

Benchmarking af danske kapitalfonde

Benchmarking of Danish private equity funds

Kandidatafhandling

15-05-2019



NATALIE DVINGE ANDERSEN & IDA KJÆR BRINKMANN-HANSEN

Cand.merc.mat

VEJLEDER:

PROFESSOR METTE ASMILD

ANTAL SIDER: 113

ANTAL ANSLAG: 249.058

Abstract

The main purpose of this assignment is to study the ability of the Danish private equity funds to develop their acquired portfolio companies, so they perform better than the matched non-private-equity companies. Private equity funds raise capital from investors, invest this capital in companies with potential, develop the companies, and sell the companies to new owners with profit, when they have grown and matured. This process comprises both the acquisition, the ownership period and the divestment; the focus in this assignment is the ability of the funds to develop the companies through the value-creating factors, which is why we have collected financial data for all the Danish portfolio companies, which is acquired in the period from 2012 to 2017, and for a matched reference group that is not owned by a private equity fund, which gives us two groups of data.

For the benchmark of the two groups we use an extended version of the linear programming technique; *Data Envelopment Analysis*, *DEA*, which is called *Range Adjusted Measure*, *RAM*, since this gives the most valid results and at the same time can handle negative *key performance indicators*, *KPI*. Thereby we determine the efficient frontier, that contains all the most efficient companies for each of the groups, from where the efficiencies of the remaining companies are determined. The efficiencies are therefore used as a measure of performance, and contains information about all the chosen inputs and outputs. In this analysis, we use one dummy input and two KPIs as outputs; *return of investment*, *ROI*, and the *liquidity ratio*.

The purpose of the benchmark analysis is to find out if private equity companies have better development opportunities than the non-private-equity companies, to which we use an indicator called *Bilateral Productions Conditions*, *BPC*. In this connection, it is concluded that the private equity funds have better development opportunities, which means that we must use group specific frontiers instead of a common frontier. This makes it relevant to use the indicator called *Bilateral Industry Utilization*, *BIU*, to compare the two groups' utilization of their group specific development opportunities. Based on the empirical analysis, it is concluded that the non-private-equity companies are slightly better at exploiting their development opportunities than the private equity companies - but not significantly better.

Since RAM is not very prevalent we have had to make some model extensions in relation to both the theoretical review and the analysis. Additionally, the indicators; BPC and BIU, are from an entirely new study from 2019 and have never been used together with the RAM model, which means that the focus in this assignment is to contribute something new in the field. The advantage of using these methods is that we can get a measure of the efficiency of the companies that contains information about all the chosen parameters, and thereby highlight other patterns and tendencies that is not possible with the typical theory of comparison of two groups within economy and finance. However, some of those theories are used in the end of the assignment to study if some private equity funds manage to develop their portfolio companies better than others, which is seen not to be the case.

Indhold

Abstract	ii
1 Indledning	1
1.1 Problemformulering	2
1.2 Metode	3
1.3 Afgrænsning	5
1.4 Kildekritik	6
1.5 Litteratur review	6
1.5.1 Studier på porteføljeselskabsniveau	7
1.5.2 Andre relaterede studier	8
2 Introduktion til kapitalfonde	9
2.1 Definition af private equity	9
2.2 Typer af kapitalfonde	10
2.3 Kapitalfondens organisering	10
2.3.1 Selskabsform	12
2.4 Kapitalfondens forretningsstrategi	12
2.4.1 Fase 1 - Fundraising	12
2.4.2 Fase 2 - Identificering af opkøbskandidater	13
2.4.3 Fase 3 - Finansiering af opkøbet	14
2.4.4 Fase 4 - Porteføljemanagement	16
2.4.5 Fase 5 - Exit	16
3 Værdiskabende faktorer	18
3.1 Corporate governance	18
3.1.1 Principal-agent-forhold	19
3.1.1.1 Asymmetrisk information	19
3.1.2 Forbedring af governance	20
3.1.2.1 Aktivt ejerskab	20
3.1.2.2 Ledelsens medejerskab og incitament	21
3.2 Kapitalstruktur og finansiell gearing	21
3.2.1 Agentomkostninger ved frit cashflow	22
3.2.2 Skattebetalinger	23

3.3	Operationelle forbedringer	26
3.3.1	Operational effektivisering	27
3.3.2	Strategiske tiltag	27
4	Markedet for kapitalfonde	29
5	Data	34
5.1	Buyoutliste	34
5.2	Navne og Numre Erhverv	35
5.3	Dannelse af referencegruppe	36
5.4	Parametertest	38
6	Databehandling	41
6.1	Data cloud method	41
6.1.1	Datasæt med porteføljeselskaber	42
6.1.2	Datasæt med referenceselskaber	44
7	Økonomiske tests	46
7.1	T-test for output-parametre	46
7.2	Mann-Whitney-test	47
7.3	Paneldata regression	50
7.4	Delkonklusion	50
8	Benchmarking	52
8.1	Data Envelopment Analysis, DEA	52
8.1.1	Antagelser i DEA-modellen	53
8.1.2	Måling af efficiens	56
8.1.3	DEA-programmer	57
8.1.4	Slack	58
8.2	Additive modeller	61
8.3	Range Adjusted Measure, RAM	63
9	Empirisk Analyse	67
9.1	RAM-efficiensscorer	67
9.1.1	Globale peer-sæt	70
9.1.1.1	Identificering af det globale peer-sæt	70
9.2	Second-stage-analyse	76
9.2.1	Bilateral Productions Conditions, BPC	78
9.2.1.1	Empirisk bestemmelse af BPC	80
9.2.2	Sammenligning af efficiens-fordelinger	85

9.2.3	Bilateral Industry Utilization, BIU	89
9.2.4	Korrelationsanalyse: efficienser og selskabsstørrelse	91
9.3	Sammenligning af kapitalfonde	93
9.3.1	Test for kapitalfondes performance	97
9.4	Delkonklusion	98
10	Diskussion af analysens validitet og reliabilitet	100
11	Konklusion	103
12	Perspektivering	106
	Litteratur	109
	Bilag	116
A	Shapiro-tests på soliditetsgrader	117
B	Welch-test på soliditetsgrader	118
C	R-kode til outlier-analyse	119
D	Shapiro-Wilk-tests på afkastningsgrader og likviditetsgrader	123
E	Mann-Whitney-tests på afkastningsgrader og likviditetsgrader	124
F	Spredninger på afkastningsgrader og likviditetsgrader	125
G	RAM-efficienser porteføljeselskaber	126
H	RAM-efficienser referenceselskaber	129
I	AMPL-kode til globale projektioner	132
J	R-kode til udregning af BPC	135
K	Mann-Whitney-tests på balancer	137
L	Shapiro-Wilk-tests på efficienser	138
M	Efficiensdifferencer	139
N	Wilcoxon-test på efficienser	140
O	R-kode til udregning af BIU	141
P	Spearman-tests på efficienser og balancer	142
Q	Kruskal-Wallis-tests på fondene	143
R	Pairwise-Wilcox-test på fondene	144

Kapitel 1

Indledning

De første kapitalfonde blev etableret tilbage i slutningen af 1970'erne i USA og begyndte for alvor at etablere et marked i 1980'erne, hvor branchen voksede stødt, og hvor gennembruddet ligeledes kom til Europa. Den første kapitalfond i Danmark var Nordic Private Equity Partners, som blev etableret af Leif Jensen i 1990 med investorer fra hele verden og med en kapital på 165 millioner kroner. Derudover begyndte en række internationale kapitalfonde på samme tidspunkt at investere i danske selskaber, og sidenhen kom de for alvor ind på det danske marked [Spliid, 2007].

Kapitalfondene blev især kendt i den bredere befolkning i Danmark, primært fra politikere og medier, efter opkøbende af TDC og ISS, hvorefter både positiv og negativ omtale steg markant. Flere amerikanske undersøgelser har de senere år forsøgt at bevise, om kapitalfondsejede selskaber oplever en stigning i rentabilitet sammenlignet med andre selskaber, men uden nogen endegyldig konklusion [Lund-Nielsen, 2010]. Dette, sammen med den stadig stigende interesse og aktualitet for kapitalfondsmarkedet, gør det således relevant at undersøge markedet og præstationerne herfor.

En kapitalfond fungerer som det finansielle og strategiske mellemlid, som skaffer kapital fra investorerne til finansiering af fondens porteføljeselskaber med det formål at gøre dem mere rentable, via de værdiskabende faktorer. Det er imidlertid interessant at undersøge performance hos porteføljeselskaberne ejet af de danske kapitalfonde for at analysere på, om de performer bedre end ikke-kapitalfondsejede selskaber. I forbindelse med bestemmelse af selskabernes performance, målt gennem efficiens, tages der stilling til, hvilken konkret teknik som skal benyttes til at måle efficiensen, hvilke variable der er mest nyttige til at give information om selskabernes performance, og om selskaberne overhovedet er sammenlignelige.

Til denne sammenligningsanalyse har vi valgt at arbejde med benchmarking, for at undersøge kapitalfondsmarkedet på en ny og anderledes måde i forhold til tidligere studier og den typiske finansielle og økonomiske tankegang. Overordnet set handler benchmarking om at foretage en systematisk undersøgelse og vurdering af efficienser, for at sammenligne de to grupper af selskabers resultater. Teorien om benchmarking opstod i slutningen af 1970'erne og har stadig en stigende interesse indenfor flere fagområder, hvor det anses som værende et af de vigtigste værktøjer indenfor undersøgelser i ledelsesforskningen [Bogetoft and Otto, 2011]. Hvis benchmarking bliver udført korrekt, kan det hjælpe med at øge både produktiviteten, målsætningerne, indsigten i processer og tillige til at motivere selskaberne, da den direkte konkurrence ses som en motivation for at øge effektiviteten [Børsen, 2012; Bogetoft and

Otto, 2011].

Helt generelt findes der flere forskellige typer af benchmarking; den interne, den eksterne med konkurrenter, den generiske og den longitudinale [Bogetoft and Otto, 2011]. Intern benchmarking sammenligner processer indenfor samme organisation eller selskab, og kan bruges til en række evalueringer og indsigelser. Ekstern benchmarking er med direkte konkurrenter, idet at ideen er, at hvis selskaberne operer på samme marked, er det legitimt at sammenligne dem med hinanden, selvom etablering af legitimitet ofte debatteres og kan være svært. Denne tilgang gør sig relevant i forbindelse med sammenligning af kapitalfondsejede og ikke-kapitalfondsejede selskaber. Generisk benchmarking ser på en proces eller funktion for at hjælpe med at forstå input og output. Longitudinal benchmarking bruges til at se på et selskab i forskellige tidsperioder, som oftest bruges af økonomer eller politikere i forbindelse med forbedringer [Bogetoft and Otto, 2011].

Indenfor benchmarkteorien vil man ofte se antagelsen om, at alle variable er større end nul, hvilket gør, at modellerne opfører sig pænere og gør beregningerne nemmere, men i virkeligheden er det ikke altid tilfældet, og det kan derfor diskuteres om dette er rimeligt.

På baggrund heraf har vi valgt at benytte en mere kompliceret benchmarkversion til at analysere de forskellige porteføljeselskabers performance, som tager højde for negative værdier. Benchmarkanalysen benyttes således til at belyse, om de kapitalfondsejede selskaber performer bedre end de ikke-kapitalfondsejede selskaber, hvorefter resultaterne for porteføljeselskaberne ligeledes kan benyttes til at undersøge om nogle kapitalfonde performer bedre end andre i den forstand, at deres porteføljeselskaber præsterer bedre.

1.1 Problemformulering

For at undersøge opgavens problemfelt om at indsamle data om danske porteføljeselskaber, for dermed at analysere på deres performance, tages der udgangspunkt i følgende problemformulering:

Hvilke metoder benytter de danske kapitalfonde til at skabe værdi hos deres opkøbte porteføljeselskaber, og hvordan performer danske kapitalfondsejede selskaber i praksis sammenlignet med danske ikke-kapitalfondsejede selskaber.

Til besvarelse af problemformuleringen, tages der udgangspunkt i følgende underspørgsmål:

- Hvad er kapitalfonde, og hvilke værdiskabende faktorer benyttes til værdiskabelse
- Hvilke observationer er relevante i forbindelse med bestemmelse af performance indenfor benchmarking
- Hvordan kan selskaberne sammenlignes ved hjælp af benchmarking, og hvordan forbedrer denne tilgang analysens validitet sammenlignet med den typiske økonomiske tilgang

- Er der nogle danske kapitalfonde som formår at skabe større værdi for deres porteføljeselskaber end andre

For at være i stand til at besvare vores problemformulering, vil vi tage udgangspunkt i en række relevante teorier indenfor området. Vi vil starte med at skabe en forståelse for, hvad kapitalfonde er - herunder de værdiskabende faktorer, som kapitalfonde benytter til værdiskabelse af deres opkøbte selskaber, samt det danske marked for kapitalfonde. Efterfølgende vil vi gennemgå, hvordan data er indsamlet, hvordan referencegruppen er dannet, og hvorledes data behandles inden det bruges i den empiriske analyse. Herefter foretages en række typiske økonomiske tests til sammenligning af de kapitalfondsejede selskaber med de ikke-kapitalfondsejede selskaber, hvorefter der argumenteres for fordelene ved introduktionen af benchmarking som analyseværktøj. Fokus i afsnittet om benchmarking ligger på at udvide en række modeller og teorier, samt på en række programmeringsteknikker af de forskellige modeludvidelser, som benyttes til beregning af selskabernes performance. Resultaterne heraf benyttes i den empiriske analyse, hvor vi sammenligner de to datagrupperes performance og ligeledes undersøger, hvilke mønstre og sammenhænge vi kan belyse via benchmarking, som ellers ikke var muligt via de traditionelle metoder. Afslutningsvis ses der på, om nogle kapitalfonde formår at skabe bedre resultater for deres porteføljeselskaber end andre kapitalfonde, hvorefter analysemetoderne og resultaterne diskuteres og perspektiveres.

1.2 Metode

Til at undersøge den angivne problemformulering er vores opgave delt op i en henholdsvis teoretisk og empirisk del. Den teoretiske del bygger på teorien om benchmarking, og den empiriske del indeholder beregninger og analyser, som er foretaget på baggrund af observeret data om kapitalfonde. Den primære forskningstype er den kvantitative forskning, som fokuserer på data igennem forskningsmetoderne; dataindsamling af målbare observationer og analyser heraf.

Vores opgave tager afsæt i positivismen, som repræsenterer ideen om, at virkeligheden eksisterer uafhængigt af vores erkendelse af den. Grundholdningen i positivismen bygger på, at al viden nås gennem metodisk videnskabelig observation af virkeligheden, og at den eneste form for videnskabelig erkendelse som findes, er den naturvidenskabelige [Leksikon, 1982]. Indledningsvis gennemgås teorien om kapitalfonde; hvordan disse skaber merværdi for deres opkøbte porteføljeselskaber igennem de værdiskabende faktorer, samt markedet for fondenes udvikling. Hertil benyttes flere forskellige fagbøger og artikler med tekstmateriale indenfor investeringsfonde og corporate finance, hvormed denne del også bygger på den kvalitative analysetilgang.

Data om de danske kapitalfonde er særdeles begrænset, hvorfor vi selv har indsamlet data om alle de opkøbte selskaber i perioden 2012 til 2017, samt for en matchende referencegruppe. Dataindsamlingen fra i alt 1091 årsrapporter er foretaget igennem Navne & Numre Erhverv, og benyttes efterfølgende i den empiriske analyse.

Da selskabernes palet af opgaver og ydelser er så omfangsrig, detaljeret og forskellig, er det imidlertid svært at beskrive deres performance med et overskueligt antal variable. Ambitionen er derfor at undersøge selskabernes performance med udgangspunkt i enkelte nøgletal, for derigennem at kunne bestemme selskabernes efficiens. Selvom undersøgelsen derfor ikke kan give en generel konklusion om selskabernes efficiens, endsiges et generelt svar på, om de kapitalfondsejede selskaber er mere efficiente end de ikke-kapitalfondsejede, kan analysen give en indikation om dette indenfor et begrænset område, med de valgte parametre.

Som følge af den positivistiske tankegang benytter vi os primært af den komparative analysetilgang, hvor de to datagrupper sammenlignes, i en kombination med den deduktive analysetilgang, hvor kendt teori forudsættes som analytisk ledetråd til indsamlingen af data og analysen heraf [Rentabilitet.dk, 2016]. Til benchmarkanalysen benyttes en udvidet version af den lineære programmeringsteknik *Data Envelopment Analysis*, *DEA*, som kaldes *Range Adjusted Measure*, *RAM*, da denne giver de mest valide resultater og samtidig kan rumme negative værdier. I RAM estimeres den efficiente rand af alle de efficiente porteføljeselskaber, der bruges som grundlag for at fastslå efficiensen hos de resterende porteføljeselskaber, hvorpå analysen baseres. Den deskriptive forskning benyttes i analysen til at belyse, om kapitalfondsejede selskaber performer bedre end de ikke-kapitalfondsejede selskaber, hvorefter den forklarende forskning kan belyse, hvorfor udfaldet af analysen ser ud som det gør, ved at undersøge forholdene mellem parametre og resultater.

RAM er ikke en af de mest benyttede modeller indenfor benchmark, hvilket betyder, at litteraturen hertil er begrænset. Et stort fokus i den metodiske tilgang er lagt på den tekniske del af teorien, da koderne og størstedelen af programmeringsproblemerne til analysen er udarbejdet selv. Flere af delene i benchmarkanalysen tager udgangspunkt i helt nye teorier og metoder, som ikke før har været benyttet i forbindelse med RAM, hvilket betyder, at der også er lagt et stort fokus på metodeudvikling; som giver os mulighed for at undersøge tendenser og sammenhænge, som ellers ikke kunne undersøges med de typiske kvantitative økonomiske tests og analyser. Som udgangspunkt søger vi således en tilgang ved brug af nye teorier og metoder, hvor vi bevæger os på grænsen af forskningen, for at bidrage med noget nyt og anderledes.

Den anvendte teori indenfor litteraturen om benchmarking benyttes som grundlag for metoden til analysen, hvorefter teorien om kapitalfondene og de værdiskabende faktorer bruges som forklaring på analysens resultater. Ydermere vil en kombination af teorien om benchmarking og kapitalfondene benyttes som grundlag for den senere diskussion af analysens konklusioner.

Som beregningsværktøj gør vi brug af programmeringsprogrammerne R og AMPL, samt Microsoft Excel, som giver os mulighed for at opstille og løse vores modeller med de forskellige beregninger.

1.3 Afgrænsning

Den første essentielle afgrænsning vi gør os, er typen af kapitalfond, hvor vi har valgt at tage udgangspunkt i buyout-kapitalfonde. Det vil sige, kapitalfonde som opkøber modne virksomheder med henblik på at videreudvikle dem for derefter at videresælge dem med en fortjeneste. Der findes også venture-kapitalfonde, som opkøber nyopstartede selskaber, hvor kapitalfonden spiller en afgørende rolle i etableringen af selskaberne og udviklingen af deres pågældende produkter. Dette er som udgangspunkt to meget forskellige investeringsgrupper, og vores valg i denne opgave ligger således på de typiske buyoutfonde, da produktudviklingen ikke gør sig ligeså relevant indenfor den erhvervsmatematiske tilgang.

Derudover holder vi os til at sammenligne de danske kapitalfondes danske porteføljeselskaber, hvormed vi ikke berører det europæiske marked, eller resten af verden for den sags skyld. Tillige ser vi kun på data for de forskellige kapitalfonde tilbage fra 2012, for ikke at få finanskrisens indflydelse indover analysen, da denne kan have stor indvirkning på data i den pågældende periode, hvormed analysen ikke vil give det korrekte billede af markedet i dag; som er det vi ønsker at analysere på. Ligeledes kunne referencegruppen være matchet ud fra andre udgangspunkter og ud fra andre teknikker, hvormed vi begrænser os til kun at matche ud fra valgte parametre om størrelse og branche.

Desuden kunne det også være relevant at se på de forskellige porteføljeselskabers performance over tid, for at se om der sker et spring i performance, efter de bliver opkøbt. Dette er imidlertid valgt fra, primært grundet pladsmangel, da teorier og udarbejdelser af *Malmquist indekset* i relation til RAM er meget begrænset, hvormed en grundig teorigennemgang ville gøre sig nødvendig.

Der kunne i analysen også bruges andre parametre som grundlag for selskabernes efficiensbestemmelser, og vi begrænser os dermed også på det punkt, at vi kun vælger at benytte få nøgletal for porteføljeselskaberne. Vi arbejder imidlertid med skalauafhængigt data, og dummy-inputs hvilket afgrænser os fra at arbejde med skaleefficiens, som ellers er et brugbart værktøj indenfor benchmarking. Hvis vi havde valgt at benytte data for de forskellige kapitalfonde i stedet, fremfor data fra deres porteføljeselskaber, havde analysen muligvis også udformet sig anderledes. Dette blev valgt fra, da vi ellers havde været nødsaget til at fravælge en masse kapitalfonde grundet manglende data.

Desuden begrænser vi os afslutningsvis i opgaven til at sammenligne de forskellige kapitalfondes porteføljeselskaber. Det kunne imidlertid også være interessant at undersøge om nogle selskaber, hos de enkelte fonde, klarer sig bedre end de andre selskaber i den pågældende fond. Dette kunne, for den enkelte kapitalfond, være en indikation for, hvilke forretningstogene og udviklingsmetoder som fungerer bedst.

Som en væsentlig afgrænsning indenfor benchmarking har vi valgt kun at arbejde med DEA-versionen RAM, fremfor andre af de nævnte benchmark-modeller. En indlysende vinkel, som også kunne være brugt i denne opgave, havde været at foretage en *Stochastic Frontier Analysis*, *SFA*, og dermed sammenligne resultaterne fra denne analyse, med resultaterne fra RAM-analysen. For at få en dybdegående analyse har vi valgt denne tilgang fra, og i stedet valgt at ligge fokus på RAM og

nytænkning indenfor denne benchmark-metode.

1.4 Kildekritik

Størstedelen af materialet, som danner baggrund for specialet, udgøres af artikler eller fagbøger, som er udarbejdet af forskellige forskere og som derfor vurderes at have en høj grad af reliabilitet. Derudover indgår materiale, som er produceret på baggrund af bestilling fra forskellige interessenter i en branche, hvilket ikke vurderes at udgøre et væsentligt problem for opgavens resultater og konklusioner, eftersom fakta og konklusioner i materialet er sammenholdt med fakta og konklusioner i det øvrige materiale. Desuden benyttes forskellige avisartikler og interviews, som vi forholder os kritisk til undervejs, da medierne kan have mere fokus på nyhedsværdien, når de udvælger, hvilken information de vil viderebringe. De kan derfor være biased mod den ene part, og vi har derfor valgt at benytte de kilder, som vurderes til at være de mest pålidelige og relevante.

Den empiriske analyse af de opkøbte selskaber er baseret på selskabernes offentliggjorte årsregnskaber, og eftersom selskaberne, grundet årsregnskabsloven, er forpligtet til at udforme regnskaberne, så de giver et retvisende billede af selskabernes regnskab og desuden er godkendt af statsautoriserede revisorer, vurderes de at have en høj grad af validitet og reliabilitet. Det bemærkes, at resultaterne i årsrapporterne til en vis grad er baseret på subjektive skøn; dog vurderes dette faktum ikke at have afgørende indflydelse på analysens konklusioner. Der benyttes også en række publikationer fra *Danish Venture Capital and Private Equity Association, DVCA*, som vi forholder os kritisk til, da disse publikationer kan ses som partsindlæg, eftersom de selv er en del af markedet for kapitalfonde i Danmark.

Overordnet set vurderes det, at de valgte materialer og data, til henholdsvis den teoretiske og empiriske del, har en høj grad af både reliabilitet og validitet. I følgende afsnit ønsker vi at give en præsentation af tidligere studier indenfor det valgte problemfelt, for at skabe et overblik over områdets aktualitet samt over de områder, hvor vi har mulighed for at bidrage med noget anderledes.

1.5 Litteratur review

Det primære problemfelt i denne opgave er at undersøge om *i)* de kapitalfondsejede selskaber har bedre udviklingsmuligheder, end de ikke kapitalfondsejede selskaber i den forstand, at kapitalfondene har formået at implementere de værdiskabende faktorer bedst muligt for deres opkøbte porteføljeselskaber, og *ii)* hvor gode porteføljeselskaberne er til at udnytte disse udviklingsmuligheder sammenlignet med de ikke-kapitalfondsejede selskaber.

1.5.1 Studier på porteføljeselskabsniveau

Der er foretaget en række undersøgelser på porteføljeskabsniveau, som alle har det til fælles, at udgangspunktet har været offentligt tilgængeligt regnskabsdata fra en database.

En af de første undersøgelser blev foretaget af Kaplan [1989] og tog udgangspunkt i 76 amerikanske porteføljeselskaber, hvor driftsindtjeningen, EBITDA, og cashflows blev benyttet i en statistisk undersøgelse, via *Wilcoxon Signed Rank Test*. Resultaterne blev her sammenlignet med industrigenemsnittet.

Efterfølgende foretog Smith [1990] en undersøgelse på 58 opkøb i perioden 1977-1986 på driftscashflows, hvor fokus var på ændringen over tid. Senere undersøgte Opler [1992] 44 porteføljeselskaber i perioden 1985-1989 og fokuserede ligeledes på ændringen i udvalgte nøgletal over tid. Begge undersøgelser viser forbedret performance efter opkøb. Modsat undersøgte Long and Ravenscraft [1993] 257 amerikanske porteføljeselskaber, som blev sammenlignet mod 37.628 referenceselskaber på nøgletal som EBITDA eksklusiv ekstraordinære poster divideret med omsætning, og konkluderer at porteføljeselskaberne performer bedre end referencegruppen.

En af de nyere undersøgelser er af Cressy et al. [2007], der har undersøgt 122 porteføljeselskaber, som sammenlignes med en referencegruppe på 122 selskaber, via nøgletallene; EBIT divideret med samlede aktiver, samt omsætningsvækst. Undersøgelsen sammenligner grupperne i en tidsperiode fra 1995-2002 og konkluderer, at de kapitalfondsejede selskaber opnår bedre resultater i perioden. I 2014 sammenlignede Davis et al. [2014] 3.200 porteføljeselskaber med en referencegruppe på 3.200 selskaber, for primært at undersøge om der er hold i kritikken af kapitalfonde, som omhandler, at kapitalfondenes opkøb af selskaber medfører tab af arbejdspladser og for få gevinster i driftsresultat, hvilket de modsiger via resultaterne i undersøgelsen.

I Danmark er undersøgelserne mere begrænset, men to af de kendte undersøgelser omfatter en, som er foretaget af Økonomi-og Erhvervsministeriet [2006], samt en akademisk undersøgelse af Vinten [2008]. Økonomi-og Erhvervsministeriet [2006] undersøger udviklingen over tid for 120 porteføljeselskaber i perioden 1995-2004 og konkluderer, at porteføljeselskaberne opnår større vækst i både omsætning og antal medarbejdere end referencegruppen med 120 selskaber. Vinten [2008] undersøger 73 porteføljeselskaber mod en referencegruppe på 545 selskaber og opnår modsatte resultater, nemlig at stort set alle rentabilitetsindikatorer for porteføljeselskaberne er dårligere end for referenceselskaberne i perioden 1991-2004.

Der er tillige foretaget en række undersøgelser på fondsniveau, hvilket ikke relateres direkte til vores opgave. Måden hvorpå vi skiller os ud fra ovenstående studier er ved, at vi sammenligner de kapitalfondsejede selskaber med de ikke-kapitalfondsejede selskaber via benchmarking; helt konkret via RAM.

1.5.2 Andre relaterede studier

I forbindelse med analysen tages der udgangspunkt i teorier om matching, globale projektioner og forskellige efficiens-indikatorer. Disse teorier er bygget på nye studier, hvormed der ikke er andre essentielle relaterede publikationer indenfor områderne. De anvendte studier vil derfor blive præsenteret undervejs i opgaven, når de gør sig relevant.

Kapitel 2

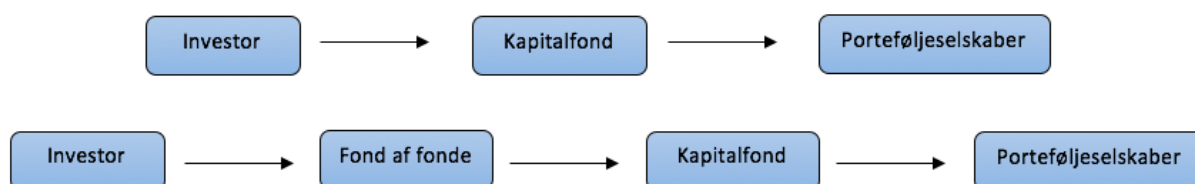
Introduktion til kapitalfonde

Formålet med dette afsnit er at give en introduktion til teorien om, hvad kapitalfonde er, hvilke typer af kapitalfonde der opererer på markedet, hvorledes de opererer, samt en gennemgang af deres forretningsstrategi. Afsnittet er primært baseret på en kombination af [Kaplan and Strömberg, 2009], [CEBR, 2008], [Metrick and Yasuda, 2008], [Spliid, 2007] og [DVCA, 2008].

Helt generelt defineres kapitalfonde som de private equity-fonde, der opkøber porteføljeselskaber med det formål at gøre dem mere rentable, ved hjælp af de værdiskabende faktorer som de har til rådighed, for så at sælge dem videre med en fortjeneste indenfor en årrække. Kapitalfonde kan derfor forstås som et finansielt og strategisk mellemlid mellem investorerne i en fond og fondens porteføljeselskaber.

2.1 Definition af private equity

Private equity, PE, er en betegnelse for investering i risikovillig kapital, der stilles til rådighed mod en unoteret aktiepost i porteføljeselskabet, modsat investeringer i børsnoterede aktieselskaber, hvis aktiekapital betegnes *public equity*, der er offentlig tilgængelig gennem et børsmarked. Investeringer i private equity kan enten ske ved et direkte kapitaltilsagn til en kapitalfond, eller ved en investering i en fond af fonde, som illustreres i nedenstående:



Figur 2.1: Investeringer i private equity (egen tilskrivning)

En fond af fonde er en betegnelse for kapitalfonde, som udelukkende investerer i andre kapitalfonde, således at disse kapitalfonde, betegnet fond af fonde, fungerer som porteføljemanagere, som forsøger at identificere de kapitalfonde, der giver de bedste afkast, for derefter at investere i disse. Fordelen

ved at investere i disse kapitalfonde for en investor er, at professionelle porteføljemenagerer forsøger at identificere de bedst performende kapitalfonde til investeringen samtidig med, at det giver mulighed for en spredning af risikoen, hvis der investeres i flere kapitalfonde - altså mulighed for diversifikation. Fordelene, som forekommer ved diversifikation og selektering af de bedste kapitalfonde, reduceres til gengæld af, at afkastet reduceres som følge af aflønning til forvalterne af fonden af fonde. Hvis der investeres i fonde af fonde, skal der nemlig betales investeringsafgifter både til fonden af fonde, og ligeledes til de underliggende kapitalfonde, som fonden af fonde investerer i.

2.2 Typer af kapitalfonde

Kapitalfonde kan opdeles i forskellige typer alt efter, hvilken investeringsstrategi de benytter i forbindelse med at forrente kapitalen under forvaltning. De mest udbredte typer er *buyout*-, *venture*- og *hedgefonde*, hvor opbygningen af fondsstrukturen er forholdsvis ens.

Buyoutfonde er de kapitalfonde, som opkøber modne selskaber med henblik på at videreudvikle selskabets potentiale for derefter at foretage et frasalg med fortjeneste. Buyoutfondenes rolle bliver dermed at forbedre modne selskabers potentiale via tilførsel af kapital, effektivisering, konsolidering og lignende.

Venturefonde investerer i opstartsvirksomheder med det formål at bidrage til udvikling af selskabets potentiale, såsom udvikling af nyt produkt, ny teknologi eller lignende. Venturefondenes rolle bliver dermed at tilføre selskabet risikovillig kapital, samt ligeledes at støtte og hjælpe til nyudviklingen så vidt som muligt.

Hedgefonde foretager kortsigtede spekulative investeringer i markedstendenser, såsom kortsigtede ændringer i priserne på aktier, obligationer, valutaer, olie, guld med videre.

Grundet de forskellige typer af kapitalfonde vil de oftest også operere i forskellige brancher. Venturefonde, som bidrager til udvikling, vil oftest investere i teknologiranchen, hvor buyoutfondene oftest investerer i produktions-, handels- og servicevirksomheder. I praksis er buyout-kapitalfonde dog ret forskellige fra hedge- og venturefonde, da investeringsmodellen og de underliggende aktiver indeholder meget få lighedspunkter. Fokus i denne opgave er buyoutfonde, og begrebet kapitalfond, eller bare fond, vil således i resten af opgaven referere til buyoutfonde. Det er ligeledes buyout-listen [Elektronisk bilag 1: Buyoutliste], som senere benyttes til indhentning af danske porteføljeselskaber.

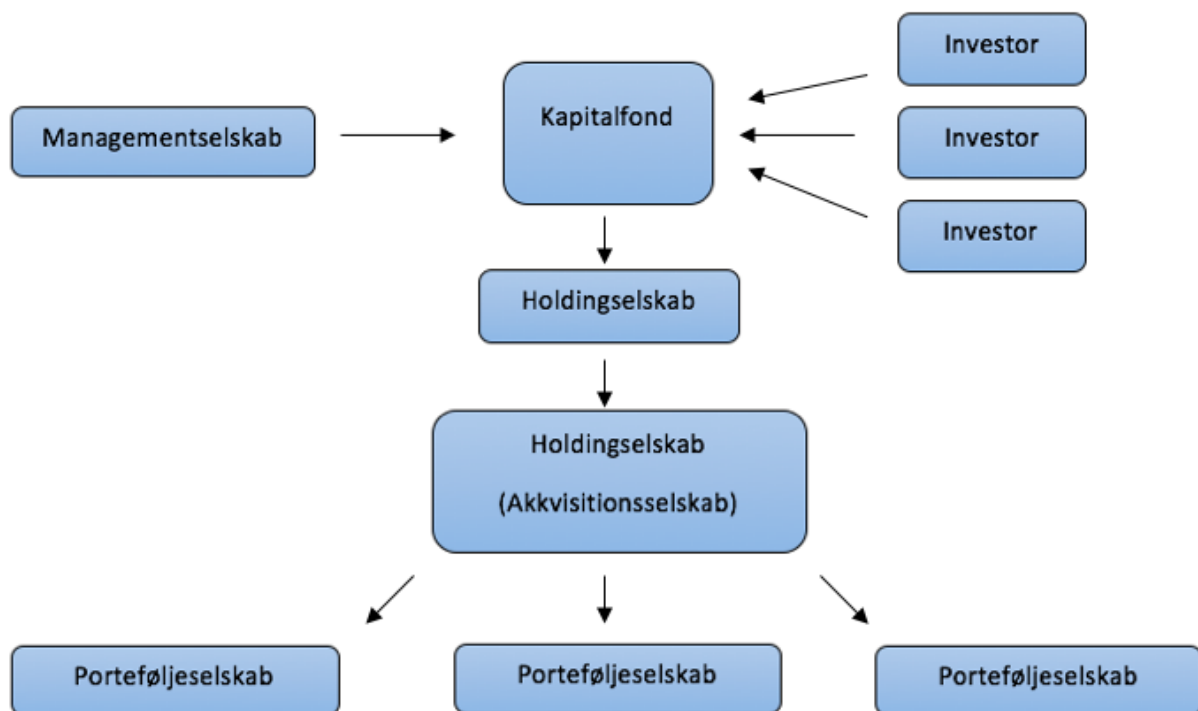
2.3 Kapitalfondens organisering

Kapitalfondens organisering ses af figur 2.2. Kapitalfonde består af et managementselskab, som er selve selskabet bag ved kapitalfonden og således bestyrer af kapitalfonden, og dens forskellige fonde. Som eksempel kan nævnes Axcel Management A/S, som er managementselskabet bag en af nordens største kapitalfonde Axcel A/S, der har rejst fem fonde med et samlet kapitaltilsagn på over 14 milliarder

kroner. Disse fonde benævnes Axcel I, Axcel II, Axcel III, Axcel IV samt Axcel V, hvor Axcel V er den nuværende eksisterende fond [Axcel, 2019]. Denne betegnelse af de forskellige fonde er ved samme princip gældende for de resterende kapitalfonde i Danmark.

Managementselskabet består ideelt set af en eller flere erfarne investeringsrådgivere, og investerer altså på vegne af investorerne efter, investorerne har indskudt kapital i fonden gennem et skriftligt informationsmemorandum, som indeholder beskrivelse af kapitalfondens investeringsstrategi, planlagte ledelse, og investeringsvilkår. Formålet for managementselskabet er at opnå højest muligt afkast til investorerne, hvilket betyder, at selve kapitalfonden opererer som et investeringsselskab, hvori investorerne penge indskydes til opkøb, og hvorfra de efterfølgende udbetales ved fortjeneste af en given investering gennem frasalg.

Investorerne indskyder først den tilsagte kapital i takt med, at kapitalfondene overtager porteføljeselskaberne, og typisk tager det tre til fem år før al den tilsagte kapital er investeret. I Danmark aflægges porteføljeselskaberne årsrapport efter ÅRL, hvormed de er underlagt revision efter samme regler som aktie- og anpartsselskaber [CEBR, 2008, s. 12], hvorigennem vi har mulighed for at indsamle data til dette projekt.



Figur 2.2: Kapitalfondens organisering (egen tilskrivning)

Når kapitalfonden foretager en investering i et porteføljeselskab, sker overtagelsen ved, at der oprettes et holdingselskab, hvor kapitalfonden indskyder den indhentede egenkapital fra investorerne

og managementselskabet. Derudover oprettes endnu et holdingselskab, kaldet akkvisitionsselskabet, af finansierungs- og skattemæssige årsager, hvor egenkapital fra det første holdingselskab samt den kapital, der er rejst til overtagelsen gennem gældsfinansiering indskydes. Formelt set er det akkvisitionsselskabet, som opkøber porteføljeselskabet, og formålet ved at oprette de forskellige holdingselskaber ovenpå akkvisitionsselskabet er at skabe en fuldstændig skræddersyet kontrol- og risikostruktur. Antallet af investorer, holdingselskaber og porteføljeselskaber vil variere fra én kapitalfond til anden.

2.3.1 Selskabsform

Kapitalfonde er organiseret som kommanditselskaber med to typer af partnere, der betegnes komplementarer og kommanditister. Managementselskabet indgår som komplementarer i kapitalfonden med ubegrænset hæftelse for selskabets gæld, mens investorerne indgår som kommanditister med begrænset hæftelse til selskabets gæld, som begrænses til den indskudte kapital. Denne struktur vil sikre, at investorerne kun hæfter for det beløb de giver i tilsagn til fonden. Investorerne i kapitalfonden giver således tilsagn om kapital, som kapitalfonden har mandat til at investere i porteføljeselskaber ved at følge den strategi, der blev lagt for kapitalfonden, da investorerne gav tilsagn om kapital.

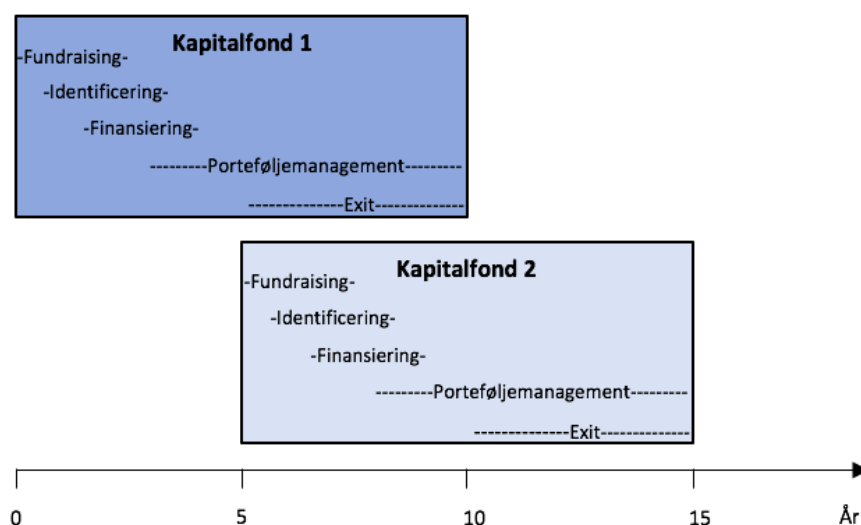
2.4 Kapitalfondens forretningsstrategi

Kapitalfondenes aktivitet med at opkøbe, videreudvikle og frasælge porteføljeselskaber sker via fonde, hvis levetid ligeledes bliver fastsat ved kapitaltilsagnet. Fondens levetid fastsættes oftest til ti år, med mulighed for en treårig forlængelse, og ydermere med mulighed for ubegrænset levetid [CEBR, 2008, s. 11].

Fondens levetid kan inddeles i fem faser, som tidsmæssigt kan variere meget fra fond til fond. Kapitalfonde vil så vidt muligt gerne opnå et konstant flow af porteføljeselskaber under forvaltning, hvilket betyder, at managementselskabet vil begynde på fundraising til en ny fond, når den eksisterende fonds første frasalgs af porteføljevirkksomheder ligger indenfor nærmeste fremtid. [Andreasen, 2009, s. 18] De fem faser ses af figur 2.3 og består af *fundraising*, *identificering af potentielle porteføljeselskaber*, *finansiering af opkøbet*, *porteføljemanagement* og til sidst *exit*.

2.4.1 Fase 1 - Fundraising

Når managementselskabet vil oprette en fond, skal managementselskabet indsamle kapital fra forskellige investorer, således at de kan opkøbe porteføljeselskaberne. Det sker ved, at managementselskabet selv opsøger attraktive investorer med ønsket om at få kapitaltilsagn, hvormed managementselskabet, via kapitalfonden, kan investere i porteføljeselskaberne for investorernes penge. Når der gives kapitaltilsagn, aftales det ligeledes, hvor stort et beløb managementselskabet har at råde over, samt hvor lang tid der maksimalt må gå før investors kapital er investeret. Derudover fastsættes også kapitalfondens strategi



Figur 2.3: Kapitalfondens faser (egen tilskrivning)

med hensyn til størrelsen af porteføljeselskaber, brancher samt fondens levetid.

De investorer, som giver tilsagn til kapitalfonde, kan som udgangspunkt klassificeres i fire overordnede grupper som er de *institutionelle investorer* såsom banker, forsikringsselskaber og pensionskasser, *virksomheder*, *offentlige myndigheder* og *fonde af fonde*. Både nationalt og internationalt er de institutionelle investorer den dominerende investortype i buyouts, hvor det specielt er pensionskasserne, som regner sig for majoriteten [CEBR, 2008, s. 14-15].

Indsamlingen af kapitaltilsagn fra forskellige investorer kan i praksis være en længerevarende proces på op til flere år. Jo bedre erfaring managementselskabet har, og des bedre resultater de har opnået fra tidligere fonde igennem høj forrentning af investeringer, des lettere bliver det for managementselskabet at skaffe kapitaltilsagn [Kaplan and Schoar, 2005]. Udover managementselskabets historiske performance ligger investorerne også vægt på andre faktorer i forbindelse med at give kapitaltilsagn, såsom kapitalfondens screening af investeringsmuligheder, eksempelvis deres interne systemer, risikostyring, corporate governance, samt hvorledes skattestrukturen matcher investorernes individuelle behov, kvaliteten af investeringsrapporten, samt klarhed, kvalitet og substans i kapitalfondens præsentationsmateriale.

2.4.2 Fase 2 - Identificering af opkøbskandidater

Når et porteføljeselskab vælger at blive opkøbt af en kapitalfond, skyldes det oftest et behov for finansiering til omstruktureringer, ejerskifte, udvikling eller andet. Efter opkøbet vil kapitalfonden have den fulde, eller delvise, kontrol over porteføljeselskabet, så de har mulighed for at iværksætte de strategiske tiltag, der ses som nødvendige for at sikre en fremtidig værdiskabelse.

For kapitalfonde afhænger potentielle porteføljeselskaber af en række typiske karakteristika. En væsentlig faktor er, at selskabet skal have et stabilt og positivt cashflow, således at det kan opnå en høj

gearing til en lav rente og tillige betale både renter og afdrag på deres gæld via de løbende cashflows. En ustabil indtjening kan medføre problemer med betaling af afdrag på gælden grundet en høj gearing, og kan ligeledes medføre dårligere lånevilkår hos banker [DVCA, 2008, s. 13; CEBR, 2008, s. 31].

Kapitalfonden kigger ligeledes på, hvor højt et gældsniveau selskabet har, og vurderer ligeledes, om det har en stabil og erfaren ledelse. Derudover skal selskabet have mange materielle aktiver, som eventuelt kan frasælges, og som der dermed kan stilles sikkerhed i. Slutteligt skal selskabet ligeledes være lavt værdiansat, så kapitalfonden har mulighed for at opnå det krævede afkast ved exit. Derudover skal managementselskabet kunne se muligheder for en positiv videreudvikling af porteføljeselskabet indenfor en kortere årrække, som udgør ejerskabsperioden.

Managementselskabet indsamler mest mulig information om et muligt porteføljeselskab inden opkøb, i den såkaldte due diligence process, som skaber rammerne for valget af potentielle porteføljeselskaber [Spliid, 2007, s. 41]. I denne proces vil kapitalfonden indsamle al relevant offentlig information om det potentielle porteføljeselskab, såsom regnskaber, børsmeddelelser med mere, og på baggrund heraf foretage en dybdegående analyse. På den måde har kapitalfonden mulighed for at vurdere selskabets fremtidige muligheder, kortlægge forbedringspotentiale samt undersøge en mulig udvikling af selskabets forretningsplan. I praksis er kapitalfonde kendt for at være stærke indenfor værdiansættelse af selskaber, som netop gør dem i stand til at finde de selskaber, der er undervurderede af aktiemarkedet, samt at finde de værdidrivere, som tilpasses det enkelte selskab [Berg and Gottschalg, 2005]. Da fokus i dette projekt ligger på, hvordan kapitalfonde kan skabe merværdi hos porteføljeselskaber *efter* opkøbet, bliver denne proces ikke berørt yderligere.

Ud fra den indsamlede information laves en handlingsplan, som netop angiver strategien, herunder de værdiskabende faktorer, som skal benyttes til at skabe merværdi for det potentielle porteføljeselskab. Det er netop potentialet i denne handlingsplan, som afgør, hvorvidt kapitalfonden ønsker at foretage opkøbet af porteføljeselskabet eller ej.

Når en kapitalfond opkøber et porteføljeselskab, køber de sig sjældent til fuldt ejerskab, men som et minimum til den ejerandel, der medfører bestemmende indflydelse, så de sikrer sig at kunne træffe og gennemføre beslutninger. Hvis der skal foretages store opkøb, kan flere kapitalfonde også vælge at foretage opkøbet sammen, for at kunne finansiere opkøbet og ligeledes for at mindske risikoen for den enkelte kapitalfond.

2.4.3 Fase 3 - Finansiering af opkøbet

Når en kapitalfond har opkøbt et porteføljeselskab, skal finansieringsstrukturen, som omfatter sammensætningen af gæld og egenkapital, optimeres. Finansieringsstrukturen vil oftest sammensættes af tre typer kapital [Spliid, 2007, s. 27]:

- *Seniorgæld* udgør mellem 45 og 65 procent og er det, som bankerne stiller til rådighed. Normalvis er bankerne villige til at låne fire-fem gange porteføljeselskabets EBITDA.

- *Mezzanینگæld* udgør 10 til 20 procent og er subordineret seniorgæld, som oftest købes af langfristede investorer. Långiver kræver oftest, at mezzaningen og seniorgælden ikke overstiger fem til seks gange porteføljeselskabets EBITDA. Her købes gæld, der er efterstillet seniorgæld, som medfører en højere risiko for kapitalfonden. Det er altså dyrere end banklån, men billigere end egenkapital.
- *Egenkapitalen* udgør 25 til 40 procent og er det, som kapitalfonden stiller til rådighed. Egenkapitalen kommer oftest fra de kapitaltilsagn, som kapitalfonden har fået fra managementselskabet og diverse investorer, som enten aktiekapital eller aktionærlån.

Den samlede gæld, som udgøres af både seniorgæld og mezzanینگæld, er høj sammenlignet med egenkapitalen, hvilket skyldes, at kapitalfondene på den måde kan foretage en billigere finansiering, samtidig med, at de har mulighed for at opkøbe porteføljeselskaber til en værdi som ligger fem til seks gange over kapitaltilsagnet. Den høje gældsfinansiering uddybes i afsnit 3.2 om kapitalstruktur. Bankerne ønsker, at kapitalfondene udnytter en finansieringsstruktur, der udgøres mest muligt af efterstillet kapital i form af mezzaningen og egenkapital modsat kapitalfonden, som ønsker en finansieringsstruktur primært af gæld. Mezzaningen gør derfor op for disse to modstridende effekter.

Det er vigtigt, at bankerne har tillid til kapitalfondene, for at disse kan opnå de bedst mulige lånevilkår. Denne tillid skaber kapitalfondene ved at følge porteføljeselskabernes performance helt tæt på, følge op på deres finansielle situation og foretage indgreb, hvis det anses for værende nødvendigt. Udover denne tillid afhænger lånevilkårene naturligvis også af en kreditvurdering af det potentielle porteføljeselskab. I låneaftalen er der knyttet en lang række betingelser, som kaldes covenants [Spliid, 2007, s. 29], hvor der skelnes mellem finansielle og ikke finansielle covenants. De finansielle covenants omfatter begrænsninger for finansielle nøgletal, hvor der i praksis standardmæssigt arbejdes med mindst tre finansielle covenants:

- *Leverage* er defineret ved den totale gæld divideret med EBITDA og sætter således en grænse for, hvor stor en andel den samlede gæld må udgøre i forhold til indtjeningen. Den typiske grænseværdi sættes til seks.
- *Cash Flow Coverage Ratio* er defineret ved det frie cashflow divideret med renter og afdrag og sætter en grænse for, hvor lidt det frie cashflow må udgøre i forhold til renter og afdrag. Den typiske grænseværdi sættes til én.
- *Capex loft* er en grænse for, hvor meget kapitalfonden må investere, så banken har mulighed for at holde styr på, at kapitalfonden ikke ekspanderer ud over sin risikokapacitet.

De ikke-finansielle covenants omfatter oftest restriktioner på selskabets dispositioner, såsom:

- *Ejerandel*, som angiver en grænse for, hvor lav kapitalfondens ejerandel må blive, for at sikre banken, at kapitalfonden kan træffe og gennemføre beslutninger. Grænsen sættes oftest på 40 til 50 procent.

- *Branchefokus*, der begrænser kapitalfonden i forhold til, hvilke brancher de investerer i, således at kapitalfondens risikoprofil ikke ændres.

Hvis en covenant brydes har banken rettighed til at opsige lånet, men da det ikke er i bankens interesse vil låneaftalen i stedet blive genforhandlet med en forringelse af lånevilkårene for kapitalfonden [Spliid, 2007, s. 30].

2.4.4 Fase 4 - Porteføljemanagement

Når et porteføljeselskab er opkøbt, påbegynder processen med at skabe merværdi for selskabet via den på forhånd fastlagte handlingsplan. Denne proces tager oftest flere år og handler om at optimere porteføljeselskabets potentiale med henblik på de strategier, som blev fastlagt under fase 2 i afsnit 2.4.2.

Implementeringen af handlingsplanen, for videreudvikling af porteføljeselskabet i den daglige drift, foretages primært af ledelsen i selve porteføljeselskabet, hvilket gør det relevant at undersøge selskabernes udnyttelse af deres udviklingsmuligheder. I denne proces fungerer managementselskabet som en sparringspartner, hvilket gør det vigtigt, at managementselskabet har tillid til porteføljeselskabets ledelse.

Managementselskabet skal aflægge rapport til investorerne om, hvordan det går med kapitalfonden, således at investorerne har mulighed for at følge med i kapitalfondens samlede økonomiske performance og få en overordnet beskrivelse af investeringerne. Denne dokumentation er med til at skabe en tillid fra investorerne til kapitalfonden og afhænger i stor grad af managementselskabets erfaring, kompetence og tidligere performance. Til tider samarbejder kapitalfonde også med eksterne samarbejdspartnere eller konsulenter, fra eksempelvis investeringsbanker og corporate-finance-afdelinger, om opgaverne omkring værdiansættelse, strategisk udvikling og due diligence af porteføljevirksohmhederne.

Porteføljemanagement-fasen beskrives i afsnittet om værdiskabende faktorer, hvor der gives en uddybende indsigt i de forskellige tiltag, som kapitalfonde benytter til at skabe merværdi i de opkøbte selskaber. Vi har valgt at uddybe dette emne, da det netop er kapitalfondenes evne til at udnytte de værdiskabende faktorer, som resulterer i, at porteføljeselskaberne kan vise sig at have bedre udviklingsmuligheder end ikke-kapitalfondsejede selskaber. Derudover kan de forskellige fondes evne til at implementere de værdiskabende faktorer resultere i, at nogle kapitalfonde skaber større afkast til deres investorer end andre kapitalfonde gør.

2.4.5 Fase 5 - Exit

Exit vil allerede inden opkøb af et potentielt porteføljeselskab indgå som et væsentligt led i kapitalfondens samlede forventninger til værdiskabelse, da en vigtig forudsætning for et opkøb er, at kapitalfonden kan se en realistisk og profitabel exitmulighed. Kapitalfonde vil således altid være parate til at sælge et porteføljeselskab, uafhængigt af om handlingsplanen er fuld udført, hvis den rigtige pris bydes. Da fondene har en begrænset levetid er muligheden for et frasal af selskabet til en fordelagtig pris vigtig.

Frasalget af selskabet kan primært ske på tre måder:

- Børsnotering
- Industrielt slag til en strategisk spiller
- Finansielt salg til en anden kapitalfond

Det mest hyppige exit er det industrielle salg, dernæst salg til en anden kapitalfond og til sidst børsnotering. Udover de primære exits, er der også mulighed for konkurs af selskabet eller salg til et andet selskab ejet af en kapitalfond [Kaplan and Strömberg, 2009].

Ved børsnotering frasælger kapitalfonden helt eller delvist deres ejerskab af porteføljeselskabet. I praksis er frasalget oftest delvist, hvormed kapitalfonden vil forsøge at nedbringe ejerandelen for at lukke investeringen og derefter returnere afkastet til investorerne efter børsnoteringen.

Formålet med et industrielt salg kan være et ønske om at realisere synergieffekter eller om at positionere sig bedre indenfor branchen.

Ved salg til en anden kapitalfond er formålet, at den nye kapitalfond investerer i at fortsætte videreudviklingen af porteføljeselskabet med ønske om fremtidigt salg.

Hvis kapitalfonden ikke kan finde en tilfredsstillende exitmulighed inden fondens levetid overskrides, kan managementselskabet i samarbejde med investorerne aftale en forlængelse af fondens levetid. Derudover kan et frasalg af porteføljeselskabets aktiver ske i enkeltdele i form af en likvidation. Dette er dog i de fleste tilfælde den sidste mulighed, da indtægterne ved likvidation oftest er lavere end et samlet salg, og dette vil derfor resultere i et tab for investeringen samlet set [CEBR, 2008, s. 17].

Kapitel 3

Værdiskabende faktorer

For at foretage en analyse om, hvorvidt kapitalfondsejede selskaber klarer sig bedre på markedet end ikke-kapitalfondsejede selskaber, er det væsentligt at se på, hvilke redskaber, som kapitalfonde kan benytte for at skabe merværdi for deres porteføljeselskaber. Det er netop effekten af disse redskaber, som gør kapitalfonde i stand til at skabe et højt afkast til investorerne via et profitabelt afkast på deres investeringer af den indskudte kapital i fondene. Dermed er dette afsnit, omhandlende kapitalfondenes forskellige metoder til at skabe merværdi i deres opkøbte porteføljeselskaber, med til at danne grundlaget for problemstillingen i undersøgelsen.

Som tidligere nævnt, består en kapitalfonds levetid af fem faser, hvoraf selve værdiskabelsen af porteføljeselskaberne i grove træk kan opdeles i tre stadier, som omfatter opkøbet, ejerskabsperioden og exit [Berg and Gottschalg, 2005]. Opkøbsfasen består i at screene de potentielle porteføljeselskaber, due diligence, værdiansættelsen samt sammensætningen af købssummen. I andet stadie, ejerskabsfasen, implementeres organisatoriske, strategiske og operationelle ændringer, som skal være med til at øge værdien af selskabet. Værdiskabelsen på det tredje stadie, exitfasen, kan opnås gennem en forøgelse af den opnåede salgsmultiplikator. Fokus i dette projekt er at undersøge kapitalfondenes evne til at skabe merværdi i porteføljeselskabet i ejerskabsfasen ved brug af de værdiskabende faktorer, som de har til rådighed i form af forbedring af governance, optimering af kapitalstrukturen, samt de operationelle forbedringer. Det er derfor det andet stadie, ejerskabsfasen, som gennemgås i dette afsnit.

3.1 Corporate governance

Muligheden for at skabe merværdi for kapitalfondenes porteføljeselskaber, igennem forbedring af corporate governance, indebærer at reducere de principal-agent-problemer, som kan opstå, når en kapitalfond foretager en investering i et porteføljeselskab [Jensen and Meckling, 1976].

Afsnittet om corporate governance og den indledende teori hertil er baseret på [Brealey et al., 2017, kap. 2 og 34], [Jensen and Meckling, 1976], [Tirole, 2006, kap. 6], [Myers and Majluf, 1984] og [Baker et al., 2016].

Teorien om principal-agent-forholdet bygger på, at alle parter ønsker at maksimere deres egen nytte, hvilket kan medføre modsatrettede interesser. Principalen er i disse sammenhænge nødsaget til at over-

våge agentens handlinger, hvilket vil have nogle omkostninger, som ønskes minimeret. En måde, hvorpå disse agentomkostninger kan minimeres, er ved at foretage overvågningen mindre omkostningsfuldt ved at indgå i aktivt ejerskab eller ved at intensivere ledelsen bedre, således at behovet for overvågning bliver mindre. Disse to aspekter samt principal-agent-forholdet gennemgås i det følgende.

3.1.1 Principal-agent-forhold

I den strukturmæssige organisering af kapitalfonde kan der forekomme to former for principal-agent-forhold, som udspiller sig mellem *i)* investorerne, principalen, som indskyder penge i kapitalfonden, agenten, til managementteamets rådighed og *ii)* kapitalfonden, principalen, og ledelsen, agenten, i det opkøbte porteføljeselskab.

I dette projekt ligger fokus på, hvordan kapitalfonde kan skabe merværdi for deres porteføljeselskaber, og det er derfor principal-agent-forholdet mellem kapitalfonden og porteføljeselskabets ledelse, der diskuteres i dette afsnit. Forholdet mellem investorerne og kapitalfonden har man i praksis oftest garderet sig imod, som tidligere nævnt, da indbetalingerne først sker, når kapitalfonden gennemfører en investering.

3.1.1.1 Asymmetrisk information

Principal-agent-forholdet mellem kapitalfonden og porteføljeselskabets ledelse opstår som følge af asymmetrisk information, der omfatter de situationer, hvor kapitalfonden har mindre information omkring agentens handlinger og om porteføljeselskabet, end selskabets ledelse har. Der er således en chance for, at selskabets ledelse vil forfølge deres egne mål og i den forbindelse træffe nogle valg, som ikke er optimale for kapitalfonden, hvormed principal-agent-problematikken vil opstå, når agenten ikke varetager kapitalfondens ønsker [Jensen and Meckling, 1976, kap. 2]. Agentomkostningerne opstår netop i de tilfælde, hvor ledelsen ikke handler i kapitalfondens interesser, og indebærer de omkostninger, som er forbundet med at føre kontrol over ledelsens adfærd. Formålet med at udforme kontrakterne er dermed at finde en overensstemmelse mellem kapitalfondens og ledelsens interesser og målsætninger. En uddybende gennemgang af dette foretages i afsnit 3.2.1.

Indenfor litteraturen er der to forskellige situationer, der kan udforme sig i forbindelse med asymmetrisk information, hvor ledelsen kan skjule, at de ikke handler på vegne af kapitalfondens interesser. Det første tilfælde kaldes *adverse selection* problemet, hvor ledelsen vil skjule informationer inden kontrakten udformes, hvilket kan betyde, at kapitalfonden efter opkøb af selskabet indser, at ledelsen ikke besidder de kompetencer eller fordele, som de gav udtryk for inden opkøb. En løsning på dette er, at ledelsen af selskabet påtager sig en garanti, som minimerer kapitalfondens risiko. Her findes den optimale kontrakt, som det optimale trade-off mellem de omkostninger, som er forbundet med, at ledelsen bærer en større risiko, og de incitamentsfordele, som kontrakten har.

Det andet tilfælde kaldes *moral hazard* problemet, som opstår, hvis ledelsen skjuler handlinger eller informationer for kapitalfonden under kontraktens forløb, og er derfor indbegrebet af de problemer, der opstår for selskabet, efter de er blevet opkøbt. Disse situationer kan opstå i de tilfælde, hvor selskabet,

efter indgået aftale med kapitalfonden, alligevel vælger at følge deres egne mål og interesser. En løsning til dette kan være øget overvågning af ledelsen fra kapitalfondens side. Det kan dog være en udfordring i praksis, grundet den asymmetriske information, da ledelsen oftest vil have en større ekspertise og viden om selskabet, end kapitalfonden har.

Udover de to tilfælde indenfor asymmetrisk information kan der også nævnes det scenarie, som kaldes *signaling*, som optræder i de situationer, hvor ledelsen har en vigtig information, som de vælger at signalere til kapitalfonden via deres opførsel. I disse tilfælde kan ledelsen, inden kontrakten indgås, udsende et signal om dennes type, som kapitalfonden kan observere. Dette vil ofte være værdifulde signaler, som selskabets ledelse ønsker, at kapitalfonden vil reagere positivt på.

3.1.2 Forbedring af governance

Kapitalfonden, principalen, kan som tidligere nævnt minimere agentomkostninger igennem aktivt ejerskab, samt intensivering af ledelsen i porteføljeselskabet.

3.1.2.1 Aktivt ejerskab

Når kapitalfonde har aktivt ejerskab i porteføljeselskaber, indebærer det, at de udover at stille kapital til rådighed ligeledes aktivt samarbejder med selskabets ledelse om udviklingen. Når kapitalfonden overtager porteføljeselskabet og opnår helt eller delvist ejerskab, har fonden mulighed for at træffe beslutninger på vegne af porteføljeselskabet. Det aktive ejerskabs direkte effekt på selskabets værdi er svær at måle, men skønnes at have en stor effekt, da værdiskabelsen sker ud fra et øget fokus på samspillet mellem ejerskabet, kapitalstrukturen og incitamenten [CEBR, 2008].

Det aktive ejerskab vil også medføre større kontrol over ledelsens udgifter, hvormed uforholdsmæssige store frynsegoder vil mindskes. Ifølge Møller and Nielsen [2004] vil en spredt ejerkreds betyde, at det enkelte medlem af managementselskabet ikke har incitament til at overvåge ledelsen, da det oftest er meget tidskrævende og omkostningstungt og tillige giver en lille gevinst, da denne skal deles med de resterende managementmedlemmer. Denne problematik vil ifølge Møller and Nielsen [2004] føre til det såkaldte *free-rider* problem, som betyder, at ingen af medlemmerne har interesse i at foretage den nødvendige kontrol, hvormed ledelsen får frit råderum og dermed ikke handler i kapitalfondens interesser. Dette imødekommes af kapitalfondene ved en større ejerskabskoncentration samt få ejere i porteføljeselskabet, som også bevirker en tættere overvågning af ledelsen og tillige etablerer en mere aktiv ledelse [Lowenstein, 1986; Jensen, 1989].

Kapitalfondene er derfor kendt for at udøve en høj grad af monitorering, da det aktive ejerskab i porteføljeselskaberne er kendetegnet som meget koncentreret, hvor få ejere ejer en stor del af selskabet, heraf kapitalfondens majoritetsejere. Kapitalfondenes løbende monitorering af porteføljeselskaber har også den positive effekt, at bestyrelsen kan ligge større fokus på de strategiske beslutninger [CEBR, 2008].

Når kapitalfonden tager en aktiv ejerskabsinteresse i selskabet, vælger de ofte at skifte ud i ledelsen, hvis det vurderes, at nogle medlemmer er uden relevant viden eller erfaring, for derefter at indsætte

deres egne folk. En undersøgelse foretaget af Acharya et al. [2013] viser, at op til en tredjedel af alle CEOs i selskaber opkøbt af kapitalfonde, bliver erstattet indenfor 100 dage, mens op mod de resterende to tredjedele bliver erstattet indenfor en fireårig periode.

En undersøgelse foretaget af Ernst og Young handler om, hvordan kapitalfonde skaber merværdi i porteføljeselskaber, og viser en tydelig effekt af kapitalfondens aktive involvering i selskabet efter overtagelsen. Den viser, at det aktive ejerskab er med til at skabe et dynamisk flow, hvor ledelsen tager hurtigere og mere effektive beslutninger [Kumana, 2009].

3.1.2.2 Ledelsens medejerskab og incitament

Vi er tidligere kommet kort ind på dette aspekt, der drejer sig om evnen til at forene kapitalfondens og ledelsens interesser, således at overvågningen og uønsket agentadfærd kan minimeres. Det forekommer ved, at ledelsen opfordres, eller i nogle tilfælde tvinges, til at være medejere af porteføljeselskabet, hvilket betyder, at de skal investere deres egen kapital i selskabet. Dermed kan de opnå en personlig gevinst, hvis selskabet opnår succes, og ligeledes opnå et personligt tab, hvis selskabet er ineffektivt. Når selskabets resultater direkte har indflydelsen på ledelsens egen personlige økonomi, vil det intensivere ledelsen og give mulighed for bedre operationel effektivitet [Smith, 1990]. Samtidig kan det også motivere ledelsen til at afskedige ansatte og foretage rationaliseringer for at øge afkastet, som de ellers ikke ville foretage under fast løn [Møller and Nielsen, 2004]. Ledelsens egen investering skal fastsættes således, at hvis der opnås tilfredsstillende afkast, vil belønningen være meget stor og modsat, hvis investeringen slår fejl, vil det have en markant, men ikke altafgørende, effekt på ledelsens personlige økonomi. Hvis det vil have afgørende stor effekt på ledelsens økonomi, at en investering fejler, kan det som konsekvens medføre, at ledelsen bliver risikoavers, hvormed det resulterer i, at de primært satser på sikre investeringer, som ikke er værdiskabende for selskabet.

En mildere form for incitamentskontrakter, som ligeledes har til formål at sammensmelte kapitalfonden og porteføljeselskabets ledelsens interesser, kan være ved at gøre ledelsens løn performanceafhængig. Dette kan sammensættes som bonusordninger, der udløses i forbindelse med tilfredsstillende regnskabsbaserede nøgletal [CEBR, 2008, s. 17].

3.2 Kapitalstruktur og finansiel gearing

Optimering af kapitalstrukturen er et vigtigt element for kapitalfonde i værdiskabelsen hos deres porteføljeselskaber. Overordnet set fokuserer kapitalfondene på, at porteføljeselskabet skal have et stabilt cashflow, således at det muliggør gældsfinansiering til en lavere rente. En undersøgelse af Spliid [2014] påpeger, at managementselskabet sammen med diverse investorer i dag finansierer omtrent 50 procent af et opkøb, hvor de resterende 50 procent af opkøbet sker igennem gældsfinansiering. Rent finansielt har dette en indvirkning på porteføljeselskabet, da den større gearing, som følge af den højere gældsfinansiering, kan optimere selskabets kapitalstruktur, hvorved skattebetalinger kan reduceres, og

selskabets vejede kapitalomkostninger kan mindskes. Derudover kan det også være med til at forbedre porteføljeselskabets driftsbeslutninger som følge af at mindske de agentomkostninger, der kan opstå, hvis selskabet har et stort frit cashflow. Det er netop disse to effekter til værdiskabelse, som vi vil diskutere i dette afsnit.

Til gennemgangen af kapitalstrukturen benyttes en række klassiske videnskabelige artikler kombineret med nyere forskning, som der løbende refereres til. Tilkoblingen til teorien om kapitalfonde følger [DVCA, 2019], medmindre andet er oplyst.

3.2.1 Agentomkostninger ved frit cashflow

I følge Jensen [1986], som udviklede denne teori, vil der opstå nogle agentomkostninger, når der i et selskab er frie pengestrømme og kapital, udover det nødvendige til at foretage investeringer i projekter med positiv nettokapitalværdi. Jensen [1986] argumenterer for, at det kan friste ledelsen til at investere i projekter, som ikke har en positiv kapitalværdi, men til gengæld kan øge selskabets indflydelse i forretningsverdenen. Derudover argumenterer Brealey et al. [2017] for, at agentomkostninger også forekommer, hvis ledelsen fristes til at bruge penge på andet luksus såsom dyrt inventar til egne kontorer, dyre afholdelser af forretningsmøder eller lignende. På baggrund heraf mener Jensen [1986], at den overskydende kapital kan udnyttes bedre igennem kapitalfonden end ved at stå på porteføljeselskabets konto. Ledelsen vil ofte have tilskyndelse til at holde kapitalen i selskabet, så de er mindre afhængige af kapitalmarkederne og mere fleksible [Lowenstein, 1986], men Jensen [1986] argumenterer altså for, at den i stedet burde udbetales som udbytte, som også kan være med til at imødekomme fondens ønske om begrænsning af ledelsens frynsegodeforbrug.

Det lave behov for likvide beholdninger vil dog medføre, at kapitalfondene heller ikke vil ligge inde med kapital, som bliver forrentet til en lav rente eller som slet ikke bliver forrentet, hvilket betyder, at overskydende kapital vil blive udbetalt til investorerne i form af udbyttebetalinger. Dette vil medføre, at afkastet af investeringen i mindre grad bliver belastet af ikke-investeret kapital. Denne udbyttebetaling til investorer har dog bevirket en del beskyldninger mod kapitalfonde, som lyder på, at de optager mere gæld end nødvendigt i porteføljeselskaber, netop med henblik på at udbetale den overskydende kapital til investorerne og på den måde tømme porteføljeselskaberne for værdi [Rasmussen, 2007]. Kritikken går altså på, at investorerne på denne måde beriger sig med den værdi som igennem tiden er blevet oparbejdet i selskabet samtidig med, at selskabet bliver gældsfinansieret i så høj grad, at selskabet vil være bundet af en væsentlig gældsbyrde i lang tid.

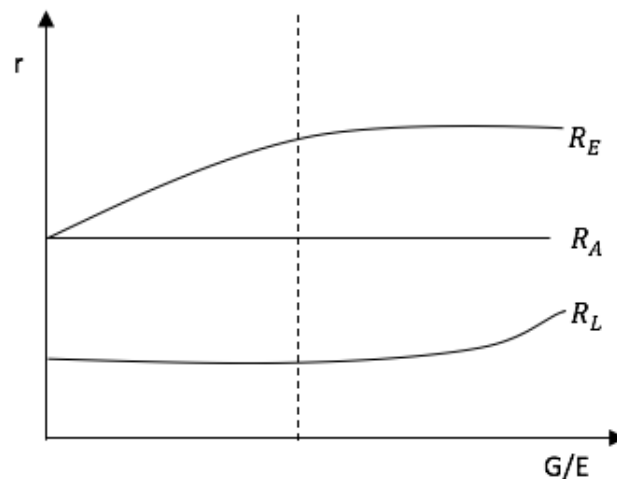
Jensen [1986] argumenterer også for, at det høje gældsniveau, som medfører større krav i form af betaling af renter og afdrag, vil mindste risikoen for, at der bliver foretaget uprofitable projekter. Dermed er ledelsen nødsaget til bedst muligt at udnytte den likviditet de har til rådighed samtidig med, at der bliver lagt et øget fokus på at reducere arbejdskapitalen. Porteføljeselskabets gældsbetalinger vil ofte være skræddersyet ud fra deres forventede pengestrømme i ejerskabsperioden, som ligeledes ligger et konstant fokus hos ledelsen på at opnå de forventede resultater under hele perioden [Lowenstein, 1986; Jensen, 1986].

Det høje gældsniveau, der ligger lige på grænsen af, hvad porteføljeselskabets indtjening kan bære, vil helt lavpraktisk også ligge et pres på ledelsen i selskabet, hvilket kan give incitament til at drive selskabet så effektivt som muligt, således at der kan betales renter og afdrag på den høje gæld. Dette kan være en gevinst for kapitalfonde, da det kan øge værdien af selskabet, som følge af en højere indtjening igennem effektivitetsforbedringer.

3.2.2 Skattebetalinger

Helt generelt findes der to former for finansieringskilder, nemlig gæld og egenkapital, der tilsammen udgør selskabets kapitalstruktur. Sammen med selskabets aktiver er det kapitalstrukturen, som danner grundlaget for den risiko, som selskabet bærer. I dette afsnit vil vi forsøge at give et overblik over, hvordan værdien af et porteføljeselskab kan maksimeres ved, at kapitalfonden kan finde den optimale kapitalstruktur for porteføljeselskabet.

En afgørende faktor for den optimale kapitalstruktur er minimeringen af betalingerne til regeringen i form af skattebetalinger [Brealey et al., 2017]. Rentebetalinger opstår ved gældsfinansiering af selskabets aktiviteter, og disse kan fradrages i selskabsskatten, hvormed gælden får en positiv effekt på selskabets værdi. På den måde skabes der et skatteskjold via den store gældsfinansiering, introduceret af DeAngelo and Masulis [1980], der indebærer skattebesparelserne som følge af skattefradraget, som er givet ved skattesatsen ganget med renteomkostningerne. Højere renteomkostninger vil dermed skabe et større skattefradrag. Sammenhængen mellem selskabets afkastkrav på egenkapital og lånerente vises på Figur 3.1.



Figur 3.1: Trade-off mellem risiko og afkast (egen tilskrivning)

hvor R_E angiver afkastkravet på egenkapitalen, R_A er en alternativ investering, og R_L angiver lånerenten. Som det fremgår af figuren, vil afkastet stige i takt med at gælden stiger, indtil gælden udgør

en vis andel af selskabets værdi. Samtidig vil renten til långiver ligeledes stige i takt med, at gælden stiger, hvis den har oversteget et vist niveau. Det er netop det optimale forhold mellem gælden og afkastkravet, som danner grundlaget for de følgende argumentationer for den optimale kapitalstruktur [Brealey et al., 2017].

Besparelserne i forbindelse med skatteskjoldet benyttes af Modigliani and Miller [1963] i deres ligning, der siger, at værdien af det gearede selskab er lig med værdien af det gældfrie selskab plus nutidsværdien af skatteskjoldene. Ifølge denne teori vil mere gæld derfor skabe større værdi for et selskab, da ligningen siger, at gearingen er med til at øge værdien af selskabet grundet skatteskjoldene.

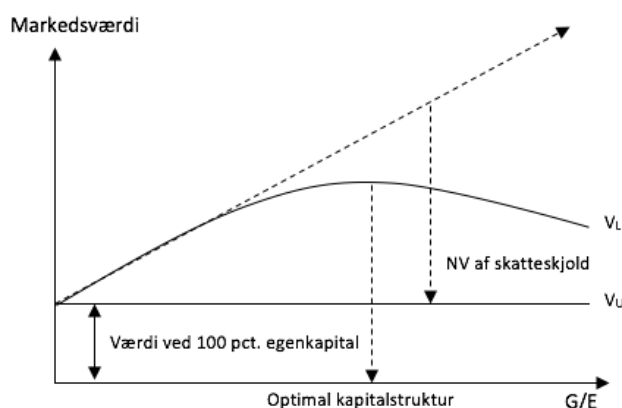
Teorien af Modigliani and Miller [1963] er baseret på deres teori fra 1958, hvor de i første omgang ikke tog højde for skat og rentefradragsretten. Teorien af Modigliani and Miller [1958] argumenterede for, at kapitalstrukturen i et perfekt kapitalmarked er irrelevant, da selskabets værdi udelukkende bestemmes af aktivernes forventede risiko og afkast uafhængigt af, hvordan de finansieres. Denne teori bakkes op af Stiglitz [1974], som ligeledes konkluderer, at kapitalstrukturen er irrelevant i det perfekte og komplette kapitalmarked, hvormed et gældfrit selskab vil have samme værdi som et 100 procent gældsfinansieret selskab.

Den revurderede teori fra Modigliani and Miller [1963] påpeger den betydelige indvirkning som skat og rentefradragsretten har på et selskabs kapitalstruktur. Modigliani and Miller [1963] siger, at selskabets forventede afkast vil være en lineært voksende funktion af selskabets gældsniveau, som medfører, at det procentvise afkast vil stige i takt med, at gældsniveauet øges, hvormed egenkapitalindsuddet tilsvarende er lavere. Den øgede gearing hos porteføljeselskabet vil dog også øge selskabet konkursrisiko og omkostningerne, der er forbundet dermed. Selvom det højere gældsniveau øger selskabernes risiko for konkurs, påpeger Jensen [1989] dog, at kapitalfondsejede selskaber sjældent ender i konkurs, grundet kapitalfondens mulighed for tilførsel af kapital til selskabet om nødvendigt.

Teorien om, at selskabet ikke skal være 100 procent gældsfinansieret på trods af den stigende værdi som følge af højere gældsfinansiering, bakkes op af Berens and Cuny [1995], der argumenterer for, at selskaber med vækst i indtjeningen ikke behøver at have *debt-in-place* for at undgå selskabsbeskatning, og derfor ikke behøver at være 100 procent gældsfinansieret for at opnå fuldt skatteskjold.

Det er derfor vigtigt at finde den optimale fordeling mellem gæld og egenkapital. Trade-off-teorien, introduceret i forbindelse med DeAngelo and Masulis [1980], som udspringer fra Modigliani and Miller [1963] påpeger, at kapitalfonde som udgangspunkt oftest vælger at gældsfinansiere porteføljeselskaberne, da det er en billigere finansieringsform. Dog kun til det punkt, hvor det bliver opvejet af den øgede konkursrisiko som følge af den øgede gearing. Denne sammenhæng ses af figur 3.2, som viser, at det optimale punkt findes der, hvor den marginale omkostning, som opstår ved øget konkursrisiko, er lig den marginale fordel ved at have mere gæld. Grafen for V_L angiver selskabets værdi ved gæld- og egenkapitalfinansiering. På den måde har kapitalfondene mulighed for at skabe værdi for porteføljeselskabet ved at finde det punkt, hvor porteføljeselskabets værdi maksimeres, hvis porteføljeselskabet ikke lå på

det optimale punkt i forvejen.

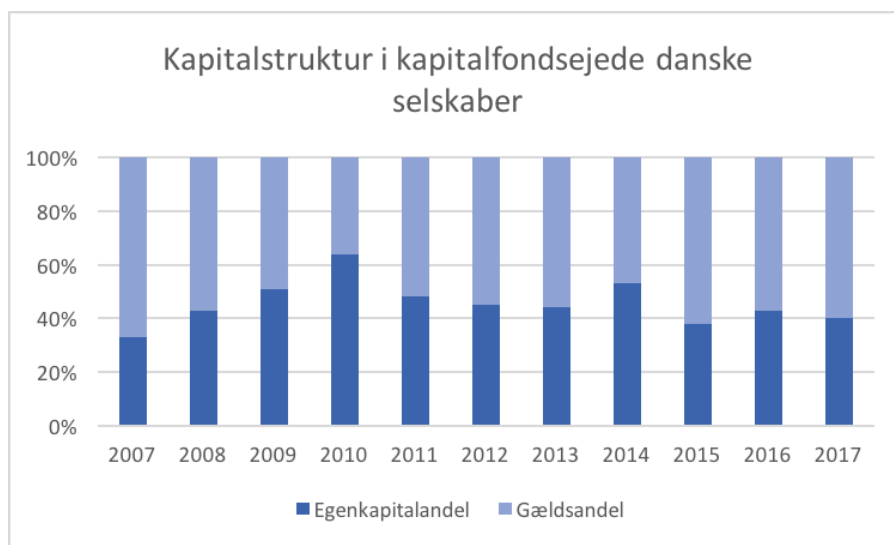


Figur 3.2: Optimal kapitalstruktur (egen tilskrivning)

Ifølge trade-off-teorien bør de selskaber, som har sikre aktiver og et stabilt cashflow derfor have et højt gældsniveau, og de virksomheder, som er uprofitable og med risikofyldte aktiver, bør have et lavt gældsniveau [Brealey et al., 2017]. Ross [1977] medargumenterer for, at gæld kan signalere høj kvalitet af et givet selskab og derfor er at foretrække fremfor egenkapital, hvorimod Myers [1977] argumenterede for, at egenkapitalfinansiering er at foretrække fremfor gældsfinansiering. Myers revurderer dog sin teori i 1984, hvor Myers and Majluf [1984] bakker op om, at gode virksomheder skal foretrække gældsfinansiering, da egenkapitalfinansiering er et dårligt signal. Da de porteføljeselskaber som opkøbes af kapitalfonde oftest er modne og har et stabilt cashflow, understøtter de netop det høje gældsniveau, som i praksis observeres blandt kapitalfondsejede selskaber [Spliid, 2014].

En forudsætning for at porteføljeselskaberne skal optage en høj gæld er, at det er muligt for kapitalfonden at låne kapital i en pengeinstitution. Kapitalstrukturen vil derfor alt andet lige påvirkes af den generelle økonomi og bankernes villighed til at låne [DVCA, 2019]. På figur 3.3 ses kapitalstrukturen i kapitalfondsejede selskaber på opkøbstidspunktet, som viser, hvordan egenkapital og gæld fordeler sig over tid [DVCA, 2019].

Det ses tydeligt, at op til finanskrisens begyndelse var kapitalstrukturen i danske porteføljeselskaber i opkøbsåret præget af høj gæld, hvor den gennemsnitlige egenkapital lå på omkring 38 procent, hvorimod den gennemsnitlige gæld lå på omkring 62 procent. Efter 2008 og frem til 2010 steg kapitalandelen, hvilket tydeligt indikerer bankernes tilbageholdenhed med udlån i perioden under finanskrisen. I 2010 topper kapitalandelen med en gennemsnitlig værdi på 64 procent, som er ufordelagtigt for kapitalfondene, da egenkapitalen som sagt er en dyrere finansieringsform end gæld. Dette forårsager også generelt en lavere aktivitet på det danske kapitalfondsmarked under finanskrisen, som illustreres senere i kapitel 4, der omhandler markedet. Efter 2010 og frem til 2017 er niveauet for gælden generelt stigende med et rimelig stabilt niveau mellem 52-62 procent, hvilket er en høj gældsfinansiering sammenlignet med



Figur 3.3: Kapitalstruktur i kapitalfondsejede danske selskaber (egen tilskrivning)

kapitalandelen. I 2014 skete der dog et spring i gældsandelen, som lå under egenkapitalandelen. En mulig årsag til dette kunne være frasalget af TDC, som var ejet af fem kapitalfonde, hvor egenkapitalen formentlig er skudt i vejret lige op til frasalg, således at de kunne opnå højest mulig profit ved exit. Helt generelt viser illustrationen, at teorien om høj gældsfinansiering hænger godt sammen med den kapitalstruktur, som observeres i praksis, hvor gældsandelen siden finanskrisen, udover i 2014, har ligget over egenkapitalandelen trods det faktum, at kapitalfonden oftest skyder en stor sum egenkapital i virksomheden ved opkøb.

Hvis det lykkes kapitalfonde at skabe det optimale gældsniveau for porteføljeselskaber, har de således mulighed for at øge selskabets værdi som følge, af at gæld er en billigere finansieringsform end egenkapital og samtidig giver skattefradrag på renteomkostninger. Samlet set vil det medføre, at porteføljeselskabet opnår en billigere finansiering. Derudover vil de begrænsede frie pengestrømme medføre, at det kun er de mest profitable investeringer, som bliver gennemført, hvormed afkastet af den investerede kapital øges. Tilsammen vil det højere afkast og de lavere finansieringsomkostninger øge selskabets værdi.

3.3 Operationelle forbedringer

Når kapitalfonde ønsker at øge værdien af et porteføljeselskab via operationelle forbedringer, indeholder det den operationelle effektivisering samt de strategiske tiltag. Disse tiltag diskuteres i de følgende to afsnit.

3.3.1 Operational effektivisering

Ved værdiskabelse gennem operationel effektivisering for et porteføljeselskab, forstås et øget fokus på en bedre styring af arbejdskapital og udnyttelse af aktiver, samt omsætningsvækst og omkostningsreduktioner. Forskellige konkrete tiltag som en kapitalfond kan foretage for at opnå en værdiforøgelse gennem operationel effektivisering, kan være nedskæringen i frynsegoder, som omtalt tidligere, outsourcing, strategisk sourcing, medarbejderreduktioner, bedre indkøbspolitik, bedre varelagerstyring, bedre finansiel kontrol samt produktionsoptimeringer eksempelvis gennem bedre kontrol over debitorer og forkortelse af kredittider [Butler, 2001; Muscarella and Vetsuypens, 1990; Smith, 1990].

3.3.2 Strategiske tiltag

For at opnå det høje afkast på en investering som en kapitalfond ønsker, foretages også en række strategiske ændringer i porteføljeselskabet, hvor de oftest segmenterer sig efter investeringsstadiet, størrelse og industrifokus [Anslinger and Copeland, 1996]. Ved at kapitalfonde fokuserer på enkelte strategiske elementer, har de bedre muligheder for at opnå industrispecifik viden og dermed anskaffe den bedst egnede ledelse, for derigennem at kunne opnå det ønskede afkast på deres investering. De strategiske tiltag bliver udarbejdet og fastlagt inden opkøbet af porteføljeselskabet.

Inden processen med de strategiske tiltag vil kapitalfonden reevaluerer og om nødvendigt restrukturerer selskabets markedsfokus, distributionskanaler og produktportefølje [Muscarella and Vetsuypens, 1990]. Hvis det vurderes som nødvendigt, vil det oftest medføre reduktioner i porteføljeselskabets uprofitable aktiviteter samt ineffektive datterselskaber. Når kapitalfonde foretager strategiske tiltag i et porteføljeselskab med henblik på at skabe værdi, kan det være med fokus på at optimere selskabets eksisterende forretningsområde, via reduktion af kompleksiteten i selskabets struktur og optimering af forretningsprocesserne. Hyppige tiltag i denne proces er outsourcing, intern rekruttering og frasalg af divisioner eller funktioner [Phan and Hill, 1995]. Her ligges fokus altså på kerneforretningen.

Ved implementeringen af de strategiske tiltag kan der ligeledes være fokus på vækst af selskabet, igennem opkøb fremfor optimering af selskabets eksisterende forretningsområde. Disse tiltag har ofte til formål at få porteføljeselskabet over i den næste fase af dets livscyklus, som eksempelvis kan være overgangen fra national til international, nye produktlanceringer, udvidelse til nye markeder eller lignende, afhængig af det enkelte selskab. Et porteføljeselskab, hvor denne form for strategisk tiltag kan være optimalt, vil oftest befinde sig i en fragmenteret industri, hvor der netop er et behov for konsolidering [Butler, 2001]. Det kan forekomme, at en kapitalfond opkøber to selskaber og derefter fusionerer selskaberne, eller at opkøbet foregår over en længere periode. Dette kan være med til at skabe en reduceret konkurrence for porteføljeselskabet, som kan skabe øget værdi, via marginforbedringer. Derudover kan andre værdiskabende faktorer indenfor denne strategi være muligheden for synergieffekter, evnen til at skabe operationel forbedring gennem skalafordele samt omsætningsvæksten, som kan forekomme fra de nye markeder og produkter.

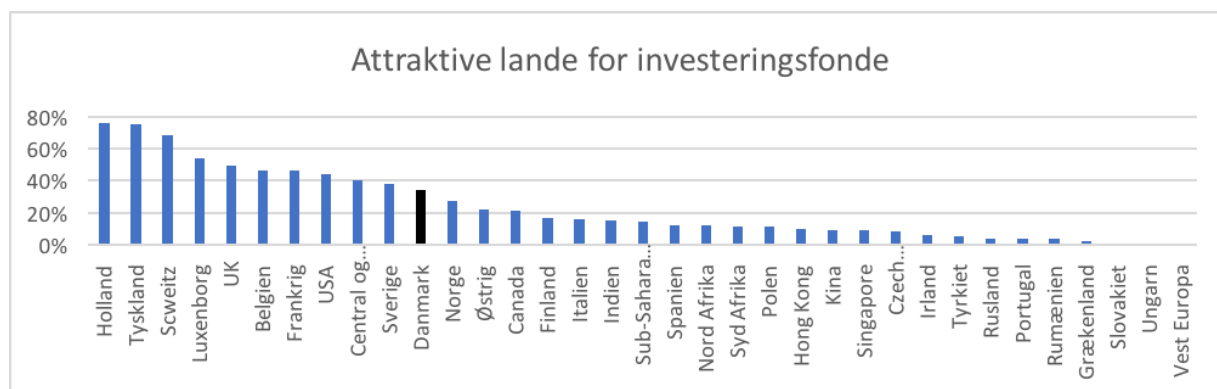
En samlet konklusion på de forskellige værdiskabende faktorer, som kapitalfondene bruger til at skabe merværdi i deres porteføljeselskaber, kan sammenfattes til en række karakteristika. For det første ligger kapitalfondene et stort fokus på stabile cashflows, således at det muliggør gældsfinansiering til en lavere rente, ved brug af rentefradragsretten. Derudover ønsker de en stabil og erfaren ledelse i porteføljeselskaberne, som ligeledes giver tillid til kreditorerne, og som muliggør en strategisk udvikling af selskabet, eksempelvis gennem branchekonsolidering samt en optimering af driften, som eksempelvis ved en reduktion af arbejdskapitalen og øget udgiftskontrol. Fondene foretager også frasalg af aktiviteter udenfor kerneforretningen eller fokusområdet samt indgår i aktivt ejerskab med selskabets ledelse og foretager udskiftning af ledelsens medlemmer om nødvendigt. Under hele ejerskabsperioden forelægges derfor klare målsætninger med fokus på en generering af afkast, hvor der også benyttes forskellige incitamentskontrakter eller medejerskab af ledelsen.

I benchmarkanalysen for danske kapitalfonde vil vi netop undersøge deres evne til at skabe merværdi i deres porteføljeselskaber og derigennem se, hvor dygtige de forskellige fonde er til at udnytte de værdiskabende faktorer bedst muligt.

Kapitel 4

Markedet for kapitalfonde

Som tidligere nævnt blev de første kapitalfonde etableret tilbage i slutningen af 1970'erne, med et større gennembrud på det danske marked i årene efter 1990 [Spliid, 2007]. I dag suger de danske selskaber investeringer til sig fra både danske og internationale kapitalfonde, grundet kombinationen af den økonomiske vækst og de historisk lave renter [Finans, 2016]. Kapitalfondene spiller således en større og større rolle i det danske erhvervsliv samtidig med, at markedet for kapitalfondshandler formentlig også fortsætter i de kommende år, da den underliggende vækst i økonomien ser ud til at fastholdes [DVCA, 2019]. Dette understøttes ligeledes af PWC [2018], som har offentliggjort følgende diagram, der viser, at Danmark på trods af landets størrelse ligger forholdsvis højt på listen over de lande, der bliver mest attraktive for kapitalfondsinvesteringer over en periode på de næste fem år:



Figur 4.1: Attraktive lande for investeringsfonde (egen tilskrivning)

Figur 4.1 indikerer ligeledes, at vi arbejder med en meget aktuel branche, som er i stigende udvikling. Baseret på figur 4.2 ses også, at kapitalfondenes aktivitetsniveau var stigende siden starten af 00'erne og frem til 2008 hvor finanskrisen for alvor slog igennem. Denne udvikling skyldes hovedsageligt, at økonomien befandt sig i en højkonjunktur, hvor renterne var meget lave, hvilket gav kapitalfondene mulighed for at rejse risikovillig kapital til nye aktiviteter, indtil krisen ramte i 2008 [DVCA, 2019]. Generelt er opkøbsaktiviteten for kapitalfonde meget afhængig af de økonomiske konjunkturer [Spliid, 2014], som blandt andet renteniveauet, der også afspejles i figur 4.2. Dette blev også gennemgået i afsnit 3.2 om kapitalstrukturen, hvor der kunne ses en tydelig sammenhæng mellem gældsandelen over

tid og markedets økonomiske situation.



Figur 4.2: Aktivitetsniveau på det danske marked (egen tilskrivning baseret på buyoutlisten)

Som det ligeledes ses af figur 4.2 faldt aktiviteten drastisk i 2009-2010, som også hænger sammen med, at antallet af kapitalfonde faldt, som følge af finanskrisen. I resten af rapporten har vi dog ikke fokus på finanskrisen og dens indflydelse på kapitalfondene og markedet, hvorfor vores analyse ligeledes kun arbejder med data fra 2012 og frem til i dag. Dette skyldes, at årene under finanskrisen har nogle ekstreme afvigelser i data sammenlignet med de seneste år, hvilket vil give nogle misvisende resultater i vores benchmarkanalyse. Fra 2012 og frem til i dag har aktiviteten overordnet set været stigende, med en nogenlunde stabil aktivitet de seneste tre år.

Præstationen i de kapitalfondsejede selskaber i Danmark viser tilmed også stigende og meget stabile resultater. Omsætningen i de kapitalfondsejede selskaber i 2017 lå på DKK 74 milliarder som følge af en organisk vækst, som er en vækst i omsætningen der er korrigeret for tilkøb og frasalg, på 6 procent, hvilket er en stigning i omsætningen fra 2013 på DKK 14 milliarder [DVCA, 2019].

Derudover ses en stigende tendens i beskæftigelsen i kapitalfondsejede selskaber de sidste år. Fra 2013 og frem til 2017 er de gennemsnitlige antal ansatte i Danmark indenfor kapitalfondsbranchen steget fra 17.000 til 22.000, som dermed udgør en stigning på 5.000 ansatte i løbet af fire år. Af følgende tabel ses beskæftigelsesvæksten fra 2013 og frem til 2017:

2013	2014	2015	2016	2017
0%	0.9%	1.0%	1.5%	1.6%

Tabel 4.1: Beskæftigelsesvækst i Danmark [DVCA, 2019]

Heraf ses det, at det således ikke kun er aktiviteten i antallet af opkøb, frasalg og omsætningen i porteføljeselskaberne, der har været stigende de seneste år, men ligeledes beskæftigelsen indenfor branchen [DVCA, 2019].

Kombinationen af de lave renter, stigende aktiekurser og de stærke relative og absolutte afkast har altså medført betydelige kapitalindstrømninger til kapitalfonde i Danmark. I 2017 blev der rejst DKK 8,5 milliarder, som er historisk højt og understreger, at kapitalfonde spiller en afgørende rolle med hensyn til formidling af egenkapital i Danmark [DVCA, 2019].

De danske kapitalfonde der foretager buyoutinvesteringer har mere end DKK 39 milliarder under forvaltning og omfatter mere end 192 porteføljeselskaber [DVCA, 2019].

Nogle af de mest kendte og omtalte opkøb af kapitalfonde gennem tiden har blandt andet været TDC, som blev opkøbt af fem kapitalfonde, hvor strategien blev ændret fra diversifikation til opkøb i kerneforretningen, og hvor gearingen blev øget markant [Berlingske, 2013, 2012]. Efter det endelige frasalg i 2015 har TDC efterfølgende i 2017 videresolgt datterselskabet TDC Hosting til Maj Invest, hvor strategien fortsat er at fokusere på kerneforretningen [Finans, 2017].

Derudover kan der nævnes ISS, som ligeledes oplevede en øget gearing efter opkøb, og modsat tilfældet med TDC blev strategien her accelereret fremfor omgjort, samtidig med en udskiftet bestyrelse og med en ledelse, som selv køber aktier i selskabet og på den måde modtager bonus [Berlingske, 2014; Politikken, 2014]. Opkøbet af Falck i 2018 fulgte også med en høj gearing og modsat ISS med en organisk vækst [Børsen, 2018].

Derudover har kapitalfondene bag Fætter BR og Tiger også skabt stor debat i øjeblikket. Detailekspert Bruno Christensen udtaler i en artikel i Bornholms Tidende at:

"Der er kun butikkerne til at forrente den gæld, som er oparbejdet. Hvis man ikke samtidig øger indtjeningen i butikkerne, vil selskabet ikke være i stand til at betale renterne på den voksende gæld"

[Tidende, 2019]. Således går kritikken på deres meget aggressive finansieringsmodel og den tårnhøje gæld, de har sat virksomhederne i.

Kapitalfondene, og andre kapitalfonde i forbindelse med sådan kritik, udtaler dog, at det ikke er gælden i selskaberne som er problemet, men derimod hvis selskaberne ikke er rentable [Tidende, 2019]. Information [2019] oplyser i en nyere artikel, at kritikken af kapitalfonde ofte går på forkert data eller utilstrækkelig viden. De påpeger, at kapitalfondene ikke er ude på at sende regningen videre til andre, men arbejder på det lange løb med aktivt ejerskab og medincitament fra ledelsen. De påpeger, at kapitalfondene består af mennesker med en oprigtig passion for udvikling af selskaberne, og at det ligeledes er en ulykke for dem, hvis en investering mislykkedes. Ifølge Invest Europe har fondene generelt en positiv indvirkning på virksomheders overlevelse sammenlignet med lignende virksomheder, der ikke er kapitalfondsejede [Information, 2019]. Det er netop dette element vi ønsker at undersøge i den senere analyse, med udgangspunkt i de aktive danske kapitalfonde. I tabel 4.2 ses en oversigt over de danske

kapitalfonde, der har været aktive mindst én gang siden 2012, samt antallet af opkøb de har foretaget i perioden fra 2012 til og med det første halvår af 2017, antallet af exits eller konkurser, og antallet af stadig aktive fondsejede porteføljeselskaber i 2017.

Kapitalfond	Antal opkøb	Antal exits/konkurs	Aktive porteføljeselskaber
Industriudvikling	25	3	22
Maj Invest	13	0	13
SE Blue Equity	12	2	10
Erhvervsinvest	10	0	10
Vækst Invest Nordjylland	10	0	10
Axcel	8	3	5
Capidea	8	0	8
CataCap	8	0	8
Polaris	8	2	6
BwB Partners	7	0	7
Executive Capital	7	2	5
Nordic Capital	6	0	6
Dansk Generationsskifte	5	2	3
Via Equity	5	1	4
FSN Capital	4	0	4
Gro Capital	4	0	4
Solix Group	4	0	4
IK Invest Partners	3	0	3
VækstPartner Kapital	3	0	3
Bjert Invest	2	1	1
SMV Capital	2	0	2
Verdane Capital Partners	2	0	2
Solstra Capital Partners	1	0	1
Triton	1	0	1

Tabel 4.2: Danske kapitalfondes aktivitet på det danske marked mellem 2012 og 2017
(egen tilskrivning baseret på buyoutlisten)

Som det ses heraf, er der stor variation i antallet af opkøb de seneste år. Alle kapitalfondene indgår i benchmarkanalysen uafhængigt af antallet af opkøb, da alle fondene har minimum én eller flere

aktive fonde og dermed porteføljeselskaber, per 2017. Det er imidlertid også vigtigt at huske på, at buyoutlisten kun offentliggør opkøbet af danske selskaber, hvormed nogle af de fonde, som ligeledes opkøber udenlandske selskaber samlet set har en større aktivitet end det fremgår af tabel 4.2. Dette er dog ikke fokus i denne opgave, da vi ønsker at undersøge tendenserne på det danske marked.

Kapitel 5

Data

Grundet den stigende interesse i kapitalfonde har vi valgt at arbejde med dette emne trods en meget begrænset adgang til data. I processen med dataindsamling har vi forsøgt flere databaser, såsom Bloomberg, Preqin, Finansministeriets database og Thomas Reuters, men uden held med at finde et brugbart datasæt. Derudover har vi kontaktet DVCA, EVCA og flere forskere, hvor vi har fået et konsekvent svar om, at data indenfor denne branche er fortroligt, således at de ikke har mulighed for at videregive det til brug i dette projekt.

Vi har derfor valgt at foretage vores analyse på porteføljeniveau, hvor vi ønsker at undersøge, om de kapitalfondsejede selskaber har bedre udviklingsmuligheder, grundet kapitalfondenes implementering af de værdiskabende faktorer og samtidig, om de er bedre til at udnytte deres muligheder i den daglige drift sammenlignet med de ikke-kapitalfondsejede selskaber

5.1 Buyoutliste

For at foretage benchmarkanalysen på porteføljeniveau har vi indsamlet data på de selskaber, som er ejet af danske kapitalfonde, ved at udtrække buyoutlisten [Elektronisk bilag 1: buyoutliste], som er udgivet af brancheorganisationen for venture- og kapitalfonde samt business angels, DVCA. På buyoutlisten fremgår alle de opkøb og frasalg, der er foretaget af kapitalfonde på danske selskaber siden 1986, indeholdende informationer om de opkøbte selskabers branche samt den opkøbende kapitalfond. Listen består af 754 selskaber og er sidst opdateret d. 25. marts 2019.

Ud fra buyoutlisten har vi sorteret alle kapitalfondene efter land og derefter frasorteret alle de kapitalfonde, som ikke er danske. Derudover har vi, som tidligere nævnt, valgt kun at kigge på de opkøb, som er foretaget efter 2012 og frem til 2017. På den måde undgår vi chancen for at selskabsdata under finanskrisen giver misvisende resultater, når vi forsøger at analysere markedet i dag. Derudover vurderer vi, at kapitalfondenes fuldgældige indflydelse på værdiskabelsen først gælder fra regnskabsperioden det efterfølgende år efter opkøbet, hvorfor vi har valgt ikke at inkludere de selskaber, som er blevet opkøbt i det sidste halvår af 2017 samt hele 2018 og 2019. Dette skyldes, at de nyeste data vi har på alle selskaberne er halvårslige og helårslige opgørelser fra 2017. Efter denne selektering af data fra buyoutlisten, står vi tilbage med en liste på 158 porteføljeselskaber, som vi ønsker at indsamle data på. Data for porteføljeselskaberne er indsamlet fra selskabsdatabasen Navne og Numre Erhverv, som

indeholder data om alle danske momsregistrerede selskaber, filialer og offentlige institutioner.

5.2 Navne og Numre Erhverv

Databasen indeholder en lang række informationer, herunder nøgletal og komplette årsregnskaber samt ejerforhold, finansstruktur, datterselskabsinformation, kreditvurderinger og brancheinformation.

Vi har valgt at benytte koncernregnskaberne for at undgå, at en stor del af driften foregår i tilknyttede eller associerede selskaber. Vi har indsamlet årsrapporterne for de 158 porteføljeselskaber fra år 2012 og frem til 2017, hvilket giver 948 årsrapporter, hvorfra vi kan beregne de ønskede nøgletal.

Listen af porteføljeselskaber indeholder en række selskaber, som enten er afsluttet af den opkøbende kapitalfond og dermed ikke længere er kapitalfondsejet, eller som er gået konkurs før 2017. Disse selskaber fjernes naturligvis fra buyoutlisten, hvorefter vi står tilbage med 143 selskaber. Det er de udregnede nøgletal fra disse selskaber, vi inddrager i datasættet og dermed i benchmarkanalysen.

I datasættet af porteføljeselskaber vil der være nogle selskaber, som grundet deres størrelse vil være outliers i forhold til de andre selskaber. Ifølge Vinten [2008] skal man inddrage disse outliers, da han mener, at disse porteføljeselskaber kan være mål for en ekspansion eller indskrænkning efter opkøb. Dette er i overensstemmelse med teori og litteratur indenfor området, men da vores analyse går ud på at sammenligne kapitalfondsejede og ikke-kapitalfondsejede selskabers performance, og altså ikke at sammenligne de kapitalfondsejede selskabers performance før og efter opkøb, ønsker vi ikke at undersøge denne effekt. Hvis vi udelod disse ekstreme outliers fra datasættet, ville det dog resultere i bias, når analysen laves, og vi har derfor valgt i stedet at inddrage variable som er skalauafhængige.

De variable, som vi ideelt set ville medtage i datasættet til brug i analysen er afkastningsgraden, likviditetsgraden, vækstraten og soliditetsgraden hos porteføljeselskaberne. Grundet kvaliteten af data kan vi ikke inkludere vækstraten, som angiver den årlige procentvise stigning i den samlede produktion og indkomst [Keiding, 2019], da vi hermed ville få nogle forvrængede resultater i analysen.

Afkastningsgraden måler, hvorvidt selskaberne er i stand til at genere overskud ud fra den indskudte kapital og indikerer således, hvor god virksomheden er til at få et afkast ud fra de foretagne investeringer. Afkastningsgraden bruges, blandt andre nøgletal, til at beregne rentabiliteten, som siger noget om selskabets økonomiske effektivitet, og kan derfor bruges som et mål for selskabernes performance, uden at virksomhedens størrelse har indflydelse [E-conomic, 2019c,e].

Likviditetsgraden er et udtryk for selskabets økonomiske tilstand. Det angiver selskabernes likvider efter deres økonomiske forpligtelser er modregnet og bruges derfor, som et mål for om der er omsættelig værdi i virksomheden [E-conomic, 2019b,d].

Soliditetsgraden beskriver, hvor stor en andel af selskabernes aktiver, der er finansieret af egenkapitalen og viser dermed selskabernes evne til at modstå tab. Det er således et risikonøgletal, som bruges til at vurdere selskabernes evne til at betale på lang sigt, hvormed en høj soliditet indebærer en lav

økonomisk risiko [E-conomic, 2019c,f]. Som tidligere beskrevet har kapitalfondsejede selskaber en høj gældsfinansiering og dermed en højere risiko end ikke-kapitalfondsejede selskaber, hvilket vil komme til udtryk i soliditetsgraden for de to grupper. Det er derfor nødvendigt at undersøge soliditetsgraden nærmere inden dette nøgletal inddrages i datasættet. Ved at foretage en uparret t-test vurderes det, om middelværdierne i soliditetsgraden for henholdsvis gruppen af kapitalfondsejede selskaber og ikke-kapitalfondsejede selskaber, referencegruppen, kan accepteres som værende ens. Hvis middelværdierne for de to grupper viser sig at være signifikant forskellige vurderes det, at nøgletallet formentlig på forhånd vil forme udfaldet af undersøgelsen, hvormed soliditetsgraden ikke bliver inddraget i analysen. T-testen foretages efter dannelsen af referencegruppen.

5.3 Dannelse af referencegruppe

Til konstruktion af referencegruppen benytter vi matching, som er præsenteret i relation til DEA-benchmarking i en artikel af Peter Bogetoft og Lene Kromann. Afsnittet tager derfor afsæt i [Bogetoft and Kromann, 2018], medmindre andet er oplyst.

Da vi i analysen ønsker at undersøge den indvirkning kapitalfondsejerskab har på selskabers performance, vil vi sammenligne RAM-baserede performances på henholdsvis kapitalfondsejede selskaber og ikke-kapitalfondsejede selskaber. Hvis der viser sig en forskel i gruppernes gennemsnitlige performances, performanceafvigelser og performance-efficienser, så kan dette netop kobles op på effekten af at være kapitalfondsejede.

Fordelene ved at benytte matching er dokumenteret ved en simuleringsundersøgelse og et empirisk studie. Undersøgelserne viser, at uden brug af matching forekommer der en betydelig forskel i behandlingsgruppens og referencegruppens performance, men efter benyttelse af matching analysen konkluderes det, at omtrent 50 procent af forskellen skyldes selektionsbias. Ved at introducere matching til konstruktion af referencegruppen i vores benchmarkanalyse har vi således mulighed for at reducere selektionsbias og sample-size bias.

Flere studier viser en forskel i kontrolgruppestørrelser. Cressy et al. [2017] medtager en referencegruppe i størrelsesforholdet 1:1 med behandlingsgruppen, hvor Vinten [2008] medtager en referencegruppe i størrelsesforholdet 7:1. Referencegruppens størrelse skal vælges således, at den bliver mest sammenlignelig med behandlingsgruppen. Størrelsen på vores referencegruppe er således valgt til at være 1:1, da vi mener, at dette giver det bedste sammenligningsgrundlag samtidig med, at det giver muligheden for helt at fjerne sample-size bias. Det betyder, at hvert selskab i referencegruppen bliver matchet op mod hvert enkelt kapitalfondsejede selskab ud fra nogle valgte matching-variable.

Matching-analysen skaber et *quasi-randomiseret* eksperiment ved at matche de to grupper, baseret på observerbare oplysninger, og har allerede været udførlig brugt indenfor for eksempelvis regnskabs-, finans- og markedsundersøgelser for at sammenligne variable af interesse over to grupper. Udførelsen

af den matchede referencegruppe tjener som et benchmark og hjælper derved med at fjerne de forstyrrende virkninger af fremmede variable og markeds kræfter, som kan påvirke selskabernes performance. For eksempel brugte Bharadwaj [2000] matching i hans analyse om informationsteknologi og selskabsperformance. Bogetoft and Kromann [2018] er dog de første til at kombinere matching med DEA, hvor de undersøger om elektronisk informationsdeling med forretningspartnere har indflydelse på danske fremstillingsvirksomheders performance.

Rubin and Thomas [1996] og Brookhart et al. [2006] demonstrerede henholdsvis teoretisk og gennem et Monte Carlo studie, at alle de variable, der menes at være relateret til outputs, skal indgå i matching-analysen, da det reducerer bias og varians som følge af, at analysen ikke er tilfældig. Derudover har Brookhart et al. [2006] ligeledes vist, at inddragelsen af variable som ikke korrelerer med output reducerer præcisionen af analysen.

Vi har valgt at benytte to variable samt et kriterie i vores matching-analyse, som alle menes at være korreleret med output, som er givet ved afkastningsgraden og likviditetsgraden. Kriteriet lyder på, at alle de selskaber som indgår i vores referencegruppe skal være ikke-kapitalfondsejede, da formålet med at analysere effekten af at være kapitalfondsejet ellers ikke vil være mulig. Den første variabel som inddrages i matching-analysen er branche, således at det matchede referenceselskab skal befinde sig indenfor samme branche som det respektive kapitalfondsejede selskab. Dette sikres ved at benytte branchekoder i Navne og Numre Erhverv til at finde referenceselskabet ud fra den branche, som er oplyst for det kapitalfondsejede selskab på buyoutlisten. Den anden variabel, som vi benytter i matching-analysen er størrelsen. Vi har valgt at benytte størrelsen trods det faktum, at vi arbejder med skalauafhængige variable, da vi vurderer, at størrelsen vil give det bedste sammenligningsgrundlag mellem et porteføljeselskab og det dertil matchede referenceselskab. På den måde danner vi to grupper, som ligner hinanden bedst muligt.

Tidligere studier indenfor området arbejder med forskellige tilgange til at matche selskaber efter størrelse. Cressy et al. [2017] benytter omsætningen som et mål for størrelse, hvor Vinten [2008] benytter det totale antal aktiver som et mål for størrelse. Da der ikke har været oplyst en omsætning for alle porteføljeselskaberne, ville tilgangen med omsætning tvinge os til at frasortere en lang række selskaber, hvilket ville skabe bias. Vi har derfor valgt at benytte det totale antal aktiver som målet for størrelsen, som kan siges at være et objektive kriterie, da de totale antal aktiver ikke nødvendigvis indikerer noget om værdiskabelsen i selskaberne eller om den driftsmæssige performance. Vi har benyttet værdien for balancen i 2017 for porteføljeselskaber, og derudfra konstrueret et interval således:

$$(1 - 0,1) * Balance < Balance < (1 + 0,1) * Balance$$

som dermed indeholder værdier som ligger 10 procent under og 10 procent over balancen for porteføljeselskabet.

De to variable, som inkluderes i matching analysen, er kendt for kapitalfondene inden der tages en beslutning om et eventuelt opkøb. De er afgørende, når der besluttet om opkøbet skal foretages, og de

har tilmed også med stor sandsynlighed indflydelse på resultatet af analysen, som vurderes igennem output. Derfor anses de som værende relevante til konstruktionen af referencegruppen, med mindst mulig bias.

Vinten [2008] viser dog også i hans analyse, at der opstår bias i hans selektion af referenceselskaber, som er koblet op på ejerskab. Vi har i vores opgave sat et kriterie om, at referenceselskaberne ikke må være kapitalfondsejede, men hvordan den underliggende ejerstruktur derudover ser ud, har vi ikke taget højde for. Der kan dermed opstå bias i vores analyse på baggrund af dette, men da det ifølge Vinten [2008] er svært at måle på, accepterer vi denne chance for bias. Alle selskaberne i vores referencegruppe er ligeledes privatejede selskaber, og således er ingen af dem børsnoterede.

I sidste ende giver dette os en referencegruppe, som består af 143 selskaber, hvor data er indsamlet via Navne og Numre Erhverv, præcis ligesom for de kapitalfondsejede selskaber. Dog har vi kun medtaget data fra 2017 i referencegruppen, da tidligere data ikke er relevant til den del af benchmark analysen, hvor referencegruppen inddrages.

5.4 Parametertest

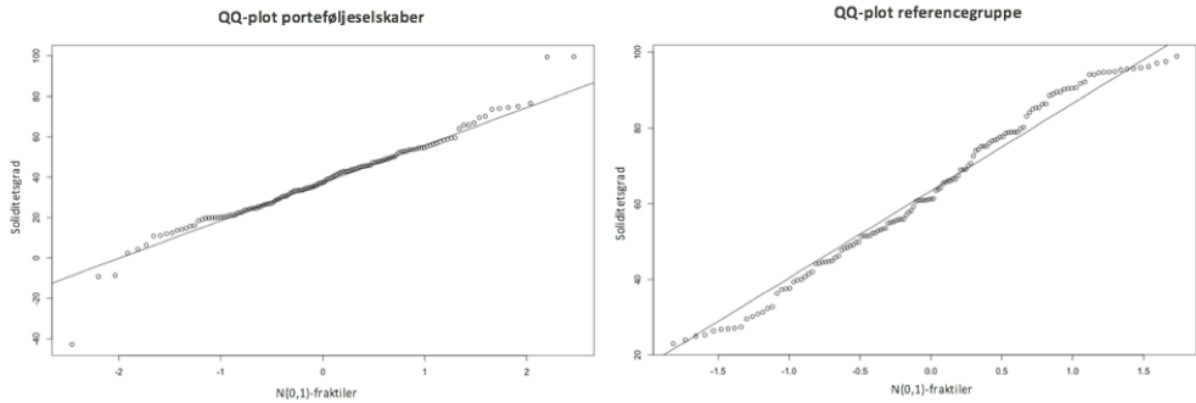
Efter konstruktionen af referencegruppen har vi nu mulighed for at foretage en t-test til at vurdere, om soliditetsgraden skal inkluderes i analysen. Afsnittet tager udgangspunkt i [STHDA, 2019c], [Statnoter, 2019b] og [Statnoter, 2019d]. De to brugte datasæt er udtrukket af det samlede datasæt, som kan ses i elektronisk bilag 2: Samlet datasæt.

For at kunne foretage en uparret t-test antages det, at de to datasæt er normalfordelte. Generelt siges det, at jo flere observationer man har til testen, desto mindre vigtig er forudsætningen om normalfordelte data, grundet den centrale grænseværdisætning.

For at vurdere om data i de to grupper er normalfordelte laves et *quantile-quantile plot*, også kaldet et QQ-plot, hvor fraktilerne afbildedes overfor hinanden. QQ-plottet er baseret på, at hvis man trækker en tilfældig værdi for soliditetsgraden fra en normalfordeling, så vil det laveste tal i middel forventes at være lig med 0,1-fraktilen, det næstlaveste tal vil i middel være lig med 0,2-fraktilen, hvilket fortsættes med samme princip indtil vi når 0,143-fraktilen. Disse fraktiler beregnes med udgangspunkt i den teoretiske normalfordeling, hvorefter de sammenlignes med de observerede soliditetsgrader, for hver af de to grupper. Der anvendes følgende sammenhæng mellem rang, r , og sandsynlighed, p :

$$r = p * (n + 1) \Leftrightarrow p = \frac{r}{n + 1} \quad (5.1)$$

hvor n er antallet af selskaber. Denne sammenhæng er ikke matematisk entydig og kan således variere i forskellige bøger og statistikprogrammer. I R anvendes sammenhængen $p = \frac{2r-1}{2n}$, og vi har derfor selv konstrueret et nyt datasæt, som efterfølgende er plottet i R, for at kunne benytte den ønskede sammenhæng i ligning (5.1). Konstruktionen af plottet med soliditetsgraden på anden akse og de tilsvarende teoretiske fraktiler fra $N(0,1)$ -fordelingen på første akse kan se på figur 5.1.



Figur 5.1: QQ-plots for porteføljeselskaberne og referencegruppen

Da sammenhængen mellem fordelingen af soliditetsgraden og fordelingen af en stikprøve med samme størrelse fra den normerede normalfordeling i de to grupper er lineær, uden systematiske afvigelser fra en ret linje, tyder det på, at målingerne stammer fra en normalfordeling. Vi foretager nu en Shapiro-Wilk-test for at støtte op om denne formodning.

I denne test tages der udgangspunkt i følgende nulhypotese, som dækker over soliditetsgraderne i de to grupper:

$$H_0 : \text{data er normalfordelt} \quad \wedge \quad H_1 : \text{data er ikke normalfordelt}$$

For at teste om nulhypotesen accepteres eller forkastes beregnes teststørrelsen og derigennem p -værdien. Teststørrelsen afhænger af hver gruppes observationer, $(x_1, \dots, x_n)$, som sorteres i stigende rækkefølge $(x_{(1)}, \dots, x_{(n)})$, hvor $x_{(1)} < x_{(2)} < \dots < x_{(n)}$ og den gennemsnitlige værdi, $\bar{x}$:

$$W = \frac{(\sum_{i=1}^n a_i x_{(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Værdien a_i er konstanter genereret ud fra $(a_1, \dots, a_n) = \frac{m^T V^{-1}}{C}$, hvor $C = (m^T V^{-1} V^{-1} m)^{\frac{1}{2}}$ og $m = (m_1, \dots, m_n)^T$ som er genereret af de forventede værdier fra et sorteret sæt af uafhængige og identisk fordelte tilfældige værdier udtaget fra standard normalfordelingen. Herfra findes V altså som kovariansmatricen af disse sorterede normalfordelte værdier. Ud fra teststørrelsen kan p -værdien findes, og hvis $p > 0,05$ konkluderes det, at fordelingen af data ikke er signifikant forskellige fra normalfordelingen, hvormed vi kan antage, at der er tale om en normalfordeling [STHDA, 2019c].

Af bilag A ses det, at p -værdien for porteføljeselskabernes soliditetsgrad er givet ved $p_s^p = 0,08399 > 0,05$ og for referencegruppen er givet ved $p_s^r = 0,08298 > 0,05$. Det kan derfor konkluderes, at soliditetsgraderne i de to grupper er normalfordelte.

Derudover antages det i t-testen, at de to datasæt har identiske spredninger, også kaldet varianshomogenitet. Dog kan der korrigeres for eventuel variansheterogenitet ved at foretage en Welch t-test fremfor en standard t-test, hvormed Welch t-test vurderes som værende en mere sikker test. Vi har derfor valgt at benytte denne.

Antallet af observationer for soliditetsgraden i de to grupper betegnes $n_K = 143$ og $n_R = 143$, hvor K angiver gruppen af kapitalfondsejede selskaber og R angiver referencegruppen. Middelværdierne for de to grupper betegnes m_K og m_R . Nulhypotesen er dermed, at middelværdien i de to grupper er ens:

$$H_0 : m_K = m_R \quad \wedge \quad H_1 : m_K \neq m_R$$

med den alternative hypotese om, at middelværdierne er signifikant forskellige. Dette kaldes en tosidet test, hvor teststørrelsen kan findes som:

$$t = \frac{m_K - m_R}{\sqrt{\frac{S_K^2}{n_K} + \frac{S_R^2}{n_R}}}$$

hvor S_K og S_R er standardafvigelsen for henholdsvis gruppen af kapitalfondsejede selskaber og referencegruppen, hvormed S_K^2 og S_R^2 angiver varianserne for de to grupper. Ud fra teststørrelsen kan p -værdien findes, og da vi vælger at se på et 5 procent signifikansniveau betyder det, at:

$$p > 0,05 \rightarrow H_0 \text{ accepteres} \quad \wedge \quad p < 0,05 \rightarrow H_0 \text{ forkastes}$$

Vi foretager Welch t-testen i R, via en konstrueret kode, som kan ses i bilag B, sammen med outputtet af testen. Som det kan ses af outputtet, fås en teststørrelse på $t = -9,9181$ med 277,81 frihedsgrader. Dette medfører, at vi opnår en p -værdi på $p = 0,0000000000000022 < 0,05$, hvilket betyder, at vi må forkaste vores nulhypotese om signifikant ens middelværdier i de to grupper. Dette betyder, at middelværdierne i de to grupper er markant signifikant forskellige, som forventet.

Heraf konkluderes således, at soliditetsgraden ikke kan inkluderes i benchmarkanalysen, da resultaterne af analysen dermed vil være givet på forhånd, hvormed analysen vil indeholde en alt for høj grad af bias.

I følgende kapitel behandles datasættet bestående af afkastningsgrader og likviditetsgrader for henholdsvis 143 porteføljeselskaber og referenceselskaber, således at data efterfølgende kan benyttes i den empiriske del af opgaven. Begge disse parametre indgår som outputs, hvormed vi benytter en dummy-variabel på 1 som input.

Kapitel 6

Databehandling

Til benchmarkanalysen har vi, som tidligere beskrevet, et datasæt bestående af nøgletal for 143 porteføljeselskaber og 143 referenceselskaber. For at kunne foretage en valid analyse er vi dog nødsaget til at gennemgå datasættet for eventuelle outliers, som er selskaber, der i høj grad afviger fra de øvrige selskabers nøgletal, og som derfor kan ende med at have en for stor, misvisende, indflydelse på modellen. Outliers kan være nyttige, når man bruger de fleste empiriske metoder, men de menes ofte at være særlig besværlige i relation til DEA, og dermed også RAM. Dette skyldes, at en outlier vil være med til at danne den efficiente rand og dermed kan have en betydelig indvirkning på evalueringen af flere andre selskaber [Bogetoft and Otto, 2011].

Der kan være flere årsager til at et selskab er en outlier. En af de typiske årsager er fejl i data, som vi har imødekommet ved at efterregne alle nøgletal, samt stemt overens med data fra Navne og Numre Erhverv, hvormed vi har sikret os mod fejl i data. En anden årsag kan være, at der indgår såkaldte høje gearingspunkter, som er meget atypiske observationer. Disse vil vi gerne have identificeret og fjernet fra datasættet, således at modellen ikke forvrides for at passe til disse ekstreme observationer, selvom de i princippet kunne repræsentere vigtige fænomener, såsom nye teknologier eller innovative ledelsesstrategier. I forbindelse med DEA, og ligeledes RAM, ligges der særligt vægt på kvaliteten af de observationer som anvendes til at definere den efficiente rand, hvormed outlieranalysen er meget essentiel, grundet vigtigheden af at fjerne disse outliers [Bogetoft and Otto, 2011].

Der tages udgangspunkt i en kombination af data cloud method, som er en teoretisk metode til identificering af outliers, samt en understøttelse af grafiske illustrationer. Data cloud method tager udgangspunkt i [Bogetoft and Otto, 2011, Afsnit 5.13.3].

6.1 Data cloud method

Notationsmæssigt har vi $K \times m$ -matricen $X = (x^1, \dots, x^K)$ og $K \times n$ -matricen $Y = (y^1, \dots, y^K)$, som indeholder henholdsvis m inputs og n outputs for K selskaber. Samlet fås $[XY]$ matricen, som indeholder alle observationer. Rækkerne i denne matrice kan opfattes som en sky, *cloud*, af punkter, der hver repræsenterer et selskab. Volumen af skyen er proportional med determinanten af matricen og er således givet ved:

$$\text{Volumen af sky} \simeq D(X, Y)$$

der kan fortolkes, som den generaliserede sum af de kvadrerede residualer fra den lineære model Y betinget af X , $EV[Y|X] = XB$ eller:

$$Y = XB + \epsilon$$

hvor B er en $m \times n$ -matrice med parametre og ϵ er støjen. Hvis der fjernes et selskab fra midten af skyen, vil volumen være uændret, hvorimod hvis der fjernes et selskab udenfor den resterende sky af selskaber, så vil volumen blive mindre, hvilket indikerer, at selskabet er en outlier. Når vi undersøger for outliers, vil vi derfor kigge på, hvordan volumen af skyen ændres, når vi fjerner en eller flere selskaber.

Hvis vi lader $D^{(o)}$ angive determinanten, efter fjernelse af selskab o , og betragter ratioen mellem den nye volumen af data skyen uden selskab o og den gamle volumen af data skyen:

$$R^{(o)} = \frac{D^{(o)}}{D}$$

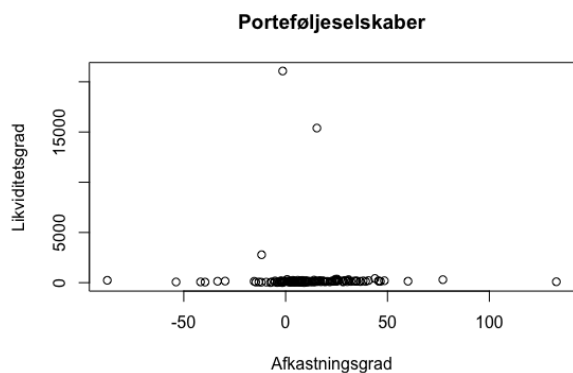
fås en værdi, som er uafhængig af dimensionen. Hvis selskab o ikke er en outlier, så vil D ikke ændres ret meget, hvormed $R^{(o)}$ vil være tæt på værdien 1. Hvis selskab o derimod er en outlier, så vil $R^{(o)}$ være mindre end 1. Der kan også fjernes flere selskaber fra datasættet samtidig, hvorefter ratioen af volumen angives som $R^{(o_1, \dots, o_s)}$.

Grænsen der sættes for $R^{(o)}$ er ikke entydig og vil variere meget mellem forskellige datasæt alt afhængig af, hvor tæt data ligger. For at identificere outliers i dette projekt har vi valgt at kigge efter værdier af $R^{(o)} < 0,9$, da størstedelen af værdierne for $R^{(o)}$ ligger tilnærmelsesvis tæt på 1.

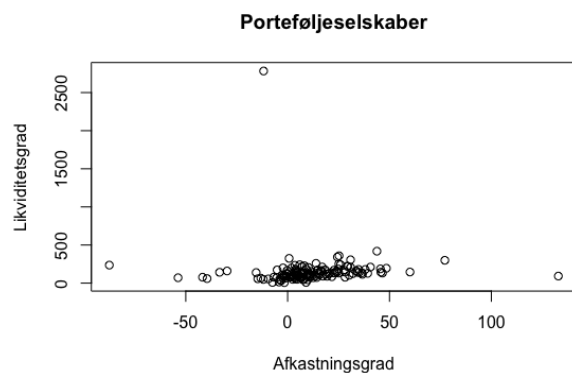
6.1.1 Datasæt med porteføljeselskaber

Inden vi foretager den teoretiske test, kaster vi et grafisk blik på data for porteføljeselskaberne, som er vist i figur 6.1. Heraf observeres en afkastningsgrad der spænder fra $-87,53$ til $132,88$, og en likviditetsgrad der spænder fra $6,57$ til $21.075,29$.

Af figur 6.1 kan det ses, at der er to betydelige outliers, som er henholdsvis Crispo Danmark A/S og Mariott Hotel der skiller sig ud med en likviditetsgrad på henholdsvis $15.393,48$ og $21.075,29$. Ved at fjerne disse to selskaber fra datasættet fås en ratio på $R^{(Crispo, MariottHotel)} = 0,01127744 < 0,9$, som er fundet i R, se bilag C. De nye datasæt kan ses grafisk af figur 6.2.



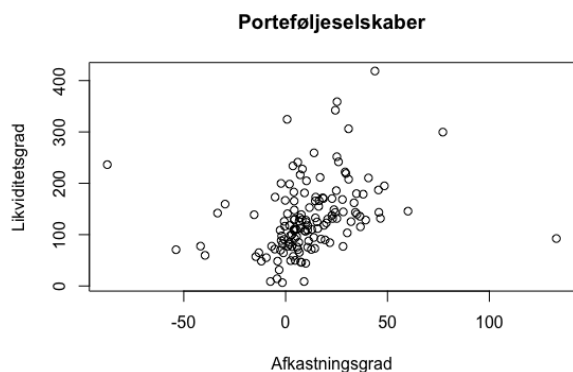
Figur 6.1: Porteføljeselskaber



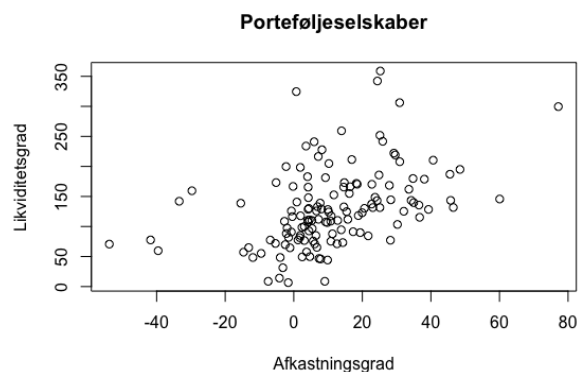
Figur 6.2: Porteføljeselskaber uden to outliers

Herefter køres en kode i R, som finder værdien af $R^{(o)}$ for alle selskaber, hvis de fjernes enkeltvis fra datasættet. Heraf fremgår det tydeligt, at der er endnu en ekstrem outlier i datasættet, som er EverShelter ApS med en værdi på $R^{(EverShelter)} = 0,08077515 < 0,9$, der skiller sig ud med en likviditetsgrad på 2.783,02 og som dermed fjernes fra datasættet. Konstruktionen af datasættet ser herefter ud som i figur 6.3.

Vi har indtil nu fundet tre meget oplagte outliers, som også grafisk var tydelige, og vi vælger nu at køre R-koden igen for at se, hvordan de resterende observationer ligger i forhold til vores grænse på $R^{(o)} < 0,9$. Dette resulterer i, at der er yderligere tre outliers i datasættet, som er henholdsvis Proløn A/S med $R^{(Proløn)} = 0,7480403 < 0,9$, der skiller sig ud med en afkastningsgrad på 132,88, Trivision A/S med $R^{(Trivision)} = 0,7939725 < 0,9$, der skiller sig ud med en afkastningsgrad på -87,533 og Ellab A/S med $R^{(Ellab)} = 0,8739425 < 0,9$, der skiller sig ud med en likviditetsgrad på 418,66. Disse fjernes fra datasættet, hvormed vi får en samlet ratio på $R^{(Proløn, Trivision, Ellab)} = 0,4793161 < 0,9$, hvorefter datasættet grafisk udformer sig som vist på figur 6.4.



Figur 6.3: Porteføljeselskaber uden tre outliers



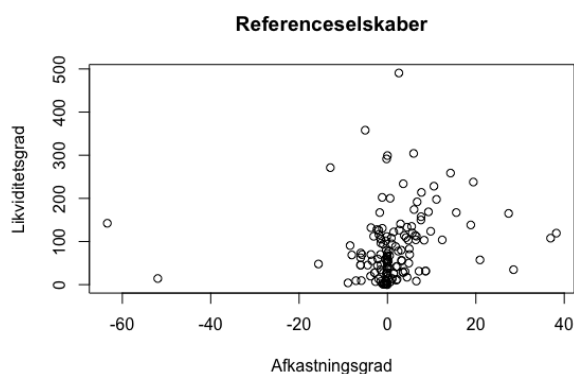
Figur 6.4: Porteføljeselskaber uden seks outliers

Herefter findes ikke flere outliers, ud fra det valgte kriterie om $R^{(o)} < 0,9$, hvilket betyder, at vi alt i alt har fjernet seks selskaber fra datasættet med porteføljeselskaber. I den forbindelse er vi klar over, at der opstår en chance for bias, da vi ikke har valgt at slette de matchede referenceselskaber til disse seks selskaber, da vi i stedet har valgt at benytte samme fremgangsmåde til fjernelse af outliers for referencegruppen. På den måde er der mulighed for, at selskaberne i referencegruppen ikke nødvendigvis er direkte matchede til porteføljeselskaberne, hvormed der kan opstå selektionsbias. Derudover er der også en mulighed for, at der opstår sample-size bias, hvis der ikke fjernes det samme antal selskaber i referencegruppen, når outliers fjernes.

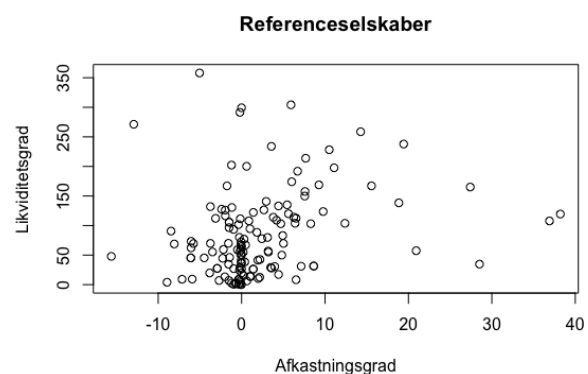
6.1.2 Datasæt med referenceselskaber

For referenceselskaberne ser vi ligeledes på data inden den teoretiske outlieranalyse foretages, og dette er illustreret på figur 6.5. Heraf ses det, at for referenceselskaberne spænder afkastningsgraden fra $-63,4$ til $38,21$, hvor imens likviditetsgraden spænder fra $0,09$ til $490,58$.

Heraf observeres ikke nogle markante outliers, som var tilfældet for porteføljeselskaberne. Koden for data cloud method køres derfor i R, inden der fjernes nogle selskaber fra datasættet, hvoraf det fremgår, at der er tre selskaber med en ratio $R^{(o)} < 0,9$. R-koden fremgår af bilag C. Disse selskaber er henholdsvis Applied Biomimetic A/S med $R^{(AppliedBiomimetric)} = 0,8063530 < 0,9$, der skiller sig ud med en afkastningsgrad på $-51,98$, Nemlig.com A/S med $R^{(Nemlig.com)} = 0,6965588 < 0,9$, der skiller sig ud med en afkastningsgrad på $-63,4$ og Klitgaarden med $R^{(Klitgaarden)} = 0,8110555 < 0,9$, der skiller sig ud med en likviditetsgrad på $490,58$. Datasættet efter fjernelse af disse tre outlier-selskaber ses herefter af figur 6.6.



Figur 6.5: Referenceselskaber



Figur 6.6: Referenceselskaber uden tre outliers

Ratioen ved at fjerne disse tre selskaber findes til at være $R^{(AppliedBiomimetric, Nemlig.com, Klitgaarden)} = 0,408222 < 0,9$, hvorefter der ikke indgår flere outliers i datasættet med referenceselskaber ud fra det

valgte kriterie om $R^{(o)} < 0,9$. Vi står nu tilbage med 137 porteføljeselskaber og 140 referenceselskaber, hvormed det vurderes, at *selektionsbias* og *sample size bias* er så små, at de ikke har indflydelse på analysens udfald.

I praksis kan problemet med sample size bias imødekommes ved at benytte *Jackknife*-estimationsmetoden til at rette op på uligheden i gruppernes størrelse [Asmild et al., 2019]. Da størrelsesforskellen mellem de to grupper af henholdsvis porteføljeselskaber og referenceselskaber kun udgøres af tre selskaber, vurderes det, at der ikke vil opstå sample-size bias i benchmarkanalysen, hvormed det ikke er nødvendigt at foretage en *Jackknife*-estimation.

Inden udførelsen af benchmarkanalysen ønsker vi at foretage en kort gennemgang af nogle af de typiske analyser indenfor økonomi, til sammenligning af de to grupper. Dette gøres for at skabe en forståelse for udfaldet af disse tests, og konklusionen heraf for at illustrere, hvordan benchmarking kan bruges til at belyse nye og anderledes mønstre og tendenser.

Kapitel 7

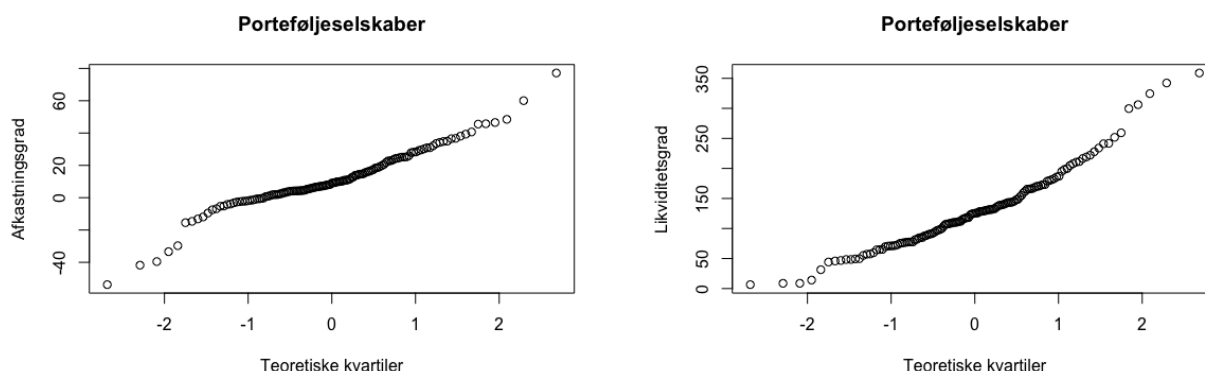
Økonomiske tests

Indenfor den økonomiske verden vil en typisk tilgang til sammenligning af to grupper være at foretage en række hypotesetests, som oftest er baseret på en statistisk tankegang, til at vurdere, om fordelingen af data i de to grupper er ens. Den mest udbredte tilgang hertil er *t-testen*, som bruges til at undersøge, hvorvidt middelværdierne i to grupper kan antages at være identiske. Andre tests kan have til formål at sammenligne spredninger eller fordelingstyper. Eftersom vi har to grupper af selskaber er t-testen relevant, da det hermed kan testes, om henholdsvis afkastningsgraden og likviditetsgraden i de to grupper i gennemsnit er ens. Afsnittet baseres på [STHDA, 2019c; Statnoter, 2019b].

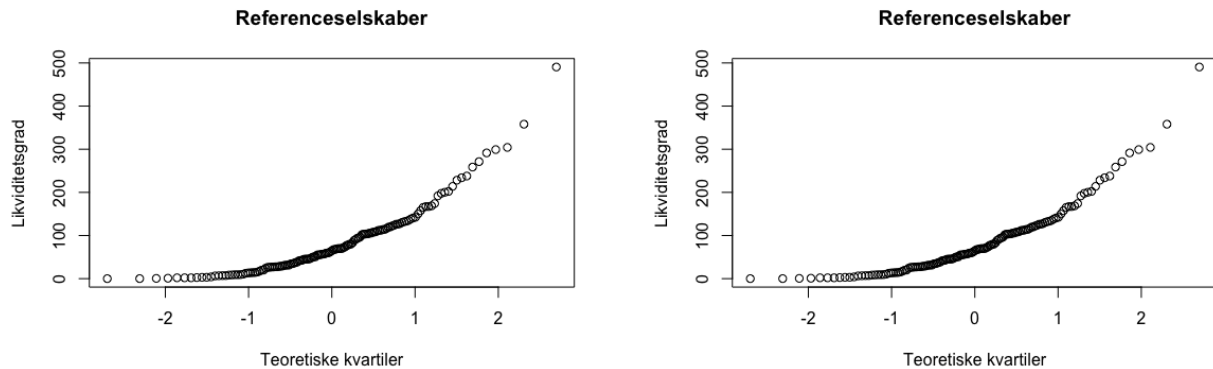
7.1 T-test for output-parametre

Der er en lang række fordele ved t-testen, men den bygger også på en række essentielle antagelser som beskrevet tidligere i afsnit 5.4, som i praksis ikke altid er aktuelle. Disse er *uafhængighed*, som kan godtages i denne opgave for både afkastningsgraderne og likviditetsgraderne, *normalfordelt data* som testes for via en *Shapiro-Wilk normalitets test*, samt *ens spredninger* som der testes for via en *Welch test*.

På illustration 7.1 og 7.2 ses to QQ-plots for hver af de to gruppers afkastningsgrader og likviditetsgrader, som indikerer at porteføljeselskabernes output-parametre muligvis er normalfordelte, men at der sandsynligvis ikke er ret stor chance for, at referencegruppens parametre er det.



Figur 7.1: QQ-plots for afkastningsgrader og likviditetsgrader for porteføljeselskaber



Figur 7.2: QQ-plots for afkastningsgrader og likviditetsgrader for referenceselskaber

Vi foretager Shapiro-Wilk-testen, for at teste for normalfordeling, ligesom i afsnit 5.4 for henholdsvis afkastningsgraderne og likviditetsgraderne for hver af de to grupper.

Af bilag D ses det, at p -værdien for porteføljeselskabernes afkastningsgrad og likviditetsgrad er givet ved henholdsvis $p_a^p = 0,0001332 < 0,05$ og $p_l^p = 0,00007866 < 0,05$ og for referencegruppen er givet ved henholdsvis $p_a^r = 0,000000000003001 < 0,05$ og $p_l^r = 0,000000003054 < 0,05$. Det kan derfor konkluderes, at hverken afkastningsgraderne eller likviditetsgraderne for de to grupper er normalfordelte, hvormed t -testen ikke kan benyttes til at sammenligne output-parametrene for de kapitalfondsejede selskaber med de ikke-kapitalfondsejede selskaber.

Eftersom dette er tilfældet udelukker det også andre almene tests som benyttes i den finansielle verden, såsom den ensidede variansanalyse, ANOVA, som kan bruges til at sammenligne flere end to grupper, samt den to-sidede variansanalyse, som kan bruges til at sammenligne variansen mellem grupper med variansen indenfor grupper.

Der foretages derfor en ikke-parametrisk test til sammenligning af grupperne, som ikke forudsætter, at de bagvedliggende observationer er normalfordelte; den såkaldte Mann Whitney test, som bruges til at teste om middelværdierne for parametrene i de to grupper er ens eller ej. Denne test kan foretages på to grupper, som ikke har samme størrelse, og gør sig derfor relevant efter outlier-analysen, hvor de to datagrupper ikke har det samme antal observationer. Afsnittet baseres på [Solutions, 2019].

7.2 Mann-Whitney-test

I denne test er der ingen antagelser om, hvordan parametrene i de to grupper fordeler sig, men til gengæld antages der gensidig uafhængighed, hvormed en observation i en gruppe ikke kan indgå i den

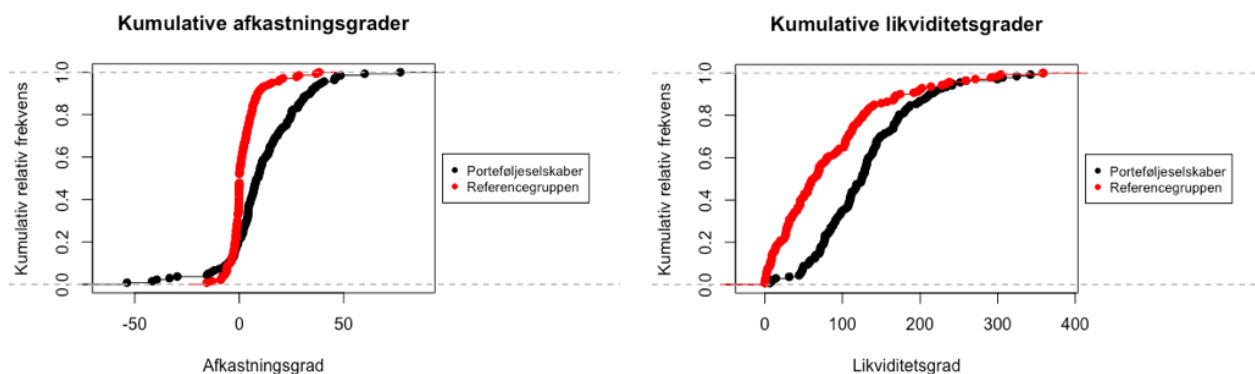
anden gruppe, samtidig med, at der antages uafhængighed mellem de forskellige observationer i hver separat gruppe. Derudover antages ordinær måleskala, samt at afkastningsgraderne og likviditetsgraderne i de to grupper er tilfældigt udtaget. Alle antagelserne er opfyldt i denne test, og vi kan dermed teste for følgende nullhypotese:

$$H_0 : \text{middelværdierne er ens} \quad \wedge \quad H_1 : \text{middelværdierne er ikke ens}$$

med et signifikansniveau på 5%, som betyder, at hvis $p > 0,05$, så er middelværdierne for henholdsvis afkastningsgraderne og likviditetsgraderne i de to grupper signifikant ens. For at finde p -værdierne benyttes følgende formel for teststørrelsen:

$$U = n_r n_p + \frac{n_p(n_p + 1)}{2} - \sum_{i=n_r+1}^{n_p} R_i$$

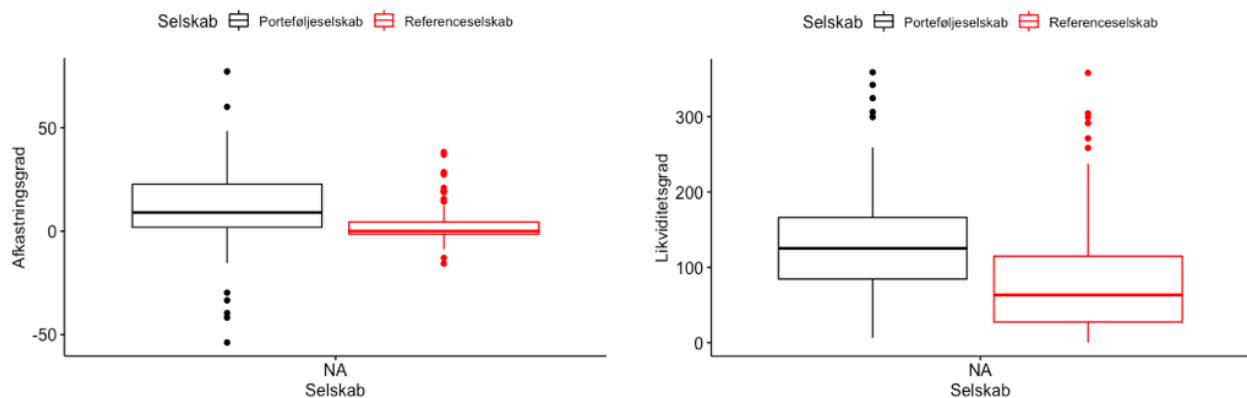
Hvor U er Mann-Whitney teststørrelsen, n_r er antallet af observationer i referencegruppen, n_p er antallet af observationer i gruppen af porteføljeselskaber og R_i er rangen af antallet af observationer. De kumulative fordelinger for henholdsvis afkastningsgraderne og likviditetsgraderne i de to grupper kan ses af illustration 7.3:



Figur 7.3: Kumulative afkastningsgrader og likviditetsgrader for de to grupper

Hvoraf det ses, at både porteføljeselskabernes afkastningsgrader og likviditetsgrader fordeler sig højere end referencegruppens afkastningsgrader og likviditetsgrader. Det forventes derfor, at middelværdierne i de to grupper er signifikant forskellige. Mann-Whitney-testen foretages i R og som det fremgår af output for testen i bilag E, er p -værdien for henholdsvis afkastningsgraden og likviditetsgraden mellem de to grupper givet ved $p_a = 0,0000000001417 < 0,05$ og $p_l = 0,00000000006866 < 0,05$, hvilket betyder, at der er signifikant stor forskel på middelværdierne for henholdsvis afkastningsgraderne og likviditetsgraderne i de to grupper.

Spredningen af afkastningsgraderne og likviditetsgraderne i de to grupper er beregnet og ses af bilag F. Spredningerne af afkastningsgraderne er givet ved henholdsvis 18,23363 og 7,1631199 for de kapitalfondsejede og ikke-kapitalfondsejede selskaber. Dette viser, at afkastningsgraderne for porteføljeselskaberne spredt sig meget mere end afkastningsgraderne for referenceselskaberne. Desuden er spredningerne af likviditetsgraderne givet ved henholdsvis 66,04705 og 73,2992 for de kapitalfondsejede og ikke-kapitalfondsejede selskaber, hvilket viser, at likviditetsgraderne for referenceselskaberne spredt sig en smule mere end for porteføljeselskaberne. Dette ses ligeledes af illustration 7.4, som bruges til at sammenligne fordelingen af henholdsvis afkastningsgraderne og likviditetsgraderne for de to grupper. De tre vandrette streger, som udgør selve kassen, illustrerer hver tre funktioner. Nederste streg angiver første kvartil og dermed den værdi, hvor under 25 procent af efficienserne ligger. Midterste streg angiver medianen og øverste streg angiver tredje kvartil, som er den værdi, hvor 75 procent af målingerne ligger over [Statnoter, 2019a]. Disse kan således give et overblik over, hvordan observationerne fordeler sig for de to output-parametre i de to grupper.



Figur 7.4: Fordelingen af observationer for afkastningsgrader og likviditetsgrader

Medianen kan bruges til at se, hvilken værdi for de forskellige gruppers output-parametre, hvoraf 50 procent af observationerne ligger henholdsvis over og under. For afkastningsgraderne ses det, at medianen for de to grupper ser ud til at ligge forholdsvis ens, men at observationerne over medianen for de kapitalfondsejede selskaber spredt sig meget mere end for de ikke-kapitalfondsejede, hvilket river gennemsnittet op samtidig med, at der ligger en del afkastningsgrader, som er henholdsvis meget lave og meget høje. Til gengæld spredt likviditetsgraderne sig forholdsvis ens for de to grupper samtidig med, at medianerne ikke er tilnærmelsesvis ens.

Af denne test vil den umiddelbare konklusion således være, at de kapitalfondsejede selskaber klarer sig bedre end de ikke-kapitalfondsejede selskaber, når der arbejdes med separate afkastningsgrader og likviditetsgrader samtidig med, at specielt afkastningsgraderne spredt sig meget forskelligt i de to grupper. Heraf kan det konkluderes, at når man kun ser på afkastningsgraderne i de to grupper, ser det ud til, at de dårligst performende porteføljeselskaber klarer sig ekstra dårligt samtidig med, at

de bedst performende porteføljeselskaber klarer sig ekstra godt sammenlignet med referenceselskaberne.

Ydermere kunne det være relevant at arbejde med de indsamlede data som paneldata indeholdende værdier for nøgletallene for selskaberne over tid.

7.3 Paneldata regression

Dette ville give os et langt større datasæt, hvormed de forskellige beregningerne og estimationer ville blive mere sikre og de forskellige tests udføres med større præcision. På den måde kunne der analyseres på disse data ved forskellige regressionsmodeller og tests for at undersøge, hvordan parametre kunne have en sammenhæng med hinanden. Ulempen ved denne metode er, at den ville være langt mere relevant, hvis der indgik flere parametre i datasættet, hvormed de forskellige regressionsmodeller og tests kunne bruges til at beskrive deres sammenhænge og udvikling over tid. Derudover er alle porteføljeselskaberne ikke opkøbt på samme tidspunkt, hvilket gør, at paneldata-modellerne bliver mindre relevante, da de oftest forudsætter, at selskaberne ville indeholde data for de samme tidsperioder. På den måde ville man ikke kunne teste på den direkte effekt af at være opkøbt og ejet af en kapitalfond.

7.4 Delkonklusion

Den typiske økonomiske tilgang til sammenligning af de to datagrupper giver således mulighed for primært at undersøge de gennemsnitlige værdier, medianen, nedre- og øvre- kvartiler samt spredningen af data. Analysen gav os en indikation for, hvordan de to grupper klarer sig i forhold til hinanden ved at sammenligne ét output ad gangen, hvilket viste, at de kapitalfondsejede selskaber performer bedre end de ikke-kapitalfondsejede selskaber.

Ved at introducere benchmarking som analyseværktøj giver det os mulighed for at bestemme selskabernes performance målt igennem efficiens, som indeholder en kombination af selskabernes opnåede resultater for afkastningsgrader og likviditetsgrader. Hvis flere parametre havde indgået i datasættet, ville efficiensen bestå af informationer om alle disse parametre, hvilket gør benchmarktilgangen endnu mere relevant. Dermed giver det mulighed for at undersøge, hvilke af selskaberne som er mest efficiente i de to grupper og derudfra bestemme de øvrige selskabers efficiens relativt til disse. På den måde kan vi opnå et mål for de forskellige selskabers efficienspotentiale samt et mål for, hvordan de inefficiente selskaber kan projiceres ud til at blive efficiente ved at udvikle deres forskellige output-parametre. Hvis der havde indgået input-parametre i analysen kunne resultaterne også bruges til at fortælle, hvordan selskaberne kunne minimere deres input-parametre.

Således giver benchmarking mulighed for at danne et mål for selskabernes performance, hvormed vi separat kan undersøge, hvilke af de to grupper, som har de bedste udviklingsmuligheder og derefter, hvilken af grupperne, som er bedst til at udnytte deres individuelle udviklingsmuligheder. Igennem de

opnåede benchmarkingresultater kan de to grupper således sammenlignes, hvilket giver os mulighed for at komme med nogle nye aspekter og resultater, som ikke er mulige med de typiske metoder indenfor finansiering. I det følgende afsnit ønsker vi derfor at gennemgå teorien om benchmarking for efterfølgende at foretage den empiriske analyse, hvor vi sammenligner de kapitalfondsejede selskaber med de ikke-kapitalfondsejede selskaber.

Kapitel 8

Benchmarking

Overordnet set benyttes benchmarking i dette projekt til at foretage en systematisk undersøgelse og vurdering af efficienser, for at sammenligne selskabers resultater og nøgleindikatorer [E-conomic, 2019a]. Dette kan foregå enten internt, som eksempelvis en benchmark af de forskellige porteføljeselskaber hos den enkelte kapitalfond, eller det kan foregå eksternt, som en benchmark af alle porteføljeselskaber hos de forskellige kapitalfonde. Det er netop den eksterne tilgang vi har valgt at arbejde med.

Uanset hvilken tilgang der bruges til at opnå pålidelige og præcise resultater, er der vanskeligheder forbundet med benchmarking, som kan skyldes manglende informationer og ressourcer, samt begrænset mulighed for præcist at kunne etablere korrekte sammenlignelighedspunkter. Hvis benchmarking bliver udført korrekt, kan det dog hjælpe med at øge både produktiviteten, målsætningerne, indsigten i processer og tillige til at motiverer selskaberne, da den direkte konkurrence ses som en motivation for at øge effektiviteten [Børsen, 2012; Bogetoft and Otto, 2011]. Derudover kan benchmarkingen være med til at reducere problemerne med asymmetrisk information, både i forbindelse med *adverse selection* og *moral hazard*, hvormed det overordnet set kan bruges som et lærings-, koordinerings- og motiveringsværktøj [Bogetoft and Otto, 2011].

8.1 Data Envelopment Analysis, DEA

En intuitivt indlysende tilgang til at evaluere virkningerne af at være kapitalfondsejer er ved at sammenligne de kapitalfondsejede selskabers performance med en gruppe ikke-kapitalfondsejede selskabers performance. *Data Envelopment Analysis*, DEA, kan være et kraftfuldt værktøj i sådanne sammenligninger. DEA blev introduceret af Charnes, Cooper og Rhodes i 1978 i en model med konstant skalaafkast og input-orientering, som bygger på det arbejde, der blev foretaget af Farrell i 1957. Siden da har flere bidrag udviklet versioner af DEA-modellen, og vigtigst var introduktionen af variabelt skalaafkast og den komplementære output-orientering [Thanassoulis, 2001; Hwang et al., 2016].

DEA er en lineær programmeringsteknik med oprindelse i operationsforskning og matematisk programmering, hvor der foretages et separat lineært programmeringsproblem, for hver *Decision Making Unit*, DMU, for at måle deres respektive efficiens [Hwang et al., 2016]. I denne opgave er DMU'erne, de selskaber, der skal analyseres. I DEA estimeres således den efficiente rand af alle de efficiente selskaber med den bedste performance, der kan bruges som grundlag for at fastslå efficiensen hos de resterende

selskaber [Kuchler, 2013]. Det er kun de empirisk observerede input-output-kombinationer som bruges til at konstruere randen, hvilket betyder, at DEA-resultaterne ikke kan give nogen indikation om effiensen af selskaberne på randen i forhold til selskaber, som ikke er medtaget i datasættet eller i forhold til en teoretisk rand for, hvad der er teknisk muligt.

For at kunne sammenligne effiensen af en række selskaber er det vigtigt, at de er sammenlignelige i den forstand, at de performer den samme funktion. Indenfor benchmarking kan der foretages forskellige tilgange til analysen, alt efter om der arbejdes med både inputs og outputs, eller om der kun arbejdes med enten inputs eller outputs. Vi arbejder med den output-orienterede tilgang, da det ikke er et krav for alle selskaberne at oplyse relevante input-nøgletal, hvormed en analyse med inddragelse af inputs ikke vil være valid. Da vi arbejder med nøgletal, betyder det, at alle porteføljeselskaber producerer de samme slags outputs på tværs af alle brancher, hvormed det vurderes, at sammenligningsgrundlaget for porteføljeselskaberne er fornuftigt.

I de følgende afsnit gennemgås den grundlæggende teori indenfor DEA med en udvidelse til den såkaldte *Range Adjusted Measure*, RAM, model, som vi efterfølgende bruger til den empiriske analyse. Forståelsen for de forskellige teorier indenfor DEA er afgørende for brugen af RAM-modellen, hvorfor DEA spiller en stor rolle i det følgende. Afsnittene tager udgangspunkt i en kombination af [Thanasoulis, 2001], [Bogetoft and Otto, 2011], [Hwang et al., 2016], [Mehdiloosad et al., 2015], [Cooper et al., 2007], [Cooper et al., 1999] og [Ruggiero and Bretschneider, 1998] og gennemgår den generelle tilgang med både inputs og outputs.

8.1.1 Antagelser i DEA-modellen

Per konstruktion ses på et sæt af K selskaber, $\{k = 1, \dots, K\}$, som alle benytter m forskellige inputs, $\{i = 1, \dots, m\}$, til at producere n forskellige outputs, $\{j = 1, \dots, n\}$. De forskellige selskaber er dermed defineret ved deres input-vektor, $x^k = (x_1^k, \dots, x_m^k) \in \mathbb{R}_+^m$, og deres output-vektor, $y^k = (y_1^k, \dots, y_n^k) \in \mathbb{R}_+^n$, hvor x_i^k er input i for selskab k og y_j^k er output j for selskab k . Et selskab, k , skal dermed vælge et produktionsplan, $(x^k, y^k) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n$, som består af en kombination af inputs og outputs. De mulige kombinationer af inputs og outputs beskrives ved et *production possibility set*, PPS, der defineres ved:

$$PPS = \{(x, y) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n \mid x \text{ kan producere } y\}$$

I de fleste tilfælde kendes PPS ikke, men det konstrueres i stedet på baggrund af den observerede data samt en række antagelser. Måden hvorpå man estimerer PPS i DEA-modellen er unik, da man her konstruerer estimatet, PPS^* , efter *Minimal Extrapolation* princippet. Dette princip siger, at PPS^* er den mindste delmængde af $\mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n$, der indeholder data, (x^k, y^k) , $k = 1, \dots, K$, og som opfylder de tekniske antagelser indenfor den specifikke model. Disse antagelser varierer alt efter, hvilken DEA-model man har med at gøre, men de mest vigtige er følgende [Bogetoft and Otto, 2011, afsnit 4.4]:

- Fri bortskaffelse

- Konveksitet
- γ -skalaafkast
- Additivitet

Antagelsen om *fri bortskaffelse* siger, at vi frit kan skille os af med *unødvendige* inputs og *uønskede* outputs. Ideen her er, at hvis vi kan producere en given mængde outputs ved en given mængde inputs, så kan vi også producere den samme mængde outputs med flere inputs. Ligesom det også gælder, at hvis en given mængde inputs kan producere en given mængde outputs, så kan samme mængde inputs også producere færre outputs. Dette giver os den samlede antagelse om *fri bortskaffelse af input og output* givet ved:

$$(x, y) \in PPS, \quad x' \geq x, \quad y' \leq y \quad \Rightarrow \quad (x', y') \in PPS$$

Konveksitetsantagelsen siger, at enhver konveks kombination af mulige produktionsplaner også er mulig:

$$(x, y) \in PPS, \quad (x', y') \in PPS, \quad \alpha \in [0, 1] \quad \Rightarrow \quad \alpha(x, y) + (1 - \alpha)(x', y') \in PPS$$

Denne antagelse gør det muligt at indsætte nye punkter i PPS, som har input-output-niveauer der ligger mellem de observerede selskaber.

Antagelsen om γ -skalaafkast siger, at produktionsplanet kan skales med enhver af et givet sæt faktorer:

$$(x, y) \in PPS, \quad \kappa \in \Phi(\gamma) \quad \Rightarrow \quad \kappa(x, y) \in PPS$$

hvor γ repræsenterer de forskellige typer af skalaafkast, som kan være:

$$\gamma = \begin{cases} CRS : & \text{Konstant skalaafkast} \\ DRS : & \text{Faldende skalaafkast} \\ IRS : & \text{Stigende skalaafkast} \\ VRS : & \text{Variabelt skalaafkast} \end{cases}$$

Den stærkeste antagelse er skalering med *konstant skalaafkast*, som betyder, at en ændring i inputs vil give samme proportionelle ændring i outputs, hvormed skaleringsfaktoren er givet ved $\Phi(CRS) = \mathbb{R}_0$. Den svageste antagelse er skalering med *variabelt skalaafkast*, som betyder, at en

ændring i inputs ikke vil føre til en proportionel ændring i outputs, hvor skaleringsfaktoren er givet ved $\Phi(VRS) = \{1\}$. Derimellem er der skalering med *faldende skalaafkast*, som betyder, at output vil have tendens til at stige mindre end input, så det er muligt at skalere ned men ikke op. Dette angives med skaleringsfaktoren $\Phi(DRS) = [0, 1]$. Til sidst har vi den mindst anvendte antagelse om skalering, nemlig *stigende skalaafkast*, der betyder, at output har tendens til at vokse hurtigere end input, og altså at det er muligt at skalere op men ikke ned. Denne angives med skaleringsfaktoren $\Phi(IRS) = [1, \infty]$.

Antagelsen om *additivitet* er den mindst brugte af de fire nævnte antagelser og siger, at summen af to mulige produktionsplaner også er mulig:

$$(x, y) \in PPS, \quad (x', y') \in PPS \quad \Rightarrow \quad (x + x', y + y') \in PPS$$

Additivitet indebærer også, at hvis produktionsplanen (x, y) er mulig, så er $2(x, y) = (x, y) + (x, y)$ også mulig, og dermed også $3(x, y)$, og så videre. Ligeså har vi, at hvis (x, y) og (x', y') er mulige produktionsplaner, så er $h(x, y) + k(x', y')$, $h, k \in \mathbb{N}$ også mulig. Additivitet øger dermed antallet af mulige produktionsplaner betydeligt.

Production possibility set, PPS, estimeres, som tidligere nævnt, i alle versioner af DEA-modellerne ved hjælp af *minimal extrapolation* princippet, de mulige observationer samt en række antagelser, som er forskellige fra model til model. Det estimerede production possibility set, PPS^* , for de fire γ -skalaafkast modeller nævnt tidligere vil se ud som følger:

$$PPS^*(\gamma) = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n \mid \exists \lambda \in \Lambda^K(\gamma) : x \geq \sum_{k=1}^K \lambda^k x^k, y \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y^k \right\} \quad (8.1)$$

hvor parametersættet, Λ , for de fire modeller er givet ved:

$$\begin{aligned} \Lambda^K(CRS) &= \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^K \mid \sum_{k=1}^K \lambda^k \text{ free} \right\} = \mathbb{R}_+^K & \wedge & \quad \Lambda^K(DRS) = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^K \mid \sum_{k=1}^K \lambda^k \leq 1 \right\} \\ \Lambda^K(IRS) &= \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^K \mid \sum_{k=1}^K \lambda^k \geq 1 \right\} & \wedge & \quad \Lambda^K(VRS) = \left\{ \lambda \in \mathbb{R}_+^K \mid \sum_{k=1}^K \lambda^k = 1 \right\} \end{aligned}$$

Nu er PPS defineret og benyttes i undersøgelsen om, hvorvidt porteføljeselskaberne er efficiente eller inefficente. Dette gøres ved hjælp af lineære programmeringsproblemer, som præsenteres efter en gennemgang af, hvordan man kan måle efficiensen af et selskab.

8.1.2 Måling af efficiens

En simpel tilgang til måling af efficiens kan være ved måling af $\frac{\text{output}}{\text{input}}$ -ratio(s), som angiver forholdet mellem et input og et output, eller mellem enten to inputs eller to outputs. Des højere ratio, des mere efficient vil selskabet være, og indenfor den finansielle verden er de mest brugte mål for ratios overskudsgraden, egenkapitalens forrentning og P/E, som alle antager konstant skalaafkast. Denne tilgang kan udvides til at arbejde med flere inputs og outputs ved brug af begrebet *pareto-efficiens*, som er meget anvendt indenfor velfærdsøkonomien.

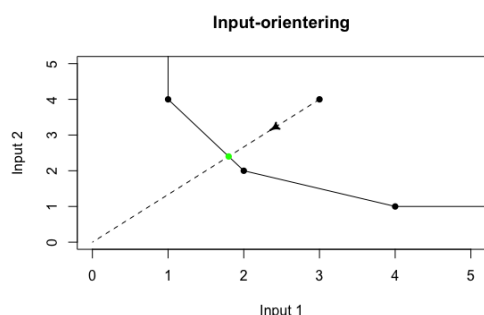
Indenfor DEA beregnes efficiensen af selskaberne relativt til den efficiente rand, der dannes af de selskaber, som har en efficiensscore på 1, hvilket betyder, at disse selskaber er fuldt efficiente og dermed de dominerende. DMU^1 dominerer per definition DMU^2 , hvis:

$$x_i^1 \leq x_i^2, \quad \forall i = 1, \dots, m \quad \text{og} \quad y_j^1 \geq y_j^2, \quad \forall j = 1, \dots, n$$

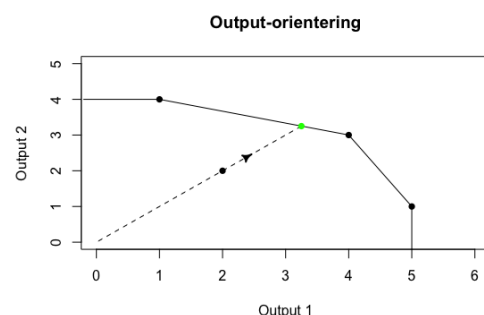
hvor der gælder $x_i^1 < x_i^2$ for mindst én i eller $y_j^1 > y_j^2$ for mindst én j . De selskaber som bliver domineret af de fuldt efficiente selskaber og som dermed har en efficiensscore, der er mindre end 1, betegnes som inefficiente og ligger derfor under og til venstre for den efficiente rand ved den output-orienterede tilgang, hvilket ses af figur 8.2.

Der er flere forskellige tilgange til at måle selskabernes efficiens. Udgangspunktet, med bestemmelse af ratio(s) med flere inputs og outputs ved brug af begrebet *pareto-efficiens*, giver anledning til de velkendte Farrell- og CCR-modeller af DEA. Den mest udbredte tilgang til at måle graden af efficiens i en generel multi-input- og multi-output-ramme er den strategi, der foreslås af Debreu og Farrell, som normalt refereres til som Farrell-efficiensen.

Indenfor Farrell-målet kan inefficiensen elimineres via *teknisk efficiens*, som eliminerer inefficiens uden at ændre proportionerne af inputs og/eller outputs. Når man måler teknisk efficiens for et selskab, o , finder man det dominerende punkt på den efficiente rand ved at gå i retning mod origo eller fra origo, alt efter om vi har input- eller output-orientering, som vist på henholdsvis figur 8.1 og 8.2.



Figur 8.1: Projektionsretning ved input-orientering for givet output-niveau



Figur 8.2: Projektionsretning ved output-orientering for givet input-niveau

I følgende afsnit gennemgås DEA-programmerne, hvorfra teknisk efficiens for selskaberne bestemmes.

8.1.3 DEA-programmer

Når man kombinerer *minimal extrapolation*-princippet med Farrells ide om at måle efficiens som en proportional forbedring, fås det matematiske program, som mange ser som synonym med DEA-tilgangen [Bogetoft and Otto, 2011, afsnit 4.5]. Som tidligere nævnt kan den relative efficiens enten måles med hensyn til input eller output kaldet henholdsvis input-orientering og output-orientering.

Input-efficiensen for et porteføljeselskab er den proportion, som alle input-niveauer kunne reduceres med uden at reducere output-niveauerne. Input-efficiensen for porteføljeselskab o måles derfor som:

$$E^o = E((x^o, y^o); PPS^*) = \{E \in \mathbb{R}_+ \mid (Ex^o, y^o) \in PPS^*\}$$

Hvis vi indsætter definitionen af PPS^* fra ligning (8.1) får vi således følgende minimeringsproblem:

$$\min_{E, \lambda^1, \dots, \lambda^K} E \tag{8.2}$$

betinget af

$$\begin{aligned} Ex_i^o &\geq \sum_{k=1}^K \lambda^k x_i^k, & i = 1, \dots, m \\ y_j^o &\leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_j^k, & j = 1, \dots, n \\ \lambda &\in \Lambda^K(\gamma) \end{aligned}$$

Vi kan ligeledes måle *output-efficiensen* for selskab o , der giver proportionen, som alle output-niveauerne kunne øges med uden, at input-niveauerne også øges. Output-efficiensen ser ud som følger:

$$F^o = F((x^o, y^o); PPS^*) = \{F \in \mathbb{R}_+ \mid (x^o, Fy^o) \in PPS^*\}$$

og hvis vi igen indsætter formuleringen af PPS^* fra ligning (8.1), får vi følgende maksimeringsproblem:

$$\max_{F, \lambda^1, \dots, \lambda^K} F \tag{8.3}$$

betinget af

$$\begin{aligned} x_i^o &\geq \sum_{k=1}^K \lambda^k x_i^k, & i = 1, \dots, m \\ Fy_j^o &\leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y_j^k, & j = 1, \dots, n \\ \lambda &\in \Lambda^K(\gamma) \end{aligned}$$

I de fire klassiske modeller, CRS, DRS, IRS, og VRS, er optimeringsproblemerne relativt simple. De har alle $K + 1$ variable, en lineær objektfunktion, m lineære input-betingelser og n lineære output-betingelser samt en eventuelt ekstra lineær betingelse og mulige heltalsbetingelser fra $\lambda \in \Lambda^K(\gamma)$ -betingelsen.

Løsningen af problemerne i ligning (8.2) og (8.3) giver E^* ved input-orientering og F^* ved output-orientering, og disse repræsenterer henholdsvis teknisk input-efficiens og teknisk output-efficiens. Vi får således et punkt på den efficiente rand med koordinaterne $E_i^* x_i^o \leq x_i^o, \forall i$ og $F_j^* y_j^o \geq y_j^o, \forall j$, som er det punkt, man bruger til at evaluere selskab o .

I CRS-modellen, og i et vidst omfang også DRS- og IRS-modellerne, er egenskaberne for skalaafkast gerne fastsat ved antagelse. Dette er ikke tilfældet for VRS-modellen og det kan derfor være brugbart at undersøge skalaafkast i denne model.

Den mest produktive skalastørrelse kaldes *Most Productive Scale Size*, MPSS, og hvis det var muligt, ville alle selskaber helst operere her. For de teknisk efficiente selskaber er typen af skalaafkast en indikator for selskabets retning mod MPSS. Hvis et selskab skal øge sin skalastørrelse for at ramme MPSS, udviser selskabet stigende skalaafkast, IRS, hvis selskabet derimod skal mindske sin skalastørrelse, udviser selskabet faldende skalaafkast, DRS, og til sidst, hvis selskabet har den rette skalastørrelse og dermed er på MPSS, siges selskabet at have konstant skalaafkast, CRS.

Skalaafkast er ikke særlig veldefineret for inefficente selskaber, men efficiensen af et selskab måles relativt til den efficiente rand og dermed relativt til selskaber, der er efficiente og dominerende. Skalaafkastet for det inefficente selskab, o , findes dermed som skalaafkastet for det dominerende punkt, som benyttes til at evaluere selskab o . Skalaafkast for det inefficente selskab vil dermed være forskellig alt efter, om vi har input-orientering eller output-orientering.

Vi har indtil nu arbejdet under antagelsen om Farrells efficiensmål, men der er flere ulemper ved denne traditionelle tilgang. For det første rummer Farrell-målet ikke alle de inefficiencer som modellen kan identificere. For det andet kan selskaber have en efficiensscore på 1 og stadig være inefficente i den forstand, at nogle inputs kan reduceres uden det påvirker behovet for andre inputs, eller at nogle outputs kan øges uden det påvirker produktionen af andre outputs. Dette kaldes slack og har været et problem indenfor DEA siden begyndelsen, hvorfor dette gennemgås i følgende afsnit.

8.1.4 Slack

Da vi har slacks, der kan identificere yderligere ikke-radiale forbedringer, er det ikke sikkert, at det er tilstrækkeligt at beregne efficiensen af selskab o ud fra analysen baseret på teknisk efficiens under Farrell-målet. Der er fundet to løsninger på slack-problemet [Bogetoft and Otto, 2011, afsnit 5.6]:

- Straf slack ved brug af en infinitesimal straffaktor, ϵ

- Løs det duale problem ved at bruge strengt positive vægte på inputs og outputs

De to løsninger er ækvivalente [Bogetoft and Otto, 2011], og i denne opgave går vi videre med den første løsning. Vi skal dermed straffe slack, og det gøres ved at se på følgende reformulering af den input-orienterede model med Farrell-efficiensmål fra ligning (8.2):

$$\min_{E, \lambda^1, \dots, \lambda^K, s_i^-, s_j^+} E - \epsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^n s_j^+ \right) \quad (8.4)$$

betinget af

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \lambda^k x_i^k + s_i^- &= E x_i^o, & i = 1, \dots, m \\ \sum_{k=1}^K \lambda^k y_j^k - s_j^+ &= y_j^o, & j = 1, \dots, n \\ \lambda &\in \Lambda^K(\gamma), \\ s_i^-, s_j^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

I denne model introduceres slack-variablene s_i^- , $i = 1, \dots, m$ og s_j^+ , $j = 1, \dots, n$, for henholdsvis inputs og outputs for selskab o . Derudover er $\epsilon > 0$ introduceret som straffen for slack, da $\epsilon = 0$ vil give det oprindelige problem ved Farrell-målet. Formålet er dermed at minimere E og samtidig maksimere slacksene, hvor trade-offet mellem disse to afhænger af infinitesimalen ϵ .

Formålet med at maksimere slacksene er at eliminere den resterende inefficiens ved at ændre proportionerne af inputs og outputs, hvilket kaldes *mix inefficiens*. Hvis $E = 1$ og der er positiv slack, kan selskabet siges at være Farrell-efficient, men hvor der stadig er besparelspotentiale forbundet med nogle inputs og/eller mulighed for udvidelse forbundet med nogle outputs.

Modellen har nogle ulemper, blandt andet at løsningen varierer alt efter, hvilke måleenheder der bruges, hvilket vil påvirke det resulterende projektiionspunkt. Dette problem kan dog løses ved at se på den relative slack i stedet for den absolutte. Dette gøres i følgende problem, hvor slack måles relativt til de tilsvarende inputs:

$$\min_{E, \lambda^1, \dots, \lambda^K, s_i^-, s_j^+} E - \epsilon \left(\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{x_i^o} + \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \frac{s_j^+}{y_j^o} \right)$$

betinget af

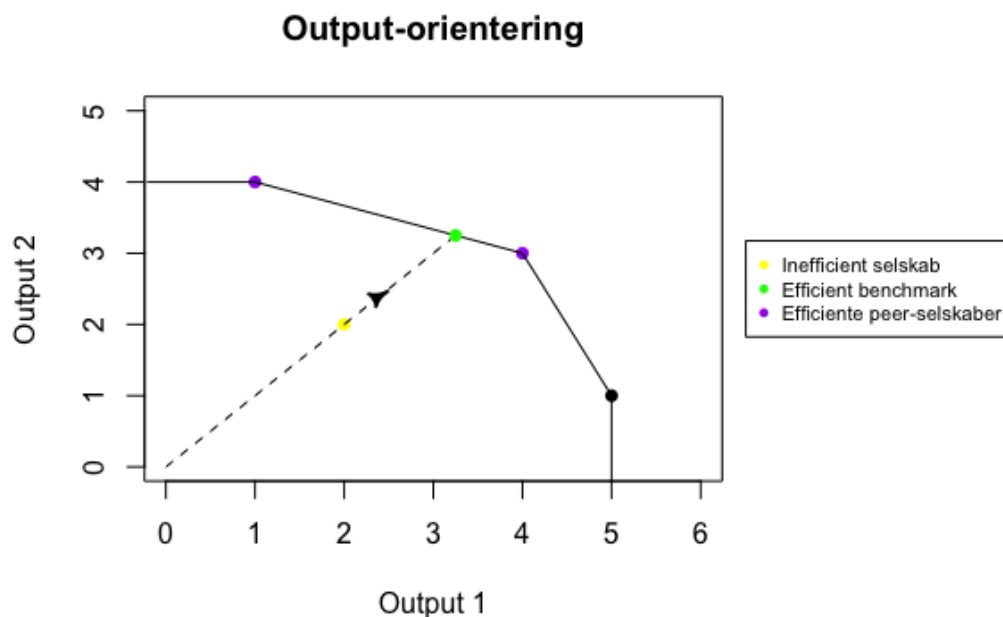
$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \lambda^k x_i^k + s_i^- &= E x_i^o, & i = 1, \dots, m \\ \sum_{k=1}^K \lambda^k y_j^k - s_j^+ &= y_j^o, & j = 1, \dots, n \\ \lambda &\in \Lambda^K(\gamma), \\ s_i^-, s_j^+ &\geq 0 \end{aligned}$$

hvor formålet igen er at minimere E , og dernæst maksimere summen af de gennemsnitlige, relative slack-værdier. Dermed vil den gennemsnitlige slack-værdi ikke afhænge af måleskalaen. Der kan dog stadig argumenteres for at vægtningen af slacks er vilkårlig. Dette problem kan også opstilles ved output-orientering.

Når man har løst for både teknisk og mix efficiens for selskab o , så får man et input- og/eller output-niveau, som er kombineret af et eller flere efficiente selskabers niveauer og kaldes for det *efficiente benchmark*, hvor dennes niveauer af inputs og outputs kaldes de *efficiente mål*. Selskaber med strengt positive vægte i den optimale løsning kaldes *efficiente peer-selskaber* og disse refereres ofte til som *peer-sættet*:

$$\text{Efficient peer-selskab}^o = \left\{ k \in \{1, \dots, K\} \mid \lambda^k > 0 \right\}$$

Grafisk er det efficiente benchmark det punkt på den efficiente rand, som selskab o er projiceret på, og peer-selskaberne er de egentlige rand-selskaber, der udspænder den del af randen, hvor benchmarket er lokaliseret, hvilket ses af eksemplet på figur 8.3.



Figur 8.3: Output-orientering med efficient benchmark og efficiente peer-selskaber for givet input-niveau

DEA identificerer altså et specifikt benchmark samt peer-selskaber for alle evaluerede selskaber, og det er disse der demonstrerer, hvordan de evaluerede selskaber kan forbedres. I DEA-modellerne er

antallet af mulige peer-selskaber for et givent selskab lig med antallet af inputs adderet med antallet af outputs, bortset fra i CRS-modellen, hvor der generelt er ét peer-selskab mindre. Som resultat af ovenstående har vi, at jo flere inputs og outputs inkluderet i analysen, jo flere mulige selskaber kan der være i peer-sættet. Derfor er det vigtigt kun at inkludere de inputs og outputs, der er relevante. For mange inputs og outputs inkluderet vil ofte føre til mange efficiente selskaber, hvormed metoden mister evnen til at skelne mellem dem, der har høj performance og resten. Dette medfører, at det med få datapunkter ikke er muligt at estimere komplekse PPS'er med høje dimensioner. Af den grund findes en tommelfingerregel for forholdet mellem antallet af selskaber og antallet af inputs og outputs. Reglen siger, at vi behøver $K > 3(m+n)$ og $K > m*n$, hvilket vil sige, at antallet af selskaber skal være større end tre gange antallet af inputs adderet med antallet af outputs, og at antallet af selskaber skal være større end produktet mellem antallet af inputs og antallet af outputs. Dette er minimumskrav for data, så flere datapunkter vil bestemt være en fordel [Bogetoft and Otto, 2011]. Til projektets empiriske analyse haves to outputs samt et dummy-input, som betyder, at $K > 3(2) = 6$ og $K > 2$. Da vi fra starten har 143 selskaber i hver gruppe, er forholdet mellem antallet af selskaber og antallet af inputs og outputs foruftert i relation til ovenstående tommelfingerregel.

Indtil nu har vi set på forskellige DEA-modeller, hvor alle inputs og outputs antager positive værdier. Dette er ikke opfyldt i projektets empiriske analyse, da selskabernes afkastningsgrad benyttes som det ene output. Derfor er det nødvendigt at anvende en DEA-model, som kan håndtere dette. Vi har derfor valgt at benytte en additiv model; RAM, hvorfor vi starter med en introduktion til additive modeller, for derefter at kunne udvide til RAM-modellen.

8.2 Additive modeller

I de additive modeller imødekommes problemet med *svag efficiens*, hvor inefficienser med slacks der ikke er nul, er udeladt fra efficiensmålet [Cooper et al., 2007]. De additive modeller eliminerer dermed både teknisk og *mx* inefficienser.

Desuden skelner man i additive modeller ikke mellem inputs og outputs på samme måde som i andre DEA-modeller, da man her snakker om performancefaktorer, der hører ind under to grupper; de performancefaktorer vi vil maksimere og de performancefaktorer vi vil minimere. De faktorer som vi ønsker at maksimere vil være normale outputs eller "dårlige" inputs, såsom kapitaltilsagn, kvaliteten af indkommende studerende eller andet. De faktorer vi ønsker at minimere, er normale inputs eller "dårlige" outputs, såsom antallet af kundeklager, forurening, komplikationer efter medicinsk procedure eller andet.

Den additive model har samme PPS som modellen med variabelt skalaafkast, men kan i princippet også laves med konstant skalaafkast. Hvis alle inputs og outputs er positive, så vil et selskab i den additive model være efficient, hvis og kun hvis den er både teknisk og *mix* efficient i den oprindelige

DEA-model med variabelt skalaafkast. De efficiente mål og efficiente peer-selskaber vil dog for det meste være forskellige.

Dog er modellen ikke invariant med hensyn til at skalere individuelle inputs og outputs op eller ned. Man kan for eksempel ikke ændre den valuta, som omsætningen er målt i, uden at det vil ændre den optimale løsning. Teknisk efficiens opnået i VRS-modellen er invariant med hensyn til sådanne skaleringer, men andet optimeringstrin er ikke skalainvariant og mix efficiensmålene vil generelt ændre sig.

Den additive model kan findes ud fra modellen i ligning (8.4) ved at eliminere E og skifte objekt-funktionen ud, så vi får:

$$\max_{\lambda^1, \dots, \lambda^K, s_i^-, s_j^+} \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^n s_j^+ \right)$$

betinget af

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \lambda^k x_i^k + s_i^- &= x_i^o, & i = 1, \dots, m \\ \sum_{k=1}^K \lambda^k y_j^k - s_j^+ &= y_j^o, & j = 1, \dots, n \\ \lambda^k, s_i^-, s_j^+ &\geq 0, & \forall k, i, j \end{aligned}$$

Ovenstående model giver et mål for både teknisk og mix efficiens, og dermed er der taget højde for alle inefficienser og man siger dermed, at den optimerede objektfunktion er *komplet*, fordi den tager højde for alle inefficienser, som modellen kan identificere. Betingelsen om fuld efficiens, som tidligere er nævnt, ligger til grund for følgende definition for additive modeller:

Definition [Cooper et al., 2007, s. 156]: *Fuld efficiens er opnået for DMU^o med en additiv model, hvis og kun hvis alle slacks er lig med 0 i en optimal løsning, altså hvis:*

$$s_i^{-*} = s_j^{+*} = 0, \quad \forall i, j$$

I den additive model er objektfunktionen givet ved følgende:

$$\left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^n s_j^+ \right)$$

der er et mål for inefficiensen. Ved at omformulerer målet for inefficiensen, fås efficiensmålet, som er givet ved:

$$1 - \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^n s_j^+ \right)$$

En af ulemperne ved den additive model er manglen på enhedsinvarians, hvorfor vi ønsker at se på andre modelvariationer, som er additive af natur, men som benytter en anden aggregering af inefficienserne, altså slacksene, i de forskellige dimensioner. Dette kunne blandt andet være en *Slacks Based Model*, SBM, introduceret af Tone [2001] eller *Enhanced Russel Measure*, ERM, modellen introduceret af Pastor et al. [1999], som begge håndterer en af vanskelighederne ved den additive model, nemlig manglen på *enhedsinvarians*. De to modeller rummer en række fordele, men der kan opstå problemer, når de to modeller bruges i forbindelse med ikke-positive værdier i inputs eller outputs. En model der både håndterer *translationsinvarians*- og *enhedsinvarians*-problemet, er *Range Adjusted Measure*-modellen, RAM, introduceret af Cooper et al. [2001]. Denne model bruges i den empiriske analyse, og vil blive beskrevet i det følgende afsnit.

8.3 Range Adjusted Measure, RAM

RAM-modellen blev introduceret af Cooper et al. [1999] og er både enheds- og translationsinvariant, hvilket gør det muligt, at benytte ikke-positive inputs og outputs ved at konvertere dem til positive værdier. RAM-modellen, og efficiens-målet, Γ , i denne, opfylder følgende fem egenskaber:

1. $0 \leq \Gamma \leq 1$
2. $\Gamma = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow \text{DMU}^o \text{ er fuldt efficient} \\ 0 & \Leftrightarrow \text{DMU}^o \text{ er fuldt inefficent} \end{cases}$
3. Γ er enhedsinvariant
4. Γ er stærkt monoton
5. Γ er translationsinvariant

Første egenskab siger, at efficiens-målet ligger mellem nul og en, anden egenskab siger, at selskaber med en efficiens-score på 1 er fuldt efficiente og selskaber med en efficiens-score på 0 er fuldt inefficente. Et selskab er fuldt inefficent, hvis det benytter et højere input-niveau for ethvert input end alle andre selskaber og samtidig producerer mindre output-niveau for ethvert output end alle andre selskaber. Fuldt inefficente selskaber vil dermed sjældent forekomme i praksis. Tredje egenskab siger, at den optimale løsning er invariant overfor alternative måleenheder for inputs eller outputs. Fjerde egenskab forklares ved, at når alle inputs og outputs holdes konstante, så vil en stigning i ethvert input føre til et fald i efficiens-scoren for det inefficente selskab. Det samme er gældende for et fald i ethvert af dennes outputs. Femte egenskab omhandler translationsinvarians, som betyder, at hvis den samme konstante værdi lægges til eller trækkes fra et bestemt input eller output for hvert selskab, så vil den optimale løsning i modellen ikke ændre sig.

Vi vil formulere RAM-modellen ved variabelt skalaafkast med et PPS defineret som i ligning (8.1) under VRS, der ser ud som følgende:

$$PPS^*(VRS) = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}_+^m \times \mathbb{R}_+^n \left| x \geq \sum_{k=1}^K \lambda^k x^k, y \leq \sum_{k=1}^K \lambda^k y^k, \sum_{k=1}^K \lambda^k = 1, \lambda \in \mathbb{R}_+^K \right. \right\}$$

RAM-modellen defineres nu som følgende minimeringsproblem:

$$\rho^o = \min 1 - \frac{1}{m+n} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{j=1}^n \frac{s_j^+}{R_j^+} \right) \quad (8.5)$$

betinget af

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \lambda^k x_i^k + s_i^- &= x_i^o, & i = 1, \dots, m \\ \sum_{k=1}^K \lambda^k y_j^k - s_j^+ &= y_j^o, & j = 1, \dots, n \\ \sum_{k=1}^K \lambda^k &= 1 \\ \lambda^k, s_i^-, s_j^+ &\geq 0, & \forall k, i, j \end{aligned}$$

hvor s_i^- og s_j^+ er henholdsvis input- og output-slack, og R_i^- og R_j^+ repræsenterer rangene, der henholdsvis er givet ved:

$$\begin{aligned} R_i^- &= \bar{x}_i - \underline{x}_i = (\bar{x}_i + d_i) - (\underline{x}_i + d_i), \quad i = 1, \dots, m \\ R_j^+ &= \bar{y}_j - \underline{y}_j = (\bar{y}_j + c_j) - (\underline{y}_j + c_j), \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

hvor $\bar{x}_i$ og $\underline{x}_i$ er henholdsvis den maksimale og minimale observation af inputs, og $\bar{y}_j$ og $\underline{y}_j$ er henholdsvis den maksimale og minimale observation af outputs. Parametrene d_i og c_j er vilkårlige konstanter, og som det ses af ovenstående ligninger, påvirkes rangene ikke af en tilføjelse af disse vilkårlige konstanter for hverken input eller output. Den reciprokke værdi af R_i^- og R_j^+ giver dataafhængige vægte, og af RAM-modellen i ligning (8.5) ses, at efficiens-målet for RAM-modellen er givet ved:

$$0 \leq \Gamma = 1 - \frac{1}{m+n} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{j=1}^n \frac{s_j^+}{R_j^+} \right) \leq 1$$

og dette kan dermed ses som en *vægtet* version af den additive model. Hvis vi lader $(\lambda^{k*}, s_i^{-*}, s_j^{+*})$ være en optimal løsning til RAM-modellen, så er *efficiensen* og *forbedringen* af porteføljeselskab o ,

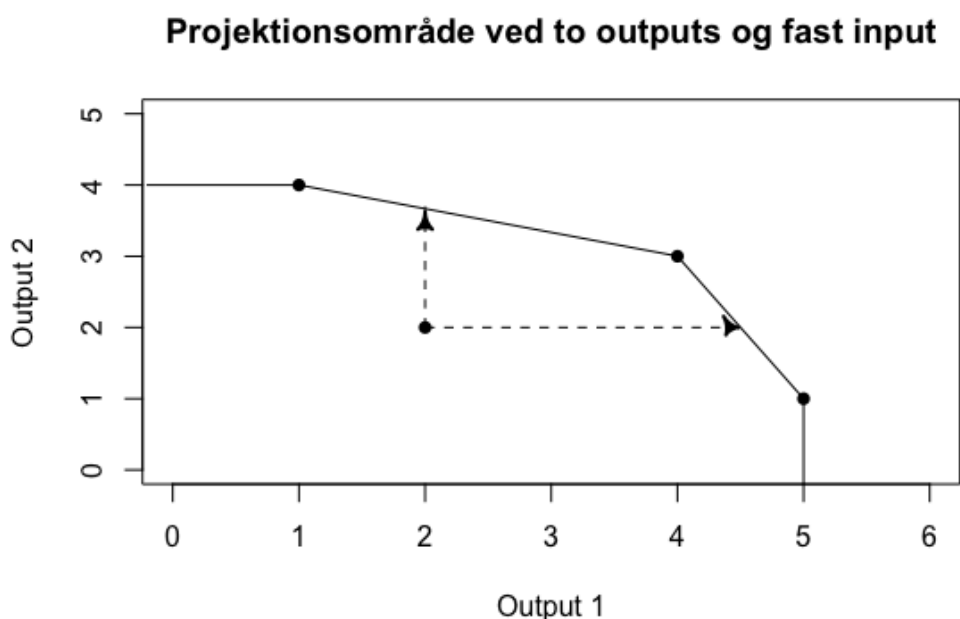
defineret som følgende [Hwang et al., 2016].

RAM-efficiens: DMU^o siges at være *efficient*, hvis og kun hvis $\rho^o = 1$, det vil sige hvis $s_i^{o-} = 0, \forall i = 1, \dots, m$ og $s_j^{o+} = 0, \forall j = 1, \dots, n$. Ellers er selskabet *inefficient*.

RAM-forbedring: For et inefficiet selskab, DMU^o , er en projektion på den efficiente rand defineret ved:

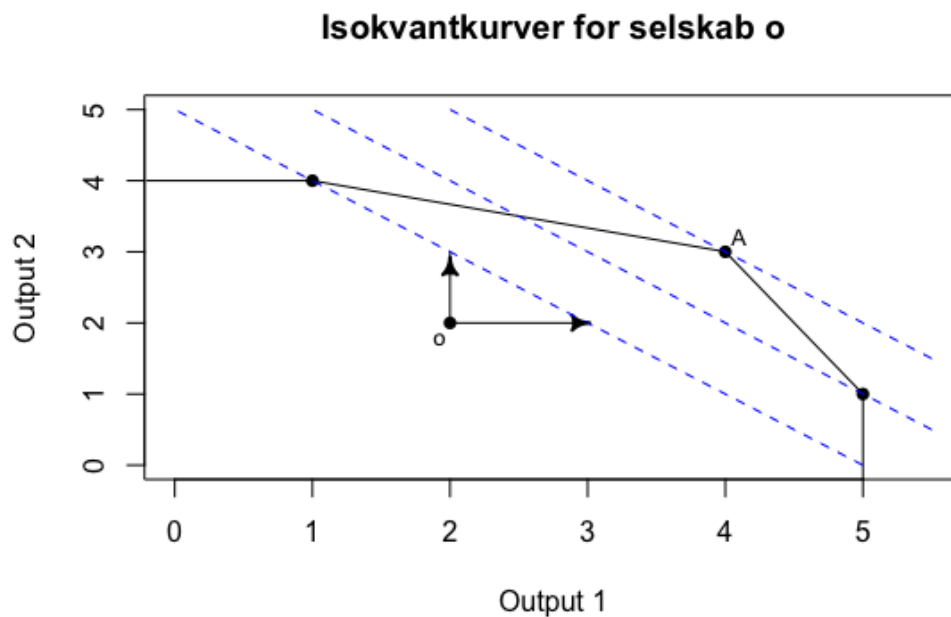
$$P := (x_i^{o RAM}, y_j^{o RAM}) = \left(\sum_{k=1}^K \lambda^{k*} x_i^k, \sum_{k=1}^K \lambda^{k*} y_j^k \right) = (x_i^o - s_i^{o-}, y_j^o + s_j^{o+})$$

Ovenstående projektion på den efficiente rand eliminerer mix inefficiens for det inefficiete selskab ligesom for den additive model og kan altså ligge et sted på randen mellem de to pile som vist på figur 8.4.



Figur 8.4: Projektionsområde

Når en specifik projektion skal vælges for porteføljeselskab o , ønsker man at maksimere summen af den vertikale og den horisontale afstand til benchmarket. Der tages derfor udgangspunkt i de såkaldte isokvantkurver, eller indifferenskurver, for det pågældende selskab. Hvis den vertikale og den horisontale afstand, vægtes lige højt, vil benchmarket derfor vælges som det punkt på den efficiente rand, hvor isokvantkurven skærer randen samtidig med, at summen af afstandene maksimeres. Dette kan ses af illustration 8.5.



Figur 8.5: Isokvantkurver for selskab o

Hvor punkt A derfor vil vælges som projektionspunkt for selskab o . På den måde kan outputkombinationen maksimeres, for det givne, faste, niveau af input.

Vi vil nu benytte teorien om RAM til at påbegynde den empiriske analyse og dermed beregne efficienserne for de to grupper af selskaber.

Kapitel 9

Empirisk Analyse

I dette afsnit foretages den empiriske analyse baseret på den indsamlede data og de gennemgåede teorier. I første del af analysen diskuteres de beregnede efficienser og projektioner for porteføljeselskaberne, som er fundet via RAM-modellen, hvorefter de globale projektioner findes og behandles. Derefter foretages second-stage-analysen, hvor formålet er at sammenligne de to grupper ved først at benytte BPC til at analysere på om, de to grupper har forskellige udviklingsmuligheder og dermed skal have to forskellige rande, hvorefter de endelige efficiensfordelinger undersøges ud fra den, eller de, fundne rande. Efterfølgende bestemmes BIU som benyttes til at undersøge, hvilken af grupperne, der er bedst til at udnytte deres tilsvarende udviklingsmuligheder, hvorefter vi afslutningsvis analyserer på korrelationen mellem selskabernes efficienser og størrelse i de to grupper. Til sidst foretages en række statistiske tests på de forskellige kapitalfondes porteføljeselskabers efficienser for at undersøge, om nogle af fondene har formået at udnytte de værdiskabende faktorer bedre end andre. Det bemærkes, at analysen baseres på to output-parametre; henholdsvis afkastningsgrader og likviditetsgrader, hvilket er en fordel rent grafisk, da vi dermed kan plotte de to parametre mod hinanden; dog kunne analysen sagtens gennemføres med flere parametre, hvis dette havde været relevant og tilgængeligt. Det samlede datasæt for selskabernes output-parametre ses af elektronisk bilag 2: Samlet datasæt.

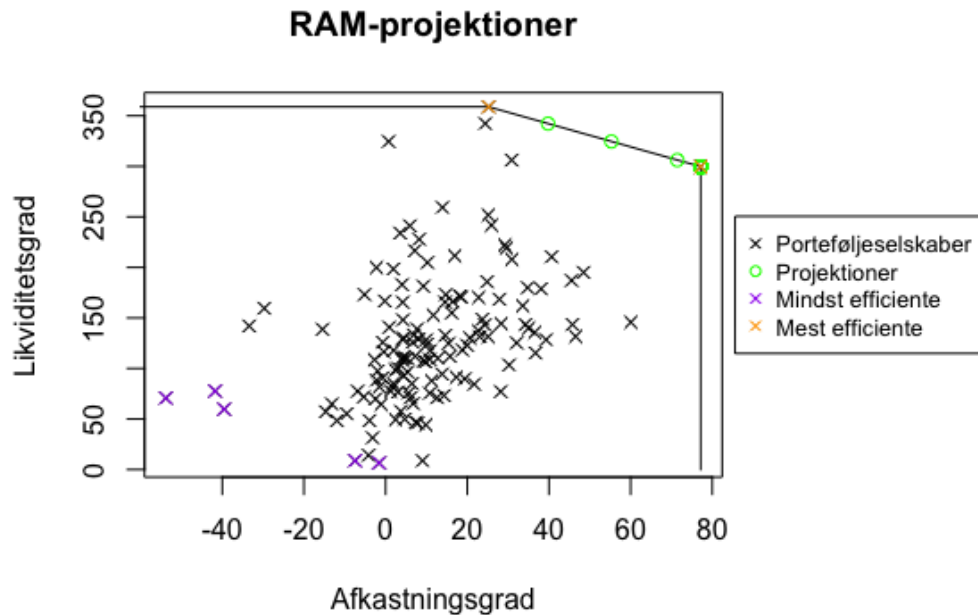
9.1 RAM-efficiensscorer

De beregnede relative efficienser for porteføljeselskaberne, som er fundet via RAM-modellen, fremgår af bilag G. Heraf ses det, at de relative efficienser strækker sig fra 0,1751 til 1 med et gennemsnit på 0,5101 og en spredning på $0,1440 = 14,4\%$. Dette fortæller således i grove træk, at de enkelte porteføljeselskaber i gennemsnit kan forbedre sine outputs med 48,99%, givet det samme input-niveau på 1, ved at kopiere praksis i de efficiente selskaber, som har en efficiensscore på 1.

De beregnede efficiensscorer for referencegruppen fremgår af bilag H, som benyttes i forbindelse second-stage-analysen i afsnit 9.2.

Som resultat af RAM-analysen består den efficiente rand af to porteføljeselskaber. Disse selskaber er henholdsvis Smart Lift A/S og Controlled Polymers A/S, som per definition ikke domineres af nogle linearkombinationer af andre selskaber. For de inefficente porteføljeselskaber findes dermed en vægtet kombination af de efficiente selskaber, de såkaldte peer-selskaber, som danner de inefficente

selskabers projektion på den efficiente rand. Dette ses på illustration 9.1, hvor alle porteføljeselskaber, deres projektioner, samt den efficiente rand fra RAM-modellen fremgår.



Figur 9.1: RAM-projektioner

Det fremgår ligeledes af bilag G samt af figur 9.1, at de selskaber, som i RAM-analysen opnår de laveste efficienser er Bambora Online A/S med en efficiensscore på 0,1751, SubC Partner A/S med en efficiensscore på 0,2139, Gulventreprise Danmark A/S med en efficiensscore på 0,2309, Amayse A/S med en efficiensscore på 0,2641 og Lessor Gruppen ApS med en efficiensscore på 0,2834. Vi vil benytte disse selskaber som et eksempel til at vise, hvordan performance kan forbedres igennem outputs, ved at kopiere praksis i de efficiente selskaber. For Lessor Gruppen ApS, betyder efficiensscoren på 0,2834, at der eksisterer en vægtet kombination af efficiente selskaber, der for maksimalt samme niveau af inputs kan producere $1 - 0,2834 = 0,7166 = 71,7\%$ bedre output-kombination. Samme princip gør sig gældende for de resterende inefficente selskaber, som er markeret på illustration 9.1.

Som det ses af illustrationen, projiceres størstedelen af de inefficente porteføljeselskaber ud til Smart Lift A/S, som har en afkastningsgrad på 77,1662 og en likviditetsgrad på 291,6027. Dette selskab ses også rent grafisk at ligge længst ude, hvormed isokvantkurverne for størstedelen af de inefficente selskaber vil opnå den højeste output-kombination ved at blive projiceret hertil. Controlled Polymers A/S har en afkastningsgrad på 25,2348 og en likviditetsgrad på 358,8534.

De to peer-selskaber viser sig således at fremgå med præcis samme vægte, for de fem mindst efficiente selskaber, hvilket ses i tabel 9.1.

Selskaber	Smart Lift A/S	Controlled Polymers A/S
Vægte	1	0

Tabel 9.1: Vægtede peer-selskaber

Outputs for den efficiente kombination af peer-selskaber og for de fem mindst efficiente selskaber, samt forskellen mellem henholdsvis afkastningsgraden og likviditetsgraden for kombinationen af peer-selskaber og de fem inefficente selskaber er i vist i tabel 9.2. Kombinationen af peer-selskaber vil, som angivet i tabel 9.1, bestå af værdierne for Smart Lift A/S, men vises med en generel tilgang, da kombinationen kunne være fordelt på flere selskaber med forskellige vægte.

	Afkastnings- grad	Likviditets- grad	Forskel i afkastnings- grader	Forskel i likviditets- grader
Kombination af peers	77,1662	291,6027	—	—
Bambora Online A/S	−53,8022	70,7088	130,9684	220,8939
SubC Partner A/S	−39,5523	59,6779	116,7185	231,9249
Gulventreprise Danmark A/S	−41,7681	77,6158	118,9343	213,987
Amayse A/S	−7,4653	8,7533	84,6314	282,8494
Lessor Gruppen ApS	−1,6076	6,5776	78,7738	285,0252

Tabel 9.2: Forskel i afkastningsgraden og likviditetsgraden mellem kombinationen af peer-sættet og de inefficente selskaber

Som det ses heraf, kan alle de inefficente selskaber opnå en langt mere effektiv output-kombination ved at kopiere praksis hos Smart Lift A/S. Tilsvarende analyse kan laves på de resterende inefficente selskaber, med de peer-selskaber som indgår i linearkombinationen for de enkelte selskaber.

Hvis analysen var foretaget med udgangspunkt i en af standardmodellerne indenfor DEA, ville den fundne løsning godtages som entydig. Men da RAM-modellen er non-radial i dens natur, kan den producere flere projektioner for porteføljeselskab o , hvormed det er vigtigt at identificere dem alle samt alle de mulige peer-selskaber for det inefficente selskab. Vi ønsker derfor i det følgende at bestemme det globale peer-sæt for alle de inefficente selskaber. Afsnittet er baseret på [Hwang et al., 2016, kap. 12] og [Mehdiloozad et al., 2015]. Andre kilder, som bruges til at understøtte teorien, er angivet undervejs i afsnittet. Eftersom koderne til udregningerne i følgende afsnit er udarbejdet selv, gennemgås teorien

grundigt for at skabe en bedre teknisk forståelse.

9.1.1 Globale peer-sæt

Med udgangspunkt i RAM-modellen af Cooper et al. [1999] har Sueyoshi and Sekitani [2007] foreslået en metode til at finde alle peer-selskaberne for et inefficiant selskab. Senere påpeger Krivonozhko et al. [2012] problemerne ved denne metode, blandt andet den store beregningsbyrde, hvorefter Krivonozhko et al. [2014] derfor foreslog en anden metode. Studierne af Sueyoshi and Sekitani [2007] og Krivonozhko et al. [2014] benytter betegnelsen *minimum face*, som er et plan af mindste dimension, hvor alle projektionspunkterne er lokaliseret. Således findes alle de observerede selskaber på minimum face som et unikt peer-sæt for de enkelte selskaber. Samtidig påpegede begge studier, at der kunne være flere peer-sæt for hvert selskab, hvilket kaldes *multiplicitetsproblemet*, men ingen af studierne lavede en klar skelnen mellem de unikt fundne peer-sæt og andre typer af peer-sæt. I et nyere studie definerer Mehdiloozad et al. [2015] tre typer af peer-sæt på en matematisk veldefineret måde, hvormed alle peer-selskaberne identificeres ved et lineært programmeringsproblem.

9.1.1.1 Identificering af det globale peer-sæt

For at identificere det globale peer-sæt findes først de potentielle kilder til multiplicitetsproblemet, hvormed de tre typer af peer-sæt defineres. Den første kilde til problemet er, at en given projektion kan genereres af flere konvekse kombinationer af de efficiente selskaber. Det vil altså sige, at tilstedeværelsen af alternative intensitetsvektorer for den givne projektion er første kilde til multiplicitetsproblemet, hvilket fremover kaldes problemet af type 1. Peer-sæt der identificeres ved hjælp af sådanne vektorer kaldes for *unary peer-sæt*, *UPS'er*. Vi definerer altså UPS, som et sæt af efficiente selskaber, der er aktive i en specifik konveks kombination, der producerer den givne projektion, P , for det evaluerede selskab o :

$$R_P^{Uo} = \left\{ DMU^k \mid \lambda^{k*} > 0 \right\}$$

Hvert medlem af R_P^{Uo} kaldes som tidligere nævnt et peer-selskab for selskab o og disse er alle efficiente.

For at håndtere problemtype 1 definerer vi det *maksimale peer-sæt*, *MPS*, som foreningen af alle UPS'erne, der er forbundet med den givne projektion, P , for det evaluerede selskab o :

$$R_P^{Mo} = \left\{ DMU^k \mid \lambda^{k*} > 0 \text{ i en optimal løsning til RAM-modellen ((8.5)) forbundet med } P \right\} \quad (9.1)$$

Den anden kilde til multiplicitetsproblemet i RAM-modellen er forekomsten af flere projektioner, som vi vil kalde problemet af type 2. For at håndtere problemtype 2 definerer vi yderligere foreningen af alle MPS'erne, som det unikke *globale peer-sæt*, *GPS*, for det evaluerede selskab. For at komme frem til dette sæt definerer vi først Ω^o som sættet af alle de optimale løsninger til RAM-modellen:

$$\Omega^o = \left\{ \left(\lambda, s_i^-, s_j^+ \right) \left| \begin{array}{l} \sum_{r=1}^e \lambda^r x_i^r + s_i^- = x_i^o, \quad i = 1, \dots, m, \\ \sum_{r=1}^e \lambda^r y_j^r - s_j^+ = y_j^o, \quad j = 1, \dots, n, \\ \sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{j=1}^n \frac{s_j^+}{R_j^+} = (m+n)(1-\rho^o), \quad r = 1, \dots, e \\ \sum_{r=1}^e \lambda^r = 1, \\ \lambda^r \geq 0, \quad r = 1, \dots, e \\ s_i^-, s_j^+ \geq 0, \quad \forall i, j \end{array} \right. \right\}$$

hvor e angiver kardinaliteten af K_E , som er sættet af alle RAM-efficiente selskaber, og dermed ser ud som følger: $K_E = \left\{ (x_i^1, y_j^1), \dots, (x_i^e, y_j^e) \right\}$. Sættet af alle de mulige projektionssæt, som følger af Ω^o , kaldes for projektionssættet og angives ved:

$$\Lambda^o = \left\{ \left(x_i^o - s_i^-, y_j^o + s_j^+ \right) \left| \left(\lambda, s_i^-, s_j^+ \right) \in \Omega^o \right. \right\}$$

Som tidligere nævnt findes der et minimum face, $\Psi^{min,o}$, der indeholder projektionssættet, Λ^o , der er fællesmængden mellem alle faces af PPS som indeholder Λ^o :

$$\Psi^{min,o} = \bigcap_{F \text{ er et face af PPS og } \Lambda^o \subseteq F} F$$

Følgende definition tager nu højde for fremkomsten af flere MPS'er forbundet med flere projektioner. Vi definerer foreningen af alle MPS'er til selskab o , som dette selskabs GPS:

$$R^{Go} = \bigcup_{P \in \Lambda^o} R_P^{Mo} = \left\{ DMU^k \left| \lambda^{k*} > 0 \text{ i en optimal løsning til RAM-modellen ((8.5))} \right. \right\} \quad (9.2)$$

Vi bruger altså UPS og MPS til at demonstrere fremkomsten af multiplicitetsproblemet ved henholdsvis én projektion og flere, og mens disse to sæt kan løbe ind i multiplicitetsproblemet, så præsenterer GPS et unikt peer-sæt, der indeholder alle de mulige peer-selskaber. Dette globale peer-sæt har følgende fem egenskaber [Mehdiloosad et al., 2015].

1. Det konvekse *hull* af det globale peer-sæt, $conv(R^{Go})$ er et stærkt face af PPS under VRS.
2. Minimum face er lig med det konvekse *hull* af GPS: $\Psi^{min,o} = conv(R^{Go})$.

Anden egenskab siger, at minimum face er udspændt af GPS, og denne giver os følgende egenskab:

3. Minimum face er en polytop givet ved:

$$\Psi^{min,o} = \left\{ (x_i, y_j) \left| x_i = \sum_{r \in K^{Go}} \lambda^r x_i^r, \quad y_j = \sum_{r \in K^{Go}} \lambda^r y_j^r, \quad \sum_{r \in K^{Go}} \lambda^r = 1, \quad \lambda^r \geq 0, \quad \forall r \in K^{Go} \right. \right\}$$

hvor K^{Go} er sættet af selskaber i R^{Go} .

Følgende egenskab kommer af definitionerne på MPS i ligning (9.1) og GPS i ligning (9.2):

4. DMU^k ligger i R^{Go} , hvis og kun hvis $\lambda^k > 0$ i en $(\lambda, s_i^-, s_j^+) \in \Omega^o$, dermed:

$$R^{Go} = \bigcup_{(\lambda, s_i^-, s_j^+) \in \Omega^o} \{DMU^k \mid \lambda^k > 0\}$$

Sidste egenskab lyder som følger:

5. Lader $(\lambda', s_i^{-'}, s_j^{+'})$ være et element i Ω^o , således at λ' har det maksimale antal af positive komponenter, så:

$$R^{Go} = \{DMU^k \mid \lambda^{k'} > 0\}$$

Vi vil nu bruge denne egenskab til at formulere en lineær programmeringsmodel, som kan identificere GPS:

$$\max \sum_{r=1}^e \mu^r \mu^{e+1}$$

betinget af

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^e ((\lambda^r + \mu^r) x_i^r + s_i^-) - (\lambda^{e+1} + \mu^{e+1}) x_i^o &= 0, & i = 1, \dots, m \\ \sum_{r=1}^e ((\lambda^r + \mu^r) y_j^r + s_j^+) - (\lambda^{e+1} + \mu^{e+1}) y_j^o &= 0, & j = 1, \dots, n \\ \sum_{r=1}^e (\lambda^r + \mu^r) - (\lambda^{e+1} + \mu^{e+1}) &= 0 \\ 0 \leq \mu^q \leq 1, \quad \lambda^q &\geq 0, & q = 1, \dots, e+1 \\ s_i^-, \quad s_j^+ &\geq 0, & i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned}$$

Vi lader nu $(\lambda^{q*}, \mu^{q*}, s_i^{-*}, s_j^{+*}, \forall q, i, j)$ være en optimal løsning, hvormed vi har:

$$\left(\lambda^{q'} = \frac{\lambda^{q*} + \mu^{q*}}{\lambda^{e+1} + \mu^{e+1}}, s_i^{-'} = \frac{s_i^{-*}}{\lambda^{e+1} + \mu^{e+1}}, s_j^{+'} = \frac{s_j^{+*}}{\lambda^{e+1} + \mu^{e+1}}, \forall q, i, j \right) \in \Omega^o \quad (9.3)$$

hvor λ' har det maksimale antal positive komponenter. Vi kan nu identificere GPS ved:

$$R^{Go} = \left\{ DMU^k \mid \lambda^{k'} > 0 \text{ i (9.3)} \right\}$$

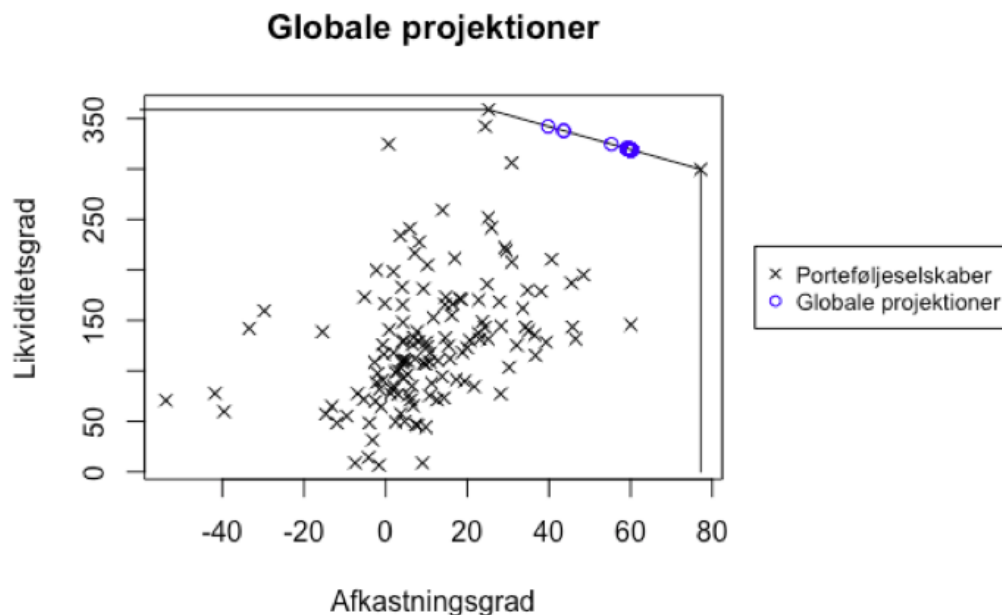
Når det globale peer-sæt er identificeret, kan projektionen af ovenstående løsning opnås som:

$$P^{o*} = (x_i^{o*}, y_j^{o*}) = \sum_{r \in K^{Go}} \lambda^{r'} (x_i^r, y_j^r)$$

Da P^{o*} er udtrykt som en streng konveks kombination af enhederne i R^{Go} , er denne et relativt indvendigt punkt af $\Psi^{min,o}$. Vi har dermed, at løsningen til det lineære programmeringsproblem bestemmer sættet af alle de selskaber, der udspænder minimum face, altså GPS, sammen med et relativt indvendigt punkt i dette face, altså projektionen, P^{o*} . Eftersom der ikke er offentliggjort nogle beregningsværktøjer til bestemmelse af globale peer-sæt i RAM-modellen, har vi udarbejdet det lineære programmeringsproblemet selv. Dette er gjort ved at opstille problemet i AMPL, hvorefter vi har benyttet online-solveren Knitro, og dermed fået vægtene og projektionerne fra det globale peer-sæt. AMPL-koden kan ses i bilag I.

Denne tilgang kan således effektivt håndtere fremkomsten af problemtype 1 og 2. Metoden er ikke kun gældende for RAM-modellen, men også for andre additive modeller, og er desuden baseret på antagelsen om variabelt skalaafkast, som benyttes i RAM. Til sidst kan denne metode også håndtere negative værdier i data, hvilket gør den brugbar for os. Af figur 9.2 kan alle porteføljeselskaberne samt deres projektioner fra de globale peer-sæt ses.

Heraf bemærkes det, at efter introduktionen af de globale sæt, projiceres ingen af selskaberne over i Smart Lift A/S, men til gengæld er alle de inefficente selskabers projektioner nu en linearkombination af både Smart Lift A/S og Controlled Polymers A/S; hvilket også var formålet. Inden introduktionen af globale peer-sæt blev størstedelen af porteføljeselskaberne projiceret over i Smart Lift A/S samtidig med, at kun tre af selskaberne bestod af en linearkombination af både Smart Lift A/S og Controlled Polymers A/S. Ydermere er projektionerne nu rykket langs den efficiente rand til lavere afkastningsgrader og højere likviditetsgrader for alle selskaberne.



Figur 9.2: Globale projektioner

Når selskaberne ønsker at forbedre deres performance, kan det globale peer-sæt være relevant af to grunde fra et ledelsesmæssigt synspunkt. For det første; selvom det ikke er praktisk at introducere en ikke-observeret projektion som benchmark for et inefficielt selskab for at forbedre dennes performance, så giver identificeringen af denne projektion mulighed for at udlede praktiske retningslinjer fra benchmarking mod peer-selskaberne. Den anden grund er, at når nogle, men ikke alle, peer-selskaber identificeres for et inefficielt selskab, så kan beslutningstageren i selskabet stadig være af den mening, at det identificerede peer-selskab ikke er et passende benchmark og ville måske ønske, at han havde flere muligheder for at vælge benchmarken. I dette tilfælde vil identifikationen af alle peer-selskaberne tillade ham at inkorporere hans præferencer til analysen for at finde en projektion med det mest foretrukne i) nærhed, ii) input- og output-værdier og iii) andele af peer-selskaber i dens dannelse.

Hvis der tages udgangspunkt i samme eksempel som tidligere med Lessor Gruppen ApS, vil vi forvente, at vægtene i linearkombinationen af peer-selskaber er ændret. De oprindelige RAM-vægte, samt vægtene fra det globale peer-sæt er angivet i tabel 9.3.

Selskaber	Smart Lift A/S	Controlled Polymers A/S
RAM-vægte	1	0
Globale vægte	0,6713	0,3287

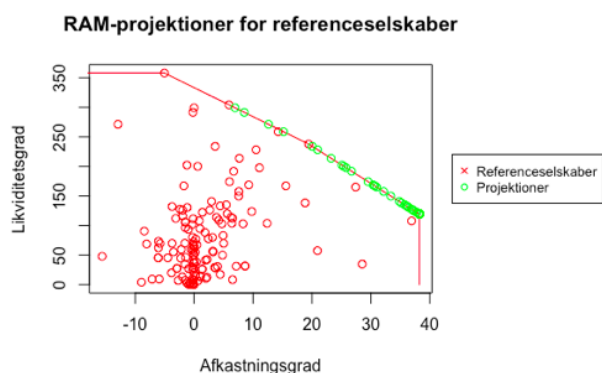
Tabel 9.3: Sammenligning af vægte

Her ses det, at vægtene er ændret fra kun at ligge i Smart Lift A/S til nu at have en kombineret vægt, dog stadig størst i Smart Lift A/S. Det betyder, at Lessor Gruppens strategi, når de kopierer peer-selskabernes praksis for at blive efficiente, ændres til at være en kombination af de to efficiente porteføljeselskaber, som vist i tabel 9.4.

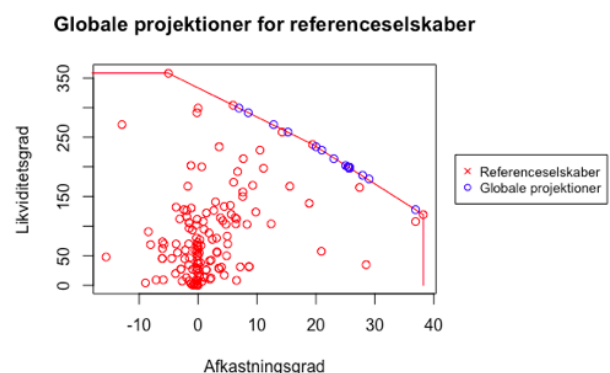
	Afkastnings- grad	Likviditets- grad	Forskel i afkastnings- grader	Forskel i likviditets- grader
Kombination af peers	60,095	319,080	—	—
Lessor Gruppen ApS	−1,6076	6,5776	61,703	312,502

Tabel 9.4: Forskel i afkastningsgraden og likviditetsgraden mellem kombinationen af peer-sættet og Lessor Gruppen ApS

I den oprindelige RAM-model var forskellen i henholdsvis afkastningsgraden og likviditetsgraden for kombinationen af peer-selskaber og Lessor Gruppen ApS givet ved 78,7738 og 285,0252, hvormed forbedringspotentiallet i afkastningsgraden er faldet modsat forbedringspotentiallet i likviditetsgraden, som er steget. Samme tilgang gør sig gældende for de resterende inefficente porteføljeselskaber, samt for de inefficente referenceselskaber. De globale projektioner er derfor også fundet for referencegruppen, som kan ses af illustration 9.4 sammen med referenceselskabernes output-kombinationer og den efficiente rand. Af illustration 9.3 ses referenceselskabernes RAM-projektioner til sammenligning.



Figur 9.3: RAM-projektioner for referenceselskaber



Figur 9.4: Globale projektioner for referenceselskaber

Som det ses af figur 9.3 og 9.4, er mange af de globale projektioner for referenceselskaberne ligeledes rykket langs den efficiente rand, sammenlignet med RAM-projektionerne, til en lavere afkastningsgrad

og en højere likviditetsgrad. Det ses ligeledes, at alle de globale projektioner for referenceselskaberne er en linearkombination af flere efficiente selskaber, da ingen referenceselskaber projiceres globalt ud til kun ét efficient selskab.

I praksis ligger der mange komplekse problemstillinger bag strategien om at performe bedre, og det er alt andet lige ikke muligt for selskaber direkte at kopiere andre selskaber. For kapitalfonde kan det dog bruges som en indikation for, hvilke tiltag i de forskellige porteføljeselskaber, som fungerer bedre end andre og for selskaber, som ikke er ejet af en kapitalfond, kan det benyttes som en inspiration til forretningstiltag- og strategier. Selvom introduktionen af de globale projektioner ikke ændrer på efficiensscoren, vurderes det alligevel som relevant, da vi ønsker, at analysen opnår højest mulig grad af validitet og reliabilitet, indeholdende de mest efficiente udregninger.

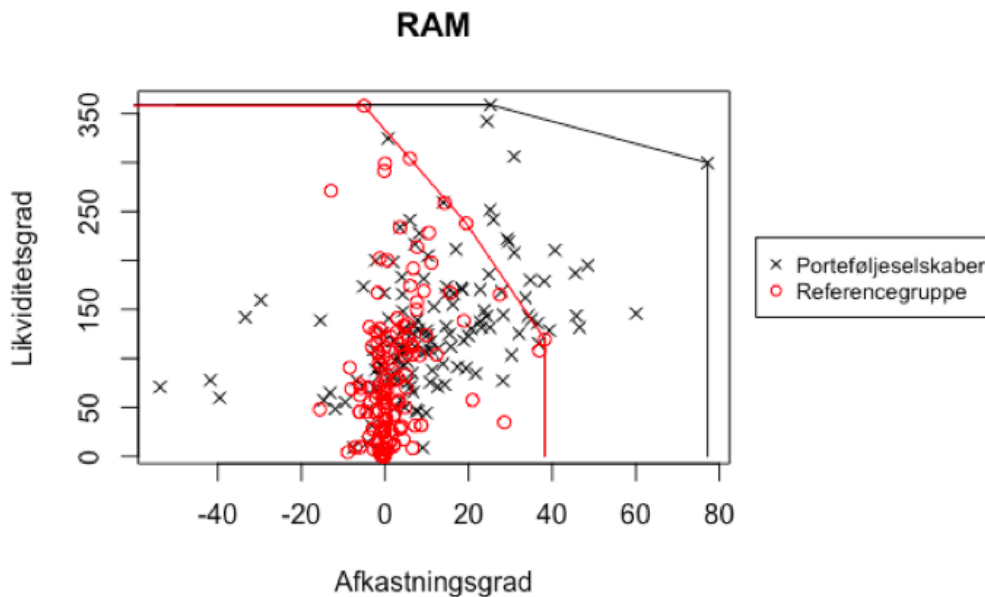
Som en vigtig tilføjelse for at finde alle peer-selskaberne udviklede Mehdiloozad et al. [2015] og Mehdiloozad and Sahoo [2015] to metoder for måling af skalaafkast - en der anvender BCC-modellen og en der anvender CCR-modellen. Ud fra teorien om maksimale peer-sæt fås således en to-trins algoritme til at bestemme selskab o 's mulighed for skalaafkast, som i første trin handler om at løse RAM-modellen for (x_i^o, y_j^o) og i andet trin handler om at løse CCR-modellen for (x_i^{o*}, y_j^{o*}) for de inefficente selskaber. Denne metode er den mest efficiente til at bestemme skalaafkastet, og kan være nyttig i de fleste sammenhænge, til at undersøge om de to gruppers selskaber opererer på deres mest produktive skalastørrelse, *MPSS*, men benyttes ikke i denne opgave da skalaefficiens ikke kan bestemmes når vi arbejder med en dummy-input på 1 [Hwang et al., 2016].

I følgende afsnit foretages second-stage-analysen, hvor vi ønsker at sammenligne de kapitalfondsejede selskaber med de ikke-kapitalfondsejede selskaber, ved brug af de beregnede efficienser fra RAM-analysen.

9.2 Second-stage-analyse

Hovedformålet med denne del af analysen er at se på, hvordan kapitalfondsejede selskaber klarer sig i forhold til selskaber, der ikke ejes af en kapitalfond. Vi ønsker således at sammenligne de to grupper imellem, uden at dykke ned i de enkelte selskaber og således uden at se på de enkelte kapitalfondes performance, da dette undersøges senere i afsnit 9.3.

Idet vi arbejder med to grupper af samme størrelse, med kun en meget lille afvigelse som følge af outlier-analysen, samtidig med, at begge datasæt er forholdsvis store, kan det antages, at de efficiente rande som findes for begge grupper, vist i illustration 9.5, er de sande rande.



Figur 9.5: Porteføljeselskaber, referenceselskaber og deres gruppespecifikke rande

Det ses af figur 9.5, at mange af selskaberne fra begge grupper er centreret omkring en afkastningsgrad mellem -5 og 25 samt likviditetsgrader under ≈ 250 . Dog ses det, at porteføljeselskaberne tenderer til at sprede sig mere til højre med en højere afkastningsgrad, som omdiskuteret i afsnit 7.2, samtidig med, at der er flere porteføljeselskaber med høje likviditetsgrader sammenlignet med referenceselskaberne. Rent grafisk udvides første akse meget grundet porteføljeselskabernes spredning i afkastningsgraden, hvormed referencegruppens selskaber ser ud til at være meget centrerede om en afkastningsgrad omkring 0. Dog er det bemærkelsesværdigt, at der er porteføljeselskaber, som ligger meget langt fra den efficiente rand samtidig med, at randen for porteføljeselskaberne ligger længere oppe og til højre sammenlignet med den efficiente rand for referenceselskaberne. Det ses tillige, at der indgår super-eficiente porteføljeselskaber med en output-kombination, som er højere end den efficiente rand for referenceselskaberne. Dermed ser det ud til, at de gode porteføljeselskaber performer ekstra godt, formentlig grundet de værdiskabende faktorer samtidig med, at de dårlige porteføljeselskaber også er de dårligst performende samlet set, formentlig grundet problemet med assymmetrisk information. Derudover ses størstedelen af selskaberne for begge grupper at ligge tættere på referencegruppens efficiente rand. Mange af disse mønstre berøres i følgende analyse, hvor vi overordnet set ønsker at sammenligne performance for de kapitalfondsejede selskaber med performance for de ikke-kapitalfondsejede selskaber.

I første del af second-stage-analysen ønsker vi at undersøge, om efficienserne for de to grupper skal bestemmes ud fra en fælles rand eller ud fra gruppespecifikke rande. Til dette benyttes en bilateral indikator, præsenteret for nylig af Asmild et al. [2019], som indtil nu ikke har været anvendt i forbindelse med RAM-modellen.

9.2.1 Bilateral Productions Conditions, BPC

Asmild et al. [2019] benytter to bilaterale indikatorer til at beskrive forskellige landes konkurrenceevne indenfor landbrug og til at sammenligne Danmark med de øvrige lande, som indgår i analysen. Den ene indikator kaldes *Bilateral Productions Conditions*, *BPC*, og benyttes til at foretage en række bilaterale sammenligninger af landenes produktionsbetingelser og dermed gruppernes forskellige muligheder. Den anden indikator introduceres i afsnit 9.2.3.

Vi vil nu benytte BPC-indikatoren til at sammenligne den efficiente rand for de to grupper af selskaber. Da studiet af Asmild et al. [2019] er helt nyt, og indikatorerne dermed indtil videre kun er benyttet i relation til den almindelige DEA-tilgang, har vi mulighed for at udvide metoden til at kunne bruges i RAM-tilgangen, hvormed koderne til de forskellige beregninger også er udarbejdet selv. Disse kan ses af bilag J.

Tidligere definerede vi antallet af selskaber, DMU'er, ved K , der betegnes ved $\{k = 1, \dots, K\}$. Vi lader nu K angive det samlede antal selskaber og deler K ind i to grupper: $K = G^{por} \cup G^{ref}$, hvor PPS er angivet med variabelt skalaafkast som i ligning (8.1). Nu benyttes BPC-indikatoren til at sammenligne den efficiente rand for de to grupper G^{por} og G^{ref} , ved at beregne efficiensscorerne for alle selskaber tilhørende hver af de to grupper i forhold til de to gruppespecifikke rande. Disse efficiensscorer er beregnet ved RAM-modellens programmeringsproblem i (8.5) i R. For et givent selskab $o \in G^{por} \cup G^{ref}$ giver denne sammenligning af de efficiente rande et sæt af associerede efficiensscorer $(\rho_{G^{por}}^o, \rho_{G^{ref}}^o)$ i forhold til den efficiente rand af henholdsvis G^{por} og G^{ref} . Asmild et al. [2019] definerer den vægtede BPC indikator, $BPC(G^{por}, G^{ref})$, som det vægtede geometriske gennemsnit af forholdene mellem selskabernes efficiensscorer i forhold til den efficiente rand af henholdsvis G^{por} og G^{ref} :

$$BPC(G^{por}, G^{ref}) = \prod_{k \in G^{por} \cup G^{ref}} \left(\frac{\rho_{G^{ref}}^o}{\rho_{G^{por}}^o} \right)^{w_i}$$

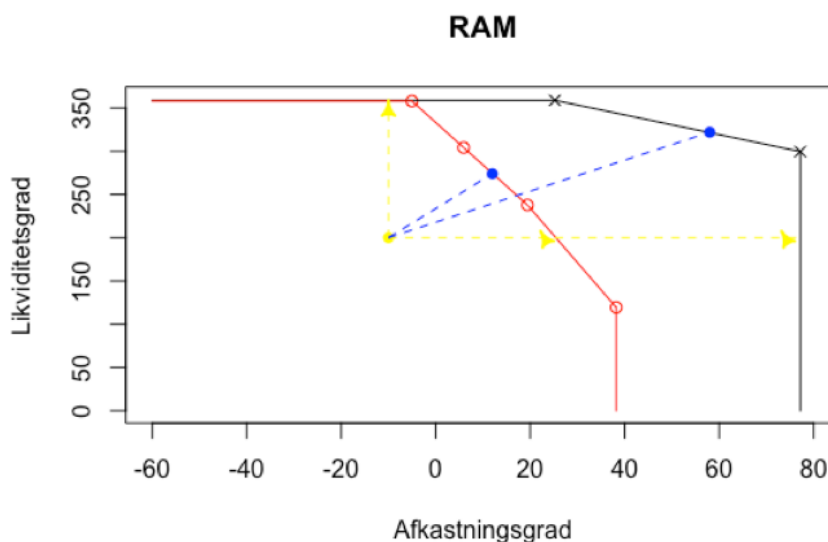
hvor w_i er observationsspecifikke vægte, der viser observationens andel af det samlede output for hver gruppe. Da vi ikke har et fælles output, som Asmild et al. [2019], vil det ikke give mening at vægte vores selskaber forskelligt. Vi vægter dermed med det samlede antal selskaber, og får:

$$BPC(G^{por}, G^{ref}) = \prod_{k \in G^{por} \cup G^{ref}} \left(\frac{\rho_{G^{ref}}^o}{\rho_{G^{por}}^o} \right)^{\frac{1}{K}}$$

hvor $BPC(G^{por}, G^{ref}) \in (0, \infty)$. Ud fra BPC kan vi konkludere, at de kapitalfondsejede selskaber har bedre udviklingsmuligheder, end de ikke-kapitalfondsejede selskaber, hvis og kun hvis $BPC(G^{por}, G^{ref}) > 1$. Det gælder ligeledes omvendt for $BPC(G^{por}, G^{ref}) < 1$.

I DEA-tilgangen giver BPC-indikatoren pæne resultater, da man ved, at de inefficente selskabers pro-

jektioner på den efficiente rand vil gå ud fra origo, igennem det inefficiente selskab og ud på randen, som vi så i figur 8.1 og 8.2 i afsnit 8.1.2. Dette er anderledes i RAM-tilgangen, da det er en additiv model, og vi dermed ikke har samme krav om, at projektionen skal komme fra en lige linje fra origo, som det også ses af figur 8.4 i afsnittet om RAM. I forhold til BPC giver dette noget usikkerhed, når man skal beregne efficiensen for selskaberne i begge grupper op mod de to gruppespecifikke rande, da man ikke ved, om retningen til de to rande vil være den samme. Dette ses af figur 9.6, hvor det gule punkt er et tilfældigt punkt, som dermed kan projiceres ud på de to rande med forskellig hældning, som vi ikke kender på forhånd. I den normale DEA-tilgang ville vi kende denne hældning, da retningen vil gå ud fra origo, igennem punktet og ud til begge rande.



Figur 9.6: Projektioner i RAM med forskellig retning

BPC-ratioen vil dermed ikke være lige så veldefineret under RAM-modellen som under den almindelige DEA-model, men indikatoren vil stadig kunne benyttes til at vurdere, om der er forskel i mulighederne for de to grupper og derudfra, om vi skal arbejde med én fælles rand eller to separate rande.

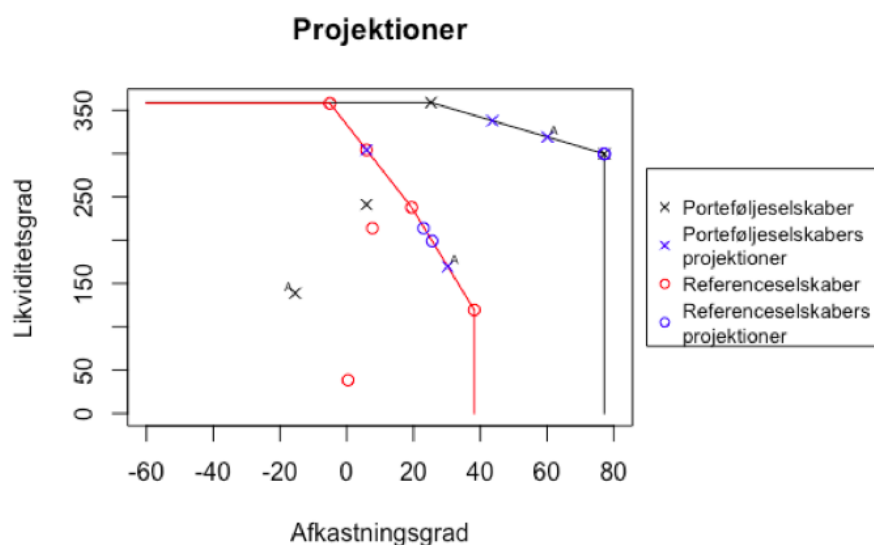
Hvis de to grupper skal danne en fælles rand, er det som følge af, at de to grupper har de samme udviklingsmuligheder, hvormed efficienserne kan bestemmes ud fra samme udgangspunkt. Generelt vil forskellige selskaber fra samme land, formodes at have de samme udviklingsmuligheder; dog formodes de kapitalfondsejede selskaber at have bedre udviklingsmuligheder sammenlignet med referenceselskaberne, grundet de værdiskabende faktorer. Dette indebærer den direkte adgang til kapital, ændringen i selskabernes kapitalstruktur, samt de operationelle ændringer. Den empiriske bestemmelse af BPC er

netop en indikator for, om mulighederne for de to grupper viser sig at være så forskellige, at efficienserne beregnes i relation til deres gruppespecifikke rand eller til en fælles rand.

9.2.1.1 Empirisk bestemmelse af BPC

Inden vi kan beregne BPC, skal vi have beregnet efficienserne til både den ene og den anden rand for alle 277 selskaber. Dette kan skabe nogle problemer, da der, så vidt vi ved, ikke findes noget i litteraturen, der beregner RAM-efficienser mod en fremmed rand. Dette betyder, at vi dermed selv har måtte opstille nogle antagelser for at kunne beregne disse. Problemet vi stødte på, var problemet om *super-efficiens*, som fremkommer ved, at nogle punkter for den ene gruppe ligger over den anden gruppes efficiente rand. Dette er et problem, fordi disse punkter dermed vil have en efficiens, der er over 1, når den beregnes i forhold til den fremmede rand, hvilket er i strid med den generelle betingelse om, at efficienserne skal ligge mellem 0 og 1. Da der som sagt ikke er noget publiceret litteratur, der har beskæftiget sig med dette i forbindelse med RAM-modellen, har vi valgt at give disse super-efficiente selskaber en efficiensscore på 1, så de fremgår som fuldt efficiente ligesom rand-selskaberne for den modsatte gruppe.

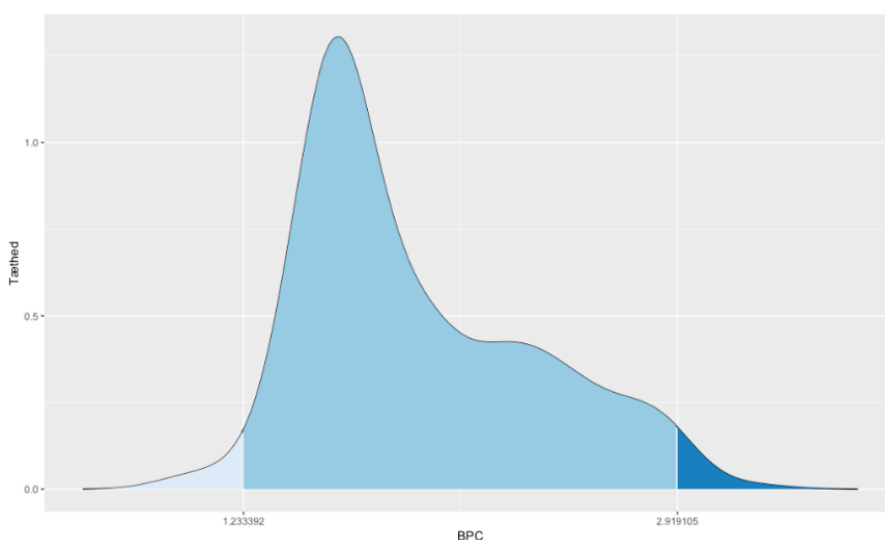
Når vi beregner efficienserne for selskaberne til de to gruppespecifikke rande, får vi også alle selskabernes projektioner på begge rande, hvormed vi kan tjekke, hvordan selskaberne projiceres ud på de to rande og dermed, om det formodentlige problem illustreret i figur 9.6 viser sig at være gældende. Figur 9.7 viser projektionerne for henholdsvis to inefficente porteføljeselskaber og referenceselskaber og viser, at problemet med retningen af projektionerne som forventet er til stede. De to porteføljeselskaber vises med sorte krydser og de fire projektioner ses med blå krydser på henholdsvis referenceselskabernes- og porteføljeselskabernes rand.



Figur 9.7: Eksempel på retning for RAM-projektioner

Det ene porteføljeselskab samt dets projektioner er markeret med A , for at illustrere sammenhængen i de tre punkter. For selskab A ses det, at de to projektioner som forventet ligger i forskellige retninger. Dette gør sig også gældende for de tre andre selskaber på figuren, samt for resten af selskaberne i datasættet. Dette gør som sagt, at forskellen mellem randene ikke er lige så veldefineret for RAM-modellen som for den almindelige DEA-model.

Efter beregningen af efficienserne for alle selskaberne til de to gruppesspecifikke rande kan vi se på fordelingen af ratioerne, $\frac{\rho_{G^{ref}}^o}{\rho_{G^{por}}^o}$, som er illustreret i figur 9.8.



Figur 9.8: Tæthedsfordeling af BPC-indikatoren

Af figur 9.8 ses det, at ratioerne er unimodalfordelt med en høj varians og idet, at værdien 1 ligger under 2,5-fraktilen, medfører det en forventning om, at $BPC(G^{por}, G^{ref}) > 1$. Ud fra illustration 9.5 over RAM-modellerne med de to gruppesspecifikke rande ser det ud til, at PPS^{ref} ligger indeni PPS^{por} , hvilket antyder, at selskabernes efficienser til randen af G^{ref} forventes at være større end efficienserne til randen af G^{por} ; $\rho_{G^{ref}}^k > \rho_{G^{por}}^k, \forall k \in G^{por} \cup G^{ref}$, hvilket undersøges senere.

Vi beregner BPC i R og får:

$$BPC(G^{por}, G^{ref}) = 1,855291 > 1$$

hvormed det kan konkluderes, at udviklingsmulighederne for de kapitalfondsejede selskaber dermed må være bedre end for de ikke-kapitalfondsejede selskaber, og at vi dermed skal finde selskabernes benchmarks på hver deres gruppesspecifikke efficiente rand.

Ved en BPC-indikator i den almindelige DEA-model vil man ud fra dette resultat konkludere, at den efficiente rand for gruppen af kapitalfondsejede selskaber, og dermed også mulighederne for denne gruppe, er 85,5 procent bedre end den efficiente rand og dermed mulighederne for referencegruppen. Som tidligere nævnt er afstanden fra punkterne og ud til projektionerne anderledes i RAM-modellen end i den almindelige DEA-model, og dermed kan vi ikke lave den samme konklusion her.

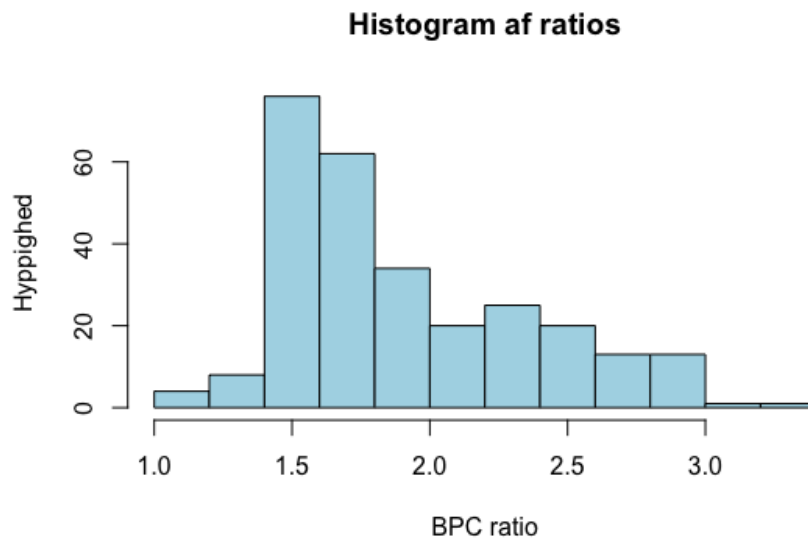
I den almindelige DEA ville man kunne undersøge forskellen på randene og dermed se, om denne forskel udspringer parallelt på dimensionerne eller om, der er større forskel på nogle dimensioner fremfor andre. Da vi kun har to outputs, og dermed to dimensioner, kan det ses af figur 9.5, at forskellen på de to rande formentlig er størst for afkastningsgraden fremfor likviditetsgraden. Da vi arbejder med negative værdier i RAM-modellen, er det dog ikke muligt at undersøge den variabelspecifikke forskel, da en metode for dette simpelthen ikke er udviklet endnu. Problemet ligger i, at origo ligger midt på x-aksen, grundet de negative værdier for afkastningsgraden i de to grupper, hvilket gør, at vi ikke kan beregne afstanden, som man gør i den almindelige DEA-model.

I praksis kan disse gruppeforskelle skyldes, at selskaberne i den ene gruppe er signifikant større end selskaberne i den anden gruppe, hvormed udviklingsgrundlaget dermed formodes at være bedre for gruppen af de største selskaber. I denne opgave har vi matchet referencegruppen ud fra selskabernes størrelse, og som det ses af bilag K opnås en p -værdi på $p = 0,7689 > 0,05$, når der foretages en Mann Whitney test på de to gruppers totale antal aktiver, hvilket tydeligt indikerer, at størrelsen på selskaberne i de to grupper er signifikant ens. Dermed kan det konkluderes, at gruppeforskellene ikke skyldes forskel på selskabernes størrelse i de to grupper, men derimod skyldes ejerforholdet og dermed forskellige udviklingsmulighederne for de to grupper.

Hvis PPS^{ref} er indlejret i PPS^{por} , så er det klart, at $\rho_{G^{ref}}^k > \rho_{G^{por}}^k, \forall k \in G^{por} \cup G^{ref}$, hvormed $BPC(G^{por}, G^{ref}) > 1$. Hvis gruppernes efficiente rande derimod skærer hinanden, så vil vi for nogle selskaber have, at $\rho_{G^{ref}}^k > \rho_{G^{por}}^k$ og for andre, at $\rho_{G^{ref}}^k < \rho_{G^{por}}^k$.

Figur 9.9 viser, at $\frac{\rho_{G^{ref}}^o}{\rho_{G^{por}}^o} > 1$ for alle ratios, hvormed udsagnet om, at $\rho_{G^{ref}}^k > \rho_{G^{por}}^k \forall k \in G^{por} \cup G^{ref}$ er korrekt. Det betyder således, at randene ligger nestede, da den gruppespecifikke rand for referencegruppen ligger konsekvent indenfor den gruppespecifikke rand for porteføljeselskaberne, hvormed de to rande ikke krydser hinanden.

Ud fra denne konklusionen om, at randen for referencegruppen ligger inden for randen for porteføljeselskaberne, kan vi desuden konkludere, at de super-efficiente selskaber alle må være porteføljeselskaber, hvilket også antydes af figur 9.5. Dette betyder, at vi har underestimeret forskellen på de to rande, da denne formentlig ville have været større, hvis de super-efficiente porteføljeselskaber ikke havde fået tildelt en efficiensscore på 1.

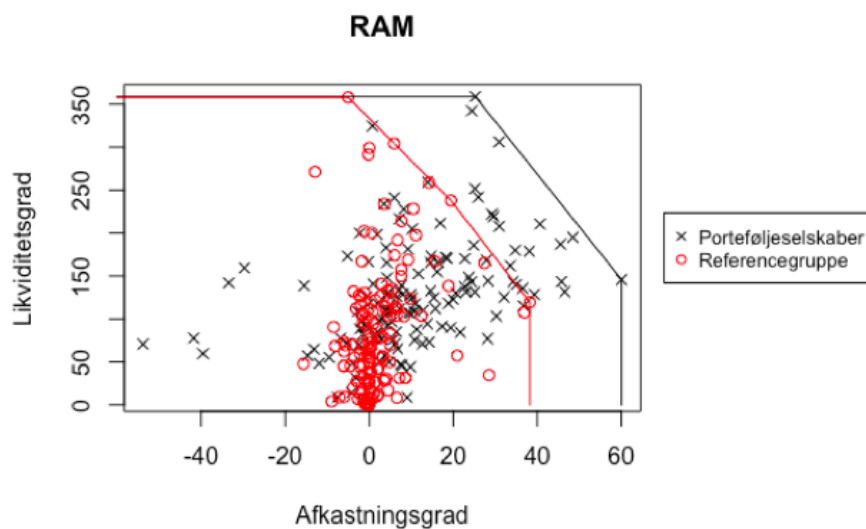


Figur 9.9: Histogram for BPC-ratios

Resultatet af BPC vil i stor grad afhænge af outlier-analysen og dermed af, hvilke selskaber, som udgør de gruppenspecifikke efficiente rande. Dette demonstreres i følgende eksempel.

Eksempel

Som det fremgår af illustration 9.5 over de efficiente rande for de to grupper, ligger output-kombinationen for Smart Lift A/S, som har en efficiensscore på 1, langt fra de resterende selskaber. Ved at fjerne dette selskab, vil de to rande således ligge tættere på hinanden, som det ses af illustration 9.10.



Figur 9.10: Porteføljeselskaber, referenceselskaber og deres gruppenspecifikke rande efter fjernelsen af Smart Lift A/S

I dette tilfælde findes BPC til $BPC = 1,3060 > 1$, som stadigvæk indikerer, at gruppernes udviklingsmuligheder er forskellige, således at efficienserne skal bestemmes ud fra de gruppespecifikke rande. Dog ses det tydeligt, hvor stor effekt ét selskab har på resultatet.

Havde det vist sig at være relevant med en fælles rand for de to grupper af selskaber, ville det være interessant at se på, hvorvidt peer-selskaberne for de inefficente selskaber generelt er fra samme gruppe, som det evaluerede selskab, eller fra den anden gruppe. Ligeledes ville det være interessant at undersøge, om der var en betydelig forskel i, hvor langt væk de to grupper af selskaber var placeret i forhold til den fælles efficiente rand. På den måde kunne det undersøges, om de kapitalfondsejede selskaber generelt lå tættere på randen end de ikke kapitalfondsejede selskaber, hvormed analysen om, hvorvidt kapitalfondsejede selskaber performer bedre end de ikke kapitalfondsejede selskaber kunne foretages på den måde.

Konklusionen, om at grupperne af henholdsvis kapitalfondsejede selskaber og ikke-kapitalfondsejede selskaber skal have hver deres rand, komplicerer sammenligningen af de to gruppers performance, målt igennem efficienserne. Det skyldes, at en efficiensscore målt i forhold til den ene rand ikke direkte kan sammenlignes med en efficiensscore målt i forhold til den anden rand. BIU-fortolkningen er dog en undtagelse i denne sammenhæng, da den kan bruges til at analysere på, om den ene gruppe er bedre til at udnytte sine gruppespecifikke muligheder end den anden gruppe er.

Inden bestemmelse af BIU-indikatoren vil vi dog se på fordelingen af efficienserne for de to grupper, i forhold til deres gruppespecifikke rande, for at få et indblik i, hvordan selskaberne i de to grupper opererer sammenlignet med de efficiente selskaber i deres respektive gruppe. For at gøre dette foretages en statistisk test på efficienserne i de to grupper, og hvis de viser sig at være signifikant forskellige, undersøges det efterfølgende, hvordan de hver især fordeles sig. Dermed kan vi få en formodning om, hvilken gruppe af selskaber som opererer tættest på deres gruppespecifikke rand inden dette undersøges direkte via BIU.

Hvis efficienserne i de to grupper viser sig at være normalfordelte, kan simple t-tests benyttes. Vi indleder derfor med at teste, om efficienserne er normalfordelte ved hjælp af en *Shapiro-Wilk normalitetstest*. Testen viser, at p -værdien for porteføljeselskaberne er givet ved $p = 0,0036 < 0,05$, og for referenceselskaberne ved $p = 0,000000006212 < 0,05$, hvilket også fremgår af bilag L. Vi kan derfor konkludere, at ingen af gruppernes efficienser er normalfordelte, hvormed vi vil foretage en ikke-parametrisk test, som ikke forudsætter, at de to grupper af efficienser er normalfordelte.

Det første vi ønsker at teste er, om fordelingen af efficienserne i de to grupper er ens. Fordelingen af efficienserne bruges ikke til at sammenligne de to gruppers efficienser, men til at se på, hvordan selskaberne performer i relation til deres gruppespecifikke rande. Til dette benyttes *Wilcoxon signed rank-testen*, som netop er en ikke-parametrisk test, der tager udgangspunkt i to parrede grupper og som kan bruges til at teste, om to grupper stammer fra samme fordeling. Afsnittet om Wilcoxon-testen

tager udgangspunkt i en kombination af [Statnoter, 2019c], [Investopedia, 2019] og [Tutorial, 2019].

9.2.2 Sammenligning af efficiens-fordelinger

Med Wilcoxon-testen ønsker vi som sagt at undersøge, om fordelingen af efficienserne i gruppen af kapitalfondsejede selskaber er signifikant forskellig fra fordelingen af efficienserne i gruppen af ikke-kapitalfondsejede selskaber. Nulhypotesen er således defineret som:

$$H_0 : \text{fordelingen er ens} \quad \wedge \quad H_1 : \text{fordelingerne er forskellige}$$

Vi ønsker at foretage testen på et 5% signifikans niveau, hvilket betyder, at hvis $p < 0,05$ så forkastes nulhypotesen, hvormed det konkluderes, at fordelingen af efficienserne i de to grupper er signifikant forskellige. For at bestemme teststørrelsen, og dermed p -værdien, gennemgås testen i syv trin:

1. For alle n selskaber, findes den parvise differencescore, D_i , mellem efficiensen for selskaberne i henholdsvis gruppen af porteføljeselskaber og referencegruppen. Disse differencer fremgår af histogrammet på illustration 9.11 og bilag M, hvor referencegruppens efficienser er fratrasket porteføljeselskabernes efficienser.

Da vi arbejder med parvise efficienser, som betyder, at D_i findes som differensen mellem efficiensen for et givet porteføljeselskab og det dertil matchede referenceselskab, er vi nødsaget til at trække enkelte selskaber ud af grupperne som følge af outlier-analysen. Da vi fjernede 6 outliers fra gruppen af porteføljeselskaber og 3 outliers fra gruppen af referenceselskaber betyder det, at vi i alt må fjerne 9 selskaber, hvormed vi står med et sæt af observationer bestående af $n = 143 - 9 = 134$ efficiensdifferencer.

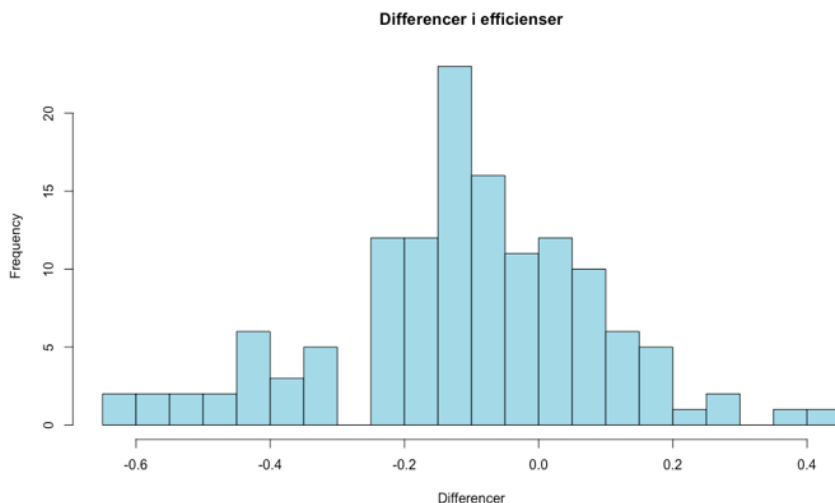
2. Derefter findes den absolutte difference: $|D_i|$ samt sign-funktionen:

$$\text{sgn}(D_i) = \begin{cases} -1, & \text{hvis } D_i < 0 \\ 0, & \text{hvis } D_i = 0 \\ 1, & \text{hvis } D_i > 0 \end{cases}$$

Det er ligeledes en forudsætning i denne test, at der ikke optræder nogle ties i data; som er identiske parvise tal i de to grupper af data. Hvis der findes et lille antal ties kan disse dog slettes fra grupperne, men hvis antallet er for stort kan testen ikke benyttes.

3. Hvis der optræder et lille antal ties, så fjernes alle differencescorer på nul, $D_i = 0$, hvormed observationssættet får en ny størrelse på $n' \leq n$, hvor alle $|D_i| \neq 0$.

Af bilag M ses de konkrete udregnede differencer for de parvise efficienser, hvoraf det fremgår, at der ikke indgår nogle ties i data, så $n' = 134$. Differencerne kan ses af illustration 9.11, hvor det ses, at en stor del af differencerne ligger mellem $-0,2$ og $0,2$, hvilket indikerer, at efficienserne for de parvise selskaber, ligger forholdsvis tæt på hinanden.



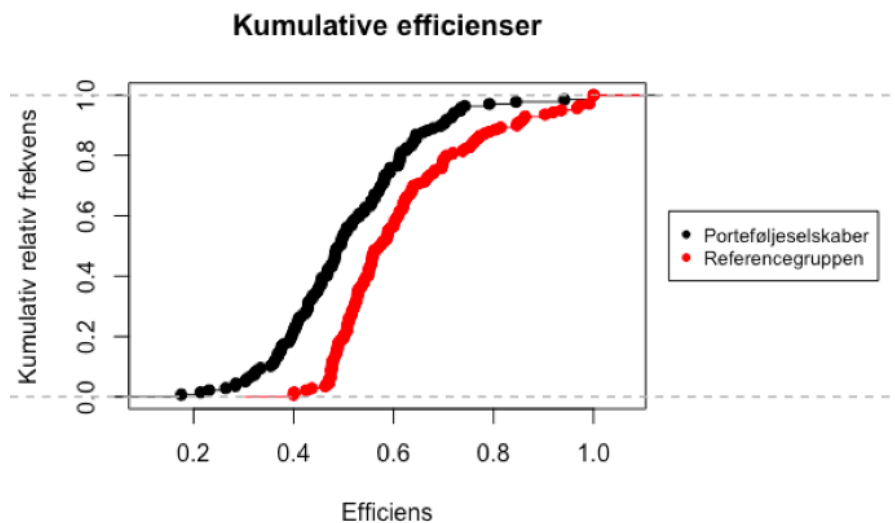
Figur 9.11: Histogram over differencer mellem efficienserne i de to grupper

Dog er det bemærkelsesværdigt, at flere af differencerne ligger mellem $-0,2$ og 0 , da dette indikerer, at efficienserne for referenceselskaberne ligger højere end efficienserne for porteføljeselskaberne.

4. Alle $|D_i|$ sorteres derefter fra laveste til højeste og rangordnes $R_i = 1, \dots, n'$. Hvis flere værdier af $|D_i|$ er ens, får de samme rangnummer, som findes ved gennemsnittet af de oprindelige rangnumre.
5. Herefter multipliceres sign-funktionen med rangnumrene, så de tildeles et fortegn afhængig af om D_i er positiv eller negativ
6. Wilcoxon-teststørrelsen, V , findes da som summen af de positive rangnumre.

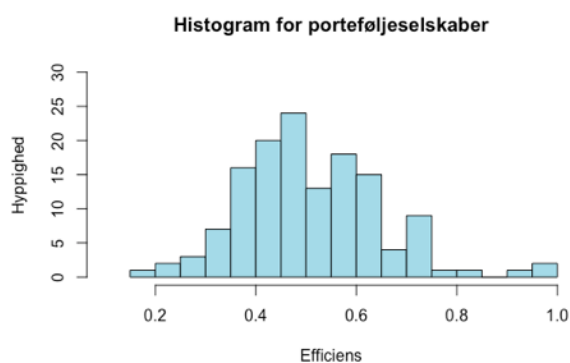
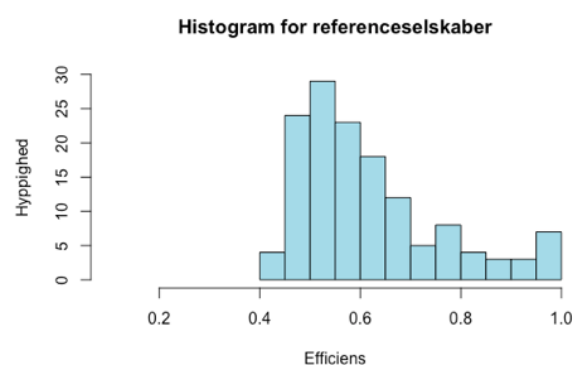
Testen er foretaget i R ved at benytte funktionen *wilcox.test*, som sammenligner fordelingen af efficienserne i de to grupper. Som det fremgår af bilag N er teststørrelsen givet ved $V = 1953$ og herfra kan p -værdien findes. Det fremgår yderligere af bilag N, at $p = 0,00000001162 < 0,05$, hvilket betyder, at nulhypotesen om ens fordelinger forkastes på et 5% signifikansniveau, hvormed det konkluderes, at fordelingen af efficienserne i de to grupper er signifikant forskellige.

De kumulative fordelinger er illustreret i figur 9.12.



Figur 9.12: Kumulative efficienser for de to grupper

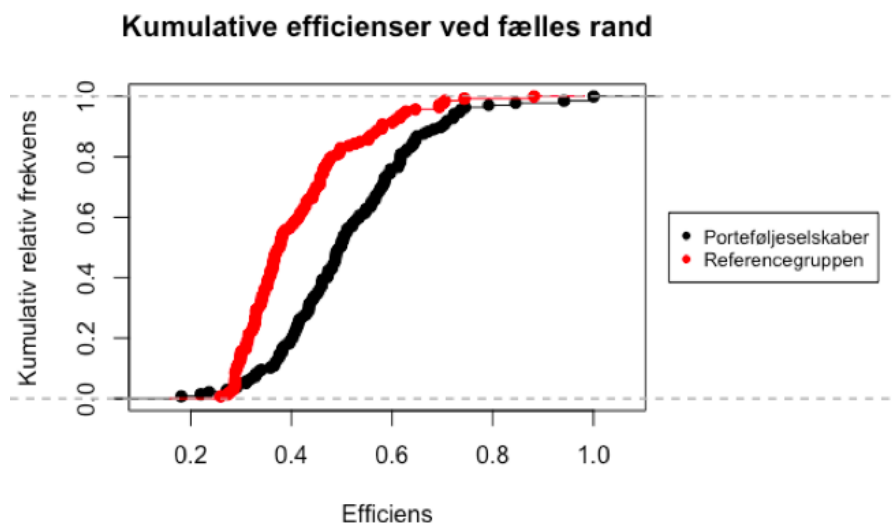
Af figuren fremgår det, at den kumulative fordeling for referencegruppen ligger højere end den kumulative fordeling for porteføljeselskaberne, hvilket indikerer, at referenceselskaberne generelt opererer tættere på deres gruppespecifikke efficiente rand, sammenlignet med porteføljeselskaberne. Udover de kumulative fordelinger er der lavet histogrammer over gruppernes efficienser, som ses af figur 9.13 og 9.14. Disse kan ligeledes give et indblik i spredningen over efficienserne i de to grupper.

Figur 9.13: Histogram for
porteføljeselskaberFigur 9.14: Histogram for
referenceselskaber

Af figur 9.13 og 9.14 fremgår efficienserne for henholdsvis porteføljeselskaberne og for referenceselskaberne, hvor det ligeledes tydeligt ses, at fordelingen for de to grupper hverken er normalfordelte eller ens. For porteføljeselskaberne ses en klynge af efficienser mellem 0,35 og 0,65 og desuden omtrent ens

haler. Hvorimod efficienserne for referencegruppen danner en klynge mellem 0,45 og 0,70 og er tydeligt højre-skæv. Efficienserne for porteføljeselskaberne er nogenlunde ligeligt fordelt rundt om klyngen og er mere spredt end efficienserne for referencegruppen. Desuden har referencegruppen ikke efficienser der ligger under 0,4, og efficienserne mellem 0,8 og 1 er ligeledes hyppigere forekomne for referencegruppen end for porteføljeselskaberne, hvilket indikerer, at selskaberne i referencegruppen generelt formodes at ligge tættere på deres gruppespecifikke rand end porteføljeselskaberne. Den efficiente rand for referencegruppen udgøres desuden af flere selskaber end den efficiente rand for porteføljeselskaberne, hvilket dermed også ligger til grund for hyppigheden i efficienser mellem 0,8 og 1.

Hvis de to gruppers efficienser i stedet var bestemt ud fra en fælles rand, kunne de sammenlignes og dermed benyttes som et sammenligneligt mål for selskabernes performance. I dette tilfælde vil det udelukkende være de fuldt efficiente porteføljeselskaber, som danner den fælles efficiente rand, hvormed efficienserne for porteføljeselskaberne vil være uændrede. Da selskaberne her bliver behandlet som én gruppe med én rand, vil efficienserne for referencegruppen til gengæld ændre sig, hvilket fremgår af figur 9.15.



Figur 9.15: Kumulative efficienser for de to grupper ved fælles rand

Af figur 9.15 ses det, at den kumulative fordeling for porteføljeselskabernes efficienser ligger længere til højre end den kumulative fordeling for referenceselskabernes efficienser, og dermed med højere efficienser. Dette understøtter dermed tydeligt, at efficienserne for de to grupper, som har forskellige udviklingsmuligheder, ikke direkte kan sammenlignes.

Formålet med næste afsnit er derfor at benytte BIU-indikatoren til at sammenligne de to gruppers

evne til at udnytte deres gruppespecifikke udviklingsmuligheder. På den måde har vi mulighed for at sammenligne de to grupper og derigennem undersøge, om selskaberne i de to grupper i gennemsnit ligger forskelligt i forhold til deres egen rand.

Forventningerne til udfaldet af BIU-indikatoren er ikke lige så klare, som for BPC-indikatoren, da udnyttelsen af selskabernes pågældende udviklingsmuligheder kommer til udtryk gennem selskabernes daglige drift, som er selskabernes eget ansvar, ligesom beskrevet i afsnit 2.4.4. Dog formodes de kapitalfondsejede selskaber at udnytte deres udviklingsmuligheder bedre i den daglige drift, eftersom de bliver overvåget af kapitalfonden og samtidig har mulighed for løbende sparring med managementteamet og derigennem mulighed for professionel vejledning fra erfarne mennesker, som er vant til at arbejde med videreudvikling af selskaber.

Ligesom BPC er BIU en helt ny teknik, som kun er præsenteret i forbindelse med DEA, hvilket betyder, at alle koder til udregninger er foretaget selv.

9.2.3 Bilateral Industry Utilization, BIU

Selvom udviklingsmulighederne for selskaberne er givet ud fra deres ejerforhold, så er udnyttelsen heraf selskabernes eget ansvar. Ved at separere udviklingsmulighederne fra udnyttelsen heraf antager vi implicit, at disse til en vis grad er uafhængige.

Afsnittet er relateret til nogle af de foregående illustrationer, hvoraf vi har diskuteret, om porteføljeselskaberne generelt ligger tættere på deres gruppespecifikke rand end referenceselskaberne gør. Som følge heraf vil vi forvente, at referenceselskaberne viser sig at være bedre til at udnytte deres egne udviklingsmuligheder sammenlignet med porteføljeselskaberne, som er modsat forventningerne som følge af den teoretiske baggrund.

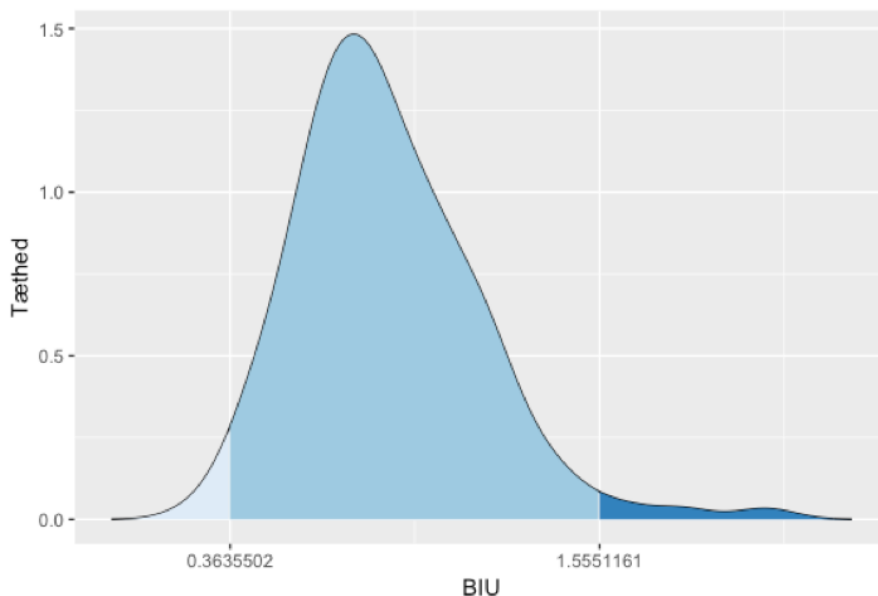
Asmild et al. [2019] definerer, udover BPC, den vægtede indikator; *Bilateral Industry Utilization*, *BIU*, der sammenligner to gruppers udnyttelse af deres tilsvarende muligheder, som ratioen af de vægtede gennemsnit af selskabernes efficiensscorer. I artiklen benytter de igen observationsspecifikke vægte, men det er som tidligere nævnt ikke nødvendigt i vores tilfælde, og vi vægter dermed selskaberne ligeligt. Dermed bliver BIU beregnet ved:

$$BIU(G^{por}, G^{ref}) = \frac{\sum_{k^{por} \in G^{por}} \left(\frac{1}{k^{por}} * \rho_{G^{por}}^k \right)}{\sum_{k^{ref} \in G^{ref}} \left(\frac{1}{k^{ref}} * \rho_{G^{ref}}^k \right)}$$

hvor $BIU(G^{por}, G^{ref}) > 1$ vil indikere, at porteføljeselskaberne i gennemsnit er bedre til at udnytte deres udviklingsmuligheder end selskaberne i referencegruppen, og omvendt for $BIU(G^{por}, G^{ref}) < 1$.

Vi benytter de tidligere beregnede RAM-efficienser for de to grupper og får ved beregning i R, at BIU-indikatoren bliver $BIU(G^{por}, G^{ref}) = 0,8284 < 1$, hvilket betyder, at selskaberne i referencegruppen ser ud til at være bedre til at udnytte deres udviklingsmuligheder end de kapitalfondsejede selskaber. R-koden fremgår af bilag O.

Dette betyder således, at gruppen af porteføljeselskaber har bedre udviklingsmuligheder end referencegruppen, som følge af BPC-indikatoren, men eftersom referenceselskaberne er bedre til at udnytte deres udviklingsmuligheder, som følge af BIU-indikatoren, skal fordelene ved de bedre udviklingsmuligheder, overgå resultaterne af BIU-indikatoren, for at det bliver en fordel at være ejet af en kapitalfond.



Figur 9.16: Tæthedfordeling af BIU-indikatoren

Af illustration 9.16 fremgår 2, 5- og 97, 5-percentilet, hvor det fremgår, at værdien 1 ligger imellem de to percentiler. Disse viser tætheden for BIU og er givet ved henholdsvis 0, 3636 og 1, 5551. Da værdien 1 ligger indenfor intervallet, betyder det, at udnyttelsen af udviklingsmuligheder for referencegruppen ikke er signifikant forskellig fra udnyttelsen for porteføljeselskaberne, selvom $BIU(G^{por}, G^{ref}) < 1$.

Det skal dog bemærkes, at indikatoren bliver beregnet ud fra gruppernes efficienser, som er bestemt i forhold til deres gruppespecifikke rande, hvilket gør, at resultatet af undersøgelsen ville udforme sig anderledes, hvis andre selskaber havde dannet den efficiente rand. Dette ville være tilfældet, hvis der var fjernet flere eller færre outliers i forbindelse med outlier-analysen, hvormed randen ville rykke enten ned eller op. Tidligere prøvede vi at fjerne ét af de efficiente porteføljeselskaber, Smart Lift A/S, da denne skiller sig forholdsvis markant ud fra de resterende porteføljeselskaber på afkastningsgraden, hvilket ses af figur 9.10. På den måde dannes en efficient rand for porteføljeselskaberne, som ligger tættere på referencegruppens efficiente rand og som samtidig ligger tættere på størstedelen af de observerede output-kombinationer. Efter fjernelse af Smart Lift A/S var resultaterne fra BPC-indikatoren uændret, og vi ønsker nu at undersøge, om det samme gør sig gældende i forbindelse med bestemmelse af BIU-indikatoren.

Ved den efficiente rand for porteføljeselskaberne uden Smart Lift A/S fås en BIU-indikator på $BIU(G^{por}, G^{ref}) = 1,005$, og da denne er en anelse større end 1, viser undersøgelsen altså, at de kapitalfondsejede selskaber, uden Smart Lift A/S, er en smule bedre til at udnytte deres udviklingsmuligheder end referencegruppens selskaber er. Forskellen i udnyttelsen af udviklingsmulighederne for de to grupper er dog ikke signifikant forskellig, men det viser tydeligt, at dannelsen af den efficiente rand har stor betydning for resultatet af BIU-indikatoren.

Konklusionen på denne del af analysen bliver således, at der ikke er nogen signifikant forskel i de to gruppernes evne til at udnytte deres udviklingsmuligheder, trods det faktum at $BIU(G^{por}, G^{ref}) < 1$. Dog viser resultatet, at der er en tendens til at flere af referencegruppens selskaber udnytter deres udviklingsmuligheder tilnærmelsesvist bedre end porteføljeselskaberne samtidig med, at resultatet er meget afhængig af de selskaber, som udgør den efficiente rand, hvormed resultatet kunne se anderledes ud, hvis grænsen i outlier-analysen var sat anderledes.

I næste afsnit ønsker vi at se på, om selskabernes efficiens har en direkte relation til selskabernes størrelse, hvormed vi foretager en test på, om der er uafhængighed mellem størrelsen på et selskab og den efficiens, som er beregnet for det pågældende selskab. Hvis der viser sig en sammenhæng mellem størrelse og efficiens for selskaberne, er det en indikation for, at vi ikke burde have valgt skalauafhængige variable. *Spearman's ikke-parametriske test* kan netop bruges til at teste, om der er uafhængighed mellem efficiensen og størrelsen af et selskab, hvor vi igen benytter det totale antal aktiver som et mål for størrelsen. Afsnittet er baseret på [Statistics, 2018] og [STHDA, 2019a].

9.2.4 Korrelationsanalyse: efficienser og selskabsstørrelse

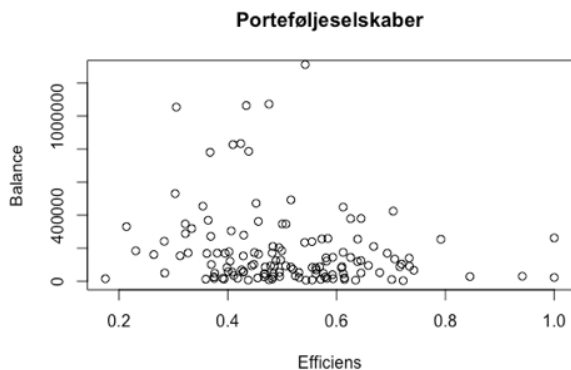
I Spearman's ikke-parametriske test vil en Spearman-korrelation på -1 eller 1 opstå, når hver af efficienserne indenfor en gruppe er en perfekt monoton funktion af størrelsen indenfor samme gruppe. Dette er ikke nødvendigvis en lineær funktion, hvilket er årsagen til, at vi har valgt at benytte denne test, fremfor *Pearson's test*. Spearman's test foregår også i flere trin:

1. For alle $n_p = 137$ porteføljeselskaber og $n_r = 140$ referenceselskaber rangordnes henholdsvis størrelse og efficiens separat: $R_{s_i} = 1, \dots, n$ og $R_{e_i} = 1, \dots, n$.
2. Hvis der indgår ties i data, som er identiske værdier for enten størrelse eller efficiens i en gruppe, tildeles disse ties samme rangnummer, som findes ved gennemsnittet: $\frac{R_i + \dots + R_z}{z}$.

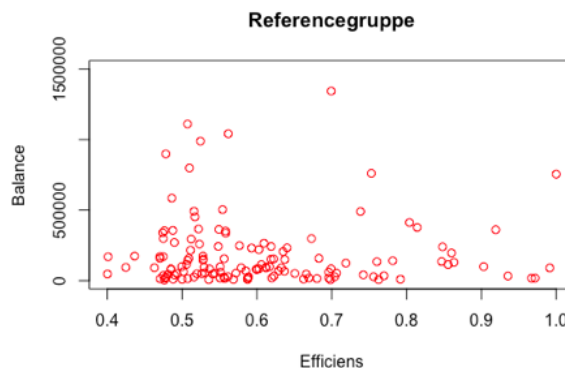
I gruppen af porteføljeselskaber indgår to selskaber med en efficiensscore på 1, og i gruppen af referenceselskaber indgår ligeledes en række selskaber med enten samme efficiens eller størrelse. Disse selskaber får dermed samme rang.

3. Herefter findes de parvise differencescorer d_i , som er differencen mellem rangen for efficiensen og rangen for selskabets størrelse, for alle selskaber i hver gruppe.
4. Til sidst findes d_i^2 , som bruges til at beregne Spearman korrelationen, ρ .

Inden bestemmelsen af korrelationen plottes størrelsen for selskaberne som funktion af efficienserne for henholdsvis gruppen af kapitalfondsejede selskaber og referenceselskaber i figur 9.17 og 9.18.



Figur 9.17: Korrelation mellem porteføljeselskabernes størrelse og efficiens



Figur 9.18: Korrelation mellem referenceselskabernes størrelse og efficiens

Af figur 9.17 og 9.18 ses det, at der rent grafisk ikke er nogen betydelig korrelation mellem selskabernes efficiens og størrelse i nogen af grupperne. Spearmans test bruges dermed til at eftervise dette.

Eftersom der indgår ties i datasættene findes Spearman-korrelationen ved følgende formel, som findes separat for de to grupper:

$$-1 \leq \rho = \frac{\sum_i (e_i - \bar{e})(s_i - \bar{s})}{\sqrt{\sum_i (e_i - \bar{e})^2 (s_i - \bar{s})^2}} \leq 1$$

hvor e_i er rangen af efficiensen for selskab i og $\bar{e}$ således er middelværdien af rangværdierne for efficiensen. På samme måde angiver s_i rangen af størrelsen for selskab i , og $\bar{s}$ middelværdien af rangværdierne for størrelsen. Nulhypotesen lyder dermed på at:

$$H_0 : \rho = 0 \quad \wedge \quad H_1 : \rho \neq 0$$

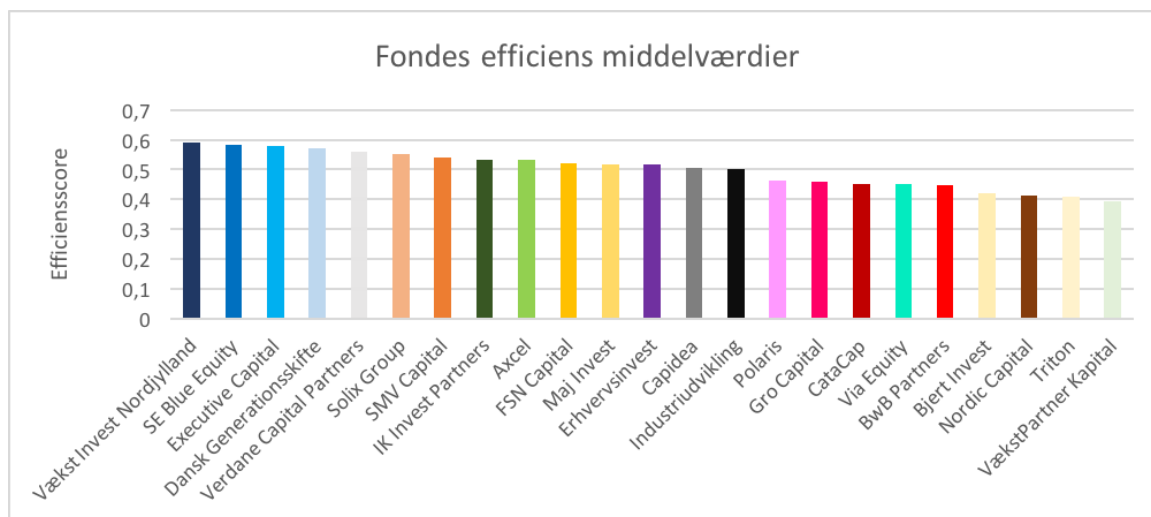
p -værdien kan nu findes ved at benytte teststørrelsen $t = \frac{\rho}{\sqrt{1 - \rho^2}} \sqrt{n - 2}$, som benytter Spearman-korrelationen. Vi foretager testen i R, via funktionen `cor.test`, og hvis $p < 0,05$ forkastes nulhypotesen, hvormed det kan konkluderes, at der er en signifikant korrelationen tæt på -1 eller 1 mellem efficiensen og størrelsen på selskaberne. Spearman-korrelationen for porteføljeselskaberne er givet ved $\rho = -0,0192$ med en tilsvarende p -værdi på $p = 0,2452 > 0,05$, hvilket ses af bilag P. For referenceselskaberne er

Spearman-korrelationen givet ved $\rho = -0,0716$ med en p -værdi på $p = 0,4286 > 0,05$. Dette understøtter, at efficiensen og størrelsen af selskaberne i de to grupper ikke er korrelerede. Dermed kan det konkluderes, at det ikke er noget problem, at vi har fjernet skala i analysen.

Vi ønsker nu at benytte nogle af resultaterne, som er fundet undervejs i benchmarkinganalysen, til at sammenligne de forskellige kapitalfondes performance for at undersøge, om nogle af de danske kapitalfonde klarer sig bedre end andre.

9.3 Sammenligning af kapitalfonde

Kapitalfondenes performance forstås som porteføljeselskabernes resultater, hvormed en god performance for en fond betyder, at den har været i stand til at benytte de værdiskabende faktorer bedst muligt til at skabe værdi for deres porteføljeselskaber. Vi starter derfor med at se på efficienserne for de forskellige porteføljeselskaber, fordelt på de 23 forskellige kapitalfonde. I tabel 4.2 i afsnit 4 om markedet for kapitalfonde var der angivet 24 kapitalfonde, men eftersom Solstra Capital Partner kun ejer ét aktuelt porteføljeselskab som er Marriott Hotel, indgår denne fond ikke i analysen, da Marriott Hotel blev fjernet i forbindelse med outlier analysen. Middelværdien for efficienserne for de forskellige selskaber ejet af de forskellige kapitalfonde fremgår af figur 9.19.



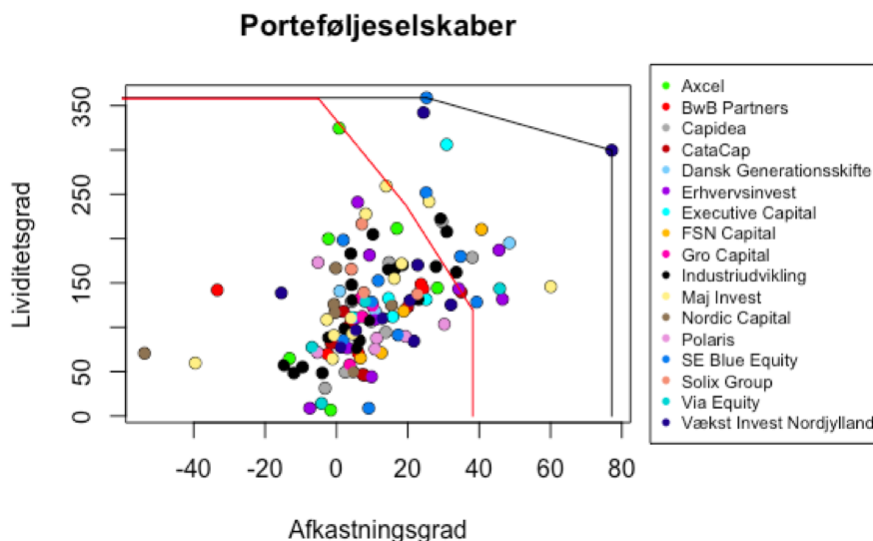
Figur 9.19: Middelværdier for efficienserne fra kapitalfondenes porteføljeselskaber

Heraf ses det, at porteføljeselskabernes gennemsnitlige efficiens spænder fra 0,3931 til 0,5893, hvormed det gennemsnitlige efficienspotentiale spænder fra 60,69% til 41,07%. De to kapitalfonde, hvis porteføljeselskaber har den højeste middelværdi for efficienserne, er Vækst Invest Nordjylland og SE Blue Equity, som ejer henholdsvis Smart Lift A/S og Controlled Polymers A/S, som er de to

efficiente porteføljeselskaber fra RAM-analysen. De resterende kapitalfondes performance, udtrykt ved deres porteføljeselskabers gennemsnitlige efficiens, ses at være faldene uden nogen betydelige spring. Efter Industriudvikling, som er angivet ved en sort søjle på figur 9.19, ses dog, at den gennemsnitlige efficiens falder fra 0,5004 til 0,4614, som betyder at Polaris, Gro Capital, CataCap, Via Equity, BwB Partners, Bjert Invest, Nordic Capital, Triton og VækstPartner Kapital alle har en gennemsnitlig efficiens for deres porteføljeselskaber, som ligger under 0,5.

I denne sammenligning af selskaberne skal det yderligere bemærkes, at der ikke tages højde for porteføljeselskabernes nøgletal inden de blev opkøbt af kapitalfondene. Der kan således være sket en stor udvikling hos de enkelte selskaber siden de blev opkøbt trods det, at de har en lav performance sammenlignet med de andre fondes porteføljeselskaber. Det må også tages med i betragtning, at de forskellige kapitalfonde ejer mellem 1 og 22 aktuelle danske porteføljeselskaber, hvormed de gennemsnitlige efficienser i stor grad afhænger af dette. Vi vurderer derfor, at der ikke kan drages nogle konklusioner om kapitalfondenes generelle performance, om at skabe merværdi for deres porteføljeselskaber, hvis de kun ejer 1 eller 2 danske porteføljeselskaber. De kapitalfonde som kun ejer 1 eller 2 porteføljeselskaber er henholdsvis Bjert Invest, SMV Capital, Verdane Capital Partner, VækstPartner Kapital, IK Invest Partners og Triton, hvilket betyder, at disse seks fonde ikke undersøges yderligere. Det ses også, at tre af disse fonde ligger blandt de laveste middelværdier for deres porteføljeselskabers efficienser.

På figur 9.20 ses de forskellige kapitalfondes porteføljeselskabers output-kombinationer samt den efficiente rand for både de kapitalfondsejede selskaber, samt for de ikke-kapitalfondsejede selskaber.



Figur 9.20: Porteføljeselskaber samt de to gruppespecifikke efficiente rande

Den efficiente rand for referencegruppen er inkluderet, da den bruges som en indikation for de ikke-

kapitalfondsejede selskabers performance på det danske marked. På den måde kan referencegruppens rand benyttes til at skabe et overblik over de porteføljeselskaber, som har en ekstra god performance; i den forstand, at deres output-kombination er bedre end toppræsentationen hos ikke-kapitalfondsejede selskaber.

Af figur 9.20 ses det, at både Vækst Invest Nordjylland og SE Blue Equity har flere selskaber, som er placeret over referencegruppens efficiente rand. Desuden har begge fonde et porteføljeselskab som er fuldt efficient. Udover disse selskaber har Vækst Invest Nordjylland primært selskaber, som ligger til den gode side af klyngen både i forbindelse med afkastningsgraden og likviditetsgraden. SE Blue Equity ses ligeledes at have alle porteføljeselskaberne placeret i den gode del af klyngen, specielt når det gælder afkastningsgraden, da mange af fondens porteføljeselskaber er placeret til højre for klyngen.

Executive Capital ligger lige efter SE Blue Equity med en gennemsnitlig efficiensscore for porteføljeselskaberne på 0,5836, hvilket også ses ved, at alle porteføljeselskaberne er placeret både i klyngen og med både afkastningsgrader og likviditetsgrader til den gode side. Det samme gør sig gældende for Solix Group, som også ligger blandt de fem bedst performende kapitalfonde, når der ses på de gennemsnitlige efficienser. Dansk generationsskifte har ligeledes alle porteføljeselskaberne placeret i klyngen, samt nogle selskaber til højre med gode værdier for afkastningsgraden.

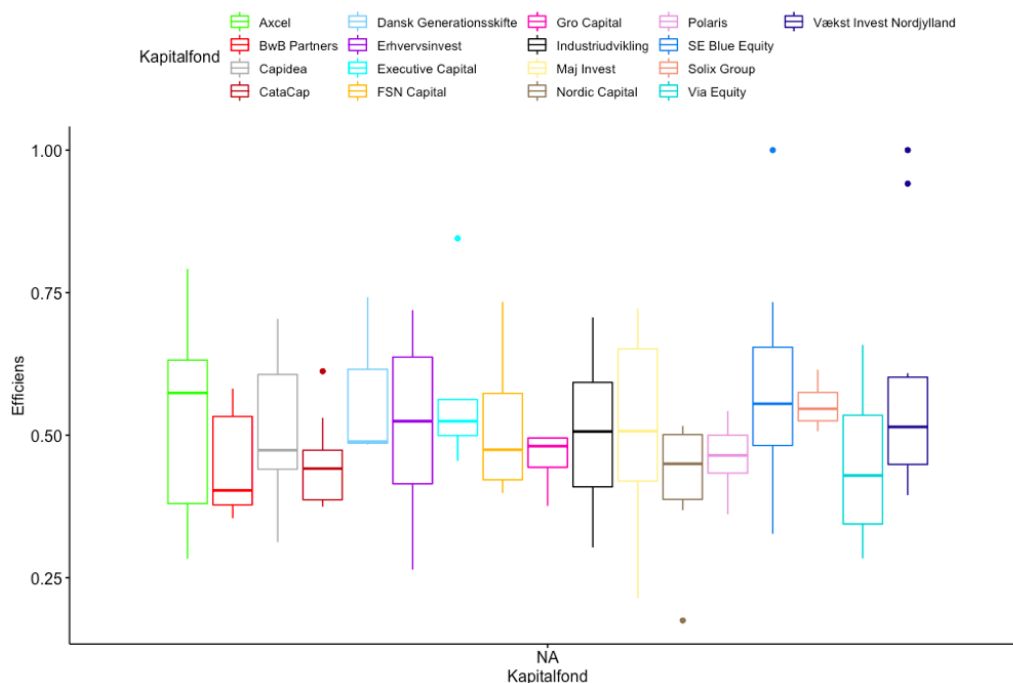
Det fremgår også af illustration 9.20, at de selskaber, som ligger med en afkastningsgrad under -20 er ejet af Nordic Capital, BwB Partners og Maj Invest, hvor to af disse kapitalfonde ligger blandt de fem fonde med den laveste performance. Selskabet med en afkastningsgrad under -20 , som er ejet af Maj Invest, havde exit i 2018 [Buyout Liste], hvilket kan være tegn på, at selskabet ikke har levet op til forventningerne, eftersom Maj Invest ikke lavede andre exits fra deres aktuelle fond i den periode [buyoutliste]. Her formodes den assymetriske information at komme i spil, da selskabet har mere information om selskabet inden opkøb, og i ejerskabsperioden, end kapitalfonden har. Derudover ses det grafisk, at alle de resterende selskaber for henholdsvis BwB Partners og Nordic Capital ligger nogenlunde centreret om klyngen af selskaber med en afkastningsgrad mellem -5 og 25 . Det kan derfor som udgangspunkt konkluderes, at BwB Partners og Nordic Capital performer mindre godt, eftersom de af deres selskaber som ser ud til at have den laveste performe i forbindelse med afkastningsgrad og likviditetsgraden ikke er nye opkøb, hvormed fondenes fyldestgørende indflydelse burde være aktuel [buyout liste].

De resterende selskaber, som ligger mellem de fem bedst og dårligst performende kapitalfonde har porteføljeselskaber, som er en smule spredt. Axcels har primært selskaber placeret i klyngen, men med en tendens til likviditetsgrader, som ligger i den gode ende. Modsat har FSN Capitals selskaber, udover dem i klyngen, tendens til at have en afkastningsgrad i den gode ende, hvor Maj Invest primært har porteføljeselskaber placeret i klyngen, dog med ét selskab med en dårlig afkastningsgrad og ét selskab med en ekstra god afkastningsgrad. Til sidst har vi ErhvervsInvest, Capidea og Industriudvikling, som primært har selskaber placeret i klyngen, med en lille tendens til en højere afkastningsgrad.

På trods af at de forskellige kapitalfondes selskaber varierer meget i deres output-kombinationer,

ser de dog ud til at opnå nogenlunde ens middelværdier i porteføljeselskabernes efficienser. Sammenlignes de bedste selskaber med de dårligst performende selskaber vil der naturligvis være en betydelig forskel. Men ses der på fondene i det store hele, ud fra illustration 9.19, ligger middelværdierne for porteføljeselskabernes efficienser for de forskellige kapitalfonde forholdsvis ens. Når gennemsnittet for de forskellige porteføljeselskaber benyttes som mål for kapitalfondens performance, vil det i stor grad afhænge af, om der indgår porteføljeselskaber med en efficiensscore, som skiller sig markant ud fra de resterende, hvormed gennemsnittet trækkes meget i den ene eller den anden retning. Vi ønsker derfor også at se på et andet mål, som kan være brugbart til at sammenligne fondenes performance; nemlig medianen som er den værdi, hvoraf halvdelen af efficienserne hos en fonds porteføljeselskaber ligger henholdsvis over og under.

Vi indleder derfor med at se på et boxplot over de forskellige kapitalfonde, som bruges til at sammenligne fordelingen af efficienserne for porteføljeselskaberne i de forskellige kapitalfonde. Plottet viser, at medianefficienserne hos de forskellige fonde spænder fra 0,4033 til 0,5741, hvor porteføljeselskabernes gennemsnitlige efficiens spænder fra 0,3931 til 0,5893. Der er således større forskel på selskaberne, når man ser på de gennemsnitlige værdier sammenlignet med medianerne. Af illustration 9.21 fremgår det, at medianerne for de forskellige kapitalfonde ligger forholdsvis tæt på hinanden, hvor imens efficienserne spreder sig meget forskelligt fra medianen hos de enkelte fonde.



Figur 9.21: Boxplot over kapitalfondenes efficienser

Som det ses af figur 9.21 har Vækst Invest Nordjylland, som var den fond med den højeste

gennemsnitlige efficiens hos porteføljeselskaberne, ikke en median som skiller sig ud. Dog fremgår det, at fonden har to selskaber med en meget høj efficiens, som betyder, at gennemsnittet for disse blev trukket meget op. Det samme gør sig gældende for SE Blue Equity, som også har en outlier der trækker gennemsnittet op, men hvor det til gengæld også ses, at medianen ligger i den gode ende sammenlignet med de resterende fonde. For SE Blue Equity ses det ligeledes, at efficienserne er meget spredt over medianen og mindre spredt under medianen. Executive Capital som lå i top tre, da vi sammenlignede gennemsnit, ses at være meget lidt spredt om medianen, som ligger forholdsvis middel sammenlignet med de resterende fonde, men med et selskab, som trækker gennemsnittet gevaldigt op. Således giver plottet en god mulighed for at se, hvorfor gennemsnittet udformer sig som det gør, da en median, som ikke skiller sig ud i forhold til de resterende fonde, sagtens kan resultere i et højt gennemsnit, hvis efficienserne, som ligger over medianen er mere spredt. Det samme gælder naturligvis den anden vej.

Det ses yderligere af figur 9.21, at de selskaber med de højeste medianer er Axcels med en median på 0,5741, Solix Group med en median på 0,5464 og SE Blue Equity med en median på 0,5552. Dog fremgår det også af plottet, at Axcels efficienser er meget spredt under medianen, hvilket river den gennemsnitlige efficiens ned, som også fremgår af illustration 9.19 over de gennemsnitlige efficienser. Solix Group har en meget lille spredning fra medianen, hvilket også resulterede i en af de højeste gennemsnitlige efficienser.

Vi ønsker nu at benytte tilgangen om medianer til at teste på, hvorvidt der er en signifikant forskel i de forskellige danske kapitalfondes performance.

9.3.1 Test for kapitalfondes performance

Den første test vi kører er en *Kruskal-Wallis test* [STHDA, 2019b], som er en ikke-parametrisk udgave af den ensidede ANOVA-test, som kan teste på mere end to grupper ad gangen. Nulhypotesen lyder på, at der ikke er nogen signifikant forskel i de forskellige kapitalfondes efficienser hos deres porteføljeselskaber, som omtales kapitalfondenes performance.

$$H_0 : \text{ingen forskel i kapitalfondenes performance} \quad \wedge \quad H_1 : \text{forskell i kapitalfondenes performance}$$

Hvis nulhypotesen forkastes konkluderes det således, at der observeres en signifikant forskel mellem minimum to af kapitalfondenes performance. Eftersom det er en ikke-parametrisk test, tages der igen udgangspunkt i rangnumrene, med følgende teststørrelse:

$$H = \left[\frac{12}{n(n+1)} \sum_{i=1}^c \frac{T_i^2}{n_i} \right] - 3(n+1)$$

hvor n er antallet af porteføljeselskaber og dermed efficienser, c er antallet af kapitalfonde, T_i er summen af rangnumrene hos fond i og n_i er antallet af porteføljeselskaber hos fond i . Vi foretager

testen i R ved hjælp af funktionen *kruskal.test*, hvilket ses i bilag Q. Her fås en p -værdi på $p = 0,6741 > 0,05$, hvilket betyder, at vi ikke kan forkaste nulhypotesen om, at der ikke er nogen signifikant forskel i de forskellige kapitalfondes efficienser hos deres porteføljeselskaber. Dette understøtter således konklusionerne fra gennemgangen af porteføljeselskabernes gennemsnitlige efficienser og medianer for de forskellige kapitalfonde. Hvis der havde vist sig at være en signifikant forskel mellem fondenes performance kunne en *parvis Wilcox test* benyttes [STHDA, 2019b], til at se på, hvilke af fondene, som parvis havde en signifikant forskel i performance. Dette er som udgangspunkt ikke relevant i denne opgave, eftersom Kruskal-Wallis-testen viser, at der ikke er nogen signifikant forskel i performance hos nogle af kapitalfondene. Dog har vi alligevel foretaget testen for at få et indblik i, om der er nogle parvise kapitalfonde, som viser sig at være tilnærmelsesvis tæt på signifikant forskellige i deres performance.

Denne test foretages i R via funktionen *pairwise.wilcox.test*, som resulterer i de parvise sammenligninger mellem de forskellige fonde. En parvis p -værdi under 0,05 er således tegn på en signifikant forskel mellem de parvise fonde [STHDA, 2019b]. Hvis der tages udgangspunkt i Axcels, som har den højeste median og BwB Partners, som har den laveste median, fås en p -værdi på $p = 0,59 > 0,05$, hvilket ses af bilag R. Herudfra kan det tydeligt konkluderes, at der ikke er nogen signifikant forskel i fondenes performance sammenlignet med hinanden, når kapitalfondenes performance vurderes ud fra deres porteføljeselskabers efficiens.

9.4 Delkonklusion

Af den empiriske analyse kan det konkluderes, at de kapitalfondsejede selskaber har bedre udviklingsmuligheder end de ikke-kapitalfondsejede selskaber samtidig med, at de to grupper som udgangspunkt er lige gode til at udnytte deres respektive udviklingsmuligheder. Benchmarkinganalysen giver således mulighed for at skabe et samlet mål for de enkelte selskabers performance, som indeholder informationer om alle de valgte parametre; i dette tilfælde afkastningsgrader og likviditetsgrader. I de typiske økonomiske tests, som blev foretaget tidligere, var det kun muligt at analysere på de valgte parametre separat, hvilket resulterede i en konklusion om, at de kapitalfondsejede selskaber klarede sig bedre end de ikke-kapitalfondsejede selskaber, da både gennemsnit og median for henholdsvis afkastningsgrader og likviditetsgrader var højere for porteføljeselskaberne. Derudover fremgik det, at afkastningsgraderne for de kapitalfondsejede selskaber var mere spredt end for de ikke-kapitalfondsejede selskaber, hvilket også kunne ses af benchmarkanalysen. Benchmarking giver mulighed for at se andre mønstre og tendenser, ved at kunne opdele udviklingsmulighederne og udnyttelsen heraf. Dette viser sig endnu mere relevant, hvis der havde indgået flere end to parametre, da man herigennem kan opnå et samlet mål for selskabernes performance på baggrund af alle parametre.

Derudover konkluderes det, som en del af second-stage-analysen, at der ikke er nogen korrelation mellem selskabernes størrelse og selskabernes efficiens, hvilket understøtter, at den skalauafhængige tilgang ikke skaber bias i analysen. Til sidst konkluderes det også, at der ikke er nogen kapitalfond,

som skiller sig markant ud fra de andre ved at have porteføljeselskaber, som performer bedre end andre fondes porteføljeselskaber.

Det er som sagt værd at have med i betragtning, at kapitalfondes performance ligeledes kunne vurderes på mange andre måder, hvis der havde indgået andre parametre. Derudover havde den efficiente rand været dannet anderledes, hvis outlier-analysen var foretaget med en anden værdi for $R^{(o)}$, hvormed efficienserne for størstedelen af porteføljeselskaberne ville se anderledes ud. Hvis der var fjernet flere outliers, havde den efficiente rand for porteføljeselskaberne ligget tættere på klyngen af størstedelen af porteføljeselskaberne, hvormed de gennemsnitlige efficienser samt medianer havde været højere. Herved havde BPC- og BIU-analysen måske også udformet sig anderledes, hvormed konklusionen havde set anderledes ud. Vi vurderer dog, at alle tilvalg og fravalg i analysen er foretaget meget konsekvent, velovervejet og gennemarbejdet, for at udfaldet af analysen har den højest mulige validitet og reliabilitet.

Kapitel 10

Diskussion af analysens validitet og reliabilitet

Som udgangspunkt er der mange faktorer, der påvirker validiteten og reliabiliteten af analysens resultater og dermed besvarelsen på problemformuleringen. Validiteten er i stor grad relateret til analysens gyldighed og dermed forholdet mellem problemstillingen, de indsamlede data og konklusionen heraf. Problemstillingen var netop baseret på at undersøge de kapitalfondsejede selskabers performance, målt igennem efficiensen, sammenlignet med en gruppe ikke-kapitalfondsejede selskabers performance.

Til denne sammenligning var intentionen at benytte benchmarking, hvilket resulterede i den udvidede benchmarkingmodel RAM, som indeholder en lang række fordele. Blandt andet er den enhedsinvariant, hvilket gør, at resultaterne ikke ændrer sig ved ændringer i måleenhederne for inputs og outputs samtidig med, at den er translationsinvariant, hvilket er meget vigtigt i vores opgave, da dette betyder, at modellen kan håndtere negative værdier for de valgte parametre. Vi har dermed undersøgt det, som var formålet med opgaven, med den tilsete metodetilgang, hvilket på disse punkter skaber en høj grad af validitet.

Den indsamlede data, som ligeledes er af afgørende karakter for en høj grad af validitet, hænger også tæt sammen med niveauet af reliabilitet for analysen. Reliabiliteten handler netop om nøjagtigheden i indsamlingen af data, samt i selve behandlingen af disse, og indebærer derfor pålideligheden af den indsamlede data. Vi har indsamlet data til analysen fra årsrapporter, hvormed data som udgangspunkt er troværdigt og pålideligt og derfor indgår med en høj grad af reliabilitet.

Der opnås en række fordele ved at arbejde med nøgletal for porteføljeselskaberne, da det gør det muligt at bestemme performance på tværs af brancher. Dog er der også en lang række nøgletal, som kunne være benyttet i stedet, hvormed udfaldet af analysen kunne have set helt anderledes ud. Dette er en vigtig detalje at være opmærksom på, da de opnåede resultater i analysen dermed primært gør sig gældende når der arbejdes med de valgte nøgletal og dermed ikke nødvendigvis for andre.

Vi har blandt andet valgt afkastningsgraden som output i vores opgave, da den siger noget om rentabiliteten i et selskab og dermed ville være god til at sige noget om et selskabs performance. Normalvis vil afkastningsgraden ikke bruges alene i forbindelse med vurdering af rentabiliteten i et selskab, hvormed man ved en økonomisk tilgang ville inddrage andre nøgletal såsom *overskudsgraden*,

aktivernes omsætningshastighed, gældsrenten samt egenkapitalens forrentning i en såkaldt *rentabilitets-analyse*, for at kunne vurdere selskabets økonomiske niveau [E-conomic, 2019e]. Det ville dermed have været oplagt at inddrage nogle flere af disse nøgletal i vores analyse, for at danne et mere retvisende billede af selskabernes rentabilitet for at opnå en højere reliabilitet og validitet. Som tidligere nævnt er det tilgængelige data for porteføljeselskaberne meget begrænset, og da vi prioriterede at have alle selskaberne, som er opkøbt i perioden 2012 til 2017 med i analysen, valgte vi afkastningsgraden til alene at sige noget om rentabiliteten. Likviditetsgraden er medtaget, da kapitalfonde har et stort fokus på, hvor likvide porteføljeselskaberne er; og dette nøgletal, kan som udgangspunkt sagtens indgå alene i analysen med en høj grad af både validitet og reliabilitet.

Fordelene ved at benytte RAM-modellen til den mest valide besvarelse af problemformuleringen vurderes at opveje de ulemper, som dukkede op undervejs ved modellen. En ulempe ved RAM-modellen er, at den er meget følsom overfor sammensætningen af observationer, da et selskab med usædvanligt høje eller lave værdier for inputs eller outputs vil kunne ændre resultaterne for de andre selskaber betydeligt, alt efter om det medtages eller ej [Silva Portela et al., 2003]. Dette så vi også i analysen, hvor vi kom udenom det værste i forbindelse med outlier-analysen.

En anden ulempe ved RAM-modellen i relation til vores opgave er, at denne model ikke tidligere har været benyttet i forbindelse med de anvendte indikatorer, da disse er fra helt nye publikationer. Dette har givet lidt problemer i forhold til BPC-indikatoren, da retningen for RAM-projektioner ikke er ligeså veldefineret i forhold til i den almindelige DEA-model. Desuden har det også gjort, at vi selv har måttet lave en antagelse om de super-efficiente selskaber. Disse modeludvidelser har givet os mulighed for at komme med noget nyt, og dermed komme med en bedre besvarelse af problemformuleringen, hvormed det er med til at skabe en høj grad af validitet samtidig med, at det kan medføre en lavere grad af reliabilitet grundet antagelsen.

For at skabe en større reliabilitet er der derfor brugt flere forskellige teorier, som er forsøgt kombineret til en mere fyldestgørende analyse. Dette indebærer både en korrekt matching-analyse, outlier-analyse, RAM-model samt de forskellige metoder, som benyttes i second-stage-analysen, herunder BPC- og BIU-indikatorerne.

En anden tilføjelse til vores model, for at opnå den bedst mulige version, har desuden været brugen af globale peer-sæt og dermed beregningen af globale projektioner i stedet for normale RAM-projektioner. Dette rykkede størstedelen af projektionerne fra at ligge med samme output-niveauer, som givet ved ét af de efficiente selskaber, til at være en linearkombination af flere efficiente selskaber. Fordelen ved at identificere det globale peer-sæt er, at det udvider valget af projektioner fra et ledelsesmæssigt synspunkt, således at projektionen kan vælges så den matcher ledelsens præferencer bedst muligt, hvormed både reliabilitet og validitet øges.

Vi har i opgaven desuden valgt at benytte en dummy-variabel som vores input, da det tilgængelige data om porteføljeselskaberne gjorde, at der ikke var nogle variable til rådighed, der var interessante at

bruge som input. Et andet input ville have givet os mulighed for at arbejde med skaleefficiens, hvormed vi havde haft mulighed for at dykke endnu mere ned i analysens muligheder. Dette har derfor været en begrænsning for os i analysen.

Resultaterne af den empiriske undersøgelse viser i grove træk, at de kapitalfondsejede selskaber har bedre udviklingsmuligheder end de ikke-kapitalfondsejede selskaber samtidig med, at de to grupper er tilnærmelsesvis lige gode til at udnytte deres gruppespecifikke muligheder. Resultaterne lever til dels op til forventningerne, da de værdiskabende faktorer forventes at give de kapitalfondsejede selskaber bedre udviklingsmuligheder, hvorfor de blev gennemgået grundigt i projektet. Desuden forventedes de kapitalfondsejede selskaber også at være bedre til at udnytte deres gruppespecifikke udviklingsmuligheder, hvilket ikke viser sig at være tilfældet, hvormed resultaterne heraf ikke stemmer helt overens med forventningerne. Resultaterne giver i sidste ende mulighed for at besvare problemformuleringen, hvormed validiteten kan konkluderes at være stor. Eftersom forskellige illustrationer, modeller og beregnede indikatorer fra benchmarkinganalysen viser sig at belyse de samme mønstre og tendenser, opnås også en høj grad af reliabilitet af data; hvormed vi afslutningsvis vurderer, at analysen opnår både en høj grad af validitet samt reliabilitet.

Kapitel 11

Konklusion

Helt generelt defineres kapitalfonde som de private-equity-fonde, der opkøber porteføljeselskaber med det formål at gøre dem mere rentable ved hjælp af de værdiskabende faktorer, for så at sælge dem videre med en fortjeneste, for at opnå det størst muligt afkast til investorerne. Kapitalfonde kan derfor forstås som et finansielt og strategisk mellemled mellem investorerne i en fond og porteføljeselskaberne.

De værdiskabende faktorer omfatter en lang række redskaber, herunder ændringen af kapitalstrukturen samt de operationelle forbedringer, som kapitalfondene kan benytte til værdiskabelse for deres opkøbte porteføljeselskaber. Som noget af det første ligger kapitalfondene et stort fokus på stabile cashflows, således at det muliggør gældsfinansiering til en lavere rente ved brug af rentefradragsretten. Derudover ønsker de en stabil og erfaren ledelse i porteføljeselskaberne, som ligeledes giver tillid til kreditorerne, og som muliggør en strategisk udvikling af selskabet samt en optimering af driften. Fondene foretager også frasalgs af aktiviteter udenfor kerneforretningen eller fokusområdet og indgår i aktivt ejerskab med selskabets ledelse samt foretager udskiftning af ledelsens medlemmer om nødvendigt. Under hele ejerskabsperioden forelægges derfor klare målsætninger med fokus på generering af afkast, hvor der også benyttes forskellige incitamentskontrakter eller medejerskab af ledelsen. Hvis de værdiskabende faktorer benyttes korrekt, kan de ligeledes være med til at nedbryde nogle af udfordringerne med principal-agent-forholdende samt forbedring af corporate governance.

Markedet for kapitalfonde i Danmark er stadig i udvikling, og i dag suger de danske selskaber investeringer til sig fra både danske og internationale kapitalfonde, grundet kombinationen af den økonomiske vækst og de historisk lave renter. Kapitalfondene spiller således en større og større rolle i det danske erhvervsliv samtidig med, at markedet for kapitalfondshandler formentlig også fortsætter med at vokse de kommende år, da den underliggende vækst i økonomien ser ud til at fastholdes.

Inden vi foretog benchmarkinganalysen på porteføljeskabsniveau, indsamlede vi data på alle de selskaber, som er ejet af danske kapitalfonde, ved at udtrække buyout-listen, som er udgivet af DVCA. Data for porteføljeselskabernes og referenceselskabernes afkastningsgrader og likviditetsgrader er indsamlet fra selskabsdatabasen Navne og Numre Erhverv. For at identificere outliers inden analysen blev foretaget, valgte vi at kigge efter værdier med $R^{(o)} < 0,9$, via Data Cloud Method, hvormed 6 porteføljeselskaber og 3 referenceselskaber blev fjernet fra datasættene.

Overordnet set handler benchmarking om at foretage en systematisk undersøgelse og vurdering af

efficienser, for at sammenligne, i vores tilfælde, selskabers resultater og nøgleindikatorer. En intuitivt indlysende tilgang til at evaluere virkningerne af, at være kapitalfondsejet er netop at sammenligne de kapitalfondsejede selskabers performance med de ikke-kapitalfondsejede selskabers performance, hvortil vi har benyttet RAM-modellen. RAM-modellen blev introduceret af Cooper et al. i 1999 og er både enheds- og translationsinvariant, og benytter følgende efficiens-mål:

$$0 \leq \Gamma = 1 - \frac{1}{m+n} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^-}{R_i^-} + \sum_{j=1}^n \frac{s_j^+}{R_j^+} \right) \leq 1$$

Som kan ses som en 'vægtet' version af den additive model. Efficienserne som vi fandt via RAM-modellen, for grupperne af kapitalfondsejede selskaber og ikke-kapitalfondsejede selskaber, benyttede vi i den empiriske analyse til sammenligning af de to grupper.

Den typiske økonomiske tilgang til sammenligning af de to datagrupper gav os primært mulighed for at undersøge de gennemsnitlige værdier, medianer, nedre- og øvre- kvartiler og værdier samt spredningen af data. Ved at benytte statistiske hypotesetests blev middelværdierne i de to grupper sammenlignet, hvilket resulterede i en konklusion om, at de kapitalfondsejede selskaber klarer sig bedre end de ikke-kapitalfondsejede selskaber. Derudover fremgik det, at afkastningsgraderne, men ikke likviditetsgraderne, er mere spredt for de kapitalfondsejede selskaber end for de ikke-kapitalfondsejede selskaber.

Ved at introducere benchmarking som analyseværktøj gav det os mulighed for at bestemme selskabernes performance målt igennem efficiens, som indeholder en kombination af informationer om selskabernes opnåede resultater for afkastningsgrader og likviditetsgrader. Hvis flere parametre havde indgået i datasættet, ville efficiensen bestå af informationer om alle disse parametre. Dermed giver det mulighed for at undersøge, hvilke selskaber, som er mest efficiente i de to grupper, og derudfra bestemme de øvrige selskabers efficiens relativt til disse. På den måde har vi beregnet et mål for de forskellige selskabers efficiens potentiale, samt et mål for hvordan de inefficente selskaber kan projiceres ud til at blive efficiente, ved at udvikle deres forskellige outputparametre. Benchmarking gav os således mulighed for at se helt andre mønstre og tendenser, som ellers ikke var mulige ved de økonomiske tests. Disse fordele viser sig endnu mere relevante, hvis der havde indgået flere end to parametre i analysen.

Af den empiriske analyse kan det konkluderes, at de kapitalfondsejede selskaber har bedre udviklingsmuligheder end de ikke-kapitalfondsejede selskaber samtidig med, at de to grupper som udgangspunkt er tilnærmelsesvis lige gode til at udnytte deres respektive udviklingsmuligheder. Benchmarkinganalysen gav således mulighed for at skabe et samlet mål for de enkelte selskabers performance, som indeholder informationer om alle de valgte parametre; i dette tilfælde afkastningsgrader og likviditetsgrader. Når kapitalfondenes performance vurderes ud fra deres porteføljeselskabers efficiens, ses der ikke nogen signifikant forskel i fondenes performance sammenlignet med hinanden.

I løbet af hele opgaven har der været et stort fokus at arbejde med nye teorier, for at kunne bidrage

med noget nyt og anderledes. Der er derfor lagt meget arbejde i udarbejdelsen af de forskellige koder til diverse beregninger, samt i indsamlingen af data fra alle de danske porteføljeselskaber opkøbt i perioden 2012 til 2017.

Kapitel 12

Perspektivering

Vi har valgt at belyse kapitalfondes performance på porteføljeniveau sammenlignet med ikke-kapitalfondsejede selskaber; dette har ledt til flere interessante problemstillinger indenfor emnet. Det kunne blandt andet være interessant at sammenligne kapitalfondenes performance på fondsniveau fremfor porteføljeniveau. Vi ville hermed have kunnet sammenligne fondene på baggrund af nogle andre nøgletal, som er mere fondsspecifikke, såsom den interne afkastrente, *IRR*, andelen af investorernes investerede kapital, som de har fået tilbage, *DPI*, værdien af investorernes resterende andel, *RVPI*, eller lignende. Tilgængeligt data for disse nøgletal var meget begrænset, hvormed det kun var muligt at indsamle data fra få af de store danske kapitalfonde. Vi valgte dermed denne tilgang fra og prioriterede altså at få så mange fonde med som muligt, for at få det bedste billede af danske kapitalfondes performance for danske selskaber.

En anden spændende tilgang til en dybere analyse kunne være at undersøge, om de kapitalfondsejede selskaber havde haft et skift i performance efter opkøb, og således sammenligne kapitalfondenes performance derigennem. Her ville formålet derfor ikke kun være at sammenligne de kapitalfondsejede selskaber med de ikke kapitalfondsejede selskaber, men ligeledes at se på, hvilke kapitalfonde, som har formået at videreudvikle deres selskaber bedst henover ejerskabsperioden for derigennem at undersøge, om der er sket et skift i performance efter opkøb. Her ville vores valgte outputs passe godt ind, da både afkastningsgraden og likviditetsgraden er endnu mere brugbare, når man ser på dem over flere tidsperioder, således at man kan se, om der er sket en udvikling i selskabets rentabilitet og likviditet. Dette skift i performance ville kunne belyses ved hjælp af Malmquist-indekset, som evaluerer ændringer for en DMU mellem to perioder.

Malmquist-indekset blev første gang introduceret af Malmquist [1953] og er efterfølgende blevet konstrueret i DEA-metodologien af Färe and Grosskopf [1992], og sidenhed er det ikke-radiale Malmquist-indeks ved slack-baserede mål studeret af blandt andet Tone [2001]. Som de eneste har Emrouznejad and Yang [2016] formuleret Malmquist-indekset i forbindelse med RAM-modellen. De har defineret indekset med antagelsen om variabelt skalaafkast ved følgende:

$$MI = \frac{PTE^{t+1}}{PTE^t} * \left(\frac{BPG_{t+1}^{t,t+1}}{BPG_t^{t,t+1}} \right) * \left(\frac{SE^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{SE^t(X^t, Y^t)} \right)$$

hvor $\frac{PTE^{t+1}}{PTE^t}$ angiver ændringen i ren teknisk efficiens mellem periode t og $t + 1$, $\frac{BPG_{t+1}^{t,t+1}}{BPG_t^{t,t+1}}$ angiver ændringen i *best practice-kløften*, som måler den tekniske ændring mellem periode t og $t + 1$, og $\frac{SE^{t+1}(X^{t+1}, Y^{t+1})}{SE^t(X^t, Y^t)}$ angiver ratioen mellem skaleefficienserne fra de to perioder.

Som tidligere nævnt kan vi ikke beregne skaleefficienserne i vores RAM-model, da inputs er en dummy-variabel. Vi kan dermed ikke benytte denne definition af Malmquist-indekset, og da Emrouznejad and Yang [2016] er de eneste i litteraturen, der har arbejdet med Malmquist-indekset i forbindelse med RAM-modellen, så har vi ikke kunnet benytte nogen anden metode.

Denne kendsgerning leder til en ide til fremtidig forskning, da det kunne være spændende og relevant at udvikle en metode, hvorpå man kan beregne afstanden til en fremmed rand i RAM-modellen, uden brug af skaleefficiens. På den måde ville det være muligt at beregne efficienserne, selvom inputs eller outputs indgår som en dummy-variabel i modellen.

Eftersom metoden af Emrouznejad and Yang [2016] ikke er mulig i dette projekt, kunne man i stedet se på definitionen af Malmquist-indekset i relation til den almindelige DEA-model og benytte de antagelser vi tidligere har anvendt i forbindelse med at beregne efficienser til en fremmed rand. Vi følger dermed Sánchez [2018], der definerer indekset som produktet af termene *Catch-up* og *Frontskifte*:

$$MI = \text{Catch-up} * \text{Frontskifte}$$

som ser på to punkter for hver DMU, der er givet ved vores to outputs og observeret i henholdsvis periode 1 og 2; $\left(y_{Afk}^k, y_{Lik}^k\right)^1$ og $\left(y_{Afk}^k, y_{Lik}^k\right)^2$. I forbindelse med vurdering af, hvorvidt der er sket et skift i porteføljeselskabernes performance efter opkøb, kunne det være interessant at definere periode 1 som året inden selskabet blev opkøbt, og periode 2 som det seneste tilgængelige data. På den måde kunne de forskellige selskabers videreudvikling sammenlignes på tværs af de forskellige kapitalfonde, og på tværs af de forskellige opkøbsperioder.

Catch-up-termen beregnes dermed for at undersøge effekten af vækst eller forringelse i et selskab og defineres som efficiensen af DMU^os output-kombination i anden periode med hensyn til anden periodes efficiente rand divideret med DMU^os output-kombination i første periode med hensyn til første periodes efficiente rand:

$$\text{Catch-up} = \frac{\rho_2^{o,2}}{\rho_1^{o,1}}$$

hvor $(o, 1)$ og $(o, 2)$ angiver henholdsvis punkt 1 og punkt 2 for selskab o , og fodtegnet på efficienserne angiver, hvilken rand de er beregnet mod.

Frontskifte-termen bruges til at verificere ændringen i de efficiente rande mellem de to perioder og er givet ved det geometriske gennemsnit af frontskifteeffekten for DMU^os output-kombination i første periode multipliceret med frontskifteeffekten for DMU^os output-kombination i anden periode:

$$\text{Frontskifte} = \Phi = \sqrt{\Phi_1 \Phi_2}$$

hvor

$$\Phi_1 = \frac{\rho_1^{o,1}}{\rho_2^{o,1}} \quad \wedge \quad \Phi_2 = \frac{\rho_1^{o,2}}{\rho_2^{o,2}}$$

Dette giver dermed følgende Malmquist-indeks:

$$MI = \Phi_2 = \frac{\rho_2^{o,2}}{\rho_1^{o,1}} \sqrt{\Phi_1 = \frac{\rho_1^{o,1}}{\rho_2^{o,1}} * \Phi_2 = \frac{\rho_1^{o,2}}{\rho_2^{o,2}}}$$

som består af efficienser beregnet fra de to punkter, som angiver et selskab på to perioder, og ud til randen for hver periode. Vi skal altså både beregne punktets efficiens i forhold til egen rand og i forhold til fremmed rand, hvilket også var det vi gjorde, da vi beregnede BPC i den empiriske analyse i afsnit 9.2.1. Grundet manglende litteratur på området valgte vi der at beregne vores efficienser til fremmed rand på samme måde som til egen rand, og i den forbindelse give super-efficiente selskaber en efficiensscore på 1, selvom dette underestimerede den gennemsnitlige afstand mellem randene. Dette kunne være en mulig løsning til at benytte Malmquist-indekset på RAM-modellen, men løser stadigvæk ikke problemet om, at retningen fra punktet og ud til projektionerne på randene ikke er ligeså veldefinerede i RAM-modellen, som i den almindelige DEA-model. Denne metode vil dermed ikke være lige så veldefineret, som den normale metode, men kunne beregnes og muligvis fortælle noget om ændringen i porteføljeselskabernes performance før og efter opkøb.

I den første metode til beregning af Malmquist-indekset, står vi dermed med udfordringen fra tidligere, om at vi ikke kan bestemme skaleefficienser grundet valget af dummyinput. I den anden tilgang til beregning af Malmquist-indekset, står vi med udfordringen om at bestemme korrekte efficienser til en modsat rand, hvilket afslutningsvis må pointeres som opgavens største udfordring, og ligeledes opgavens mest interessante problemstilling til videre undersøgelse. Grundet opgavens omfang kræver det, at forskningen følger med før denne problemstilling vil kunne løses i forbindelse med analysen, hvormed det er et interessant fænomen til videre forskning.

Litteratur

- Acharya, V. V., O. F. Gottschalg, M. Hahn, and C. Kehoe (2013). Corporate Governance and Value Creation: Evidence from Private Equity. *The Review of Financial Studies* 26(2), 368–402.
- Andreasen, J. J. (2009). Benchmarking af kapitalfonde. Master's thesis, Handelshøjskolen i København.
- Anslinger, P. A. and T. E. Copeland (1996). Growth through Acquisitions: A Fresh Look. *McKinsey Quarterly*, 1996 2.
- Asmild, M., T. Baležentis, and J. L. Hougaard (2019). Industry Competitiveness Indicators. Technical report, University of Copenhagen.
- Axcel (2019). Fonde. <http://www.axcel.dk/fonde/overblik>. [Besøgt 05-04-2019].
- Baker, M., M. Brock, and J. Wurgler (2016). Dividends as Reference Points: A Behavioral Signaling Approach. *Review of Financial Studies* 29, 697–738.
- Berens, J. I. and C. J. Cuny (1995). The Capital Structure Puzzle Revisited. *Review of Financial Studies* 8, 1185–1208.
- Berg, A. and O. F. Gottschalg (2005). Understanding Value Generation in Buyouts. *Journal of Restructuring Finance* 2(1), 9–37.
- Berlingske (2012). TDC forgylder fem kapitalfonde. <https://www.berlingske.dk/aktier/tdc-forgylder-fem-kapitalfonde>.
- Berlingske (2013). TDC: Kapitalfonde har efterladt os stærkere. <https://www.berlingske.dk/virksomheder/tdc-kapitalfonde-har-efterladt-os-staerkere>.
- Berlingske (2014). Kapitalfonde har forregnet sig i ISS. <https://www.berlingske.dk/opinion/kapitalfonde-har-forregnet-sig-i-iss>.
- Bharadwaj, A. S. (2000). Resource-based perspective on information technology capability and firm performance: An empirical investigation. *MIS Quarterly* 24(1), 169–196.
- Bogetoft, P. and L. Kromann (2018). Evaluating treatment effects using data envelopment analysis on matched samples: An analysis of electronic information sharing and firm performance. *European Journal of Operational Research* 270(1), 302–313.
- Bogetoft, P. and L. Otto (2011). *Benchmarking with DEA, SFA, and R*. Springer.

- Brealey, R. A., S. C. Myers, and F. Allen (2017). *Principles of Corporate Finance* (12 ed.). McGraw-Hill.
- Brookhart, A. N., S. Schneeweiss, K. J. Rothman, R. J. Glynn, J. Avorn, and T. Stürmer (2006). Variable Selection for Propensity Score Models. *American Journal of Epidemiology* 163(12), 1149–1156.
- Butler, P. A. (2001). The alchemy of LBOs. *McKinsey Quarterly* 2001 2, 140–151.
- Børsen (2012). Giver det mening af benchmark? https://ledelse.borsen.dk/article/view/237/udvikling_af_organisationen/artikel/giver_det_mening_at_benchmark.html.
- Børsen (2018). Falck-topchef laver første frasalg – sælger Satefy Services til kapitalfond. https://borsen.dk/nyheder/virksomheder/artikel/1/367991/falck-topchef_laver_foerste_frasalg_saelger_safety_services_til_kapitalfond.html.
- CEBR (2008). Private Equity i Danmark. Technical report, Center for Economic and Business Research.
- Cooper, W., K. Park, and J. Pastor (2001). The range adjusted measure (RAM) in DEA: A response to the comments by Steinmann and Zweifel. *J Prod Anal* 15, 145–152.
- Cooper, W. W., K. S. Park, and J. T. Pastor (1999). Ram: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models and relations to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis* 11(1), 5–42.
- Cooper, W. W., L. M. Seiford, K. Tone, and J. Zhu (2007). Some models and measures for evaluating performances with DEA: past accomplishments and future prospects. *J Prod Anal* 28, 151–163.
- Cressy, R., F. Munari, and A. Malipiero (2007). Playing to their strengths? evidence that specialization in the private equity industry confers competitive advantage. *Journal of Corporate Finance* 13, 647–669.
- Cressy, R., F. Munari, and A. Malipiero (2017). Playing to their strengths? Evidence that specialization in the private equity industry confers competitive advantage. *Journal of Corporate Finance* 13(4), 647–669.
- Davis, S. J., J. Haltiwanger, K. Handley, R. Jarmin, J. Lerner, and J. Miranda (2014). Private Equity, Jobs, and Productivity. *American Economic Review* 104(12), 3956–3990.
- DeAngelo, H. and R. W. Masulis (1980). Optimal Capital Structure under Corporate and Personal Taxation. *Journal of Financial Economics* 8, 3–29.

- DVCA (2008). Aktivt ejerskab og åbenhed i kapitalfonde. Technical report, Danish Venture Capital & Private Equity Association.
- DVCA (2019). Kapitalfonde i 2017/2018. Technical report, Danish Venture Capital & Private Equity Association.
- E-conomic (2019a). Benchmarking – hvad er benchmarking? <https://www.e-conomic.dk/regnskabsprogram/ordbog/benchmarking>. Besøgt 30. april 2019.
- E-conomic (2019b). Likviditet – hvad er likviditet? <https://www.e-conomic.dk/regnskabsprogram/ordbog/likviditet>. Besøgt 23. april 2019.
- E-conomic (2019c). Nøgletal – hvad er nøgletal? <https://www.e-conomic.dk/regnskabsprogram/ordbog/noegletal>. Besøgt 23. april 2019.
- E-conomic (2019d). Pengestrøm (Cash flow) – hvad er pengestrøm? <https://www.e-conomic.dk/regnskabsprogram/ordbog/pengestroem>. Besøgt 23. april 2019.
- E-conomic (2019e). Rentabilitet – hvad er rentabilitet? <https://www.e-conomic.dk/regnskabsprogram/ordbog/rentabilitet>. Besøgt 23. april 2019.
- E-conomic (2019f). Soliditet – hvad er soliditet? <https://www.e-conomic.dk/regnskabsprogram/ordbog/soliditet>. Besøgt 23. april 2019.
- Emrouznejad, A. and G.-L. Yang (2016). Co2 emissions reduction of Chinese light manufacturing industries: A novel RAM-based global Malmquist–Luenberger productivity index. *Energy Policy* 96, 397–410.
- Finans (2016). Kapitalfonde kaster sig over danske virksomheder - antallet af opkøb er eksploderet. <https://www.finans.dk/finans/erhverv/ECE8782309/kapitalfonde-kaster-sig-over-danske-virksomheder-antallet-af-opkob-er-eksploderet>. Besøgt 14. april 2019.
- Finans (2017). TDC sælger TDC Hosting til kapitalfond. <https://finans.dk/investor/ECE9344351/tdc-saelger-tdc-hosting-til-kapitalfond/?ctxref=ext>.
- Färe, R. and S. Grosskopf (1992). Malmquist productivity indexes and fisher ideal indexes. *The Economic Journal* 102(410), 158–160.
- Hwang, S.-N., H.-S. Lee, and J. Zhu (2016). *Handbook of Operations Analytics Using Data Envelopment Analysis*. Springer.
- Information (2019). For kapitalfonde er det også en ulykke, når deres virksomheder lukker. <https://www.information.dk/debat/2019/01/kapitalfonde-ogsaa-ulykke-naar-virksomheder-lukker>.

Investopedia (2019). Wilcoxon Test Definition.

<https://www.investopedia.com/terms/w/wilcoxon-test.asp>. Besøgt 3. maj 2019.

Jensen, M. C. (1986). Agency Cost of Free Cash Flow, Corporate Finance, and Takeovers. *American Economic Review* 76(2), 323–329.

Jensen, M. C. (1989). Eclipse of the Public Corporation. *Harvard Business Review* 67(5), 61–74.

Jensen, M. C. and W. H. Meckling (1976). Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. *Journal of Financial Economics* 3(4), 305–360.

Kaplan, S. and A. Schoar (2005). Private Equity Performance: Returns, Persistence and Capital Flows. *Journal of Finance* 60(4), 1791–1823.

Kaplan, S. N. (1989). The effects of Management Buyouts on Operating Performance and Value. *Journal of Finance* 24, 217–254.

Kaplan, S. N. and P. Strömberg (2009). Leveraged Buyouts and Private Equity. *Journal of Economics Perspectives* 23(1), 121–146.

Keiding, H. (2019). vækstrate i Den Store Danske, Gyldendal. <http://denstoredanske.dk/index.php?sideId=181487>. Hentet 1. maj 2019.

Krivosnozhko, V. E., F. R. Førsund, and A. Lychev (2012). A note on imposing strong complementary slackness conditions in DEA. *European Journal of Operational Research* 220, 716–721.

Krivosnozhko, V. E., F. R. Førsund, and A. Lychev (2014). Measurement of returns to scale using non-radial DEA models. *European Journal of Operational Research* 223, 664–670.

Kuchler, A. (2013). The efficiency of Danish Banks before and during the crisis - a comparison of DEA and SFA. Working paper, Danmarks Nationalbank.

Kumana, M. (2009). Hvordan skaber kapitalfonde værdi for deres investorer, herunder med fokus på de danske pensionskasser? Master's thesis, Copenhagen Business School.

Leksikon (1982). Positivism. <https://www.leksikon.org/art.php?n=2059>.

Long, W. F. and D. J. Ravenscraft (1993). LBOs, Debt and R&D Intensity. *Strategic Management Journal* 14, 119–135.

Lowenstein, L. (1986). No More Cozy Management Buyouts. *Harvard Business Review* 64, 147–156.

Lund-Nielsen, B. (2010). Kapitalfondes operationelle værdiskabelse igennem en lavkonjunktur – en empirisk analyse af danske porteføljeselskabers rentabilitet i perioden 2006-2009. Master's thesis, Copenhagen Business School.

- Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifference surfaces. *Trabajos de Estadística* 4, 209–242.
- Mehdiloozad, M., S. M. Mirdehghan, B. K. Sahoo, and I. Roshdi (2015). On the identification of the global reference set in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* 245(3), 779–788.
- Mehdiloozad, M. and B. Sahoo (2015, 08). Measurement of returns to scale in dea using the ccr model. *arXiv:1508.01736v1 [math.OC]*.
- Metrick, A. and A. Yasuda (2008). The Economics of Private Equity Funds. *Yale School of Management* 23, 2303–2341.
- Modigliani, F. and M. H. Miller (1958). The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment. *American Economic Review* 48(3), 261–297.
- Modigliani, F. and M. H. Miller (1963). Corporate Income Taxes and the Cost of Capital: A Correction. *American Economic Review* 53(3), 433–443.
- Muscarella, C. J. and M. R. Vetsuypens (1990). Efficiency and Organisational Structure: A study of Reverse LBOs. *Journal of Finance* 45, 1389–1413.
- Myers, S. (1977). Determinants of Corporate Borrowing. *Journal of Financial Economics* 5, 147–175.
- Myers, S. C. and N. S. Majluf (1984). Corporate Financing and Investment Decisions when Firms have Information that Investors do not have. *Journal of Financial Economics* 13, 187–221.
- Møller, M. and N. C. Nielsen (2004). *Den Kapitalmarkedsstyrede Virksomhed* (1 ed.). Handelshøjskolens Forlag.
- Opler, T. C. (1992). Operating Performance in Leveraged Buyout: Evidence from 1985–1989. *Journal of the Financial Management Association* 21(1), 27–34.
- Pastor, J., J. Ruiz, and I. Sirvent (1999). An enhanced DEA Russell graph efficiency measure. *European Journal of Operational Research* 115, 596–607.
- Phan, P. H. and C. W. L. Hill (1995). Organizational Restructuring and Economic Performance in Leveraged Buyouts: An Ex Post Study. *Academy of Management Journal* 38(3), 704–739.
- Politikken (2014). Økonomiredaktøren – Nu skal kapitalfondene vride ISS maksimalt. <https://politiken.dk/oekonomi/oekommentarer/tageotkjaer/art5502924/%C3%98konomiredakt%C3%B8ren-Nu-skal-kapitalfondene-vride-ISS-maksimalt>.
- PWC (2018). Private Equity Trend Report 2018 The Coming of Age. Technical report, PriceWaterhouse Coopers.
- Rasmussen, P. N. (2007). *I grådighedens tid*. Informations Forlag.

- Rentabilitet.dk (2016). Økonomisk metode. <https://rentabilitet.dk/opgaver/international-oekonomi-notater/oekonomisk-metode/>.
- Ross, S. (1977). The Determination of Financial Structure: The Incentive-Signalling Approach. *Bell Journal of Economics* 8, 23–40.
- Rubin, D. B. and N. Thomas (1996). Matching Using Estimated Propensity Scores: Relating Theory to Practice. *Biometrics* 52(1), 249–294.
- Ruggiero, J. and S. Bretschneider (1998). The weighted Russell measure of technical efficiency. *European Journal of Operational Research* 108, 438–451.
- Silva Portela, M., P. Borges, and E. Thanassoulis (2003). Finding closest targets in non-oriented dea models: The case of convex and non-convex technologies. *Journal of Productivity Analysis* 19(2), 251–269.
- Smith, A. J. (1990). The Effects of Leveraged Buyouts. *Business Economics* 25(2), 19–25.
- Solutions, S. (2019). Mann-Whitney U Test. <https://www.statisticssolutions.com/mann-whitney-u-test/>. Besøgt 29. april 2019.
- Spliid, R. (2007). *Kapitalfonde - rå pengemagt eller aktivt ejerskab* (1 ed.). Børsens Forlag.
- Spliid, R. (2014). *Kapitalfondenes metoder og kompetencer*. Ph. D. thesis, Copenhagen Business School Handelshøjskolen.
- Statistics, L. (2018). Spearman’s Rank Order Correaltion. <https://statistics.laerd.com/statistical-guides/spearmans-rank-order-correlation-statistical-guide.php>. Besøgt 2. maj 2019.
- Statnoter (2019a). Noter i statistic: Boxplot. <http://statnoter.dk/index.php?pageID=157>. Besøgt 6. maj 2019.
- Statnoter (2019b). Noter i statistic, qq-plot. <http://statnoter.dk/index.php?pageID=27>. Besøgt 23. april 2019.
- Statnoter (2019c). Noter i statistik, Wilcoxon-testen. <http://statnoter.dk/index.php?pageID=82>. Besøgt 3. maj 2019.
- Statnoter (2019d). Noter ii statistik, t-test med to uparrede stikprøver. <http://statnoter.dk/index.php?pageID=19>. Besøgt 23. april 2019.
- STHDA (2019a). Statistical tools for high-throughput data analysis, Correlation Test Between Two Variables in R. <http://www.sthda.com/english/wiki/correlation-test-between-two-variables-in-r#spearman-rank-correlation-coefficient>. Besøgt 2. maj 2019.

- STHDA (2019b). Statistical tools for high-throughput data analysis: Kruskal-Wallis Test in R. <http://www.sthda.com/english/wiki/kruskal-wallis-test-in-r>. Besøgt 6. maj 2019.
- STHDA (2019c). Statistical tools for high-throughput data analysis, Unpaired two-samples t-test in R. <http://www.sthda.com/english/wiki/unpaired-two-samples-t-test-in-r>. Besøgt 27. april 2019.
- Stiglitz, J. (1974). On the Irrelevance of Corporate Financial Policy. *The American Economic Review* 47, 851–866.
- Sueyoshi, T. and K. Sekitani (2007). Measurement of returns to scale using a non-radial DEA model: A range-adjusted measure approach. *European Journal of Operational Research* 176, 1918–1946.
- Sánchez, J. J. V. (2018). Malmquist Index with Time Series to Data Envelopment Analysis, Multi-Criteria Methods and Techniques Applied to Supply Chain Management. <https://www.intechopen.com/books/multi-criteria-methods-and-techniques-applied-to-supply-chain-management/malmquist-index-with-time-series-to-data-envelopment-analysis>. Besøgt 16. maj 2019.
- Thanassoulis, E. (2001). *Introduction to the Theory and Application of Data Envelopment Analysis: A Foundation Text with Integrated Software* (1 ed.). Springer.
- Tidende, B. (2019). Kapitalfond bag BR og Tiger får kritik for tårnhøj gæld. <http://tidende.dk/?Id=91575>.
- Tirole, J. (2006). *The Theory of Corporate Finance*. Princeton University Press.
- Tone, K. (2001). A slacks based measure of efficiency in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research* 130, 498–509.
- Tutorial, R. (2019). An R Introduction to Statistics, Wilcoxon Signed-Rank Test. <http://www.r-tutor.com/elementary-statistics/non-parametric-methods/wilcoxon-signed-rank-test?fbclid=IwAR1u2NcUX0uKzU1GgkJXUnyDQf2gt99HGTg71vi8c21qe2JMgLJ6YjXGMoI>. Besøgt 3. maj 2019.
- Vinten, F. C. (2008). *Essays on Private Equity*. Ph. D. thesis, Copenhagen Business School Handelshøjskolen.
- Økonomi-og Erhvervsministeriet (2006). Kapitalfonde I Danmark, Økonomisk Tema nr. 4. Technical report, Økonomi- og Erhvervsministeriet.

Bilag

Bilag A

Shapiro-tests på soliditetsgrader

```
> shapiro.test(SolGKap)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: SolGKap
W = 0.97423, p-value = 0.08399

```
> shapiro.test(SolGRef)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: SolGRef
W = 0.96402, p-value = 0.08298

Bilag B

Welch-test på soliditetsgrader

```
#welch test  
t.test(SolGKap, SolGRef, alternative = "two.sided", var.equal = FALSE)  
.
```

Welch Two Sample t-test

```
data: SolGKap and SolGRef  
t = -9.9181, df = 277.81, p-value < 2.2e-16  
alternative hypothesis: true difference in means is not equal to 0  
95 percent confidence interval:  
-30.06524 -20.10704  
sample estimates:  
mean of x mean of y  
37.96792 63.05406
```

Bilag C

R-kode til outlier-analyse

```
#### Outliertest for kapitalfondsejede ####
DataKap1 <- data.frame(DataKap$Afkastningsgrad, DataKap$Likviditetsgrad, Input)
names(DataKap1) <-c("Afkastningsgrad", "Likviditetsgrad", "Input")
# Tjek om outliers skal fjernes:
x <-with(DataKap1, cbind(Afkastningsgrad,Likviditetsgrad))
xyk <- cbind(x,DataKap1$Input)
Dk <- det(t(xyk)%*%xyk)
#fjerner de tre vi kan se skal fjernes ud fra graf:
r <- c(143,142) # firms to remove
xyikk = xyk[-r,]
Dikk <- det( t(xyikk) %*% xyikk )
Rikk <- Dikk/Dk
Rikk
```

```
> Rikk
[1] 0.01127744
```

```
# Fjerner ekstreme outliers, da ovenstående Ri giver en værdi tæt på nul
DataKap1 <- DataKap1[-c(143,142),]
#Undersøger om der er flere selskaber der skal fjernes:
x <-with(DataKap1, cbind(Afkastningsgrad,Likviditetsgrad))
xyk <- cbind(x,DataKap1$Input)
Dk <- det(t(xyk)%*%xyk)
Riik<- array(data=NA)
Riikf<- array(data=NA)
for (i in 1:nrow(xyk)) {
  xyik=xyk[-i,]
  Dik <- det( t(xyik) %*% xyik )
  Rik <- Dik/Dk
  Riik[i]<-Rik
  if(Riik[i]<=0.98) Riikf[i]=Riik[i]
}
Riikf
```

```
> Riikf
[1]      NA 0.95262215      NA      NA      NA 0.95547566      NA      NA
[9]      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[17]     NA      NA      NA      NA      NA 0.96475381      NA      NA
[25]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[33]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[41]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[49]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[57]     NA      NA      NA 0.93253655      NA      NA      NA      NA
[65]     NA      NA      NA      NA 0.95971757      NA      NA      NA
[73]     NA 0.97634999      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[81]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[89]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA 0.97554457
[97]     NA 0.08077515      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[105]    NA      NA      NA      NA      NA 0.97342057      NA      NA
[113]    NA      NA      NA      NA 0.97642392      NA      NA      NA
[121] 0.78554204      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[129] 0.96920913      NA      NA      NA      NA 0.92958071      NA 0.85469075
[137]    NA 0.96900660
```

```
# Fjerner selskab 98, pga. lav Ri
DataKap1 <- DataKap1[-c(98),]
#Undersøger om der er flere selskaber der skal fjernes:
x <-with(DataKap1, cbind(Afkastningsgrad,Likviditetsgrad))
xyk <- cbind(x,DataKap1$Input)
Dk <- det(t(xyk)%*%xyk)
Riik<- array(data=NA)
Riikf<- array(data=NA)
for (i in 1:nrow(xyk)) {
  xyik=xyk[-i,]
  Dik <- det( t(xyik) %*% xyik )
  Rik <- Dik/Dk
  Riik[i]<-Rik
  if(Riik[i]<=0.90) Riikf[i]=Riik[i]
}
Riikf
```

```
> Riikf
[1]      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[10]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[19]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[28]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[37]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[46]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[55]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[64]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[73]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[82]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[91]     NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[100]    NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[109]    NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[118]    NA      NA 0.7480403      NA      NA      NA      NA      NA      NA
[127]    NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA      NA 0.7939725
[136]    NA 0.8739452
```

```
# Tjekker R-værdien ved at fjerne de 3 med R-værdi under 0,9 fra ovenstående:
x <-with(DataKap1, cbind(Afkastningsgrad,Likviditetsgrad))
xyk <- cbind(x,DataKap1$Input)
Dk <- det(t(xyk)%*%xyk)
r <- c(120,135,137) # firms to remove
xyikk = xyk[-r,]
Dikk <- det( t(xyikk) %*% xyikk )
Rikk <- Dikk/Dk
Rikk
```

```
> Rikk
[1] 0.4793161
```

```
#Fjerner de tre ovenstående:
DataKap1 <- DataKap1[-c(120,135,137),]
```

```
#### Outliertest for referencegruppe ####
DataRef1 <- data.frame(DataRef$Afkastningsgrad, DataRef$Likviditetsgrad, Input)
names(DataRef1) <-c("Afkastningsgrad", "Likviditetsgrad", "Input")
# Tjek om outliers skal fjernes:
xr <-with(DataRef1, cbind(Afkastningsgrad,Likviditetsgrad))
xyr <- cbind(xr,DataRef1$Input)
Dr <- det(t(xyr)%*%xyr)
Riir<- array(data=NA)
Riirf<- array(data=NA)
for (i in 1:nrow(xyr)) {
  xyir=xyr[-i,]
  Dir <- det( t(xyir) %*% xyir )
  Rir <- Dir/Dr
  Riir[i]<-Rir
  if(Riir[i]<=0.90) Riirf[i]=Riir[i]
}
Riirf
```

```
> Riirf
[1] NA NA NA NA NA NA NA 0.8063530 NA
[10] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[19] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[28] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[37] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[46] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[55] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[64] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[73] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[82] NA NA NA NA NA NA 0.6965588 NA
[91] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[100] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[109] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[118] NA NA NA NA NA NA NA NA NA
[127] 0.8110555
```

Tjekker R-værdien ved at fjerne de 3 med R-værdi under 0,9 fra ovenstående:

```
xr <-with(DataRef1, cbind(Afkastningsgrad,Likviditetsgrad))
```

```
xyr <- cbind(xr,DataRef1$Input)
```

```
Dr <- det(t(xyr)%*%xyr)
```

```
rr <- c(88,8,127) # firms to remove
```

```
xyirr = xyr[-rr,]
```

```
Dirr <- det( t(xyirr) %*% xyirr )
```

```
Rirr <- Dirr/Dr
```

```
Rirr
```

```
> Rirr
```

```
[1] 0.408222
```

Fjerner outliers ud fra ovenstående

```
DataRef1 <- DataRef1[-c(88,8, 127),]
```

Bilag D

Shapiro-Wilk-tests på afkastningsgrader og likviditetsgrader

```
> shapiro.test(DataKap1$Afkastningsgrad)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: DataKap1\$Afkastningsgrad
W = 0.95327, p-value = 0.0001332

```
> shapiro.test(DataKap1$Likviditetsgrad)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: DataKap1\$Likviditetsgrad
W = 0.95042, p-value = 7.866e-05

```
> shapiro.test(DataRef1$Afkastningsgrad)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: DataRef1\$Afkastningsgrad
W = 0.80834, p-value = 3.001e-12

```
> shapiro.test(DataRef1$Likviditetsgrad)
```

Shapiro-Wilk normality test

data: DataRef1\$Likviditetsgrad
W = 0.88043, p-value = 3.054e-09

Bilag E

Mann-Whitney-tests på afkastningsgrader og likviditetsgrader

```
> wilcox.test(DataKap1$Afkastningsgrad,DataRef1$Afkastningsgrad,paired = FALSE)
```

```
Wilcoxon rank sum test with continuity correction
```

```
data: DataKap1$Afkastningsgrad and DataRef1$Afkastningsgrad
```

```
W = 13866, p-value = 1.417e-10
```

```
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

```
> wilcox.test(DataKap1$Likviditetsgrad,DataRef1$Likviditetsgrad,paired = FALSE)
```

```
Wilcoxon rank sum test with continuity correction
```

```
data: DataKap1$Likviditetsgrad and DataRef1$Likviditetsgrad
```

```
W = 13939, p-value = 6.866e-11
```

```
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

Bilag F

Spredninger på afkastningsgrader og likviditetsgrader

```
> sd(DataKap1$Afkastningsgrad)
[1] 18.23363
> sd(DataRef1$Afkastningsgrad)
[1] 7.631199
> sd(DataKap1$Likviditetsgrad)
[1] 66.04705
> sd(DataRef1$Likviditetsgrad)
[1] 73.2992
```

Bilag G

RAM-efficienser porteføljeselskaber

Porteføljeselskab	Efficiens	Porteføljeselskab	Efficiens
Nordisk Company	0,32221505	Lyngsoe Systems	0,43394673
Gulventreprise Danmark	0,2308671	Hoyer	0,53106003
EG	0,32198588	East Metal	0,33378844
Guldager	0,35962651	Guldborg Legepladser	0,45508964
Sjørring Maskinfabrik	0,30542243	Eltronic	0,50021934
SubC Partner	0,21386643	Jupiter Bach	0,40424401
Xstream	0,31254712	Vega Sea	0,45218291
Scanflavor Holding	0,30330446	Sundvikar	0,56263022
Borum A/S	0,39501085	Molslinjen	0,42855405
KD Maskinfabrik	0,42540581	Holmrisk Group	0,40238728
Auditdata	0,49512214	Miralix A/S	0,58053468
System Transport	0,40942341	Dynatest International	0,32710357
Bjerre & Co.	0,58394929	Cembrit	0,50690519
TP Aerospace	0,45489548	Acti-Chem	0,61249731
Danmarks Skibskredit	0,79163852	Baron Danmark A/S	0,48281904
Jysk Display	0,49723903	Louis Poulsen Lighting	0,48158733
Logstor	0,4110613	X-Mile	0,61205897
HostNordic	0,28430176	Amayse	0,26408638
Australian Bodycare	0,48873729	KK Wind Solutions A/S	0,56177229
GSV Materieludlejning	0,37465555	EET Europarts	0,51973305
Danish Healthcare Design	0,54372502	C&H System	0,48169492
Weiss A/S	0,35413365	Envidan	0,49420013
SkyBrands	0,53077738	Hycon A/S	0,6087182
Configit	0,44784252	Pro Design International	0,40074836
Kvist Industries	0,42914623	Triax	0,36169184
HB-Care (Handicap-Befordring)	0,37526422	MobyLife	0,39058275
Systemgruppen	0,43774196	Jydsk Værktøj	0,41811315

Porteføljeselskab	Efficiens	Porteføljeselskab	Efficiens
Aagaard/Kranz & Ziegler	0,48334263	Bladt Industries	0,5160165
Det Danske Madhus	0,54242524	Sports Group Denmark	0,69323694
Scanbur	0,61443234	ICEpower Holding	0,57082871
Bramming Plast-Industri	0,40819052	Borch Textile	0,46827
API PRO	0,46705199	Broen-Lab	0,47878994
Bambora	0,17512109	Kohsel	0,6682787
Gertsen & Olufsen	0,38053656	Godt Smil Holding	0,36751161
Unisport	0,45616225	Gaming A/S	0,64467693
SSG	0,58162334	Unifeeder	0,51615335
Sticks'n'Sushi	0,42863211	Fletco	0,4565634
SH Group	0,3697037	Itadel	0,42394934
Bramidan	0,54142947	Nissens A/S	0,64492467
Creativ Company	0,58211581	Sport Nordic	0,44384692
NTF-Aalborg	0,48527787	Damgaard-Jensen	0,59252804
Muuto	0,71629513	Lagkagehuset	0,36876169
AllNRG	0,36399704	Franck (Miljø- &) Geoteknik	0,49926352
JSB Group	0,48413009	Lessor-Gruppen	0,28336108
Nordic Sense	0,50643583	Polytech	0,63871839
TCM	0,43863406	Message	0,52426842
Mansoft	0,65846779	Tenax Sild	0,55523894
East.dk	0,63823964	Nord Tech Industrisystemer	0,74203316
Victor Gruppen Restauranter	0,40632279	DK-Food's	0,59357705
Svendsen Sport	0,56199223	Lindø Steel	0,62566277
HT Bendix	0,55476848	Mita Teknik	0,55512547
Casa A/S	0,44908169	Roll-O-Matic	0,73346746
Conscia	0,59308795	Icotera	0,72232399
Danish Crane Building	0,56898128	Netcompany	0,73404221
Aclass	0,46875921	PCH Engineering	0,71951893
LanguageWire	0,61202549	Alliance+	0,50611772
Agrometer	0,572861	Ellepot	0,67931231
Trifork	0,37618304	Theca	0,57873527
PF Group	0,70132764	Coze Aarhus	0,70693577
Targit	0,49540578	Cipp Technology Holding	0,57607264
FSG Foods	0,39716143	Geveko Markings	0,61474589

Porteføljeselskab	Efficiens
Boyum IT Solutions	0,46670848
Skamol	0,42937315
Fitness World	0,39854902
Westpack	0,70408232
Mobaro A/S	0,39312299
JKF Industri	0,6348756
John Bjerrum Nielsen	0,60996423
Graphic West	0,47589261
BOS	0,84515938
Smart Lift	1
European Freeze Dry	0,47591128
Dan-Rehab A/S	0,94121733
Samsø Syltefabrik	0,64503376
Controlled Polymers	1
Løgismose Meyers	0,37423369

Bilag H

RAM-efficienser referenceselskaber

Referenceselskab	Efficiens	Referenceselskab	Efficiens
NCR Danmark A/S	0,6728531	Nianet A/S	0,5881106
Pensionskassen For Sundhedsfaglige	0,4703043	Sera-Scandia A/S	0,4740243
Danoil Exploration A/S	0,4875215	P. Conradsen A/S	0,7718857
Rokkedahl Landbrug A/S	0,5871881	Sanovo Technology A/S	0,5218253
Forbo Siegling Danmark A/S	0,5245051	Cousin ApS	0,6059224
PO (Palle Olsen) ApS	0,5581088	Dencker A/S	0,7383225
Nac Aviation 3 A/S	0,507304	System Frugt Estate A/S	0,5851198
Nardos A/S	0,6828191	Aabo-Ideal A/S	0,7814791
Kriswell A/S	0,6289504	Polygon Db A/S	0,8599814
Tigervej 12 A/S	0,5512788	Lissau A/S, Vejle	0,8633667
Peter Asschenfeldt ApS	0,478185	Viking Supply Ships A/S	0,4009777
Link Mobility A/S	0,8481307	Boeck-Hansens Vej Aalborg A/S	0,4763655
Fanø Træ A/S	0,6694768	Borch Textile Group A/S	0,7422026
Linatech A/S	0,640169	Scanpan A/S	0,6349161
Elysee Dental ApS	1	Inventilate Holding ApS	0,5561216
Franke Ks Denmark	0,6228947	Unika Danmark A/S	0,8038942
Kurt Beier Transport A/S	0,4000894	Plast Team A/S	0,6187238
Eltronic A/S	0,7188234	BG Stone A/S	0,4850326
Jobteam A/S	0,7039638	Sinding Grusgrav A/S	0,4850326
Globe Systems A/S	0,6980979	Extenzor ApS	0,4707194
Bodilsens Skovselskab ApS	0,5159214	Boyum It Solutions A/S	0,6025462
Puut A/S	0,5196625	Studysmart ApS	0,6025462
Rockwool A/S	0,5508198	Expedit A/S	0,7063795
Stevns Shipping A/S	0,5018362	P.S.H. Consulting ApS	0,4703684
Cirkusrevyen A/S	0,5506218	Elverdals Prof Outdoor Products A/S	0,9716504
Saab Danmark A/S	0,7625933	Kings And Queens ApS	0,9670261
Evergas Shipholding 2 A/S	0,5072546	Desmi Pumping Technology A/S	0,5613309

Referenceselskab	Efficiens	Referenceselskab	Efficiens
Atria Danmark A/S	0,6992478	Ulmadan-R.D. ApS	0,6622779
Colas Danmark A/S	0,6197861	Energi Ikast Fibernet A/S	0,5410721
Bruler ApS	0,5303227	Jacob Andersen Holding ApS	0,5293277
Fluke Danmark A/S	0,5887026	Conwel A/S	0,511204
Entreprenørfirmaet Østergaard A/S	0,6801971	Lb-IT A/S	1
Ticra Fond	0,6223696	Løgismose Meyers A/S	0,8468663
Lind Jensens Maskinfabrik A/S	0,8141254	Mopuflex A/S	0,5541292
Ørsted Ve A/S	0,5058423	Damsbo ApS	0,7528692
DK Beton A/S	0,6958219	Gilleleje Brugsforening	0,6372001
A. Walther Jensen A/S	0,4247796	Labotek International A/S	0,5097925
Logos Smart Card A/S	0,9030065	Meneta Holding A/S	0,5434651
Broen A/S	0,5928241	Smartkeeper Holding ApS	0,6167977
Saint-Gobain Denmark A/S	0,6959123	Mark Information A/S	0,4747391
Henne Strand A/S	0,6120523	Jits ApS	0,4747391
Ci-Aktiviteter ApS	0,6120523	Orka ApS	0,4747391
Louisiana - Fonden	0,5579815	Vaa Holding A/S	0,5766515
Skako Vibration A/S	0,665902	Nb Gruppen Landinspektøraktieselskab	0,6093532
Boisen Safety A/S	0,9914174	Støvringgaard Kloster	0,7696568
Polar Salmon Hjerting Laks A/S	1	Gera Møbler A/S	0,6990898
Sfk Food A/S	0,8554953	Danish Industrial Equipment A/S	0,6367642
Niras Gruppen A/S	0,5120223	Karsten Nielsen Holding ApS	0,4769987
Ltg Rail Denmark ApS	0,5263012	Tempur Danish Holdings ApS	0,5284172
Schades A/S	0,5231383	Funkylab ApS	0,5685518
Valdemar Lange A/S	0,5278566	Elite Gaming A/S	0,7602802
UNIVERSAL TRADING ApS	0,5278566	Kp Group ApS	0,4762059
Sef A/S	0,5989816	Shamballa ApS	0,6324665
Poul Sand A/S	0,5998764	HDM Landbrug ApS	0,4994001
Sitecore Corporation A/S	0,4364189	Thy-Mors Energi Fibernet A/S	0,5412014
A/S Mokka	0,6189183	Jantzen A/S	0,6505977
Stenbjerg Ejendomme A/S	0,4930258	Wica System Holding A/S	0,555867
Mjk Automation ApS	1	Dandanell Holding ApS	0,4862697
Vikingdanmark	0,7558199	Langeland Forsyning A/S	0,556873
Sec Datacom Group ApS	0,463017	Forenede A/S	0,4812595
Traede ApS	0,5090316	Large-it ApS	0,4878485

Referenceselskab	Efficiens
Heybey Export ApS	0,4895973
Busch Vakuumtechnik A/S	0,4895973
Kidz Group A/	0,5171153
Dan-Engineering A/S	0,507261
BAP, Kolding A/S	0,53556
Vision Software ApS	0,5788719
Banijay Nordic Holding ApS	0,4999731
G4s International (DK) A/S	0,5159563
Bruun Rasmussen A/S	0,4782153
Contitech Roulunds Rubber A/S	0,5616572
Kornerup Holding ApS	0,571869
A/S Løgstrup-Electric	0,9353899
Wipro Digital ApS	0,5367997
Julius Koch International A/S	0,9190854
Ffw Holding ApS	0,548303
Erik Jantzen ApS	0,5490922
Vesselco 1 K/S	0,7916998
Pugerupgaard ApS	0,5875243

Bilag I

AMPL-kode til globale projektioner

Model:

```
## Model for globale peers ##
# PARAMETERS
param n; #antal DMU er
param m; # antal inputs
param s; #antal outputs
param t; #antal RAM-efficiente
param xef{i in 1..m,j in 1..t}; # inputs for RAM-efficiente selskaber
param yef{r in 1..s,j in 1..t}; # outputs for RAM-efficiente selskaber
param xo{i in 1..m}; # input for det inefficente selskab der analyseres
param yo{r in 1..s}; #outputs for det inefficente selskab der analyseres
param Ri{i in 1..m}; #Range for inputs
param Ro{r in 1..s}; #Range for outputs
param rhoo; # rho for det inefficente selskab der analyseres
param Afk{g in 1..(n-t)};
param Lik{g in 1..(n-t)};
param Vægt1{g in 1..(n-t)};
param Vægt2{g in 1..(n-t)};
param Vægt3{g in 1..(n-t)};
param Vægt4{g in 1..(n-t)};
param Afkso{g in 1..(n-t)};
param Likso{g in 1..(n-t)};
param rhoin{g in 1..(n-t)}; #rho for de inefficente selskaber
param yin{g in 1..(n-t),r in 1..s}; # outputs for inefficente selskaber
param xin{g in 1..(n-t),i in 1..m}; # inputs for inefficente selskaber

# DECISION VARIABLES
var lambda{j in 1..t+1} >= 0;
var mu{j in 1..t+1} >= 0;
var si{i in 1..m} >= 0;
var so{r in 1..s} >= 0;

# OBJECTIVE FUNCTION
```

```

maximize GPS:
    sum{j in 1..t}{mu[j]}+mu[t+1];

# CONSTRAINTS
subject to Constraint1{i in 1..m}:
    sum{j in 1..t}{(lambda[j]+mu[j])*xef[i,j]+si[i]}-(lambda[t+1]+mu[t+1])*1=0;
subject to Constraint2{r in 1..s}:
    sum{j in 1..t}{(lambda[j]+mu[j])*yef[r,j]-so[r]}-(lambda[t+1]+mu[t+1])*yo[r]=0;
subject to Constraint3:
    sum{j in 1..t}{lambda[j]+mu[j]}-(lambda[t+1]+mu[t+1])=0;
subject to Constraint4:
    sum{r in 1..s}{so[r]/Ro[r]}-(lambda[t+1]-mu[t+1])*(m+s)*(1-rhoo)=0;
subject to Constraint5{j in 1..t+1}:
    mu[j]<=1;

#END OF FILE

```

Run-fil for porteføljeselskaber:

```

#Globale projektioner:
for {g in 1..(n-t)}
{
    let {r in 1..s} yo[r] := yin[g,r];
    let rhoo := rhoin[g];

    solve;

    let Vægt1[g] := ((lambda[1]+mu[1])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
    let Vægt2[g] := ((lambda[2]+mu[2])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
    let Afk[g] := sum{j in 1..t}{ ((lambda[j]+mu[j])/(lambda[t+1]+mu[t+1]))*yef[1,j]};
    let Lik[g] := sum{j in 1..t}{ ((lambda[j]+mu[j])/(lambda[t+1]+mu[t+1]))*yef[2,j]};
}

display {g in 1..(n-t)} Vægt1[g];
display {g in 1..(n-t)} Vægt2[g];
display {g in 1..(n-t)} Afk[g];
display {g in 1..(n-t)} Lik[g];

```

Run-fil for referenceselskaber:

```

#Globale projektioner
for {g in 1..(n-t)}
{
    let {r in 1..s} yo[r] := yin[g,r];
    let rhoo := rhoin[g];

    solve;

```

```
let Vægt1[g] := ((lambda[1]+mu[1])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
let Vægt2[g] := ((lambda[2]+mu[2])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
let Vægt3[g] := ((lambda[3]+mu[3])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
let Vægt4[g] := ((lambda[4]+mu[4])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
let Afk[g] := sum{j in 1..t} ( ((lambda[j]+mu[j])/(lambda[t+1]+mu[t+1]))*yef[1,j]);
let Lik[g] := sum{j in 1..t} ( ((lambda[j]+mu[j])/(lambda[t+1]+mu[t+1]))*yef[2,j]);
let Afkso[g] := yin[g,1]+((so[1])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
let Likso[g] := yin[g,2]+((so[2])/(lambda[t+1]+mu[t+1]));
}

display {g in 1..(n-t)} Vægt1[g];
display {g in 1..(n-t)} Vægt2[g];
display {g in 1..(n-t)} Vægt3[g];
display {g in 1..(n-t)} Vægt4[g];
display {g in 1..(n-t)} Afk[g];
display {g in 1..(n-t)} Lik[g];
display {g in 1..(n-t)} Afkso[g];
display {g in 1..(n-t)} Likso[g];
```

Bilag J

R-kode til udregning af BPC

```
# Eff for Ref til Kap-rand:
DataRS <- data.frame(DataRef1$Afkastningsgrad, DataRef1$Likviditetsgrad, Input)
names(DataRS) <-c("Afkastningsgrad", "Likviditetsgrad", "Input")
DataRS[141,] <- DataKap1[132,]
DataRS[142,] <- DataKap1[136,]
plot(DataRS$Afkastningsgrad,DataRS$Likviditetsgrad)

RAMRS <- dea.gem(DataRS,noutput=2,fixed=3,add.model = "RAM")

effRS<-1-RAMRS$eff[1:140]
effRS

#Eff for kap til ref-rand (under):
DataKS<-DataKap1[-c
  (136,134,132,131,113,114,120,126,90,115,109,116,94,118,75,44,41,74,96,69,83),]
DataKS[117:120,]<-DataRef1[c(15,73,85,93),]

RAMKS <- dea.gem(DataKS,noutput=2,fixed=3,add.model = "RAM")
effKS<-array(data = NA, dim = nrow(DataKap1))
effKS[c(136,134,132,131,113,114,120,126,90,115,109,116,94,118,75,44,41,74,96,69,83)]<-1
effKS[1:40]<-1-RAMKS$eff[1:40]
effKS[42:43]<-1-RAMKS$eff[41:42]
effKS[45:68]<-1-RAMKS$eff[43:66]
effKS[70:73]<-1-RAMKS$eff[67:70]
effKS[76:82]<-1-RAMKS$eff[71:77]
effKS[84:89]<-1-RAMKS$eff[78:83]
effKS[91:93]<-1-RAMKS$eff[84:86]
effKS[95]<-1-RAMKS$eff[87]
effKS[97:108]<-1-RAMKS$eff[88:99]
effKS[110:112]<-1-RAMKS$eff[100:102]
effKS[117]<-1-RAMKS$eff[103]
effKS[119]<-1-RAMKS$eff[104]
effKS[121:125]<-1-RAMKS$eff[105:109]
```

```

effKS[127:130]<-1-RAMKS$eff[110:113]
effKS[133]<-1-RAMKS$eff[114]
effKS[135]<-1-RAMKS$eff[115]
effKS[137]<-1-RAMKS$eff[116]
effKS

#### BPC:
effRef2 <- data.frame(effRef,effRS)
names(effRef2)<-c("effRefRef","effRefKap")
effKap2 <- data.frame(effKS,effKap)
names(effRef2)<-c("effKapRef","effKapKap")

# Samlet eff med kap først og så ref
install.packages("berryFunctions")
library("berryFunctions")
effS <- effKap2
effS <- addRows(effS,140,values = NA)
effS[138:277,]<-effRef2
names(effS) <-c("ModRefRand", "ModKapRand")

#Tjekker om rho er større for ref-rand end for kap-rand:
SVAR<-array(data = NA)
tael<-0
for(i in 1:nrow(effS)){
  if(effS[i,1]>effS[i,2]) SVAR[i]="JA" else SVAR[i]="NEJ"
  if(SVAR[i]=="JA") tael=tael+1
}
SVAR
tael #Det er den! bortset fra 132 og 136 som er ens, da det er randen for kap.

#Regner ratio og BPC
Ratio<-array(data = NA)
for(i in 1:nrow(effS)) {
  Ratio[i] <- effS[i,1]/effS[i,2]
}
BPC <- prod(Ratio)^(1/277)
BPC

> BPC
[1] 1.855291

```

Bilag K

Mann-Whitney-tests på balancer

```
> wilcox.test(DataMedBalanceKap$Balance, DataMedBalanceRef$Balance,paired = FALSE)

      Wilcoxon rank sum test with continuity correction

data:  DataMedBalanceKap$Balance and DataMedBalanceRef$Balance
W = 10430, p-value = 0.7689
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

Bilag L

Shapiro-Wilk-tests på efficienser

```
> shapiro.test(effKap)
```

```
Shapiro-Wilk normality test
```

```
data: effKap
```

```
W = 0.96947, p-value = 0.00362
```

```
> shapiro.test(effRef)
```

```
Shapiro-Wilk normality test
```

```
data: effRef
```

```
W = 0.88662, p-value = 6.212e-09
```

Bilag M

Efficiensdifferencer

```
> effdif
[1] -0.350638018 -0.239437238 -0.165535664 -0.227561568 -0.219082622 -0.344242388
[7] -0.194756893 -0.379514661 -0.233939529 -0.125873023 0.016937097 -0.438707254
[13] -0.085527521 -0.185273556 -0.208361481 -0.125655652 0.010971896 -0.434521598
[19] -0.215226498 -0.323442312 0.027803668 -0.165528875 -0.020042407 -0.053993667
[25] -0.121475596 -0.387329126 -0.069512663 -0.154163842 0.057035747 -0.438097216
[31] -0.066735691 -0.105703079 -0.334078440 -0.132936932 -0.218848836 -0.431427359
[37] -0.460979380 0.179557005 -0.149261903 -0.235297376 -0.022418813 -0.073302572
[43] -0.322306837 -0.006664871 -0.220946220 0.076739686 0.049013699 -0.120851305
[49] -0.108346096 -0.097661292 -0.069620019 -0.609958522 -0.576443393 -0.143217720
[55] -0.215905124 -0.077360912 0.084109665 -0.180512079 -0.213145136 -0.447248466
[61] -0.433588802 -0.049680040 -0.114198539 0.003852547 -0.533302827 -0.051394634
[67] -0.113796515 -0.126774413 0.104242850 -0.193984469 -0.181771950 -0.484981567
[73] -0.561365944 -0.197027488 0.126217306 -0.119978362 0.038853899 0.026911897
[79] -0.078774896 -0.005893689 -0.030895117 0.032340341 -0.006892779 0.079835239
[85] -0.623816956 -0.054492255 0.032388741 -0.111870213 -0.146261392 0.152164808
[91] 0.041500979 -0.042934046 -0.521210064 -0.178587634 -0.186617597 -0.108192269
[97] -0.121046778 -0.053229117 -0.119515767 0.028126956 -0.030892210 0.117788908
[103] -0.105977444 -0.077387958 -0.325992139 -0.130938387 -0.174821424 -0.081525282
[109] 0.265034410 0.065159880 0.057110936 -0.205154774 0.257261519 0.089857538
[115] 0.234642119 0.178317491 -0.144479998 0.123445353 0.092465610 0.150062781
[121] 0.094813161 0.126897403 -0.022888811 -0.060224136 -0.118566257 0.196821320
[127] -0.142437032 0.056003653 0.109991109 -0.040063672 0.366944061 0.438342772
[133] -0.095957730 0.005827409
```


Bilag N

Wilcoxon-test på efficienser

```
> wilcox.test(effKapLIGE, effRefLIGE, paired=TRUE)
```

```
Wilcoxon signed rank test with continuity correction
```

```
data: effKapLIGE and effRefLIGE
```

```
V = 1953, p-value = 1.162e-08
```

```
alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0
```

Bilag O

R-kode til udregning af BIU

```
#### BIU ####  
BIU <- (sum(effKap*1/137))/(sum(effRef*1/140))  
BIU
```

```
> BIU  
[1] 0.8283779
```

Bilag P

Spearman-tests på efficienser og balancer

```
> cor.test(STest$effKap,STest$Balance,method = "spearman",exact = FALSE)
```

Spearman's rank correlation rho

data: STest\$effKap and STest\$Balance

S = 510860, p-value = 0.2452

alternative hypothesis: true rho is not equal to 0

sample estimates:

rho

-0.01920984

```
> cor.test(STestRef$effRef,STestRef$Balance,method = "spearman")
```

Spearman's rank correlation rho

data: STestRef\$effRef and STestRef\$Balance

S = 340520, p-value = 0.4286

alternative hypothesis: true rho is not equal to 0

sample estimates:

rho

-0.07164752

Bilag Q

Kruskal-Wallis-tests på fondene

```
> kruskal.test(Efficiens ~ Kapitalfond, data = KTest)
```

```
Kruskal-Wallis rank sum test
```

```
data: Efficiens by Kapitalfond
```

```
Kruskal-Wallis chi-squared = 12.981, df = 16, p-value = 0.6741
```

Bilag R

Pairwise-Wilcox-test på fondene

```
> pairwise.wilcox.test(KTest$Efficiens[c(1:12)], KTest$Kapitalfond[c(1:12)],p.adjust.method = "BH")  
  
Pairwise comparisons using Wilcoxon rank sum test  
  
data: KTest$Efficiens[c(1:12)] and KTest$Kapitalfond[c(1:12)]  
  
Axcel  
BWB Partners 0.59  
  
P value adjustment method: BH
```