Prisoptimering i logitmodellen under konkurrence

Olsen, Jørgen Kai

Document Version
Final published version

Publication date:
2004

RESEARCH PAPER

Nr. 5, 2004

Prisoptimering i logitmodellen under konkurrence

af

Jørgen Kai Olsen

INSTITUT FOR AFSÆTNINGSØKONOMI
COPENHAGEN BUSINESS SCHOOL

SOLBJERG PLADS 3, DK-2000 FREDERIKSBERG
TEL: +45 38 15 21 00 FAX NO: +45 38 15 21 01

Prisoptimering i logitmodellen under konkurrence

Jørgen Kai Olsen

Institut for Afsætningsøkonomi

Handelshøjskolen i København

2004

Indholdsfortegnelse

1. Indledning

I artiklen ”Prisoptimering i logitmodellen under homogen og heterogen forbrugeradfærd” (Olsen 2003 C) har vi opstillet to simple logitmodeller med kun én forklarende variabel for forbrugernes valg af et givet mærke – nemlig prisen for det pågældende mærke.
I den ene af disse modeller udviser forbrugerne homogen adfærd mht. deres valg af mærke, medens forbrugerne i den anden model udviser heterogen adfærd. For disse to modeller har vi endvidere i artiklen bestemt den optimale pris, den optimale købssandsynlighed og den maksimale forventede profit – dels generelt, dels for et konkret eksempel. Endelig har vi i artiklen draget en række generelle konklusioner mht. spørgsmålet om, hvorledes virksomheden bør tilrettelægge sin loyalitetspolitik over for markedets forbrugere.

Problemstillingen i nærværende artikel er at generalisere ovennævnte logitmodel - der som nævnt kun beskriver forbrugerens valg af et enkelt mærke og derfor ikke behandler konkurrencen på det pågældende marked - til en model, der dels *giver en mere detaljeret beskrivelse af forbrugerens købsadfærd,* dels *beskriver forbrugerens valg mellem k forskellige mærker under konkurrence*.

Mere præcist er problemstillingen, at opstille en model for

- Brugerandelen
- Købssandsynligheden for produktkategorien
- Markedsandelen for de k mærker
- Købssandsynligheden for de k mærker
- Afsætningen af de k mærker og
- Profitten for de k mærker

hvor samtlige begreber defineres nedenfor.

Endvidere vil vi med udgangspunkt i et konkret eksempel

- vise hvorledes den klassiske økonomiske teori for priskonkurrence under duopol (som forudsættes kendt) forløber i den i artiklen opstillede model.

Med henblik på at simplificere fremstillingen vil vi opstille samtlige modeller under den antagelse, at *forbrugerne udviser homogen forbrugeradfærd*. Men det er vigtigt at bemærke, at modellerne under heterogen forbrugeradfærd formuleres og optimeres på principielt samme måde som modellerne under homogen forbrugeradfærd.

2. Modelkonstruktionen

2.1 Generelle forudsætninger

I det følgende betragter vi et marked, hvor k virksomheder hver udbyder ét mærke inden for en given produktkategori til en målgruppe på i alt N forbrugere.

Det forudsættes, at de N forbrugere – bortset fra stokastisk variation – udviser identisk (dvs. homogen) købsadfærd. Endvidere forudsættes det, at de eneste variable, der påvirker forbrugernes købsadfærd, er den pris, som hver af de k udbydere fastsætter for deres mærke i en given beslutningsperiode. Endelig forudsættes det, at den betragtede beslutningsperiode er så kort, at enhver forbruger højst foretager ét køb af produktkategorien i løbet af beslutningsperioden.

For så vidt angår antagelsen om, at de k udbyderes pris for deres mærker er modellens eneste forklarende variable, er det vigtigt at bemærke, at modelkonstruktionen vil blive foretaget således, at det (i hvert tilfælde i princippet) er forholdsvis simpelt at udbygge modellen ved at inddrage yderligere forklarende variable i den.

2.2 Brugerandelen

Selv om der er N forbrugere på det betragtede marked, vil det være en klar undtagelse, at alle N forbrugere rent faktisk også er brugere af (dvs. overhovedet køber) den betragtede produktkategori.

Dette skyldes, at markedets (eller målgruppens) størrelse som hovedregel fastlægges subjektivt af brugeren af modellen (som fx kan være en af de k udbydere), og at denne fastlæggelse ofte sker ud fra en kortlægning af forskellige karakteristika hos de potentielle forbrugere – såsom forbrugerens køn, alder, bopæl, indkomst og erhverv. Det er derfor klart, at brugeren af modellen ikke kan være sikker på, at en forbruger, der besidder de af ham (subjektivt) definerede karakteristika, rent faktisk også er bruger af produktkategorien. (Produktkategorierne alkohol, tobak, te, kaffe, slik, aviser og ugeblade er eksempler på denne problemstilling).

I det følgende vil vi kalde den andel af forbrugerne, der er brugere af produktkategorien – eller mere præcist sandsynligheden for, at en tilfældigt valgt forbruger er bruger af produktkategorien – for *brugerandelen.*

Lad I_i være en stokastisk indikatorvariabel, der er lig med 1, hvis den i-te af markedets N forbrugere er bruger af produktkategorien, og som er lig med 0 ellers (i = 1, 2, ..., N).
Vi vil da antage, at brugerandelen er bestemt således:

$$P(I_i = 1) = \gamma \quad ; \quad i = 1, 2, ..., N.$$

Dvs. at brugerandelen er uafhængig såvel af de k mærkers pris som af forbrugerens nummer.
(Det sidste er i øvrigt en følge af antagelsen om, at forbrugerne udviser identisk købsadfærd).

2.3 Købssandsynligheden for produktkategorien

Selv om en given forbruger er bruger af produktkategorien, er det – jf. forudsætningen i afsnit 2.1 - ikke sikkert, at han køber produktkategorien i den betragtede (korte) beslutningsperiode.

Lad $(J_i \mid I_i = 1)$ være en betinget stokastisk indikatorvariabel, der er lig med 1, hvis den i-te forbruger køber den betragtede produktkategori i beslutningsperioden, og som er lig med 0 ellers, givet at forbrugeren er bruger af produktkategorien (i = 1, 2, …, N).

Vi vil da antage, at *den betingede købssandsynlighed for produktkategorien* afhænger af prisen for varen hos samtlige k udbydere på følgende måde:

$$P(J_i = 1 \mid I_i = 1) = \frac{\sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{1 + \sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))} \quad ; \quad i = 1, 2, \ldots, N \, ,$$

hvor p_j er den for beslutningsperioden gældende pris for den j-te udbyders mærke,

hvor $p = (p_1, p_2, \ldots, p_k)$, og hvor $\alpha_j \in \Re \; og \; \beta_j \in \Re_- \; (j = 1, 2, \ldots, k)$ er modellens parametre.

Denne model for den betingede købssandsynlighed er en generalisation af logitmodellen, og modellens struktur anvendes hyppigt i den afsætningsøkonomiske litteratur - dog oftest uden ettallet i nævneren. Men dette er vigtigt i vor modelformulering, fordi det netop er det, der sikrer, at der er en positiv sandsynlighed for, at forbrugeren <u>ikke</u> køber produktkategorien i beslutningsperioden.

Om modellen skal det for det første bemærkes, at vi har valgt at tage logaritmen af de k priser i stedet for at benytte priserne direkte. Dette skyldes, at modellen derved bliver simplere at tolke – specielt for så vidt angår elasticiteterne - idet modellen minder meget om den såkaldte Cobb-Douglas model.

For det andet skal det bemærkes, at parameteren α_j kan tolkes som *det j-te mærkes generelle loyalitetsparameter*, dvs. som er et udtryk for *det j-te mærkes generelle markedsmæssige styrke*, medens parameteren β_j er *det j-te mærkes prisreaktionsparameter*, som er tæt forbundet med *det j-te mærkes direkte priselasticitet og dets (k-1) priskrydselasticiteter* (jf. afsnittene 2.4 og 2.5).

Endelig skal det for det tredje bemærkes, at man opnår den simpleste og pæneste modelformulering ved at antage, at de k prisreaktionsparametre $\beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_k$ er lige store og lig med en fælles prisreaktionsparameter β . Dette forhold vender vi tilbage til i afsnit 2.4.

Under ovenstående antagelser bliver *den marginale købssandsynlighed for produktkategorien* lig med

$$\theta(p) = P(J_i = 1) = \gamma \frac{\sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{1 + \sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))} \quad ; \quad i = 1, 2, ..., N .$$

2.4 Markedsandelen for de k mærker

Lad $(K_{ij} \mid I_i = 1 \cap J_i = 1)$ være en betinget stokastisk indikatorvariabel, der er lig med 1, hvis den i-te forbruger vælger det j-te mærke ved et givet køb af produktkategorien - givet at forbrugeren er bruger af produktkategorien, og givet at forbrugeren køber produktkategorien i beslutningsperioden - og som er lig med 0 ellers (i = 1, 2, ..., N ; j =1, 2, ..., k).

Vi vil da antage, at *markedsandelen (eller mærkevalgsandsynligheden) for mærke j* er bestemt således:

$$\eta_j(p) = P(K_{ij} = 1 \mid I_i = 1 \cap J_i = 1) = \frac{\exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{\sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))} \quad ; \quad i = 1, 2, ..., N \; ; \; j = 1, 2, ..., k.$$

I denne type model for markedsandelen (den multinomiske logitmodel), der benyttes hyppigt i den afsætningsøkonomiske litteratur for valg mellem k alternativer, er *de direkte priselasticiteter*

$$e_j(p) = \beta_j (1 - \eta_j(p)) \quad ; \quad j = 1, 2, ..., k \, ,$$

medens *priskrydselasticiteterne* er

$$e_{jm}(p) = -\beta_m \eta_m(p) \quad ; \quad j = 1, 2, ..., k \quad ; \quad m = 1, 2, ..., k \quad (j \neq m) .$$

Imidlertid lider modellen – når de k prisreaktionsparametre er forskellige – af den svaghed, at $\eta_j(p) \neq \eta_j(\lambda\, p)$, hvor λ er en positiv konstant. Dette betyder, at størrelsen af samtlige k markeds-andele vil ændre sig, hvis prisen for de k mærker ændres proportionalt. Denne egenskab ved

modellen forekommer ikke hensigtsmæssig. I det eksempel på prisoptimering under duopol, der betragtes i afsnit 3, vil vi da også antage, at de k = 2 mærker har samme prisreaktionsparameter β.
Når denne antagelse ikke opstilles for den generelle model, skyldes det to forhold. For det første skyldes det, at ændringen i markedsandelene er forholdsvis lille, når prisreaktionsparametrene er nogenlunde lige store, og når den proportionale ændring i prisvektoren ikke er meget stor.
For det andet skyldes det, at vi er af den principielle opfattelse, at man under den statistiske inferens om modellens parametre bør lade en statistisk test afgøre, om prisreaktionsparametrene er ens, hvorefter man - i bekræftende fald - bør erstatte de k individuelle prisreaktionsparametre med en (klart mere operationel) fælles prisreaktionsparameter.

Hvis de k prisreaktionsparametre er ens, påvirkes de k markedsandele som nævnt ikke af en proportional ændring af de k priser. Denne (pæne) egenskab ved modellen medfører, at summen af en given udbyders direkte priselasticitet og hans (k-1) priskrydselasticiteter er lig med nul.
For eksempel gælder der for udbyder nummer 1, at

$$
\begin{aligned}
& e_1(p) + e_{12}(p) + \ldots + e_{1k}(p) \\
&= \beta(1 - \eta_1(p)) - \beta\eta_2(p) - \ldots - \beta\eta_k(p) \\
&= \beta(1 - \eta_1(p) - \eta_2(p) - \ldots - \eta_k(p)) \\
&= 0.
\end{aligned}
$$

Dette har den konsekvens, at en given udbyders markedsandel påvirkes (k-1) gange så meget af en ændring af udbyderens egen pris som af en ændring af prisen hos en typisk (gennemsnitlig) konkurrent.

2.5 Købssandsynligheden for de k mærker

Lad K_{ij} være en marginal stokastisk indikatorvariabel, der er lig med 1, hvis den i-te forbruger køber mærke j i beslutningsperioden, og som er lig med 0 ellers (i = 1, 2, ..., N ; j=1, 2, ..., k).
Da følger det af de hidtil opstillede modeller, at *købssandsynligheden for det j-te mærke* bliver

$$\theta_j(p) = P(K_{ij} = 1) = \gamma\,\theta(p)\,\eta_j(p)$$

$$= \gamma \frac{\sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{1 + \sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))} \frac{\exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{\sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}$$

$$= \gamma \frac{\exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{1 + \sum_{j=1}^{k} \exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}$$

$$i = 1, 2, ..., N \ ; \ j = 1, 2, ..., \ k.$$

I denne model er *de direkte priselasticiteter*

$$e_j(p) = \beta_j (1 - \theta_j(p)/\gamma) \quad ; \quad j = 1, 2, ..., k \,,$$

medens *priskrydselasticiteterne* er

$$e_{jm}(p) = -\beta_m \theta_m(p)/\gamma \quad ; \quad j = 1, 2, ..., k \quad ; \quad m = 1, 2, ..., k \quad (j \neq m)\,.$$

Hermed har vi opstillet de fire fundamentale responsfunktioner på individniveau for hhv.

- Brugerandelen
- Købssandsynligheden for produktkategorien
- Markedsandelen for de k mærker og
- Købssandsynligheden for de k mærker

der tilsammen fastlægger forbrugerens købsadfærd i beslutningsperioden.

2.6 Afsætningen af de k mærker

Lad Z_{ij} være en stokastisk variabel, der angiver den mængde af den pågældende vare, som den i-te forbruger køber ved et givet køb af mærke j (i = 1, 2, ... , N ; j = 1, 2, ..., k). Vi vil da antage, at forventningen af Z_{ij} er uafhængig af prisen for mærke j (samt af prisen for de øvrige k-1 mærker) og lig med μ_j. (Som i eksemplet nedenfor antages at være uafhængig af j).

Under denne antagelse bliver *forventningen af den totale afsætning af mærke j* i beslutnings-perioden lig med

$$\xi_j(p) = N\,\mu_j\,\theta_j(p) = N\,\mu_j\,\gamma\frac{\exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{1+\sum_{j=1}^{k}\exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))} \quad ; \quad j = 1,2,...,k.$$

2.7 Profitten for de k mærker

Til sidst vil vi opstille en model for forventningen af den totale profit, der realiseres for det j-te mærke i løbet af den betragtede beslutningsperiode.

Lad c_j (j =1, 2, ... , k) være *de variable enhedsomkostninger for mærke j*, og antag, at disse er konstante og dermed uafhængige af produktionens og afsætningens størrelse.
Da bliver *forventningen af den totale profit, der realiseres for det j-te mærke* i beslutningsperioden

$$\pi_j(p) = (p_j - c_j)\,\xi_j(p) = (p_j - c_j)\,N\,\mu_j\theta_j(p)$$

$$= (p_j - c_j)\,N\,\mu_j\gamma\frac{\exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))}{1+\sum_{j=1}^{k}\exp(\alpha_j + \beta_j \ln(p_j))} \quad ; \quad j = 1,2,...,k$$

Hermed er den generelle model etableret.

3. Priskonkurrencen under duopol

3.1 Generelle forudsætninger

I dette afsnit vil vi – for at simplificere problemstillingen - betragte priskonkurrencen *under duopol*, dvs. i tilfældet k = 2, under en række forskellige antagelser med hensyn til de to udbyderes reaktion på den af modparten fastsatte pris for sit mærke.

I samtlige tilfælde vil vi antage, at de to udbydere – udbyder 1 og udbyder 2 – har fuld viden om den model, der er opstillet i afsnit 2 – herunder specielt om det konkrete værdisæt af samtlige modellens parametre, dvs. også om konkurrentens parametre.

Endvidere vil vi overalt i det følgende belyse priskonkurrencen ved hjælp af et konkret eksempel, hvor vi vil antage,

- at *den betragtede produktkategori* er kaffe,
- at *målgruppen* for kaffe er på i alt $N = 2$ millioner forbrugere (husstande),
- at *den købte mængde* pr. indkøb er $\mu_1 = \mu_2 = 1$ enhed for begge mærker,
- at *de variable enhedsomkostninger* er hhv. $c_1 = 15\,kr.\ og\ c_2 = 16\ kr.$,
- at *den nuværende pris* for en pose kaffe er $p_1 = p_2 = 30\ kr.$ for begge mærker,
- at *brugerandelen* for produktkategorien er $\gamma = 0.9$,
- at de to generelle *loyalitetsparametre* er hhv. $\alpha_1 = 14\ og\ \alpha_2 = 13$, og
- at de to *prisreaktionsparametre* er $\beta_1 = \beta_2 = \beta = -4$ for begge mærker.

Endelig vil vi (som nævnt ovenfor) antage,

- at alle ovennævnte størrelser er *kendt uden usikkerhed* af begge udbydere, (således at de begge har fuld viden om modpartens reaktionsfunktion, jf. nedenfor).

Ovenstående parameterværdier er valgt således, at købssandsynligheden for produktkategorien er 0.60 i udgangssituationen og varierer mellem 0.82 og 0.35, når prisen for de to mærker er ens og varierer mellem 20 og 40 kroner, og således, at markedsandelen for de to mærker er hhv. 0.73 og 0.27, når de to udbydere holder samme pris. Dette betyder, at udbyder 1 (pga. hans større generelle loyalitetsparameter) er ca. tre gange så stor som udbyder 2 og derfor må formodes at være prisfører under den nedenfor behandlede priskonkurrence.

3.2 Udgangssituationen

Det første tilfælde vi vil betragte er *udgangssituationen for priskonkurrencen*.
I dette tilfælde fastsætter begge udbydere (i vilkårlig rækkefølge) prisen for deres mærke til 30 kr., og ingen af de to udbydere reagerer på den af modparten fastsatte pris.

Derfor foreligger der ikke noget prisoptimeringsproblem, hvorfor vi umiddelbart kan indsætte de ovenfor specificerede parameterværdier i de i afsnit 2 opstillede modeller for hhv. købssandsynligheden for produktkategorien, markedsandelen for hvert af de to mærker, købssandsynligheden for hvert af de to mærker, afsætningen af hvert af de to mærker, profitten for hvert af de to mærker samt den totale profit, de to udbydere hjemtager fra markedets N forbrugere.

Hovedresultaterne for udgangssituationen fremgår herefter af følgende tabel 1, hvor afsætningen er angivet i 1000 stk. og profitten i 1000 kr.

Tabel 1. Udgangssituationen for priskonkurrencen.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
30.00	30.00	0.60	0.73	0.27	0.44	0.16	882	324	13226	4541	17767

Denne situation er imidlertid ikke optimal for nogen af de to udbydere, hvilket fremgår nedenfor.

3. 3 Autonom handlemåde

Vi vil først betragte den situation, hvor *udbyder 1 handler autonomt*. Dvs. at han fastsætter sin pris ud fra en antagelse om, at udbyder 2 a priori fastsætter sin pris til p_2 og ikke reagerer på den pris, som udbyder 1 dernæst fastsætter for sit mærke.

Under autonom handlemåde er det optimalt for udbyder 1 at fastsætte prisen til $p_1 = \varphi_1(p_2)$, hvor *udbyder 1's reaktionsfunktion* φ_1 er defineret ved, at

$$\pi_1(\varphi_1(p_2), p_2) = Max\ \pi_1(p, p_2)\ for\ p \in \Re_+ .$$

I eksemplet vil vi antage, at $p_2 = 30\ kr.$ som i udgangssituationen. I denne situation følger det af anvendelsen af et specielt konstrueret Pascal program, at det er optimalt for udbyder 1, at fastsætte sin pris til $p_1 = \varphi_1(30\ kr.) = 29.80\ kr.$

Hovedresultaterne for det betragtede tilfælde fremgår herefter af følgende tabel 2.

Tabel 2. Udbyder 1 handler autonomt.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
29.80	30.00	0.61	0.74	0.26	0.45	0.16	894	320	13228	4482	17710

Som det fremgår af tabellen opnår udbyder 1 en beskeden forøgelse af profitten i forhold til udgangssituationen, medens udbyder 2 opnår en noget mindre profit.

Vi vil dernæst betragte den symmetriske situation, hvor det nu er udbyder 2, der handler autonomt, og hvor udbyder 1 fastholder sin pris på udgangsniveauet til $p_1 = 30\ kr.$
I denne situation anvender udbyder 2 sin *reaktionsfunktion* φ_2 til at fastsætte optimalprisen $p_2 = \varphi_2(p_1) = \varphi_2(30\ kr.) = 25.09\ kr.$, hvor φ_2 er defineret ved, at

$$\pi_2(p_1, \varphi_2(p_1)) = Max\ \pi_2(p_1, p)\ for\ p \in \Re_+ .$$

Hovedresultaterne af denne situation fremgår af tabel 3.

Tabel 3. Udbyder 2 handler autonomt.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
30.00	25.09	0.65	0.57	0.43	0.37	0.28	742	558	11132	5073	16205

Som det fremgår af denne tabel opnår udbyder 2 en betydelig forøgelse af profitten i forhold til udgangssituationen, medens udbyder 1 opnår en betydelig mindre profit. Dette vil han næppe uden videre acceptere (jf. nedenfor).

3. 4 Aktiv priskonkurrenceligevægt

I dette tilfælde handler såvel udbyder 1 som udbyder 2 autonomt, idet ingen af de to udbydere på noget tidspunkt under priskonkurrenceforløbet regner med, at den af dem fastsatte pris øver nogen indflydelse på den af modparten fastsatte pris. Dette betyder, at de to udbydere skiftevis anvender reaktionsfunktionerne φ_1 *og* φ_2 til at fastsætte deres pris som beskrevet i afsnit 3.3.
Denne situation kan man muligvis godt komme ud for under monopolistisk konkurrence, hvor antallet af udbydere er stort, og hvor den enkelte udbyder er lille i forhold til det totale marked. Men i duopoltilfældet, hvor hver udbyder kun har en enkelt konkurrent at koncentrere sig om, er den ovenfor beskrevne priskonkurrenceform næppe realistisk. Den resulterer nemlig i, at de to udbydere fra udgangsniveauet $p_1 = p_2 = 30\ kr.$ skiftevis underbyder hinanden, indtil priserne er konkurreret ned i den såkaldte *aktive priskonkurrenceligevægt*, hvor det ikke længere er optimalt for nogen af de to udbydere at ændre prisen.

Med eksemplets tal betyder dette, at udbyder 1 ender med at fastsætte sin pris til
$p_1 = \varphi_1(24.70\ kr.) = 28.18\ kr.$, medens udbyder 2 ender med at fastsætte sin pris til
$p_2 = \varphi_2(28.18\ kr.) = 24.70\ kr.$

Det samlede resultat i aktiv priskonkurrenceligevægten fremgår af tabel 4.

Tabel 4. Aktiv priskonkurrenceligevægt.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
28.18	24.70	0.68	0.62	0.38	0.42	0.26	838	522	11046	4545	15591

Som det fremgår af tabellen resulterer denne konkurrenceform – sammenlignet med de hidtil betragtede alternativer - i den mindste totale profit for de to udbydere under ét og i den mindste profit for udbyder 1. For udbyder 2 er situationen dog bedre, end hvis udbyder 1 handler autonomt.

3. 5 Asymmetrisk prisfastsættelse

Vi vil først betragte det tilfælde, hvor udbyder 1 fastsætter den såkaldte *asymmetriske pris*.

Denne prisfastsættelse bygger på, at udbyder 1 har erkendt, at udbyder 2 - for enhver fikseret pris p_1 for mærke 1 - vil benytte reaktionsfunktionen φ_2 og fastsætte sin pris optimalt til $p_2 = \varphi_2(p_1)$.
Derfor afstår udbyder 1 fra at deltage i den aktive priskonkurrence. I stedet fastsætter han den pris p_1, der maksimerer hans profitfunktion under bibetingelsen $p_2 = \varphi_2(p_1)$.
Dette betyder, at asymmetrioptimalprisen p_1 er bestemt ved, at

$$\pi_1(p_1, \varphi_2(p_1)) = Max\ \pi_1(p, \varphi_2(p))\ \ for\ \ p \in \Re_+ .$$

I vort taleksempel resulterer denne strategi i, at udbyder 1 fastsætter sin pris til $p_1 = 29.78\ kr.$, hvorefter udbyder 2 fastsætter sin pris til $p_2 = \varphi_2(29.78\ kr.) = 25.05\ kr.$

Og hovedresultaterne for denne situation fremgår af tabel 5.

Tabel 5. Asymmetrisk prisfastsættelse hos udbyder 1.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
29.78	25.05	0.66	0.58	0.42	0.38	0.28	754	554	11137	5011	16148

Af denne tabel fremgår det, at begge udbydere (men især udbyder 2) opnår en højere profit end under aktiv priskonkurrence.

Det helt symmetriske tilfælde, hvor udbyder 2 afstår fra at deltage i den aktive priskonkurrence og fastsætter sin pris til $p_2 = 26.94\ kr.$, hvorefter udbyder 1 maksimerer sin profitfunktion og fastsætter prisen til $p_1 = \varphi_1(26.94\ kr.) = 28.97\ kr.$, fremgår af tabel 6.

Tabel 6. Asymmetrisk prisfastsættelse hos udbyder 2.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
28.97	26.94	0.64	0.67	0.33	0.43	0.21	866	426	12103	4663	16766

Også i dette tilfælde opnår såvel udbyder 1 som udbyder 2 højere profit end under aktiv priskonkurrence. Det er derfor mere sandsynligt, at den faktiske priskonkurrence vil resultere i asymmetrisk prisfastsættelse end i aktiv priskonkurrence. Men det er klart, at den udbyder, der resignerer og fastsætter sin asymmetriske pris, opnår den mindste profitforøgelse i forhold til aktiv priskonkurrence.

3. 6 Proportional prisfastsættelse

I dette afsnit vil vi behandle den situation, hvor den ene af de to udbydere altid fastsætter sin pris *proportionalt* med den anden udbyders pris.

For at undgå en række symmetriske tilfælde, vil vi i det følgende kun betragte det (mest realistiske) tilfælde, hvor den udbyder, der har den stærkeste markedsmæssige position, dvs. udbyder 1, er *prisfører* og derfor fastsætter sin pris først, hvorefter *medløberen*, dvs. udbyder 2, fastsætter sin pris proportionalt med udbyder 1's pris.

Dette betyder, at udbyder 2's reaktionsfunktion altid er funktionen

$$p_2 = \varphi_2(p_1) = \lambda\, p_1 ,$$

hvor λ er en positiv konstant, der varierer fra tilfælde til tilfælde nedenfor.

I denne situation er det optimalt for udbyder 1 at fastsætte sin pris p_1 således, at den bliver den funktion ψ_1 af den af udbyder 2 valgte λ - værdi, som maksimerer profitfunktionen π_1 under bibetingelsen $p_2 = \varphi_2(p_1) = \lambda\ p_1$.

Reaktionsfunktionen $p_1 = \psi_1(\lambda)$ for udbyder 1 er med andre ord bestemt ved, at

$$\pi_1(\psi_1(\lambda), \lambda\,\psi_1(\lambda)) = Max\ \pi_1(p, \lambda\ p)\ \ for\ \ p \in \Re_+ .$$

Først vil vi betragte det tilfælde, hvor udbyder 2 - uden specielle optimeringsmæssige overvejelser - vælger at underbyde udbyder 1 med 10%, dvs. at $\lambda = 0.9$.

I dette tilfælde er det optimalt for udbyder 1, at fastsætte prisen til $p_1 = \psi_1(0.9) = 34.82\ kr.$, hvorefter udbyder 2 fastsætter prisen til $p_2 = \varphi_2(34.82\ kr.) = 0.9 \cdot 34.82\ kr. = 31.34\ kr.$
(Disse værdier er fundet vha. et specielt konstrueret Pascal program).

Resultatet af dette tilfælde fremgår af tabel 7.

Tabel 7. Udbyder 2 underbyder udbyder 1 med 10%.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
34.82	31.34	0.50	0.64	0.36	0.32	0.18	647	363	12820	5562	18382

Som det fremgår af tabellen er denne situation særdeles gunstig for udbyder 2 og også bedre for udbyder 1 end flere af de ovenfor betragtede tilfælde.

Men dette alternativ er ikke det bedste for udbyder 2. Dette skyldes, at han har fastsat proportionalitetsfaktoren λ mere eller mindre vilkårligt, dvs. uden optimeringsmæssige overvejelser.
I stedet bør han erkende, at udbyder 1 altid vil fastsætte sin pris vha. reaktionsfunktionen ψ_1.
Derfor bør udbyder 2 a priori vælge den proportionalitetsfaktor λ, der maksimerer hans egen profitfunktion π_2 under bibetingelsen $p_1 = \psi_1(\lambda)$.
Den optimale proportionalitetsfaktor λ er med andre ord bestemt ved, at

$$\pi_2(\psi_1(\lambda), \lambda\psi_1(\lambda)) = Max\ \pi_2(\psi_1(l), l\psi_1(l))\ \ for\ l \in \Re_+ .$$

I vort taleksempel fører denne strategi til, at udbyder 2's proportionalitetsfaktor skal fastsættes til $\lambda = 0.547$, hvilket resulterer i nøgletallene i tabel 8.

Tabel 8. Udbyder 2 anvender den optimale proportionalitetsfaktor.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
44.02	24.08	0.56	0.20	0.80	0.11	0.45	219	898	6346	7260	13606

Denne situation er – pga. det optimale valg af λ - særdeles gunstig for udbyder 2. Men netop derfor er situationen også fuldstændig uacceptabel for udbyder 1. Man må derfor regne med, at denne iværksætter en egentlig priskrig (jf. afsnit 3.8 nedenfor) for at tvinge udbyder 2 væk fra at fastsætte en pris, der kun er godt og vel halvt så stor som prisen hos udbyder 1.

3. 7 Neutraliseret prisfastsættelse

Neutraliseret prisfastsættelse defineres som enhver form for prisfastsættelse, der resulterer i en priskonstellation (p_1, p_2), som de to udbydere stiltiende – dvs. uden nogen form for prisaftale – opfatter som så acceptabel, at de foretrækker denne priskonstellation frem for at starte en priskonkurrence eller måske endog en priskrig (jf. nedenfor).

Da udbyder 1 har den stærkeste markedsmæssige position , fordi han har den største generelle loyalitetsparameter (i taleksemplet 14 mod udbyder 2's 13) kan man eksempelvis forestille sig, at følgende to situationer kan føre til neutraliseret prisfastsættelse:

(i) De to udbydere fastsætter altid *den samme pris*, men udbyder 1 realiserer en markedsandel, der er så meget større end udbyder 2's markedsandel, at den netop kompenserer for styrkeforskellen mellem de to udbydere.

(ii) De to udbydere realiserer altid *den samme markedsandel* (på ½), men udbyder 1 fastsætter en så meget højere pris end udbyder 2, at den netop kompenserer for styrkeforskellen mellem de to udbydere.

Begge disse tilfælde er specialtilfælde af den i forrige afsnit behandlede proportionale prisfastsættelse. (Men dette gælder naturligvis ikke generelt for neutraliseret prisfastsættelse).

I det første tilfælde anvender medløberen, dvs. udbyder 2, proportionalitetsfaktoren $\lambda = 1$, hvorefter prisføreren, dvs. udbyder 1, maksimerer sin profitfunktion.

Resultatet af denne prispolitik fremgår af tabel 9.

Tabel 9. De to udbydere fastsætter samme pris.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
33.98	**33.98**	**0.49**	**0.73**	**0.27**	**0.36**	**0.13**	**727**	**267**	**13795**	**4808**	**18603**

Som det fremgår af tabellen, sikrer udbyder 1's stærkere markedsmæssige position ham en markedsandel, der, når $p_1 = p_2$, er knap tre gange så stor, som udbyder 2's markedsandel. Denne situation er naturligvis klart bedre for udbyder 1, end når han bliver underbudt med 10%. Men situationen er samtidig dårligere for udbyder 2, hvorfor denne muligvis ikke vil opfatte priskonstellationen $p_1 = p_2 = 33.98\ kr.$ som neutral, dvs. "fair" for begge parter.

I det andet tilfælde anvender udbyder 2 proportionalitetsfaktoren

$$\lambda = Exp((\alpha_1 - \alpha_2)/\beta) = 0.7788,$$

som er bestemt således, at den sikrer, at de to markedsandele bliver lige store.

Herefter maksimerer udbyder 1 sin profitfunktion, hvorefter resultatet af den førte prispolitik fremgår af tabel 10.

Tabel 10. De to udbydere opnår samme markedsandel.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot

36.49	**28.42**	**0.52**	**0.50**	**0.50**	**0.26**	**0.26**	**518**	**518**	**11135**	**6434**	**17569**

På trods af, at udbyder 1 - på grund af sin stærkere markedsmæssige position - opnår en *prispræmie* på hele 8.07 kr., dvs. på hele 28.4%, er det klart, at hans profit er uacceptabel lille i forhold til hovedparten af de ovenfor betragtede alternativer. Derfor er det usandsynligt, at udbyder 1 vil opfatte priskonstellationen $p_1 = 36.49\ kr.\ og\ p_2 = 28.42\ kr.$ som en neutral og fair priskonstellation. Derimod kan udbyder 2 være særdeles tilfreds med den foreliggende situation.

3. 8 Priskrig

I det sidst behandlede eksempel – og i alle andre tilfælde, der er klart uacceptable for udbyder 1 – kan den bedste langsigtede strategi for udbyder 1 være at indlede en egentlig priskrig med udbyder 2 med henblik på at tvinge ham væk fra den benyttede prisstrategi eller - endnu bedre - helt ud af markedet.

For eksempel kan udbyder 1 i det sidst behandlede eksempel fastsætte sin pris til $p_1 = 20.54\ kr.$ Thi hvis udbyder 2 i denne situation anvender proportionalitetsfaktoren $\lambda = 0.7788$, så bliver hans pris lig med de variable enhedsomkostninger på 16 kr., hvorfor hans profit bliver lig med nul.

Dette fremgår af tabel 11.

Tabel 11. Priskrig mellem de to udbydere.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
20.54	**16.00**	**0.84**	**0.50**	**0.50**	**0.42**	**0.42**	**838**	**838**	**4644**	**0**	**4644**

Det er klart, at denne situation er væsentligt dårligere for udbyder 1 end situationen i tabel 10. Men på den anden side er situationen katastrofal for udbyder 2, som (med begrænsede finansielle ressourcer) hurtigt konkurreres ud af markedet (pga. de faste omkostninger).

3. 9 Monopol

Hvis udbyder 2 konkurreres ud af markedet, bliver udbyder 1 *monopolist*, hvorfor han kan fastsætte sin pris optimalt til $p_1 = 32.11\ kr.$, hvilket resulterer i den for ham særdeles gunstige tabel 12.

Tabel 12. Udbyder 1 er monopolist.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
32.11	0.00	0.48	1.00	0.00	0.48	0.00	955	0	16347	0	16347

Monopolsituationen er naturligvis det bedste alternativ for udbyder 1 blandt samtlige betragtede alternativer.

3. 10 Prisaftale

Det sidste tilfælde, vi vil betragte, er det tilfælde, hvor de to udbydere træffer en aftale om, at fastsætte deres priser således, at den totale profit, som de to udbydere hjemtager fra samtlige N forbrugere på markedet, bliver størst mulig. En sådan *prisaftale* er som bekendt i strid med den danske konkurrencelovgivning. Tilfældet behandles derfor alene for, at det kan tjene som sammenligningsgrundlag med de hidtil behandlede egentlige priskonkurrencetilfælde.

I prisaftaletilfældet maksimerer de to udbydere altså den totale profitfunktion

$$\pi(p_1, p_2) = \pi_1(p_1, p_2) + \pi_2(p_1, p_2)$$

med hensyn til $p_1\ og\ p_2$. Resultatet af denne maksimering bliver, at udbyder 1 skal fastsætte prisen $p_1 = 33.79\ kr.$, medens udbyder 2 skal fastsætte prisen $p_2 = 35.13\ kr.$

Det bemærkes, at optimalprisen for mærke 1 er mindre end optimalprisen for mærke 2.
Dette skyldes, at de variable enhedsomkostninger er mindst (15 kr. mod 16 kr.) for mærke 1.
Hovedresultaterne for det betragtede tilfælde fremgår af tabel 13.

Tabel 13. De to Udbydere indgår en prisaftale.

Pris 1	Pris 2	Køb	Andel 1	Andel 2	Køb 1	Køb 2	Afs. 1	Afs. 2	Profit 1	Profit 2	Profit Tot
33.79	35.13	0.50	0.76	0.24	0.38	0.12	750	236	14099	4520	18619

Ved at sammenligne denne tabel med de øvrige 12 tabeller ses det, at udbyder 1 – bortset fra monopoltilfældet – opnår den højeste profit ved at indgå en prisaftale. Derimod er der flere af de egentlige priskonkurrencetilfælde, der giver en højere profit til udbyder 2, end prisaftalen.
Hvis udbyder 2 ”kan få lov til” at underbyde udbyder 1 med fx 10%, er udbyder 2 naturligvis ikke interesseret i at indgå en prisaftale (især ikke fordi en sådan som nævnt er i strid med dansk konkurrencelovgivning).

I øvrigt er det interessant at bemærke, at den totale profit i prisaftaletilfældet bliver større, end i det tilfælde, hvor udbyder 1 er monopolist. Dette skyldes forskellen i de to udbyderes variable enhedsomkostninger og især forskellen i de to udbyderes markedsmæssige styrke udtrykt ved de generelle loyalitetsparametre.

Hermed er det betragtede eksempel på priskonkurrencen under duopol afsluttet.

4. Konklusion

I denne artikel har vi opstillet en individmodel for en given forbrugers købsadfærd på et marked, hvor der udbydes k mærker under en given produktkategori.

Denne model bygger på følgende fire fundamentale begreber

- Brugerandelen
- Købssandsynligheden for produktkategorien
- Markedsandelen for de k mærker og
- Købssandsynligheden for de k mærker.

Med udgangspunkt i denne individmodel har vi endvidere opstillet en markedsmodel for

- Afsætningen for de k mærker og
- Profitten for de k mærker.

Endelig har vi – med udgangspunkt i disse 6 modeller – analyseret en række forskellige strategier for

- Priskonkurrencen under duopol.

Disse priskonkurrencestrategier har vi illustreret ved et konkret eksempel, hvor vi har bestemt den optimale pris, den optimale afsætning og den maksimale profit hos de to udbydere på markedet.

Eksemplets tal er naturligvis ikke interessante i sig selv, men de illustrerer hvilket slagkraftigt værktøj, man råder over, hvis man tilvejebringer et datamateriale til estimation af modellens parametre. Specielt fordi modellen uden større besvær kan generaliseres til at omfatte flere forklarende variable end prisen.

Tak til Tue Tjur for mange værdifulde diskussioner af artiklens problemstilling.

Litteraturfortegnelse

E. Chamberlin (1933)
The Theory of Monopolistic Competition

Cambridge, Mass: Harvard University Press

Jørgen Kai Olsen (2003 A)
En stokastisk model for total og partiel kundeloyalitet
Research Paper No 1
Institut for Afsætningsøkonomi, Handelshøjskolen i København

Jørgen Kai Olsen (2003 C)
Prisoptimering i logitmodellen under homogen og heterogen forbrugeradfærd
Research Paper No 7
Institut for Afsætningsøkonomi, Handelshøjskolen i København

Jean Tirole (1997)
The Theory of Industrial Organization
The MIT Press, Cambridge

H. Winding Pedersen (1947)
Omkring Den Moderne Pristeori
Einar Harck, København 1947

Tue Tjur (2002)
Logistic regression models for single-source data – a simulation study
Preprint No 4
Department of Management Science and Statistics
Copenhagen Business School