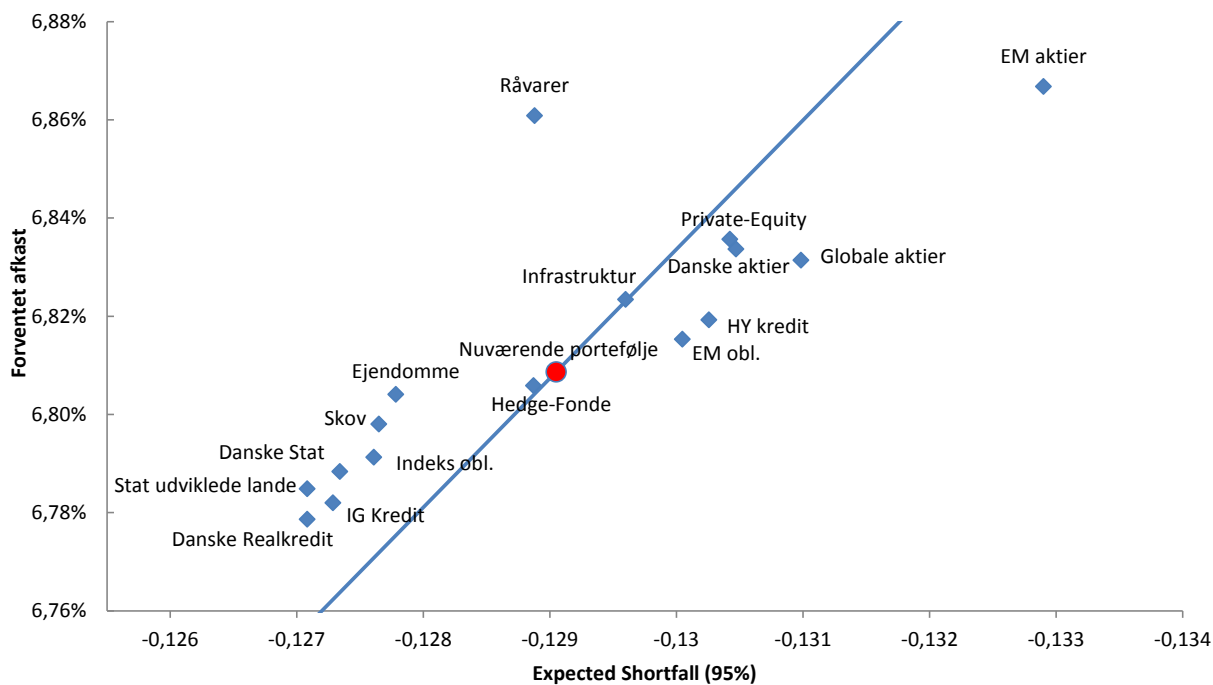
De 10 porteføljer der danner den efficiente rand, med pensionskassernes restriktioner																		
Portefølje	Forventet afkast	Expected shortfall	Danske Statsobl.	Statsobl. udv. lande	Danske Realkredit	Investment Grade kredit	Indeks obligationer	High Yield kredit	Emerging Markets	Danske aktier	Globale aktier	EM aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejendomme og grunde	Infrastruktur	Råvarer	Skov
2	5,44%	-1,48%	0,0%	55,8%	9,7%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	1,8%	0,0%	0,0%	0,0%	4,4%	11,8%	1,2%	2,2%	13,2%
3	6,00%	-3,33%	15,3%	42,9%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	3,1%	0,0%	0,0%	0,0%	7,0%	13,1%	3,2%	5,8%	9,6%
4	6,56%	-6,02%	36,7%	14,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	4,4%	0,0%	0,0%	0,0%	9,6%	13,8%	4,5%	9,6%	7,4%
5	7,12%	-9,03%	41,5%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	6,3%	0,0%	0,4%	0,0%	12,3%	15,9%	4,9%	13,3%	5,5%
6	7,68%	-12,22%	30,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	6,8%	0,0%	1,6%	0,0%	13,6%	17,0%	8,7%	16,7%	5,6%
7	8,24%	-15,59%	30,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	9,2%	0,0%	5,1%	0,0%	14,1%	12,3%	8,4%	21,0%	0,0%
8	8,80%	-19,28%	30,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	12,7%	0,0%	8,6%	0,0%	15,8%	3,2%	3,6%	26,1%	0,0%
9	9,36%	-23,83%	30,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	7,4%	0,0%	10,0%	0,0%	12,7%	0,0%	0,0%	39,9%	0,0%
10	9,91%	-31,17%	30,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	10,0%	0,0%	0,0%	0,0%	0,0%	60,0%	0,0%

Appendiks A.14.2.5a

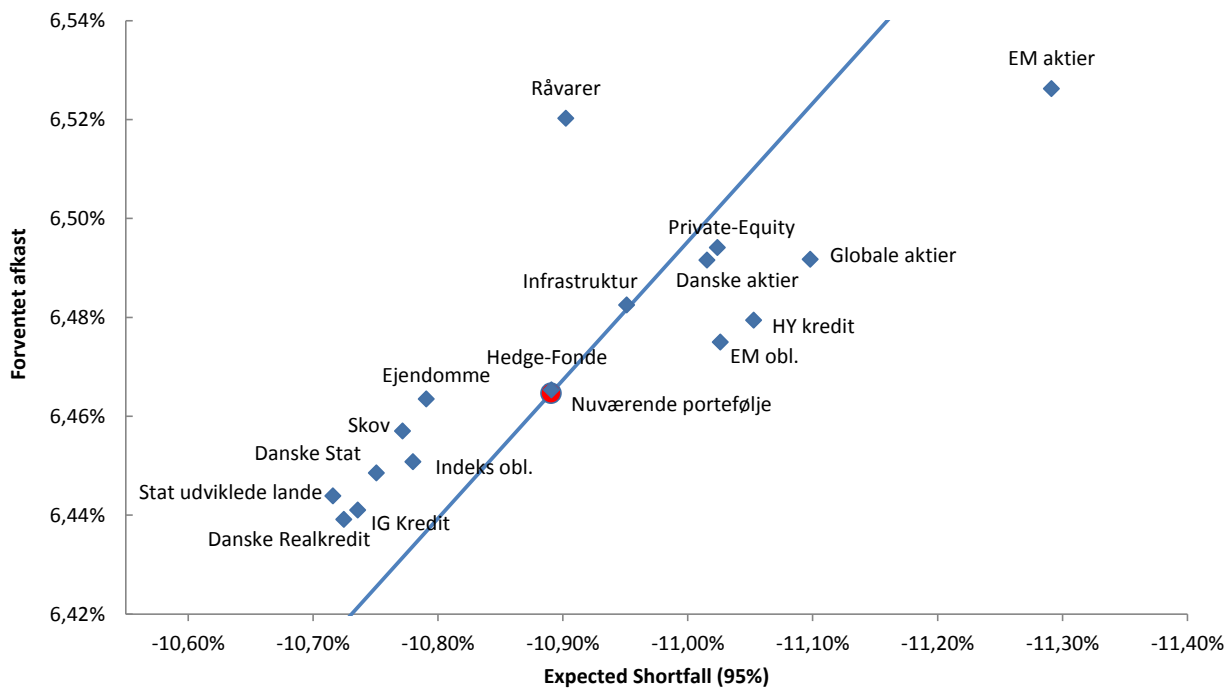
Effekten på pensionsselskabernes porteføljes placering i et afkast risiko (målt ved ES) diagram, såfremt der foretages en øget eksponering på 1% i et givent aktiv.



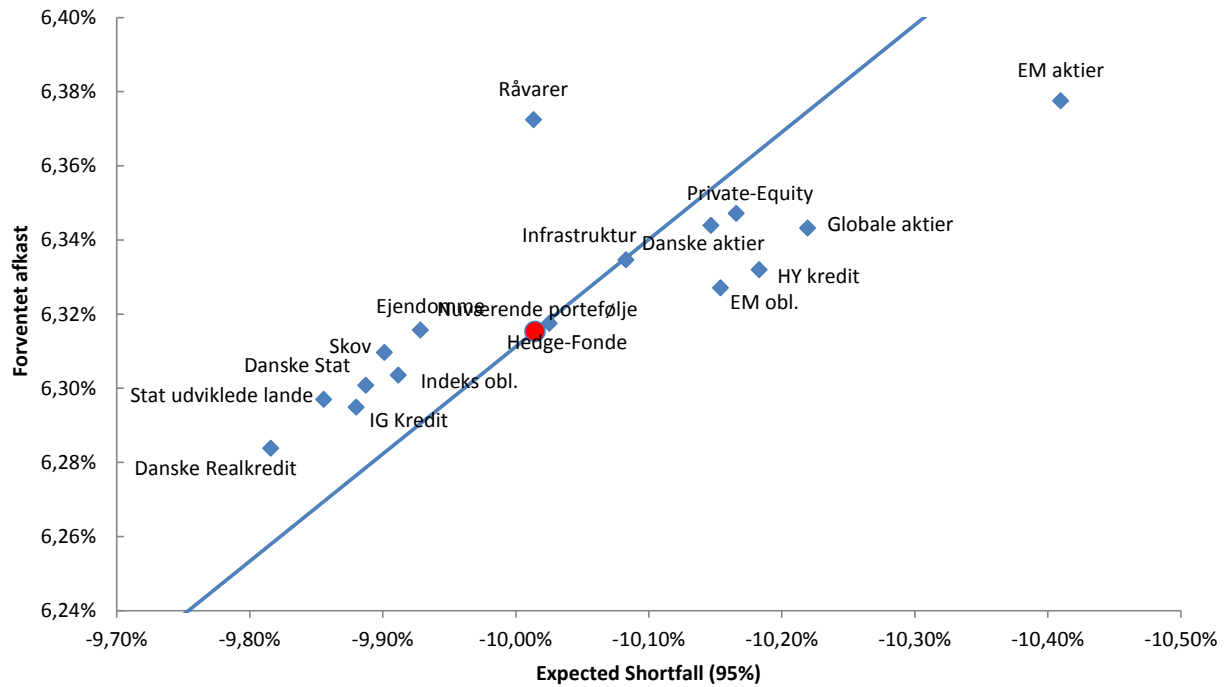
Industriens pension



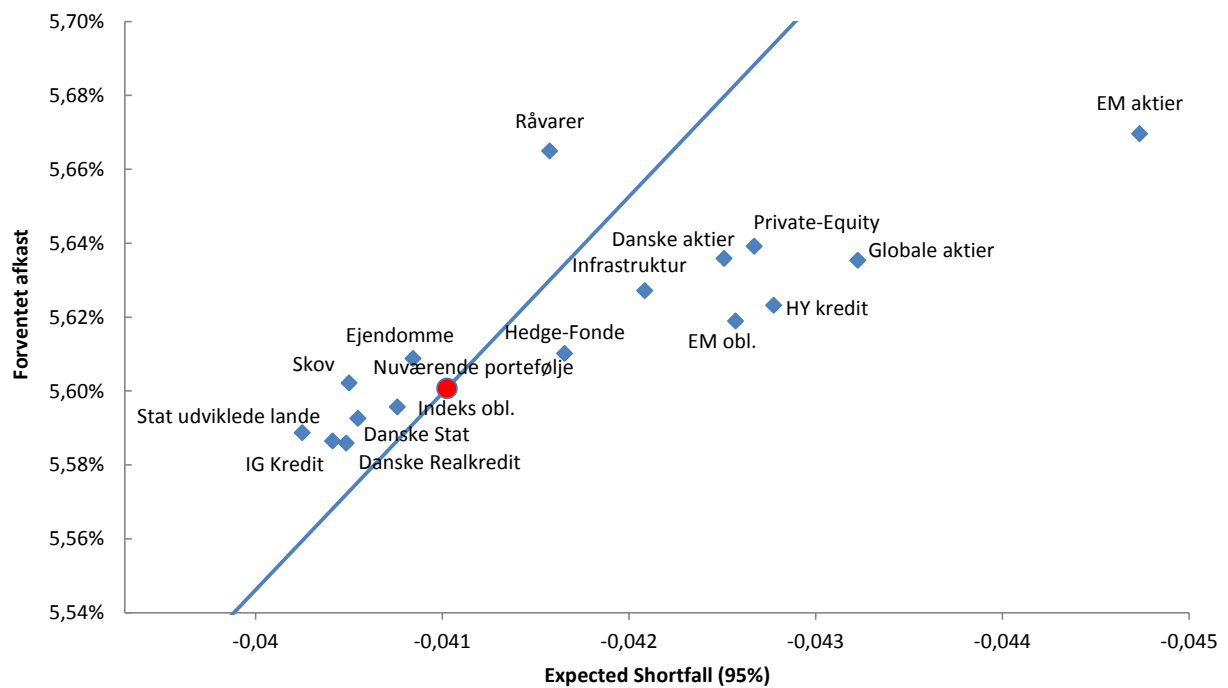
Lærernes Pension



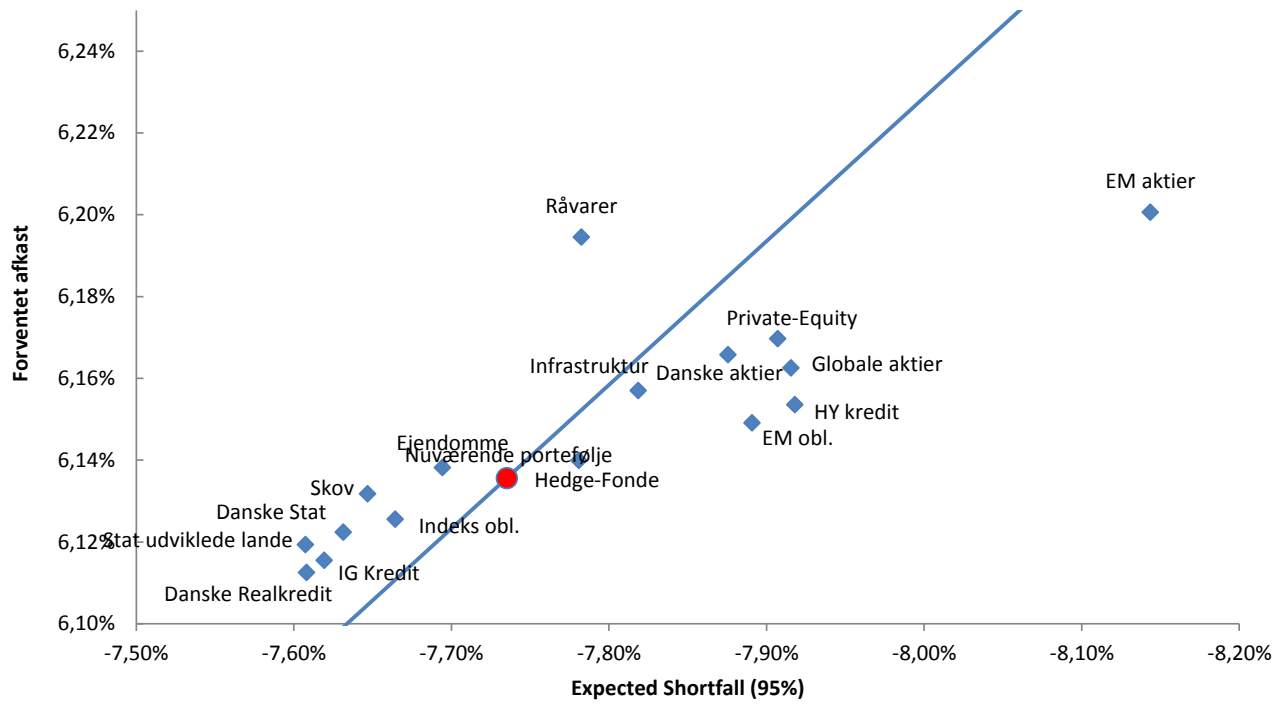
Pensam



SAMPENSION



SEB



Appendiks A. 14.2.5b

Rangordning af aktivklasser ved Expected Shortfall på 99%

Portefølje	Danske Statsobl.	Statsobl. udv. lande	Danske Realkredit	Investment Grade kredit	Indeks obligationer	HY kredit udv. lande	EM Obl.	Danske aktier	Globale aktier	EM aktier	Hedge-Fonde	Private-Equity	Ejen-domme	Infra-struktur	Råvarer	Skov
ATP	1	2	3	5	7	15	14	13	12	16	8	10	6	9	11	4
Danica Pension	4	1	6	5	8	15	14	11	13	16	9	10	7	12	3	2
Industriens Pensions	5	2	6	7	8	14	15	12	13	16	9	11	3	10	1	4
Lærernes Pension	5	2	6	7	8	15	14	12	13	16	9	11	4	10	1	3
PenSam	6	2	4	7	8	15	14	12	13	16	9	11	5	10	1	3
Sampension	4	1	7	5	8	14	13	12	15	16	9	11	6	10	3	2
SEB	4	2	5	6	8	15	14	11	13	16	10	12	7	9	1	3
I alt	29	12	37	42	55	103	98	83	92	112	63	76	38	70	21	21

Oversigt over Appendiks B

B.1 Pensionskassernes risikoallokering

Filen indeholder den overordnede risikoallokering for alle pensionsselskaberne. Filen indeholder ligeledes et ark for hvert pensionsselskab, hvor det den originale allokering, og mellemregningerne eller kommentarer for eventuelle ændringer til denne, fremgår.

B.2 Udvælgelse af indeks

Filen indeholder de emner der berører udvælgelsen af indeks. Filen er opdelt efter aktivklasse i de forskellige faneblade. Derudover indeholder den en oversigt over alle valgte indeks.

B.3 Indeks og test af antagelserne

Filen indeholder test gennemgået i Del II af opgaven. Der testes for autokorrelation, normalfordelingsantagelsen og der undersøges hvordan korrelationer mellem aktivklasserne bevæger sig. Dertil er afkastserierne rensat for autokorrelation og for udvalgte aktivklasser skalleres volatiliteten efter årlige mål, således at afkastene nu kan bruges som input til modellen.

B.4 Afkast sorteret efter stress tærskel

I filen beregnes en stress tærskel for at definere hvornår afkastene antager at vi er i en stresset er ustressed. Afkastene sorteres efter markedstilstand.

B.5 Beregning af overgangssandsynligheder

Filen indeholder undersøgelsen af overgangssandsynlighederne mellem markedstilstandene stresset og ustressed markeder, frem til 2010.

B.6 Simuleringer med markedstilstande

Filen indeholder simuleringer af fremtidige forventede afkast, med hensyntagen til at volatilitet kommer i klumper. Dvs. at sandsynligheden for udfald af markedstilstand beror på de tidligere fundne overgangssandsynligheder. I første omgang simuleres 120.000 scenarier, dernæst samles disse til 10.000 ti års afkast, og til sidst estimeres forventet afkast efter MSCI's sharp ratio, som implementeres i afkastserierne.

Koden til simuleringerne kan ses i VBA (alt+F11), der er skrevet vejledning til koderne.

B.7 Simuleringer uden markedstilstande

Filen indeholder modellens simuleringer af fremtidige forventede afkast, uden hensyntagen til markedstilstande. I første omgang simuleres 120.000 scenarier, dernæst samles disse til 10.000 ti års afkast, og til sidst estimeres forventet afkast efter MSCI's sharp ratio, som implementeres i afkastserierne.

Koden til simuleringerne kan ses i VBA (alt+F11), der er skrevet vejledning til koderne.

B.8 Modellen resultater

I filen findes de efficiente porteføljer, der danner den efficiente rand. Ligeledes findes pensionskassernes aktivallokering i arket, samt beregningerne for effekten af øget eksponering mod de forskellige aktivtyper.

B.9 Modellen resultater – forventet afkast = realiseret

I filen findes de efficiente porteføljer, der danner den efficiente rand, men hvor det forventede afkast er sat efter gennemsnitsafkastet. Der er dermed ikke lavet vores lineære afkast skalering.

B.9 Modellens resultater, forventet afkast = realiseret afkast

I filen findes de efficiente porteføljer, der danner den efficiente rand. I denne optimering er de forventet afkast de historisk realiserede.

B.10 Backtesting, step 1) beregning af nye overgangssandsynligheder

Filen indeholder undersøgelsen af overgangssandsynlighederne mellem markedstilstandene stresset og ustressede markeder, i perioden 1996 – 2005.

B.11 Backtesting, step 2) simulation

Filen indeholder simuleringer af fremtidige forventede afkast, med hensyntagen til at volatilitet kommer i klumper, og behandles som i tidligere simuleringsark. Simuleringerne bruges til at finde de optimale vægte for en minimum varians portefølje, samt en efficient portefølje med forventet afkast på 7% ultimo 2005.

Koden til simuleringerne kan ses i VBA (alt+F11), der er skrevet vejledning til koderne.

B.12 Backtesting, step 3) resultater

I denne fil findes de optimale porteføljer ultimo 2005 for de valgte modeller, og de realiserede nøgletal beregnes og opstilles.