# Faktor Investeringsstrategier

Porteføljekonstruktion med Fama-French Risikofaktorer

Kandidatafhandling

MSc. Business Administration and Management Science

*Skrevet af*:

Jonas Riisgaard Koefoed (93938)

Mads Skak Bossen (93053)

*Vejleder*:

Marcel Fischer

Department of Finance

*Anslag*: 177825

*Normalsider*: 103

16. Marts 2020

# Abstract

This thesis makes an analysis into Fama & French methods on the US S&P 500 index and aims at uncovering whether these methods are appropriate to determine return pattern effects and to be used as investment strategies. The thesis is departing from a theoretical academic perspective, where the theory behind the Fama & French factor models is substantiated. This analysis is taken even further by introducing new factors to the traditional three-, four- and five-factor model of Fama & French.

The main analysis is divided into two parts. The first part seeks to examine the models' capability to explain/clarify variations in cross sections returns and thus be used as a pricing mechanism for assets. The result showed that adding new factors to the five-factor model, and thus creating a seven-factor model gave a significantly better result. The seven-factor model was able to explain 95% of the cross section variance and had a rejection rate of explaining the dependent left hand side portfolios of 10%. Further analysis showed that this model could be reduced to a five-factor model with the same ability to explain cross section variance, but with a 2% higher rejection rate.

The aim of the second part was to analyse whether the different factors of the Fama & French model can be utilised as investment strategies. While some of the individual factors showed potential, the combination of two or more factors was severely increasing the performance of the portfolios. Furthermore, it was analysed that dynamic factor-portfolios combining individual factors, based on the historical observation of return and Sharpe-Ratios, was the most effective strategy. Thus, the combination of several factors, diversifying risk and thereby increasing the probability of high risk-adjusted returns is argued to be preferable.

Conclusive, this thesis has shown that Fama & French's models are suitable for the examination of cross section returns and to be used as investment strategies for firms on the S&P 500 index. Specifically, with regards to the risk of a recession, the diversification of the factors applied, spreading risk across the market, is compelling.

# Indholdsfortegnelse

**1 Indledning** **5**

1.1 Problemformulering . . . . . 7

1.2 Afgrænsning . . . . . 7

**2 Gennemgang af Litteratur** **9**

2.1 Historien bag faktormodellerne . . . . . 9

2.2 Size Faktor . . . . . 10

2.3 Value Faktor . . . . . 11

2.4 Momentum Faktor . . . . . 11

2.5 Alternativ Momentum Faktor . . . . . 12

2.6 Profitability Faktor . . . . . 13

2.7 Investment Faktor . . . . . 14

2.8 Quality Faktor . . . . . 14

2.9 Reverse-Weigthed Faktor . . . . . 15

**3 Metode og Teori** **17**

3.1 Test af Modeller . . . . . 17

3.1.1 Modellerne . . . . . 17

3.1.2 Modelkonstruktion . . . . . 19

3.1.2.1 Højresideporteføljer . . . . . 19

3.1.2.2 Venstresideporteføljer . . . . . 26

3.1.3 Estimering af Modellerne . . . . . 27

3.2 Metode for faktorerne som investeringsstrategi . . . . . 31

3.2.1 Konstruktion af Porteføljer . . . . . 32

3.2.1.1 Statiske porteføljer . . . . . 32

3.2.1.2 Dynamiske Porteføljer . . . . . 34

3.2.1.3 Evaluering af Porteføljer . . . . . 37

**4 Data** **42**

4.1 Tidsinterval . . . . . 43

4.2 Dataindsamling . . . . . 43
4.3 Databehandling . . . . . 44

**5 Analyse og Resultater** **46**
5.1 Test af modellerne . . . . . 46
5.1.1 Faktorporteføljerne . . . . . 46
5.1.2 Venstresideporteføljer . . . . . 49
5.1.3 Test af Prisfastsættelsemodeller . . . . . 54
5.1.4 Delkonklusion: Test af Modellerne . . . . . 60
5.2 Faktorer som investeringsstrategi . . . . . 63
5.2.1 Præstation og risiko mål . . . . . 63
5.2.2 Individuelle faktorer som porteføljer . . . . . 63
5.2.3 To-faktorporteføljer . . . . . 75
5.2.4 Tre-faktorporteføljer . . . . . 81
5.2.5 Dynamiske faktorporteføljer . . . . . 86

**6 Diskussion** **96**
6.1 Investeringsproblemstillinger og Transaktionsomkostninger . . . . . 96
6.2 Informationsproblemstilling . . . . . 97

**7 Konklusion** **99**

**8 Yderligere Forskning** **102**
8.1 Faktorkonstruktion . . . . . 102
8.2 Investeringsstrategi . . . . . 103

**9 Referencer** **104**
Artikler . . . . . 104
Bøger . . . . . 106
Internetkilder . . . . . 107

**10 Appendiks** **110**

**A** **110**

**B** **111**

**C** **113**

# 1 Indledning

Meget af den moderne finansverdens interesse består af forholdet mellem det forventede afkast og påtagelse af risiko. Det forventede afkast i rationelle aktiemarkeder bestemmes udelukkende af den underliggende risiko. Da dette ikke har været dækkende, er der blevet gjort en stor indsats i at identificere faktorer, der behandler risiko. Disse faktorer er blevet identificeret empirisk, men er også baseret på eksisterende teorier, hvor Capital Asset Pricing Model (CAPM) ([57], [43], [53]) er den mest anvendte. I kapløbet om at identificere faktorer i markedet fandt Banz [51], at størrelsen af virksomheder, målt på markedsværdien af egenkapitalen, er negativt forbundet med det gennemsnitlige aktieafkast. Rosenberg, B., Reid, K. og Lanstein, R. [52] fandt, at virksomheder med høje "book-to-market" forhold gennemsnitlig giver højere afkast end CAPM-beta ville have vist. Senere konkluderede Fama & French [24] i deres "Three Factor-Model", at kombinationen af størrelse og "book-to-market" klarer sig betydelig bedre i at forklare variationen i tværsnitsafkastet, og at når der redegøres for disse faktorer, så bliver CAPM-beta ubetydelig. Jegadeesh, N. og Titman, S. [37] fandt, at aktieafkast har en vis vedholdenhed, hvilket vil sige, at virksomheder, der har klaret sig godt i den nylige fortid, klarer sig godt i den nærmeste fremtid, hvilket blev kendt som aktieafkastenes momentum. Dette er blot nogle af faktorerne, der identificeret til behandle risikoen i markedet, hvilket dannede grundlag for faktormodeller. Disse faktormodeller er blevet et vigtigt koncept i den moderne finansverden, der forsøger at beskrive afkastet i markedet gennem lineære afhængigheder af flere faktorer. Efter Fama & French's "Three Factor-Model" opstod der et hav af faktorer, der skulle forklare tværsnitsafkastet i markedet. Nogle af disse faktoreffekter, der er dokumenteret i modellerne, har vist sig at være attraktive investeringsstrategier, hvilket kan udnyttes ved en eksponering i de forklarende faktorer. Der har også vist sig en tendens til, at nogle af disse faktorer korrelerer negativt med hinanden, hvilket kan skabe diversificeringseffekter, hvis faktorerne kombineres. På baggrund af disse effekter, har investeringsforvaltere, herunder MSCI [45], udviklet investeringsstrategier på faktoreffekter, hvilket er blevet en stor del af fund investeringsstrategier. Målet med denne afhandling ligger i at undersøge faktorerne akademisk, men også at se på faktorerne som investeringsstrategier. Afhandlingen vil dermed blive delt op i to dele, hvor den første indeholder test af faktorerne og den anden del vil indeholde

faktorerne som investeringsstrategier.

Akademiske forskningsresultater på faktormodellerne er hovedsageligt baseret på de samme data, hvilket stammer fra børsnoterede virksomheder på NYSE, AMEX og NASDAQ fra midten af 1926 og frem. Grunden til, at disse virksomheder er brugt til at forske i faktoreffekter er, at det amerikanske aktiemarked er det største og mest udviklede marked globalt set, hvilket gør tilgængeligheden af data bedre. Hvis det samme data bliver undersøgt tilstrækkelig meget, vil der kunne findes forbindelser mellem variabler, som viser en effekt, men i teorien ikke giver mening. På baggrund af dette, omhandler denne afhandling ikke en verifikation af faktorer på samme marked og tidshorisont, som forskere allerede har undersøgt, hvorfor et udpluk af S&P 500 markedet vil blive testet på en tidsperiode fra 2000-2018. Dette vil blive udført for at se, om faktoreffekter er til stede i denne periode for det valgte udpluk. Der vil blive testet på det valgte data ud fra allerede kendte faktormodeller, herunder: Fama & French's "Three-Factor Model", Carthart's "Four-Factor Model", Fama & French's "Five-Factor Model" og en kombination af disse "Seks-Faktor Model". Der vil samtidig blive lavet udvidelser til disse modeller ved at inkludere alternative faktorer, herunder: "Alternativ Momentum Faktor" (AMOM), "Quality Faktor" (QS) og "Reverse-Weigthed Markedfaktor" (RW), hvor yderligere tre modeller vil blive sammensat ud fra den kombineret "Seks-Faktor Model" og en endelig "Syv-Faktor Model".

Der vil i denne afhandling også blive taget udgangspunkt i faktorerne som investeringsstrategier, hvilket er et forsøg på at se om faktorerne virker som strategier og ikke bare er modeller til at forklare afkast. Det vil blive testet, om de samme faktorer, der testes for deres evne til at forklare afkast, er i stand til give et afkast baseret på mønstre i markedet. Der vil blive taget udgangspunkt i de individuelle faktorporteføljer fra modellerne for at se, om de akademiske faktoreffekter kan give et empirisk afkast. Der vil herefter blive konstrueret kombinationer af faktorporteføljerne og mere komplekse dynamiske porteføljer for at undersøge mulige diversificeringsfordele samt synergier mellem faktorporteføljerne.

Da denne afhandling blev påbegyndt, var frygten for en mulig recession ([11],[16]) til stede, hvorfor det interessante ville være, om resultaterne fra denne afhandling kunne klare sig

igennem en mulig recession baseret på historiske markedskonjunkturer.

## 1.1 Problemformulering

Formålet med denne afhandling er at foretage en dybdegående undersøgelse af Fama & French's tre-, fire-og fem faktor modeller, samt seks- og syv-faktormodeller som udvidelse hertil, på et udpluk af det amerikanske marked. På denne baggrund er afhandlingens problemformulering den følgende:

*Hvordan er Fama & French's modeller egnet til at forklare afkast og blive anvendt som investeringsstrategier for virksomheder på S&P 500 indekset?*

Til at svare på problemformulering er afhandlingen delt op fire underområder, som også svarer til opbygningen af afhandlingen:

1. **Gennemgang af Litteratur:** Hvordan faktorerne blev opdaget, og hvad er belægget for deres eksistens?

2. **Metode og Teori:** Hvilke metoder og teorier benyttes for at undersøge modellernes evne til at forklare afkast, samt hvordan faktorporteføljerne konstrueres og evalueres som investeringsstrategier?

3. **Data:** Hvilke data er relevante for besvarelse af problemformuleringen, og hvordan sikres høj datakvalitet?

4. **Analyse og Resultater:** Findes der faktoreffekter på S&P 500, og kan faktormodellerne benyttes til at beskrive tværsnitsafkastet af diversificerede porteføljer? Kan faktorporteføljerne benyttes som effektive investeringsstrategier, og kan de forbedres ved statiske og dynamiske kombinationer?

## 1.2 Afgrænsning

Da der findes mange faktorer, i markedet, er afgrænsningen for de valgte faktorer samt hvilket marked, der ses på ovenover, vigtig. Dette skaber et fokusområde, hvorved en analyse

kan påbegyndes. Ud over afgrænsningen af faktorer og marked, er der et par flere afgrænsninger, der er nødvendig at fremhæve før en dybdegående analyse kan påbegyndes.

Det er vigtigt, at der redegøres for transaktionsomkostninger, da der i afsnittet med faktorerne som investeringsstrategier ses på bruttoafkast, hvilket kan blive elimineret, når der tages højde for transaktionsomkostninger i den virkelige verden. For at kunne inkludere transaktionsomkostninger, skal der være tilstrækkelig mængder data, fra historiske handelsomkostninger for de korrekte dage, for at have et overblik over hvad de faktiske omkostninger har været i forbindelse med disse handler. Dette ville have givet kompleksitet til denne afhandling, og intentionen har i stedet været at se om disse faktoreffekter er gældende på det valgte marked og tidsperiode, samt at se om disse faktorporteføljer vil fungere som investeringsstrategier.

Ydermere, afgrænses denne afhandling af, at der er taget højde for, at der kan tages lange og korte positioner inden for faktorhandlerne. Evnen til at tage korte positioner kan være problematisk i praktisk gennemførelse, hvorfor det derfor er antaget, at dette kan lade sig gøre alligevel. De korte positioner er en stor del af faktorporteføljerne, der bliver gennemgået i denne afhandling. At skulle tage højde for denne problemstilling omkring korte positioner i markedet vil tilføje endnu mere kompleksitet, der går udover, hvad denne afhandling omhandler.

Der antages videre i denne afhandling, at læseren har grundlæggende kendskab til moderne finansiel teori, herunder: Porteføljeteori, effektive markeder, investeringsrisiko med mere, hvilket betyder, at en gennemgang af disse er irrelevante for afhandlingen. Valg af metoder til konstruktion af faktorer, test og evalueringer af disse som investeringsstrategier vil blive præsenteret i de relevante afsnit i afhandlingen.

# 2 Gennemgang af Litteratur

I dette afsnit vil historien og grundlag for faktoreffekterne, der vil blive analyseret i denne afhandling, blive gennemgået.

## 2.1 Historien bag faktormodellerne

Indtil år 1970, var capital asset pricing modellen (CAPM) og Sharpe's studier [57] omkring portefølje optimering de mest udbredte værktøjer til at finde en optimal portefølje. Det var i årene 1970 til 1990, at der blev stillet spørgsmålstegn omkring disse teorier. Økonomiske forskere fandt, ud fra at kontrollere for CAPM's marked-beta, at der var andre økonomiske metoder, der kunne kontrollere variationen i det empiriske tværsnitsafkast. Der blev stillet yderligere spørgsmål omkring ligevægts antagelsen bag CAPM, der bygger på simple teoriske antagelser. Ross [53], Jensen [38], Blume og Friend [6] undersøgte om disse antagelser overhovedet gav et signifikant grundlag for at opstille en sådan model. Antagelserne er herunder: fordeling af afkast, som der i simple teorier og/eller store prøver antages for at være normalfordelte, fuld konkurrence, hvilket vil sige, at markedspriserne ikke bliver påvirket af en enkelt investor og der er ligevægtstilstande i markedet. Resultaterne bag undersøgelsen viste dog, at disse antagelser syntes ikke at holde empirisk. Konklusionen på dette blev da, at Ross [54] fremlagde en ny teori, arbitrage pricing theory (APT), der var mere lempelig end CAPM i sine antagelser. Modellen havde til formål at beskrive aktieafkast og systematisk risiko. De mere lempelige antagelser gjorde det muligt at konstruere modeller, der kunne bygges på empiriske antagelser, og dermed kunne de empiriske bevægelser i markedet modelleres til at give en teoretisk begrundelse for bevægelserne.

Siden denne nye empiriske metode til at beskrive CAPM og APT blev implementeret, er der sidenhen kommet mange forskere på banen med nye metoder til at beskrive tværsnitafkast. Fama & French var nogle af de første til at udvikle en sådan model. De kom op med idéen omkring en multifaktor model [22], som skulle udfordre CAPM i dens måde at beskrive tværsnitafkast. Deres grundlag for modellen var, at tidligere resultater viste, at CAPM var fladere, efter der blev kontrolleret for markedsværdier og "book-to-market" forhold, i afkastene [24]. Deres første model, som blev starten på et akademisk kapløb om at finde

nye faktorer og finde en komplet CAPM, var "Fama-French Three factor model". Modellen byggede altså på tre faktorer, hvor CAPM også indgik som markedsfaktor. Efter denne model blev fremlagt, er der kommet meget litteratur omkring faktorer, og mange akademiske forskere er kommet med idéer og resultater fra deres forskning.

Da denne afhandling ikke har til formål at skulle verificere forskernes resultater, men derimod se om de kan bruges til at finde et afkast i markedet, vil der kun blive taget højde for Fama & French's forskningsresultater. Disse resultater omfatter deres "Three factor model" (3-Faktor) [22], "Four Factor model" (4-Faktor) [10], "Five factor model" (5-Faktor) [21]. 3-Faktor modellen indeholder, som førnævnt markedsfaktoren (CAPM), men indeholder også en "Size factor" og en "Value factor". 4-Faktor modellen indeholder de førnævnte faktorer med en 'Momentum factor'. 5-Faktor modellen er deres seneste udviklet model, som indeholder en 'Profitability factor' og en 'Investment factor'. Dernæst vil visse udvidelser blive tilføjet såsom "Quality factor", et alternativ til "Momentum factor" og en "Reverse Weighted" markedsfaktor. Disse faktorer vil blive beskrevet nedenunder.

## 2.2 Size Faktor

Size faktoren ser på størrelsen af virksomhederne målt i markedsværdi (Market Equity (ME)), som er aktiernes pris gange udestående aktier for virksomhederne. Banz [51] var den første, der dokumenterede denne faktor, da CAPM ikke gav en tilstrækkelig beskrivelse af afkast på virksomheder i forhold til deres størrelse. Resultaterne bag Banz undersøgelse viste, at små virksomheder gennemsnitlig havde et højere risko-justeret afkast end store virksomheder. Size faktoren var en af de to faktorer, som Fama & French brugte, da de viste, at det empiriske forhold mellem afkast og risiko var mere flad end tidligere antaget. På baggrund af denne observation konstruerede Fama & French porteføljer ud fra virksomheders størrelse, også omtalt som "Small-Minus-Big" porteføljer (SMB). Disse porteføljer er lavet ud fra lange og korte positioner i de respektive aktier. Strategien gik ud på, at man var lang i de virksomheder, der var små i forhold til markedet, og kort i de virksomheder, der var store i forhold til markedet. Dette giver et nul-investeringsuniverse, hvor summen af vægtene i porteføljerne bliver nul.

## 2.3 Value Faktor

Value investering går helt tilbage til 1934, hvor Graham & Dodd [32] anbefalede investorer til at købe undervurdere aktier, også kaldet "value aktier" og sælge overvurdere aktier, kaldet "growth aktier". Der findes flere forhold i nøgletal, der er med til at vurdere om en aktie er over-/undervurderet. Hou, Xue & Zhang 2015 [42] har dokumenteret 12 forskellige måder at vurdere aktierne i deres arbejde. Hele forklaring bag metoderne er, at prisen på en aktie er lig med det forventede "cash flow" divideret med den forventede afkastrate på aktien, hvilket vil sige, at det forventede afkast fra aktien er lig med det forventede "cash flow" divideret med prisen på aktien. I 1985 kom Rosenberg, Reid og Lanstein [52] frem med et nyt studie, der viste, at "book-to-market" (BM) forholdet i aktier var bedre til at forklare tværsnitafkastet end CAPM tidligere havde været, hvilket fik Fama & French til at se nærmere ind på dette forhold. De valgte at inkludere BM forholdet i deres "three-factor model", da det gav en signifikant bedre forklaringsgrad end CAPM. BM forholdet udgjorde dermed deres "value" faktor også kaldet "High-Minus-Low" (HML) faktor, da meningen i porteføljen var, at en investor skulle tage en lang position i de aktier med et højt BM forhold og en kort position i de aktier med lav BM forhold. Igen var der tale om et nul-investeringsuniverse, hvor summen af vægtene i porteføljerne bliver nul.

## 2.4 Momentum Faktor

Momentum investering er en af Wall Street's ældste investeringsstrategier og går helt tilbage til 1838, hvor James Grant udgav artiklen *The Great Metropolis, Volume 2* [33], der omhandlede en økonom, David Ricardo, der i perioden fra slut 1700 til starten af 1800 havde tjent en formue på at handle obligationer og aktier. I følge Grant, så havde Ricardo nogle regler, når det galt hans investeringer: "Cut short your losses" og "let your profits run on" [33] - dette er de fundamentale filosofier bag momentum investering. Med tiden er data blevet langt mere tilgængeligt, og dermed er momentum strategier blevet udviklet. Forskere opdagede i 1980'erne, at der kunne findes mønstre i aktiepriser, der kunne modsige teorien omkring effektive markeder, som lyder på, at aktiepriser følger den information, der er tilgængelig og dermed hurtigt ændrer sig i forhold til denne information [18]. DeBondt & Thaler [15] fandt i 1985 et mønster i langsigtet aktieafkast. De fandt, at aktier med lavest afkast, gen-

nem en 3-5 årig periode, ville give et bedre afkast end de aktier med højest afkast i de efterfølgende 3-5 år. Senere hen lavede Jegadeesh & Titman [37] en strategi på aktiers relative styrke, som er en klassisk momentum strategi. De fandt, at ved at købe aktier, der havde givet et godt gennemsnitlig afkast gennem en periode, og sælge de aktier, der havde givet et dårlig gennemsnitlig afkast gennem samme periode, ville dette give et positivt afkast på et interval på 2-12 måneders tilbageløbende observationsvindue. Siden disse strategier kom frem, har mange økonomiske forskere prøvet at forklare, hvorfor dette mønster er gældende, heriblandt risiko-og adfærdsbaseret forklaringer. Nogle mente, at det høje afkast fra en momentum investering blot var en kompensation for den risiko, som man påtager sig ved sådan en investering, da denne type strategi er meget risikofyldt. Store udfald i aktiepriser, kan få strategien til at vælge aktier som i teorien ikke har momentum, eller en aktie kan have nået sin top i pris, og er i gang med en såkaldt "mean-reversion", hvilket vil sige, at aktien kan være på et så højt/lavt niveau, at det ligger uden for normalen og prisen dermed vil falde/stige til et gennemsnitligt lavere/højere niveau. Denne risiko betød, at momentum faktoren ikke blev medtaget som et alternativ til CAPM i at beskrive tværsnitafkast. Det var først i 1997, da Carhart [10] forsøgte at forklare vedholdenhed i afkast i fondsbaseret investeringer, at Fama & French inkluderede momentum faktoren til deres "three-factor model" [22]. Faktoren er også kendt som "Winner-Minus-Losers" (WML, vil blive refereret til som MOM), som er en portefølje, der følger den klassiske momentum strategi. Her købte man de aktier, der havde klaret sig gennemsnitlig bedst og solgte de aktier, som havde klaret sig gennemsnitlig dårligst.

## 2.5 Alternativ Momentum Faktor

Baseret på Momentum strategien overover vil en alternativ faktor blive undersøgt. Idéen stammer fra "Barclays Adaptive FX Trend Index"[9], som er en valutastrategi på G10 universet. Denne faktor er et alternativ til MOM og tager udgangspunkt i "mean-reversion". Mean-reversion er en teori, som er brugt i finansiering, der antyder, at aktivers priser og historiske afkast med tiden vil vende tilbage til et langsigtet gennemsnit eller et gennemsnitlig niveau for aktivet [12]. I kontrast til Fama & French's momemtum faktor, der kun ser på et glidende gennemsnit, så er alternativet at se på flere glidende gennemsnit, der kan se på korte, mellem-lange og lange glidende gennemsnit, hvorved det kan være muligt at fange

trends i markedet. Glidende gennemsnit er til for at udglatte priser, så der ikke forekommer støj fra tilfældige prisudsving. De tre glidende gennemsnit skulle gøre det muligt at udglatte denne støj endnu mere, hvorved et bedre billede af et aktivs pris skulle være synligt. Dette er idéen bag den alternative momentum faktor, hvor idéen er at se på glidende gennemsnit og købe aktier, der er over gennemsnittet og sælge dem, der er under. Mean-reversion idéen går ud på at se på historiske standardafvigelser i forhold til korte standardafvigelser, hvor en høj kort standardafvigelse i forhold til den historiske indikerer en mean-reversion kunne ske, hvilket vender strategien på hovedet. Dette betyder, at man sælger aktier over gennemsnittet og køber aktier under gennemsnittet. Dette vil blive forklaret dybere i afsnit 3.

## 2.6 Profitability Faktor

Profitability faktoren er bygget på et mål af en virksomheds bruttofortjeneste i forhold til dens aktiver. Dette ligner meget ”book-to-market” forholdet, som bruges til at bestemme ”value” faktoren. Bruttofortjenesten komplementerer også ”book-to-market” relationen ved at give signifikant information ud over det, som der er indeholdt i værdiansættelser. Denne konklusion går mod tidligere studier omkring dette, hvor Fama & French i 2008 [23] fandt, at “*profitabililty sorts produce the weakest average hedge portfolio returns*” i de strategier, de brugte i deres modeller. De konkluderede endda, at profitability “*do not provide much basis for the conclusion that, with controls for market cap and B/M, there is a positive relation between average returns and profitability.*” Selvom Fama & French konkluderede dette, fandt man, at strategier baseret på profitability ligner meget value strategier i deres gennemsnitlige merafkast. Dette er interessant, da profitability er en vækst strategi og value er, af navnet, en værdi strategi. Dette gør profitability strategier til en god hedge portefølje for value strategier. Value og profitability strategier har meget tilfælles, når det gælder investeringsfilosofien bag dem. Value strategien er, som tidligere nævnt, en strategi, der bygger på fænomenet om at sælge overvurderede dyre aktier (growth) og købe undervurderede billige aktier (value). Profitability bygger på en lignende strategi, men afviger en smule. Profitability strategien udnytter fænomenet med at sælge ikke-produktive aktier og købe produktive aktier. På baggrund af denne observation valgte Fama & French i 2015 [21] at inkludere strategien i deres model. Strategien fik navnet ”Robust-Minus-Weak” (RMW)

og er altså en strategi, der går ud på at købe robuste aktier (virksomheder med høj produktivitet) og sælge svage aktier (virksomheder med lav produktivitet).

## 2.7 Investment Faktor

Investment faktoren bygger på virksomheders investeringsstrategi, som her er om en virksomhed øger/nedsætter deres investeringer eller har en nul investeringsstrategi. Studier omkring virksomheders investeringer har været fremtrædende i økonomisk forskning siden *Den Keynesianske revolution* [25] Teorier, der bygger på, at investorer er rationelle, hentyder til, at investeringsgraden for virksomheder er høje, når de har en lav kapital gearing og det forventede aktieafkast derfor også er lavt. Omvendt siger teorierne, at virksomheder ikke investerer, når deres kapital gearing er høj, hvilket giver høje forventede aktieafkast [49]. Adfærdsteorier argumenterer for, at investment faktoren inkorporerer en fejlprisning i aktier, da investorer ikke tager højde for virksomhedsinformationen omkring investeringsbeslutninger, når de skal vurdere prisen på aktier. Thomas K. Poulsen siger, at "*investors extrapolate past performance too far into the future when they value stocks. If firms with high asset growth performed well in the past, investors expect them to continue to do so in the future. Investors overvalue stocks in these firms to the extent that they cannot live up to the high growth expectations going forward. When realized asset growth falls short of expectations, the market corrects the initial overvaluation and these stocks have low returns*" [49]. Dette svarer til, at investorer overser, i deres vurdering af aktier, at en høj vækst i en aktie kunne være en refleksion af overinvesteringer, hvilket kunne betyde lavere afkast i fremtiden. Det er den afkastforskel som Fama & French så på, da de inkorporerede "investment" faktoren i deres "five-factor model". Faktoren er også kendt som "Conservative-Minus-Aggressive" (CMA) og bygger på at købe aktier med en konservativ investeringsstrategi og sælge aktier med en aggressiv investeringsstrategi.

## 2.8 Quality Faktor

Kvalitetsbaserede investeringsstrategier, på aktier, refererer til, at virksomheder som skaber høj profit er effektive i deres operationelle drift, sikre, stabile og velfungerende og har tendens til at slå markedets afkast på langt sigt. Der er som tidligere nævnt mange måder at

definere kvalitet på. Hou, Xue Zhang [42], som dokumenteret 12 forskellige måder at definere value aktier, har også dokumenteret 12 forskellige måder at vurdere virksomheder på deres måde at skabe profit ([42] Table 2 panel D). Der er dog andre måder at vurdere kvalitet i virksomheder. Novy-Marx [47] vurderede kvaliteten til at være bruttofortjenesten, hvor Greenblatt [34] vurderede det til at være afkastet på investeret kapital. Der findes også mange variationer af kombinationer af forskellige fortjenester, indtjeningsevner og gearingsgrader til at beskrive kvalitet [31]. Profitability faktoren blev, som mange af de andre faktorer, opdaget ved empiriske test på CAPM fra Sharpe [57], Lintner [43] og Black [38] og senere af Fama & French's "three-factor model" [24] og Carhart's [10] momentum. Empiriske resultater fra de sidste 20 år har antydet, at porteføljer sorteret på fortjeneste, indtjeningsevne og gearing har givet et højere risikojusteret afkast i forhold til en markedsportefølje. Disse resultater har givet belæg for at opstille en alternativ Quality faktor, hvor der kombineres forskellige kvalitetsnøgletal til rangeringen af virksomheder. Den alternative Quality faktor er blevet konstrueret ud fra en kombination af to nøgletal, som er den samlede gæld over den samlede egenkapital (**Total Debt/Equity**), samt afkast fra investeret kapital efter skat (**After-tax Return on Invested Capital**).

## 2.9 Reverse-Weigthed Faktor

Den "Reverse-Weighted" faktor [5] er en omvendt vægtning af markedsvægtet indeksering af markedet. For at forklare hvorfor dette kan være en mulig faktor, ses der på hvordan markedsvægtet indeksering blev standarden for den globale industris passive investeringer, og hvordan passive investeringer udviklede sig. Passive investeringer kan spores helt tilbage til 1969-1971 [4], hvor Wells Fargo Bank havde, ud fra akademiske modeller, udviklet de principper og teknikker, der førte til indeksinvestering. John A. McQuown og William L. Fouse [46] havde stor indflydelse på den voksende interesse i at investere på denne måde, og startede den første indekskonto på 6 millioner dollars for pensionskassen Samsonite Corporation. Efter denne udvikling blev implementeringsdetaljerne påvirket markant de næste 30 år, og den første strategi der blev udført var et ligevægtet indeks over aktier på New York Stock Exchange. Denne strategi blev beskrevet som at være et totalt mareridt, da transaktionsomkostninger tog det meste af porteføljens gevinst. Det tog 20 år før disse transaktionsomkostninger blev lave nok til, at der var et afkast at finde i sådan en ligevægtet

portefølje. I 1976 blev ligevægtningsstrategien overtaget af "Standard & Poor's 500 Composite Stock Price Index"[3], som var en markedsvægtningsstrategi. Dette indeks blev oprettet i 1957 af Alfred Cowles for at repræsentere og måle konsekvent den gennemsnitlige oplevelse af afkast fra aktiemarkedsinvestorer. Dette indeks blev svaret på bønnerne fra Wells Fargo-teamet. Denne investeringsform er så god, som den kan blive, når man ser det for en indeksporteføljeforvalters synspunkt, da den eneste porteføljehandel, der kræves, er når der sker en virksomhedshandling eller en konstant ændring i indekset. En af de ting, der satte undren i gang ved denne investeringsform, kom fra Bill Sharpes moderne porteføljeteori (MPT), der skulle være baseret på et markedsvægtet indeks, men dette var ikke tilfældet. Markedsvægtning blev indekseringsstandarden som et direkte resultat af implementeringsspørgsmål, og ikke efter effektiv markedsteori. MPT siger altså ikke, at alternative systematiske markedsvægtningsordninger ikke kan give konsekvent overlegent afkast over tid. Der er altså åbnet op for en måde, hvor der kan findes et bedre afkast end for standard markedsvægtning. Da der allerede var lavet studier på, at der var et afkast at finde ved at gå lang i små virksomheder, samt studier på "mean-reversion", ville dette altså kunne modsige teorien omkring markedsvægtet indeksering. At lave indeks på markedsvægtning betød, at man lagde mere vægt i de store virksomheder eller med andre ord, de virksomheder, som havde vundet meget den sidste periode. Dette er altså en "growth" strategi, hvilket value strategien modsiger. I value strategien var der afkast at finde ved at gå lang i value aktier, mens man går kort i growth aktier. Der altså flere påstande, der taler for, at et bedre afkast kan findes end det standard markedsvægtede indeks. Da de andre faktorer fortæller den modsatte historie vil det oplagte være, at lave et modsat markedsvægtet indeks, hvilket vil sige, at man lægger mere vægt i små virksomheder og mindre i de store. Dette er blevet til den Reverse-Weigthed Faktor (RW), som bliver beskrevet yderligere i afsnit 3.

# 3 Metode og Teori

Ud fra den gennemgået litteratur omkring faktorerne vil der blive anvendt tre metodologiske rammer i denne afhandling. Først vil der blive lavet en håndtering af relevante data, som kan findes i afsnit 4, dernæst vil der blive lavet en estimering af faktorerne, og derefter vil der blive lavet en porteføljekonstruktion og evaluering af porteføljerne. Estimeringen og porteføljekonstruktionen vil blive uddybet i dette afsnit.

## 3.1 Test af Modeller

Modellerne der vil blive konstrueret ud fra Fama & French's arbejde på faktormodeller ([22],[20],[21]). Modellerne er bygget inden for de statistiske rammer for almindelig "Ordinary least squared" regression.

### 3.1.1 Modellerne

Der vil blive testet fire forskellige prisfastsættelsesmodeller, som indeholder henholdsvis: CAPM, SMB, HML, MOM, RMW og CMA og tre alternative prisfastsættelsesmodeller som indeholder henholdsvis: CAPM, SMB, HML, alternativ MOM, alternativ Quality, CMA og RW. Disse modeller vil blive testet på, hvordan de beskriver afkastet i det valgte marked i denne afhandling. Først vil Fama & French's "three-factor model" blive testet, modellen er sat op således:

$$R_{i,t} - r_{f,t} = \alpha_i + \beta_i(R_{Mkt,t} - r_{f,t}) + s_i SMB_t + v_i HML_t + \epsilon_{i,t} \tag{1}$$

Den første faktor i (1) er den omdiskuteret CAPM, som beskriver aktieafkast følsomhed over for markedet, $R_M kt$ fratrukket den risikofrie rente $r_f$. Den anden faktor der optræder er SMB (size) og den sidste faktor er HML (value). Før faktorernes $\beta$-koefficient optræder lige før selve faktoren. Interceptet $\alpha$ fortæller hvad der ikke bliver forklaret i modellen omkring tværsnitsafkastet og $\epsilon$ er fejlleddet, der siger noget om de "chok" i afkastet, som modellen ikke opfanger. For nemhedens skyld, så i stedet for at skulle trække den risikofrie rente $r_f$ fra hver gang, så vil dette i stedet blive kaldt "Excess Return" (ER)

Den anden model, der vil blive testet, er udvidelsen til "three-factor" modellen, som Carhart kom med i 1997. Modellen indeholder samme faktorer, som den første model, men tilføjer momentum faktoren (MOM). Modellen er sat op således:

$$ER_{i,t} = \alpha_i + \beta_i ER_{Mkt,t} + s_i SMB_t + v_i HML_t + m_i MOM_t + \epsilon_{i,t} \tag{2}$$

Da Fama & French's model blev kritiseret for at være ufuldkommen, kom Fama & French i 2015 med en ny og mere robust model. Dette er den tredje model, der vil blive testet. Modellen er en udvidelse til deres første model "three-factor model", og er altså ikke en udvidelse til Carhart's model. Fama & French tilføjede to nye faktorer til modellen, henholdsvis RMW (profitability) og CMA (investment). Modellen er opsat således:

$$ER_{i,t} = \alpha_i + \beta_i ER_{Mkt,t} + s_i SMB_t + v_i HML_t + p_i RMW_t + c_i CMA_t + \epsilon_{i,t} \tag{3}$$

Den fjerde model er en kombination af de to forrige modeller. Modellen søger at teste alle faktorerne på én gang for at se, om dette giver et signifikant bedre estimat. Modellen er sat op således:

$$ER_{i,t} = \alpha_i + \beta_i ER_{Mkt,t} + s_i SMB_t + v_i HML_t + m_i MOM_t + p_i RMW_t + c_i CMA_t + \epsilon_{i,t} \tag{4}$$

Den femte model tage udgangspunkt i (4), men med en ændring i MOM, der bliver erstattet med en alternativ momentum faktor, som er en anden tilgang til momentum. Modellen er sat op således:

$$ER_{i,t} = \alpha_i + \beta_i ER_{Mkt,t} + s_i SMB_t + v_i HML_t + a_i AMOM_t + p_i RMW_t + c_i CMA_t + \epsilon_{i,t} \tag{5}$$

Den sjette model, der vil blive testet i denne afhandling, tager udgangspunkt i (5), men med en ændring i RMW, der bliver erstattet med en alternativ Quality faktor. Denne model er sat op således:

$$ER_{i,t} = \alpha_i + \beta_i ER_{Mkt,t} + s_i SMB_t + v_i HML_t + a_i AMOM_t + q_i QS_t + c_i CMA_t + \epsilon_{i,t} \tag{6}$$

Den syvende og sidste model, der vil blive testet i denne afhandling, tager udgangspunkt i

(6) med en tilføjelse af den sidste faktor RW, som er den "Reverse Weigthed" markedfaktor. Denne model er sat op således:

$$ER_{i,t} = \alpha_i + \beta_i ER_{Mkt,t} + s_i SMB_t + v_i HML_t + a_i AMOM_t + q_i QS_t + c_i CMA_t + w_i RW_t + \epsilon_{i,t} \tag{7}$$

### 3.1.2 Modelkonstruktion

Til at teste alle de ovennævnte modeller, vil der blive opsat en højreside bestående af de forklarende variable og en vestreside med den afhængige variable. Venstresiden består af enkelte aktiv, og højresiden består af faktorerne. Højresiden har til formål at forklare tværsnitsafkast, hvor venstresiden repræsenterer tværsnitsafkastet, der vil blive forklaret af modellerne. Da mange af forskningsartiklerne bag faktormodellerne bygger på en værdivægtning af aktiver i deres porteføljer, er porteføljer, i denne afhandling, også baseret på denne vægtning. Grunden til, at mange artikler bruger værdivægtet, frem for ligevægtet, er at dette mitigerer nogle af de store udslag i afkast fra mindre virksomheder [39]. Da nogle af faktorerne afhænger af nøgletal fra regnskabsrapporter, for virksomhederne der kun bliver givet årligt eller kvartalsvis, er modeller lavet med en "lag-periode" på et år. Dette sikrer, at modellerne ikke blive rangeret på nøgletal der ikke er opgivet endnu, det vil altså sige, at man ikke rangerer på nøgletal fra for eksempel januar, hvis nøgletallene først bliver opgivet i juni. Modellerne består samtidig af samtlige aktier, som vil blive beskrevet i afsnit 4, fremfor Fama & French's metode [20]. Fama & French forsøgte at replikkere NYSE breakpointene, da de konstruerede deres venstre-og højresideporteføljer. Venstre-og højresidenporteføljekonstruktion vil blive præsenteret nedenunder.

#### 3.1.2.1 Højresideporteføljer

Først bliver der redegjort for konstruktionen af højresideporteføljerne, som er faktorerne i modellen. Den første faktor, som indgår i hver model, er markedsfaktoren. Markedsfaktoren er vægtet ud fra en værdivægtning af virksomhedernes markedsværdi, der er beregnet ud fra udstående aktier gange aktiekursen. Porteføljens daglige afkast er dermed summen af virksomhedernes daglige afkast fratrukket den risikofrie rente. Formlen for markedfaktoren

er således:

$$R_t^{Mkt} = \sum_{i=1}^{N} \frac{MV_{i,t-1}(r_{i,t} - r_{f,t})}{\sum_{j=1}^{N} MV_{j,t-1}} \tag{8}$$

$$\text{hvor } i = j = 1,2,3,\ldots,N \wedge t = 12,3,\ldots,T$$

Hvor $R_t^{Mkt}$ er merafkastet for markedfaktor porteføljen, $MV_{i,t-1}$ er markedsværdien for den i'te virksomhed fra forrige handelsdag tid t-1, $(r_{i,t} - r_{f,t})$ er den i'te virksomheds afkast fratrukket den risikofrie rente på tidspunkt t og $\sum_{j=1}^{N} MV_{j,t-1}$ er den samlede markedsværdi for alle virksomhederne fra forrige handelsdag. Hvis vægtningen af virksomhederne ikke er baseret på forrige dags handelskurs, vil det resultere i at der handles på ukendt information.

Den næste faktor i modellerne, er den såkaldte Size faktor (SMB). Fama & French valgte i deres Size faktor at rangere virksomheder ud fra deres markedværdi, hvorefter virksomhederne først bliver inddelt i tre grupper baseret på størrelse. De 30% mindste virksomheder bliver grupperet som små virksomheder, de 40% midterste virksomheder som neutrale, og den sidste gruppe som 30% store virksomheder. Yderligere bliver de tre grupper splittet i to dele, en lav og en høj [29]. Dette giver altså seks porteføljer baseret på størrelse, hvor SMB faktorens daglige afkast er beregnet ved:

$$R_t^{SMB} = \frac{1}{3}\left(r_t^{\text{Store/Lav}} + r_t^{\text{Neutral/Lav}} + r_t^{\text{Små/Lav}}\right) - \frac{1}{3}\left(r_t^{\text{Store/Høj}} + r_t^{\text{Neutral/Høj}} + r_t^{\text{Små/Høj}}\right) \tag{9}$$

Hvor det daglige afkast for de seks porteføljer er gennemsnitsafkastet for virksomhederne til tid t for hver af porteføljerne. Porteføljerne for alle faktorer, der er konstrueret ud fra rangering, er alle baseret på rangeringen fra tid t-1, for at sikre at der ikke handles på baggrund af endnu ikke kendt information. SMB er altså konstrueret ved at købe aktier i virksomheder, der befinder sig den mindste halvdel af hver gruppe, samt at sælge aktier fra den anden halvdel.

Value faktoren (HML), er konstrueret på samme måde som SMB, hvilket vil sige, at der igen er seks grupper ud fra rangering af virksomhederne, med de samme procentvise opdelinger. Rangeringen for HML faktoren er baseret på virksomhedernes bogførte værdi af egen-

kapitalen i forhold til markedsværdien [27]. De 30% af virksomhederne, der har den laveste bogførte værdi af egenkapitalen i forhold til markedsværdien kaldes for vækst virksomheder, og de 30% største kaldes for værdi virksomheder. Forskelligt fra SMB, så tager HML ikke udgangspunkt i 40% midterste rangeret aktier, hvilket vil sige, at det kun er fire af de seks porteføljer som HML er konstrueret af. Value faktoren er sammensat ved at købe de to porteføljer, der består af værdi virksomheder, og sælge de to porteføljer, der består af vækst virksomheder. HML faktorens daglige afkast er beregnet ved:

$$R_t^{HML} = \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Værdi/Lav}} + r_t^{\text{Værdi/Høj}}\right) - \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Vækst/Lav}} + r_t^{\text{Vækst/Høj}}\right) \tag{10}$$

Hvor der igen er tale om gennemsnitsafkastet for virksomhederne i hver portefølje.

Den næste faktor i modellerne er relateret til Carhart's "four-factor model", hvilket er Momentum faktoren [10]. Momentum faktoren er rangeret ud fra virksomhedernes gennemsnits afkast i de foregående 2-12 måneder. Virksomheder, der har et historisk højt gennemsnitsafkast over perioden er rangeret til at have højt momentum, hvilket er et købssignal. Omvendt er virksomheder, der har et historisk lavt gennemsnitsafkast over perioden, rangeret til at have lavt momentum. Ud fra rangeringen bliver der som i SMB og HML dannet seks porteføljer, som består af 30% af virksomhederne med det højeste afkast, 40% af virksomhederne med mellem afkast, og den sidste portefølje bestående af de 30% virksomheder med lavest gennemsnitsafkast de sidste 2-12 måneder. De tre porteføljer bliver igen opdelt i to porteføljer, så der i alt er seks. Momentum faktoren er bygget op ud fra samme princip som HML faktoren, hvilket vil sige, at de to porteføljer med højt gennemsnitsafkast de sidste 2-12 måneder købes, og de to porteføljer med lavt gennemsnitsafkast sælges. Porteføljens daglige afkast er derfor beregnet således:

$$R_t^{MOM} = \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Høj/Lav}} + r_t^{\text{Høj/Høj}}\right) - \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Lav/Lav}} + r_t^{\text{Lav/Høj}}\right) \tag{11}$$

Hvor $R_t^{MOM}$ er porteføljens afkast og $r_t$ er et ligevægtet gennemsnit af virksomhedernes afkast i porteføljerne.

Fama & French introducerede i 2015 to nye faktorer til deres originale "three-factor mo-

del". De to faktorer er som tidligere nævnt "Robust-Minus-Weak" (RMW) og "Conservative-Minus-Aggressive" (CMA). RMW ser på virksomheders evne til at skabe profit, altså være en robust virksomhed. Virksomheder i RMW bliver rangeret ud fra deres "Operating Profitability"(OP), der er beregnet ud fra:

$$OP = \frac{Revenue - COGS - Interestexpense - SGA}{BE} \tag{12}$$

Hvor Revenue er omsætningen, COGS er omkostninger ved solgte varer, Interest expense er renteudgifter og SGA er salgs-, generelle og administrationsomkostninger. Det er alt sammen divideret med den bogførte værdi af egenkapitalen. Ud fra rangeringen er der igen lavet seks porteføljer på samme måde som de foregående faktorer, som går fra robuste porteføljer der indeholder virksomheder med høj driftsmæssig rentabilitet, til svage porteføljer med lav driftsmæssig rentabilitet [28]. RMW faktoren er konstrueret ved at købe de to robuste porteføljer og sælge de to svage porteføljer:

$$R_t^{RMW} = \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Robust/Høj}} + r_t^{\text{Robust/Lav}}\right) - \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Svag/Høj}} + r_t^{\text{Svag/Lav}}\right) \tag{13}$$

Hvor $R_t^{RMW}$ er RMW porteføljens afkast og $r_t$ er et ligevægtet gennemsnit af virksomhedernes afkast i porteføljerne.

CMA er den anden nye faktor, som Fama & French introducerede i 2015 til deres "five-factor model". CMA ser på virksomhedernes ændring i investeringsstrategier, det vil sige, om en virksomhed investerer mere end tidligere "Aggressive" eller investerer mindre end tidligere "Conservative". Virksomheder i CMA faktoren er rangeret ud fra den procentvise ændring i virksomhedernes totale aktiver(TA) [19], som er fundet ved:

$$\%\Delta TA = \frac{TA_{t-1} - TA_{t-2}}{TA_{t-2}} \tag{14}$$

Ligesom de forrige faktorer, er der dannet seks porteføljer. Faktoren er som de andre faktorer lavet ud fra nul-investeringsprincippet, hvor der er en ligevægt af køb og salg. CMA faktoren er konstrueret ved at købe de to porteføljer, der indeholder konservative virksom-

heder og sælge de to porteføljer med aggressive virksomheder:

$$R_t^{CMA} = \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Konservative/Lav}} + r_t^{\text{Konservative/Høj}}\right) - \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Aggressive/Lav}} + r_t^{\text{Aggressive/Høj}}\right) \tag{15}$$

Hvor $R_t^{CMA}$ er CMA porteføljens afkast og $r_t$ er et ligevægtet gennemsnit af aktiers afkast, i forskellige rangeret intervaller, som er baseret på ændringen i totale aktiver (investeringer).

De ovennævnte faktorer er alle præsenteret i Fama & French's og Carhart's artikler, og der vil blive lavet en videre udvidelse med nogle alternative faktorer. Her vil der blive fokuseret på markeds, momentum og RMW faktoren, da disse ikke har givet et tilfredsstillende resultat (se afsnit 5). Disse faktorer vil nu blive modificeret, hvorved der bliver tilføjet tre nye faktorer til modellerne. Den første faktor der vil blive beskrevet er en alternative Momentumfaktor (AMOM).

Den alternative momentum faktor tager udgangspunkt i det omdiskuteret momentum og "mean-reversion" problem fra afsnit 2. For at overkomme "mean-reversion" problemet er der, i stedet for kun at se på glidende gennemsnit, også taget højde for glidende standardafvigelse. Derudover tager den alternative momentum faktor også højde for flere perioder for det glidende gennemsnit, hvilket har til formål at give mere robusthed og sikkerhed for om en virksomhed er i momentum eller ej. Teorien bag faktoren er således:

Først findes et glidende gennemsnit af virksomhedernes afkast over tre perioder på henholdsvis $t-66$, $t-132$ og $t-264$ dage. Disse gennemsnit bliver holdt op imod spot afkastet, hvilket vil sige afkastet på tidspunkt $t-1$. Hvis afkastet på tidspunkt $t-1$ er større end mindst to af de glidende gennemsnit, vil en aktie blive kategoriseret som værende i positivt momentum og dermed blive sat til et køb-signal, 1, omvendt gælder der, at hvis afkastet på tidspunkt $t-1$ er mindre end mindst to glidende gennemsnit, så vil en aktie blive kategoriseret som værende i negativt momentum, hvilket giver et sælg-signal $-1$. Dette giver en

klassisk momentumstrategi:

$$
\begin{aligned}
1 \text{ for} \quad & r_i^{t-1} - rf > \left(\sum_{t=-66}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{66} \wedge \sum_{t=-132}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{132}\right) \\
\vee \quad & r_i^{t-1} - rf > \left(\sum_{t=-66}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{66} \wedge \sum_{t=-264}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{264}\right) \\
\vee \quad & r_i^{t-1} - rf > \left(\sum_{t=-132}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{132} \wedge \sum_{t=-264}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{264}\right) \\
-1 \text{ for} \quad & r_i^{t-1} - rf < \left(\sum_{t=-66}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{66} \wedge \sum_{t=-132}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{132}\right) \\
\vee \quad & r_i^{t-1} - rf < \left(\sum_{t=-66}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{66} \wedge \sum_{t=-264}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{264}\right) \\
\vee \quad & r_i^{t-1} - rf < \left(\sum_{t=-132}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{132} \wedge \sum_{t=-264}^{-1} \frac{(r_i^t - rf)}{264}\right)
\end{aligned}
\tag{16}
$$

Da denne strategi stadig ikke tager højde for ”mean-reversion” problemet, så derfor bliver standardafvigelser tilføjet til faktoren. Idéen er, at hvis den nuværende standardafvigelse er lav i forhold til historiske niveauer, så vil køb- og salgsignalerne forblive de samme. Omvendt, hvis den nuværende standardafvigelse er høj i forhold til historiske niveauer, så vil signalerne blive byttet rundt. Modellen vil altså tage positioner, som er modsat momentum signalet, da der forventes, at aktien er på vej mod ”mean-reversion”, og altså vil gå mod et historisk gennemsnitlig afkast. ”Mean-reversion” signalet er bestemt ud fra $t-66$ dages glidende standardafvigelser mod $t-264$ dages glidende standafvigelser. Dette giver:

$$
\begin{aligned}
\text{Hvis signal} &= 1 \wedge \sigma_i^{66} < \sigma_i^{264} \rightarrow 1, \qquad i = 1,2,3\ldots,n \\
\text{Hvis signal} &= 1 \wedge \sigma_i^{66} > \sigma_i^{264} \rightarrow -1, \qquad i = 1,2,3\ldots,n \\
\text{Hvis signal} &= -1 \wedge \sigma_i^{66} < \sigma_i^{264} \rightarrow -1, \qquad i = 1,2,3\ldots,n \\
\text{Hvis signal} &= -1 \wedge \sigma_i^{66} > \sigma_i^{264} \rightarrow 1, \qquad i = 1,2,3\ldots,n
\end{aligned}
\tag{17}
$$

Vægtningen af virksomhederne i den alternative momentumfaktor bliver bestemt ud fra hver virksomheds $t-66$ standardafvigelse. Det vil sige, at hvis en virksomhed har et købsignal (1), så vil vægten for denne virksomhed være:

$$
w_{i,signal=1} = \frac{\frac{1}{\sigma_i^{66}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_{i,signal=1}^{66}}}, \qquad i = 1,2,3\ldots,n \tag{18}
$$

Og for et salg-signal (-1):

$$w_{i,signal=1} = \frac{\frac{1}{\sigma_i^{66}}}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\sigma_{i,signal=-1}^{66}}}, \qquad i = 1,2,3\ldots,n \tag{19}$$

Det daglige afkast for AMOM faktoren er fundet ved:

$$R_t^{AMOM} = \sum_{i=1}^{N} w_{i,t-1} * r_{i,t} * S_{i,t-1} \tag{20}$$

Hvor $w_{i,t-1}$ er vægten, $r_{i,t}$ er afkastet og $S_{i,t-1}$ er signalet for virksomhed i. Vægten og signalet der benyttes til at beregne det daglige afkast for AMOM er begge baseret på den forrige handelsdag t-1, så porteføljen ikke er konstrueret på ukendt information. Derudover gælder nul-investeringsprincippet også for AMOM faktoren, så der er ligevægt mellem køb og salg: $\sum_{i=1}^{N} w_{i,t-1} * S_{i,t-1} = 0$.

Den næstsidste faktor der vil blive beskrevet i denne afhandling, er et alternativ til RMW. Da RMW er en kvalitetsbaseret faktor er det logisk, at den alternative faktor også er en kvalitetsbaseret faktor. Grunden til, at der er valgt en ny faktor til at udskifte RMW er, at RMW, ligesom MOM, ikke gav et tilfredsstillende resultat (se afsnit 5). Den nye kvalitetsfaktor er en kombination af to kvalitetsnøgletal, hvilket er taget ud fra Granthams filosofi [31] om at kombinere kvalitetsnøgletal til at beskrive virksomhedskvalitet. Faktoren er beregnet ud fra virksomheders gæld over egenkapitalen sammensat med afkast af investeret kapital. Virksomhederne bliver rangeret ud fra begge nøgletal, hvorefter deres rang lægges sammen til en samlet score, som de er rangeret ud fra. Som i de andre faktorer er der derefter dannet seks porteføljer ud fra rangeringen af virksomhederne. Ud fra samme princip, som i de andre faktorer, er der her en nul-investeringsstrategi, hvor der bliver købt de to porteføljer med virksomheder der har højest kvalitetscore og solgt de to porteføljer med lavest kvalitetscore. Faktoren er valgt at blive kaldt "Quality Faktor" (QS), og porteføljens afkast er beregnet således:

$$R_t^{QS} = \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Robust/Høj}} + r_t^{\text{Robust/Lav}}\right) - \frac{1}{2}\left(r_t^{\text{Svag/Høj}} + r_{i,t}^{\text{Svag/Lav}}\right) \tag{21}$$

Hvor $R_t^{QS}$ er QS porteføljens afkast, $r_t^{\text{Robust/Høj}}$ er gennemsnitsafkastet for de 15% virksomheder med den højeste kvalitetscore, $r_t^{\text{Robust/Lav}}$ er gennemsnitsafkastet for de næste 15% Virksomheder med den næsthøjeste kvalitetscore, $r_t^{\text{Svag/Høj}}$ er gennemsnitsafkastet for de 15% aktier med den næstlaveste kvalitetscore og $r_t^{\text{Svag/Lav}}$ er gennemsnitsafkastet for de sidste 15% aktier med den laveste kvalitetscore. Dette giver 40% med en neutralscore, der hverken bliver købt eller solgt.

Den sidste faktor, der vil blive beskrevet i denne afhandling er den "Reverse-Weighted" markedsfaktor RW, der er beregnet ud fra samme princip som Mkt, hvor den eneste forskel er en modsat vægtning af aktierne. Dette betyder, at små virksomheder bliver vægtet højere end store virksomheder, hvilket er beregnet således:

$$R_t^{RW} = \sum_{i=1}^{N} \frac{\frac{1}{MV_{i,t-1}(r_{i,t}-r_{f,t})}}{\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{MV_{j,t-1}}} \tag{22}$$

$$\text{hvor } i = j = 1,2,3,\ldots,N \wedge t = 1,2,3,\ldots,T$$

Hvor $R_t^{RW}$ er afkastet for den "Reverse-Weighted" markedfaktorportefølje, $\frac{1}{MV_{i,t-1}}$ er den omvendte markedsværdi for den enkelte aktie, $(r_{i,t} - r_{f,t})$ er den enkelte akties afkast fratrukket den risikofrie rente og $\sum_{j=1}^{N} \frac{1}{MV_{j,t-1}}$ er summen af den omvendte markedsværdi for alle aktier.

#### 3.1.2.2 Venstresideporteføljer

Til at repræsentere tværsnitsafkastet i det valgte marked i denne afhandling, er der valgt at lave 125 venstresideporteføljer, som regressionerne fra afsnit 3.1.1 vil blive testet på. Dette er gjort, da der skal gælde ud fra APT rammerne, at porteføljerne skal være diversificeret. APT rammerne siger, at systematisk risiko bliver medregnet i prisen, og det samme gør idiosynkratisk risiko også, hvis porteføljerne ikke er diversificeret. De systematiske faktorer kan ikke medregne denne idiosynkratiske risiko, når de priser aktiverne. De 125 venstresideporteføljer vil blive dannet ud fra Size faktoren, som Fama & French skriver i deres artikel [20]. Size faktoren er basen i porteføljerne, da dette er en god måde at undgå en dårlig diversificering af porteføljerne, da de er rangeret ud fra markedsværdi. Værdivægtede porteføljer

som markedsfaktoren og RW kan være dårligt diversificeret, da en en stor/lille virksomhed kan være vægtet meget højt, og derfor have meget betydning i porteføljerne. Efter Size faktoren er valgt som base, bliver den derefter kombineret med de andre faktorer med undtagelse af markedsfaktoren, AMOM og RW. Venstresideporteføljerne bliver konstrueret ud fra virksomhedernes rangering i hver faktor. På baggrund af rangeringen bliver virksomhederne opdelt i fem porteføljer for hver faktor, hvorefter porteføljerne bliver kombineret på tværs af faktorerne. Der bliver dermed dannet 5x5 porteføljer for hver faktor sammen med Size faktoren, altså 5x5 - (*Size/Value, Size/Momentum, Size/Profitability, Size/Investment* og *Size/Alternativ Quality*). For eksempel er 25 Size/Value porteføljer konstrueret som i nedenstående tabel, hvor hver af de kombinerede porteføljer er ligevægtet.

Tabel 3.1: Size/Value kombinationer

| | Small | 2 | 3 | 4 | Big |
|---|---|---|---|---|---|
| Growth | 1,1 | 2,1 | 3,1 | 4,1 | 5,1 |
| 2 | 1,2 | 2,2 | 3,2 | 4,2 | 5,2 |
| 3 | 1,3 | 2,3 | 3,3 | 4,3 | 5,3 |
| 4 | 1,4 | 2,4 | 3,4 | 4,4 | 5,4 |
| Value | 1,5 | 2,5 | 3,5 | 4,5 | 5,5 |

De 125 afkastserier fra porteføljerne bør ifølge teorien være diversificeret og dermed danne grundlag for en god tværsnitsvariation, som modellerne kan teste på i regressionerne.

### 3.1.3 Estimering af Modellerne

Til at estimere modellerne vil der blive taget udgangspunkt i "Ordinary Least Squares" (OLS) fremgangsmåde. OLS har til formål at estimere et sæt af koefficienter for multivariate regression, hvor målet er at minimere den afhængige variables residualer fra en tilpasset model. OLS er valgt på baggrund af Campbell, Lo MacKinlay's [8] studie omkring estimering af markedsmodeller. Campbell, Lo MacKinley fandt, at "Under general conditions ordinary least squares (OLS) is a consistent estimation prodcedure for the market-model parameters" [8], hvilket er grunden til, at denne estimering er brugt i denne afhandling. Dog er der et problem ved denne estimeringsform, hvilket er, at OLS koefficientestimeringen er fundet ud fra enkelt-dimensionsdata og der i denne afhandling er taget udgangspunkt i 125 porteføljer til at lave estimeringen af modellerne. Hver porteføljer indeholder tilmed afkastserier for hver dag, hvilket gør det til panel data af $TxN$-dimensionsdata. Denne problemstilling

overkom Mittelhammer, Judge & Miller [44] tilbage i 2000, da de viste, at når denne samme matrice af forklarende variable $\mathbf{X}$ er til stede i alle regressionsdimensioner, så kan det $N$'te system af regressioner blive estimeret i én ligning på alle tidspunkter som:

$$\hat{\theta}_i = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{Y}_i, \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, N \tag{23}$$

Her er $\hat{\theta}_i$ en vektor af estimeret koefficienter for hver afhængig variabel, altså de konstrueret venstresideporteføljer, $\mathbf{X}$ er design matricen, som indeholder de forklarende variable, som her er faktorernes afkastserier og $\mathbf{Y}_i$ er en vektor, som indeholder afkastserien for venstresideporteføljerne.

Der vil, til at teste modellerne i denne afhandling, blive taget udgangspunkt i APT rammerne, da det er interessant at se estimeringen af interceptet, $\alpha$, i regressionerne for at se, hvor meget afkast modellerne forklarer og hvor meget der ikke bliver forklaret af modellerne. En af grundene til, at denne form for test er valgt er, at det er svært at vide hvilken fordeling $\hat{\theta}$-vektorerne har, hvilket gør det nærmest umuligt at teste på estimater af koefficienterne for deres signifikans i modellerne på tværs af regressionerne uden at gå ud i kompliceret regressionsmetoder. Denne form for test kaldes også "Joint test". APT rammerne og hvorfor denne test er valgt vil nu blive beskrevet.

Først og fremmest skal det gælde, at $\alpha$ for modellerne med en eller flere forklarende variable, ikke er signifikant forskellig fra nul. Hvis $\alpha$ er signifikant forskellig fra nul, så betyder det at faktorerne der forklarer venstresideporteføljernes afkast ikke er velspecificeret og dermed ikke fungerer som et godt estimat for den systematiske risiko i tværsnitsafkastet. Derudover kan det betyde, at der kan opstå arbitragemuligheder i modellerne. Det vil altså sige, at faktorerne i højresideporteføljerne ikke forklarer venstresideporteføljernes aktiver, eller at der mangler faktorer i højresideporteføljerne, der skal kunne forklare afkastet i venstresideporteføljerne. Hvis der opstår en arbitragemulighed, vil ATP rammerne ikke gælde, samt at hypotesen omkring effektive markeder vil blive forkastet. Denne hypotese siger, at der i effektive markeder ikke findes arbitragemuligheder. Hvis $\alpha$ i modellerne er forskellig fra nul, så vil det i større grad betyde, at faktorerne i modellerne ikke tilstrækkeligt forklarer

tværsnitsafkastet i venstresideporteføljerne end, at der findes arbitragemuligheder i markedet [21].

Med disse antagelser vil modellernes evne, til at beskrive tværsnitsafkastet i venstresideporteføljerne, blive beskrevet ud fra både enkeltstående $\alpha$, fra hver regression af en venstresideportefølje, og fælles $\alpha$ fra et sæt af regressioner af venstresideporteføljer. Det enkeltstående $\alpha$ vil blive brugt til at beskrive forkastningsgraden af modellerne over tidsintervallet, mens de fælles $\alpha$ vil blive brugt til at beskrive forklaringsgraden af modellerne.

For testen af enkeltstående $\alpha$, vil den tosidet nul-hyposten i denne afhandling blive, at en model vil blive forkastet, hvis dens $\alpha$ ikke er signifikant og ikke blive forkastet, hvis dens $\alpha$ er signifikant:

$$H_0 : \alpha_p = 0, H_1 : \alpha_p \neq 0, \qquad p = 1,2,3,\ldots,P \tag{24}$$

Hvor p er venstresideporteføljerne, og P er 125 venstresideporteføljer. Hver test vil teste på en faktor ad gangen i OLS regressionen sammen med et intercept, og hver OLS estimering kan blive vist til at være multivariat normalfordelt:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} \sim N\left(\boldsymbol{\theta}, \hat{\sigma}^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\right) \tag{25}$$

Omskrives dette med interceptet, fås en teststørrelse for hvert $\alpha$ på:

$$\mathrm{t} \sim \frac{\hat{\alpha}_p - 0}{\hat{\sigma}_p \sqrt{(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}}} \tag{26}$$

Hvor $\hat{\alpha}_p$ er det estimeret intercept fra OLS regressionerne og $\hat{\sigma}_p^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ er kovarians-varians matricen for $\hat{\alpha}_p$. Denne teststørrelse har en t-fordeling med T-K-1 frihedsgrader, hvor T er antallet af observationer og K er antallet af forklarende variable i modellen. Hvis teststørrelse er over 1.96 ved et signifikans niveau på 5%, og T er tilstrækkelig stor, indikerer dette, at $\alpha$ er signifikant og dermed forkastes nul-hypotesen om, at $\alpha = 0$ [58].

Til at se på intercepts på tværs af enkelte regressioner bruges en "Joint test" af $\alpha$. Her er nul-

hypotesen som i (24), men i stedet for at være et enkelt $\alpha$, vil $\alpha$ være en vektor af intercept på 25 venstresideporteføljer.

$$H_0 : \boldsymbol{\alpha} = 0, H_A : \boldsymbol{\alpha} \neq 0 \tag{27}$$

Hvor $\boldsymbol{\alpha}$ her er en vektor bestående af de 25 porteføljer vist i tabel (3.1).

Den samlede signifikans af K forklarende variable er målt på, hvor meget summen, af kvadreret residualer Sum of Squared Residuals (SSR), stiger, når den k'te variable bliver taget ud af modellen. Der vil her blive lavet to udgaver af SSR. Først $SSR_b$ for en begrænset model, hvor den k'te variable bliver udeladt, og $SSR_{ub}$ for en ubegrænset model, hvor alle variable er med. Her vil $SSR_b$ være mindre end $SSR_{ub}$, da den ubegrænset model har flere variable end den begrænset model. Pointen er, at man kan finde ud af, hvor meget mindre $SSR_b$ er end $SSR_{ub}$ for at se betydningen af den variabel, der er udeladt. Dette gøres med en F-test:

$$F = \frac{(SSR_b - SSR_{ub})/q}{SSR_{ub}/(T - N - K)} \tag{28}$$

Hvor $T$ er antallet af observationer, $N$ er antal porteføljer, $K$ er antallet af forklarende variable i den ubegrænset model, og q forskellen i antal forklarende variable mellem den begrænsede og ubegrænset model. I (28) måler tælleren ændring i SSR ved at flytte fra den ubegrænset model til den begrænset model i forhold til hvor mange k variable, der er taget ud af modellen. Dette giver en procentdel, da ændringen i SSR er divideret med størrelsen på $SSR_{ub}$ ved udgangspunktet, standardiseret efter frihedsgrader. Denne test fortæller, hvor meget modellerne ikke forklare, da denne test er baseret på SSR. Det er dog mere interessant at se, hvor meget forklaringsgrad, der går tabt, når en faktor udelades for modellen. Dette kan derfor skrives op som:

$$F = \frac{(R^2_{ub} - R^2_b)/q}{(1 - R^2_{ub})/(T - N - K)} \tag{29}$$

Hvor $R^2$ er forklaringsgraden beregnet som:

$$R^2 = 1 - \frac{SSR/T}{SST/T} \tag{30}$$

Hvor SST er Total Sum of squared. I stedet for den rene $R^2$ vil der blive brugt den justeret $R^2$ (adj $R^2$), da $R^2$ altid stiger ved tilføjelse af flere variable og aldrig falder, hvorimod adj $R^2$ justerer for antallet af forklarende variable i modellen. Det vil sige at, hvis der tilføjes forklarende variable, som er ubrugelige til at forklare afkastet fra venstresiden, så falder forklaringsgraden [61]. Den justeret $R^2$ er beregnet ved:

$$\text{adj } R^2 = 1 - \frac{[SSR/(T-K-1)]/[SST/(T-1)]}{1-\hat{\sigma}^2/[SST/(T-1)]} \tag{31}$$

Nu er der skabt nogle statistiske rammer, hvori modellerne kan testes, men der skal først nogle antagelser til for, at disse rammer er gældende. Først er der antagelsen om normalfordeling af data. Denne antagelse er vigtig, da mange statistiske analyser afhænger af denne antagelse, selvom aktieafkast sjældent, historisk, opfører sig normalfordelt. Derefter er det vigtigt i testene at undgå multikollinearitet, da OLS estimeringen afhænger af uafhængige variable. Hvis to variable er perfekt korreleret vil $R^2 = 1$ for begge variable og varians vil ikke blive målt for de to variable. Selvom to variable ikke er perfekt korreleret, men har en høj korrelation vil den estimeret varians være for høj, hvilket vil give multikollinearitet. OLS afhænger af inverse matricer, som er afhængige af ikke-singularitet. Heldigvis, på baggrund af litteraturen beskrevet tidligere, vil dette ikke være gældende for faktorerne i modellerne, hvilket betyder, at multikollinearitet ikke er til stede.

## 3.2 Metode for faktorerne som investeringsstrategi

Asness, Moskowitz & Pedersen kom i 2013 med et studie af faktorer som investeringsstrategi, hvor de fandt, at Value og momentum faktorer gav en diversificeret portefølje ved at kombinere disse faktorer [1]. Formålet ved at bruge faktorerne som investeringsstrategier er at finde kombinationer af faktorer, der kan give diversificeringsfordele og dermed opnå et højere afkast, samt en lavere standardafvigelse end markedet generelt. Dette vil blive gjort på baggrund af historiske afkast, for de forskellige statiske porteføljer af faktorer, hvor det ønskede resultat vil være at opnå en strategi, der er stabil igennem generelle markedsbevægelser og samtidig give et godt afkast. Dette er hvad store investeringsforvaltere også jagter, når de skal forvalte store summer penge. Metoden til at finde en god diversificeret investeringsstrategi vil blive lavet i to dele. Først vil porteføljerne blive konstrueret, hvor-

efter disse porteføljer vil blive testet historisk. Derefter vil der blive lavet en evaluering af strategierne på baggrund af præstations- og risikomål, som bliver beskrevet i næste underafsnit. Der vil videre blive lavet statiske kombinationsporteføljer, hvor der vil blive testet, som Asness, Moskowitz & Pedersen, om en to-faktor- og tre-faktorportefølje vil give en god investeringsstrategi. Der vil derudover blive testet om en dynamisk strategi, hvor vægtene af faktorporteføljerne vælges på baggrund af tidligere afkast og Sharpe-Ratio. Dette giver derfor ikke en ligevægtet kombination af faktorerne, men forskellige vægte hver dag. En dynamisk strategi kan være med til at give større diversificering i porteføljen, samt fange trends i porteføljerne.

### 3.2.1 Konstruktion af Porteføljer

De første strategier vil tage udgangspunkt i de omtalte højresideporteføljer, som er de enkelte faktorer. Strategierne tager udgangspunkt i en ligevægtning af disse porteføljer, og er simple kombinationer af disse, hvilket vil blive kaldt statiske kombinations porteføljer.

#### 3.2.1.1 Statiske porteføljer

Som førnævnt, er en statisk kombinations portefølje en ligevægtet kombination af en eller flere faktorer, og vil blive konstrueret således:

$$R_{SP} = \frac{R_{Faktor,k} + \cdots + R_{Faktor,K}}{K}, \qquad k = 1,2,3,\ldots,K \tag{32}$$

Hvor $R_{SP}$ er afkastet for den statiske portefølje og $R_{Faktor,k}$ er afkastet for de enkelte faktorer. Det er her interessant at se om de forskellige kombinationer kan forbedre den enkelte faktors afkast og se om kombinationen kan mitigere nogle tab i for eksempel finanskrisen (2007-2009). Til at se, om en kombination af faktorer er god, vil der blive set på præstations- og risikomål, samt afkastserierne. Diversificeringen skulle være forholdsvis god, da alle faktorer blevet konstrueret ud fra en 2x3 rangering af virksomhederne, hvilket skaber diversificeringen. Samtidig er der tale om nul-investeringsporteføljer, hvor summen af vægtene i porteføljerne er nul. Der er altså noget dynamik i porteføljerne, da de kan have både lange og korte positioner, hvilket giver en bedre diversificering. Dernæst vil der blive set på den indbyrdes korrelation mellem faktorerne. Hvor en negativ korrelation kan være et godt tegn

på at diversificere porteføljer endnu mere, da det kan forbedre afkast og minimere risiko i porteføljerne. Pedersen [48] så på korrelationer, som eksempelvis hvad der karakteriserede en god porteføljekonstruktion. Han så på vigtigheden af korrelation, men især vigtigheden mellem lange og korte positioners korrelation. "For a long position, a high correlation with other longs is bad, whereas a high correlation with short positions is good" - altså søger man at have en lav eller negative korrelation i sine lange positioner, mens en høj korrelation i de korte positioner er gode, da en høj korrelation, mellem aktier der skal sælges, kan give et godt afkast. Pedersen så også, at en rebalancering af sin position er gavnligt for en porteføljes præstation, da man kan blive overpositioneret i porteføljen, hvis en rebalancering ikke finder sted. Denne måde kan mitigere tab, da man holder sine positioner relativt "små" og ikke lader dem eksplodere [48]. I alt findes der 9 enkelte porteføljer, 36 kombinationer af statiske to-faktorporteføljer samt 84 kombinationer af statiske tre-faktorporteføljer. Da det ikke giver mening at gennemgå alle disse kombinationer igennem, vil der blive taget udgangspunkt i de 9 enkelte porteføljer, 4 udvalgte to-faktorporteføljer og 3 udvalgte tre-faktorporteføljer.

Til at visualisere porteføljerne vil der blive lavet et "Total Return Index" (TRI) og en "Drawdowns" (DD) serie, samt beregnet "Maximum Drawdowns" (MDD) for hver portefølje. Disse serier vil blive vist i grafer og tabeller i afsnit 5 længere nede. TRI er beregnet ud fra:

$$TRI_t = TRI_{t-1} * (1 + R_t), \qquad t = 1, 2, 3, \ldots, T \tag{33}$$

Hver TRI vil blive indekseret til at starte i 100 ved starttidspunktet for hver portefølje, så porteføljerne kan sammenlignes i deres afkast.
DD er beregnet ud fra:

$$DD_t = \left[ \max_{s \in (0,t)} TRI_{s \leq t} - TRI_t \right]_+ \tag{34}$$

DD måler tilbagegangen, fra et historisk toppunkt, i TRI.

MDD vil blive beregnet ud fra:

$$MDD_t = \frac{Min\{TRI_{s<t}\} - Max\{TRI_t\}}{Max\{TRI_t\}} \tag{35}$$

Alternativ:

$$\text{MDD}_T = \max_{\tau \in (0,T)} \left[ \max_{t \in (0,\tau)} [TRI_t - TRI_\tau] \right] \tag{36}$$

MDD viser det maksimale kumulative tab over hele perioden [35].

#### 3.2.1.2 Dynamiske Porteføljer

Da de statiske porteføljer er for simple i deres tilgang til konstruktion, og dermed kan gå glip af noget dynamik i afkast og risiko, vil en mere kompleks tilgang blive tilgået. De dynamiske porteføljer vil ikke følge den ligevægtet fordeling af vægte på tværs af faktorerne, men vil i stedet fordele vægtene dynamisk. Dette vil blive gjort ud fra Markowitz studier af moderne portefølje teori, som siger: "*Following Markowitz, we assume that investors wish to find portfolios that have the best expepcted return-risk trade-off*" [36]. Markowitz konstruerede efficiente porteføljer på to måder: Først sagde han, at investorer ønsker at maksimere deres forventede afkast for et givent risikoniveau i porteføljerne, hvilket er en maksimering af forventet afkast:

$$\max_{w} \mu_p = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\mu} \tag{37}$$

Under bibetingelser

$$\sigma_p^2 = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w}$$
$$\sum \boldsymbol{w} = 1$$

Dette er altså den sammensætning af vægte, der giver det højeste forventet afkast. Denne optimering vil blive baseret ud fra faktorernes historiske afkast med et observationsvindue på 132 dage svarende til et halvt års handelsdage. Den anden måde Markowitz konstruerede porteføljerne på var, at han viste, at investorernes problem ved at maksimere det forventede

afkast kunne give en stor risiko i porteføljer. Dette problem overkom han ved at minimere risikoniveauet i porteføljerne for et givent forventet afkast:

$$\min_{w} \sigma_p^2 = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\Sigma}\boldsymbol{w} \tag{38}$$

Under bibetingelser

$$\mu_p = \boldsymbol{w}'\boldsymbol{\mu}$$
$$\sum \boldsymbol{w} = 1$$

Hvor de optimale vægte er fundet ved $\boldsymbol{w}_p = \frac{1}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{1})}$. Denne optimering vil blive baseret på samme observationsvindue, for faktorernes historiske afkast, som det maksimeret forventet afkast. Dette giver så et "trade-off" mellem forventet afkast og risiko, som er defineret som Sharpe-Ratio:

$$\text{Sharpe-Ratio} = \frac{\mu_p - r_f}{\sigma_p} \tag{39}$$

Dette "trade-off" vil blive udnyttet til at finde dynamiske vægte, der giver det bedste forhold mellem afkast og risiko baseret på historiske afkast, og er en kombination af (37) og (38):

$$\boldsymbol{w}_p = \frac{\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{1})}{\mathbf{1}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}(\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{1})} \tag{40}$$

Hvor $\boldsymbol{w}_p$ er en vektor bestående af de optimale vægte, der maksimerer "trade-off'et" mellem forventet afkast og standardafvigelse, hvilket vil være forskellige, afhængigt af, hvor mange faktorer der indgår i de forskellige optimeringer. $\boldsymbol{\mu}$ er vektorer der indeholder afkast for de forskellige faktorer, $\mathbf{1}$ fungerer som en sum-operatør, der sikrer, at vægten altid er lig 1, $\boldsymbol{\Sigma}$ er kovarians-variansmatricen for faktorerne.

Der vil både blive lavet en optimering på at maksimere forventet afkast og maksimere Sharpe-Ratio. Grunden til, at der også vil blive lavet en optimering på at maksimere forventet afkast alene er, at en optimering på Sharpe-Ratio kan fratage investorens muligheden for store afkast. Et hop i afkast bidrager positivt i den forstand, at man får et højere afkast, men bi-

drager "negativt", når man snakker om standardafvigelse, da et hop vil give store standardafvigelser, hvorved Sharpe-Ratio'en ville kunne falde i denne periode. Bliver der lavet en optimering på dette hop i afkast, ville en faktor med store afkast, på kort tid, blive udeladt, da den også bidrager med store standardafvigelser.

Disse optimeringer stemmer overens med Pedersens [48] portefølje konstruktionsprincipper, hvor han skriver, at porteføljevægtene skal dimensioners i henhold til forventet afkast og risiko, baseret på afkast, standardafvigelser og kovarians mellem faktorerne. Optimeringerne vil blive, som førnævnt, baseret på et dynamisk rullende observationsvindue på 132 dage, hvilket sikrer Pedersens princip om, at der skal ske en kontinuerlig ændring i porteføljevægtene, så man ikke blive over-eksponeret i en faktor. Observationsvinduet er fundet ud fra test af forskellige intervaller, hvor optimeringen er kørt på (se Appendiks C). Længere intervaller kan give for meget information om bevægelser i faktorerne, mens kortere intervaller kan give for lidt information om bevægelser i faktorerne. Derudover vil en position blive holdt i en dag ad gangen, da porteføljerne er beregnet på daglig basis, hvilket vil sige, at den vægt der er fundet, på baggrund af de 132 dages observationsvindue, vil blive holdt til den næste dag. Ligeledes må hver faktor højst vægtes 35%, for at sprede risikoen ved at skabe større diversifikation i porteføljerne. Vægtende i de to dynamiske porteføljer for hver handelsdag, er fundet ved numerisk optimering ud fra maksimeringsproblemerne nedenfor (41, 42):

Optimering af afkast:

$$\max_{w_{k,t}} = \sum_{k=1}^{K} w_{k,t}\overline{R}_{k,t}, \qquad t = 133, 134, 135 \ldots, T \tag{41}$$

Under bibetingelser

$$w_{k,t} \leq 0.35, \qquad t = 133, 134, 135 \ldots, T$$
$$\sum_{k=1}^{K} w_{k,t} = 1, \qquad t = 133, 134, 135 \ldots, T$$

Optimering af Sharpe-Ratio:

$$\max_{w_{k,t}} = \frac{\sum_{k=1}^{K} w_{k,t}\overline{R}_{k,t}}{\sum_{k=1}^{K} w_{k,t}\overline{\sigma}_{k,t}}, \qquad t = 133, 134, 135\ldots, T \tag{42}$$

Under bibetingelser

$$w_{k,t} \leq 0.35, \qquad t = 133, 134, 135\ldots, T$$
$$\sum_{k=1}^{K} w_{k,t} = 1, \qquad t = 133, 134, 135\ldots, T$$

Hvor $\overline{R}_{k,t}$ er gennemsnitsafkastet for de forrige 132 dage for en vilkårlig faktor k og ligeledes er $\overline{\sigma}_{k,t}$ gennemsnitsvolatiliteten. Som i de statiske porteføljer, vil de dynamiske porteføljer blive visualiseret ved hjælp af TRI og DD grafer, samtidig vil en graf af de fundne vægte blive præsenteret i afsnit 5.

#### 3.2.1.3 Evaluering af Porteføljer

Til at evaluere de statiske og dynamiske kombinationer, af faktorerne, vil nogle præstationsmål blive beregnet. Disse præstationsmål er opdelt i præstations-og risikomål. Hvor præstationsmål vil være: Årligt afkast, årlig volatilitet og årlig Sharpe-Ratio. Risikomål vil være: Markedsbeta, Maximum Drawdowns, Skewness, Kurtosis, Value-at-Risk og Espected Shortfall.

Først vil præstationsmålene blive præsenteret, som vil blive målt på årlig basis, da det er mest almindeligt, når man sammenligner forskellige porteføljer. Først findes, årligt afkast og årlig volatilitet, det forventede afkast (E[R]) samt volatiliteten ($\sigma[R]$) for en portefølje. Dette gøres ud fra porteføljens historiske afkast, og er defineret ud fra en portefølje X:

$$E[R_X] = \frac{\sum_{t=1}^{T} R_t}{T} \tag{43}$$

$$\sigma[R_X] = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^{T} (R_t - E[R_X])^2}{T-1}} \tag{44}$$

Da data i porteføljerne er på daglig basis er forventet afkast og volatilitet, også på daglig

basis [2]. For at få præstationsmålene på årlig basis, vil følgende fremgangsmåde blive taget i brug:

$$E\left[R_X^{\text{Å}}\right] = (1 + E[R_X])^n - 1 \tag{45}$$

$$\sigma\left[R_X^{\text{Å}}\right] = \sigma[R_X] * \sqrt{n} \tag{46}$$

Hvor n er antallet af handelsdage på et år. Der er en forskel i måden man konverterer de daglig observationer til årlige, hvilket er tidsskaleringen, der bliver brugt til konverteringen. Til at beregne den årlige volatilitet benyttes "Volatility Square Root of Time"-reglen [26]. Denne regel siger, volatiliteten øges med kvadratroden af tiden i stedet for bare at øges med tiden i sig selv. Dette er dog kun gældende, når afkast er normalfordelt. Da der tidligere er blevet antaget, at afkast er normalfordelt, selvom det historisk ikke er tilfældet, kan denne regel tages i brug.

Dermed er de to første præstationsmål fundet. Disse mål er gode til at evaluere en portefølje, men mangler lidt information, når man vil sammenligne porteføljer med hinanden. En porteføljes afkast stiger normalt med risikoen i porteføljen, dermed kan en portefølje $X$ godt se ud til at klare sig bedre end en anden portefølje $Y$, men samtidig har $X$ en større risiko end $Y$. For at se på det optimale forhold mellem afkast og risiko på tværs af porteføljer bruges Sharpe-Ratio (39), som måler hvor meget afkast man kan få per risiko i sin investering.

Det næste, i evalueringen af porteføljerne, er risikomål. Her vil først markedsbeta blive gennemgået. Markedsbeta siger hvor eksponeret en portefølje er i forhold til markedet, hvilket også er kendt som den systematiske risiko. Her vil ud fra CAPM's "Security market line" blive fundet en markedsbeta for hver portefølje:

$$R_t = \alpha_t + \beta r_{Mkt,t} + \epsilon_t \tag{47}$$

De statiske og dynamiske porteføljer, der er blevet konstrueret, vil alle få foretaget en OLS regression, hvorved porteføljernes $\beta$-koefficient findes. Denne $\beta$-koefficient vil blive brugt

som en porteføljes markedsbeta, og er altså porteføljens eksponering imod markedet [2].

Det næste der vil blive gennemgået, inden for risikomål, er porteføljernes "Value-at-Risk" (VaR) og "Expected Shortfall" (ES). VaR måler hvor meget en portefølje mindst vil tabe ud fra en sandsynlighed (konfidensniveau), $z$%. Dette er målt ud fra historiske afkast, samt en antagelse om, at afkast er normalfordelt. Et normalt mål for VaR er på 95% konfidensniveau, hvilket vil sige, at VaR vil måle hvor meget en portefølje mindst vil tabe med 5% for en given periode. Da præstationsmålene er fundet på årlig basis, vil VaR også blive dannet på årlig basis. Dette gøres ved at tage det årlige forventet afkast og volatilitet for en portefølje, og se på et 95% konfidensniveau på porteføljeafkastet med en antagelse om normalfordeling, hvor middelværdien er ($\mu$) og standardafvigelsen er ($\sigma$). Dernæst tages det inverse af en akkumuleret normalfordeling ($\phi$), hvilket giver følgende udtryk for et teoretisk VaR estimat:

$$\begin{aligned} 95\%\text{VaR} &= \phi^{-1}(z, \mu, \sigma) \\ &= -\frac{1}{2}\sigma^2 T + z\sigma\sqrt{T} \end{aligned} \tag{48}$$

Da VaR kun beskriver, hvad en portefølje mindste vil tabe $z$% over perioden, og ikke siger hvad det forventet tab i halen egentlig er, vil ES blive introduceret. ES er et mål for halerisiko, og ser altså kun på en fordelings $z$% hale. ES har til formål at finde, hvad det forventede tab er givet, at man er i $z$% halen, altså en "worst case" betrækning. Dermed er ES defineret som:

$$\text{ES}_z(L) = E\big[L | L \geq \text{VaR}_z(L)\big] \tag{49}$$

Hvor $L$ er fordelingen af tab i den $z$%-hale. Da både VaR og ES er bundet af antagelsen om normalfordeling i afkast, vil der blive introduceret to nye risikomål, der ser på fordelingen i afkast, "Skewness" og "Kurtosis" [2].

Skewness bruges til at beskrive asymmetri fra middelværdien i datasæt. Asymmetrien kan beskrives ud fra afvigelser fra middelværdien, og kan være større på den ene side end den, hvilket betyder, at fordelingen kan have en tungere hale på venstre-eller højresiden. Hvis

skewness er positiv vil fordelingen have en tungere hale på højresiden, og negativ skewness betyder, at fordelingen har en tungere hale på venstresiden. Dermed beskriver skewness formen på fordelingen, og er brugbar når datasæt afviger fra normalfordelinger, hvilket ofte er tilfældet med historiske afkastserier.

Kurtosis beskriver hvor spids eller flad en fordeling er, og beskriver hvordan observationer klynges sammen omkring midten af en fordeling. Kurtosis bruges til at måle haler og "outliers" i et datasæt. En negativ kurtosis giver lettere haler og en mere flad fordeling end en normalfordeling, hvor en positiv kurtosis giver tungere haler og en mere spids fordeling end en normalfordeling [2].

Som førnævnt så er afkast typisk ikke normalfordelt, hvilket giver haler i afkastfordelingen. Da VaR og ES målte, under antagelse af normalfordeling, tabet i halerne af fordelingerne, vil et modificeret VaR-og ES-mål ([13],[7]) nu blive introduceret. Det modificeret VaR-mål tager højre for skewness og kurtosis, når en fordeling afviger fra en normalfordeling. Det modificeret VaR-mål er beregnet ud fra Cournish-Fisher VaR, og er baseret på fire momenter og transformere den normale Gaussian variabel $z$, fra det teoretiske VaR-mål, til en ikke-Gaussian variabel $Z$ ud fra følgende formel:

$$Z = z + (z^2 - 1)\frac{S}{6} + (z^3 - 3z)\frac{K}{24} - (2z^3 - 5z)\frac{S^2}{36} \tag{50}$$

Hvor $S$ er skewness og $K$ er kurtosis af fordelingen, hvilket giver en anderledes Gaussian variabel. Dermed bliver det modificeret VaR-mål:

$$95\%\text{VaR} = -\frac{1}{2}\sigma^2 T + \left(z + (z^2 - 1)\frac{S}{6} + (z^3 - 3z)\frac{K}{24} - (2z^3 - 5z)\frac{S^2}{36}\right)\sigma\sqrt{T} \tag{51}$$

Det modificeret ES-mål kan blive udledt som følger:

$$ES = \sigma * ES_Z, \tag{52}$$

$$\text{hvor } ES_Z = z\left[1 + (z^2 - 1)\frac{S}{6} + (z^3 - 3z)\frac{K}{24}\right] \tag{53}$$

Dermed er de teoretiske rammer, der kan danne grundlag for analysen dannet. Der er blevet redegjort for de statistiske værktøjer, samt finansielle evalueringsværktøjer der benyttes i analysen. Normalfordelings antagelserne er der også taget hånd om, hvilket vil sige, at nu kan teorier benyttes på ikke-normalfordelte data. Som nævnt tidligere, er faktorporteføljernes afkast serier ikke normalfordelte, når man ser på dem historisk, hvilket medfører, at de nye teoretiske rammer er vigtige til at analysere porteføljerne. Dette vil blive gjort i næste afsnit, hvor der vil blive gået i dybden med statistiske regressioner og faktorer som investeringsstrategi.

# 4 Data

I dette afsnit redegøres der for det valgte data, med henblik på videre analyse af faktoreffekter på det amerikanske marked. Redegørelsen indeholder valg af dataudbyder, tidsintervallet data er hentet over, hvad der er hentet og hvordan data er behandlet. For at kunne lave en god og ret visende analyse, er det vigtigt at data er så godt som muligt. Godt data er er kendetegnet ved kvantitet i form af lang tidshorisont med så mange virksomheder inkluderet i analysen som muligt. Derudover er kvaliteten af data også meget vigtigt, da forkerte dataobservationer vil give et forkert billede af virkeligheden når analysen udearbejdes på baggrund af data.

Det rådata, der danner grundlag for analysen er fra 505 virksomheder, som var listet på S&P 500 indexet i august 2019. Fra virksomhederne listet på S&P 500 hentes deres regnskabs- og markedsdata, som bruges til at konstruere faktorerne og porteføljerne. Tilgængeligheden af data for amerikanske børsnoterede virksomheder på S&P 500 indexet, fås fra Wharton Research Data Services (WRDS), som er en anerkendt og troværdig kilde til dataindsamling, der blandt andet har udbyderne Center for Research in Security Prices (CRSP) og Compustat [62]. Selvom WRDS er en god kilde til rådata, er det stadig nødvendigt at udbedre og filtrere i det indhentede data, da rådata ofte er for "råt" og der derfor forekommer manglende data observationer. Dette vil blive beskrevet i databehandlingsafsnittet, hvor der også redegøres for de udvalgte S&P 500 virksomheder. De udvalgte virksomheder er de samme i hele tidsintervallet der analyseres over, hvilket har den fordel at der ikke ændres i antallet af aktier i porteføljerne, samt at der ikke skal holdes regnskab over hvilke virksomheder, der bliver optaget eller fjernet fra S&P 500. Ulempen ved dette er at mange virksomheder bliver sorteret fra da de ikke indeholder data fra hele tidsintervallet, og dermed bliver datagrundlaget mindre og porteføljerne mindre diversificeret. Udover dette bliver datasættet mindre dynamisk, da det i stedet for at udskifte virksomheder løbende, kun har de samme. Da der er tale om S&P 500 virksomheder, er alle sammen store amerikanske virksomheder, hvilket gør at size faktorerne godt kunne være mere diversificeret med små virksomheder. Data kvaliteten er dog dårligere for små virksomheder, hvor regnskabsdata og nøgletal ikke er bredt udbudt, og derfor vil indsamling og udregning af disse tal være meget tidskrævende.

For at sikre ordentlig datakvalitet for små virksomheder, vil indebære indsamling fra andre datakilder, samt at mange manglende observationer skal udbedres ved interpolation hvis muligt [56].

## 4.1 Tidsinterval

Valget af tidsintervallet er et ”trade-off” mellem kvalitet og kvantitet af data samt at opnå en tilstrækkelig lang tidshorisont. Da der i denne afhandling benyttes de samme virksomheder over hele perioden, skal alle de udvalgte virksomheder være børsnoteret over hele perioden. Dette vil naturligvis medføre, at mange virksomheder bliver sorteret fra, da der sker en rotation i S&P 500 indekset over en længere periode. Derudover er nyere data også mere relevant, for en investor, da en investeringsstrategi kan have været god tidligere, men ikke længere klarer sig godt i nutidens markeder. Modsat er det vigtigt at have data tilstrækkeligt langt tilbage i tiden, da en robust strategi skal kunne klare sig igennem forskellige markedskonjunkturer og kriser.

Tidsintervallet for data starter derfor fra januar 1999, og fortsætter til og med december 2018. Dette tidsinterval på 18 år indeholder både dot.com boblen, finanskrisen i 2008 samt andre udsving i markedet som for eksempel *Black Monday*. Derudover hvis der er manglende observationer, så er det muligt at indhente de informationer fra andre kilder end WRDS, hvilket vil blive beskrevet i databehandlingsafsnittet. Faktorerne, der bliver konstrueret ud fra data, vil begynde fra januar 2000, da momentum faktoren benytter de seneste 12 måneder til at rangere virksomhederne. Alle faktorer, der benytter regnskabstal på årlig basis, skal ligeledes have data tilbage fra 1999 til at rangere virksomhederne i år 2000.

## 4.2 Dataindsamling

For at kunne udregne virksomhedernes merafkast, som benyttes i alle faktorerne, skal aktiekursen samt den risikofrie rente hentes. Aktiekursen (**Price**) i USD hentes fra WRDS under CRSP på daglig basis og den risikofrie rente, som er en amerikansk statsobligation på månedlig basis (**Risk-Free Return Rate (One Month Treasury Bill Rate)**), hentes ligeledes dagligt fra WRDS under Fama French & liquidity Factors. Aktiekurserne er ikke justeret for

aktiesplit og dividende udbetalinger, hvorfor en kumulativ faktor til justering af aktiekurserne (**Cumulative Factor to Adjust Price)**) hentes dagligt fra CRSP. Denne kumulative faktor ganges på aktieprisen, hvilket giver den justeret aktiekurs, der tager højde for disse aktiesplit og dividende udbetalinger.

Faktorerne SMB og HML, markedsfaktoren, samt RW afhænger alle af den daglige markedsværdi af virksomhederne. Markedsværdien for virksomhederne er antallet af virksomhedernes udestående aktier ganget med aktiekursen. Aktiekursen er hentet som beskrevet ovenover, og udestående aktier er hentet dagligt fra CRSP som **Shares outstanding**. Ligesom aktiekursen bliver justeret er en kumulativ faktor til justering af udestående aktier (**Cumulative Factor to Adjust Shares)**) hentet dagligt fra CRSP, da markedsværdien af virksomhederne ellers ville være misvisende ved aktiesplit. Derudover hentes den bogførte værdi af egenkapitalen, som bruges til at rangere virksomhederne i HML faktoren. Den bogførte værdi af egenkapitalen er hentet årligt fra Compustat som **Stockholders' Equity - Total**.

Til fremstillingen af CMA bruges samlede aktiver (**Assets - Total**), som er hentet per kvartal fra Compustat. RMW er konstrueret af den samlede omsætning (**Revenue - Total**), omkostninger ved solgte varer (**Cost of Goods Sold**), samlede rente og relateret udgifter (**Interest and Related Expense - Total**), samt den bogførte værdi af egenkapitalen, som tidligere er hentet til HML. Alle regnskabstal til RMW er hentet årligt fra Compustat.

Den alternative quality faktor QS er sammensat ud fra to nøgletal og er konstrueret af den samlede gæld over den samlede egenkapital (**Total Debt/Equity**), samt afkast fra investeret kapital efter skat (**After-tax Return on Invested Capital**). Begge nøgletal er hentet årligt fra WRDS' Financial Ratios Suite.

## 4.3 Databehandling

Efter at have hentet rådata fra 505 S&P 500 virksomheder, blev antallet af virksomheder reduceret til 123. Reduceringen skete ved først at filtrere virksomheder, der ikke havde aktiekurser for hele perioden fra. Dette gjaldt virksomheder, der først blev børsnoteret efter

1999, og dermed ikke har data fra de første år, samt virksomheder der er blevet opkøbt og fusioneret, som derfor ikke har data fra før eller efter fusionen. Derudover blev virksomheder med for mange manglende aktiekurser også filtreret fra datasættet, da det ville være for tidskrævende at indhente de manglende datapunkter fra andre datakilder, samt at estimation ved interpolation vil være for misvisende ved større perioder med manglende datapunkter. Interpolation er en metode til at danne værdier mellem to yderpunkter, så for eksempel hvis data værdien kendes til tid t og t-2, kan værdien for t-1 estimeres ved $\frac{v_t+v_{t-2}}{2}$ hvilket er gennemsnittet af de to yderpunkter. Virksomhedsdata, der kun har få manglende aktiekurser for hele perioden bliver i datasættet, hvor de manglende observationer er estimeret ud fra interpolation. Størstedelen af de 505 S&P 500 virksomheder blev fjernet fra datasættet på baggrund af manglende aktiekurser. De resterende frasorterede virksomheder blev fjernet på baggrund af virksomhedernes hentede regnskabs- og nøgletal. Først forsøgtes virksomhedernes regnskabs- og nøgletal udbedret ved at hente manglende data observationer fra https://www.macrotrends.net/. Macrotrends database har regnskabs- og nøgletal for virksomheder tilbage til 2006, og derfor findes manglende data fra 2006-2018. Hvis regnskabs- og nøgletal data heller ikke fandtes på Macrotrends, så blev de manglende regnskabs- og nøgletal estimeret ud fra interpolation, hvis der kun er enkeltstående år uden data. Det samme gør sig gældende for data fra 1999-2005, dog uden at manglende data bliver forsøgt indhentet fra Marcrotrends. Alle virksomheder der har manglende regnskabs- og nøgletal data for mere end en periode efter udbedringen bliver slettet fra datasættet. Til sidst er alle årlige dataobservationer langt ind som daglige observationer, så alle handelsdage i et år har den samme værdi som den årlige observation.

Det bearbejdede datasæt med 123 virksomheder over tidsintervallet fra 1999 til 2018, danner grundlag for analysen og resultaterne i næste afsnit.

# 5 Analyse og Resultater

I dette afsnit anvendes det gennemgået litteratur, metode og teori på datasættet til at opsætte de ni faktorer. Afsnittet er delt op i to underafsnit, hvor det første er statistiske test af faktorerne, og det andet er faktorporteføljerne som investeringsstrategier. Investeringsstrategierne indebærer de individuelle faktorporteføljer, kombinerede faktorporteføljer, samt dynamiske faktorporteføljer, hvor de dynamiske faktorporteføljer optimerer afkast og Sharpe-Ratio ud fra de sidste 132 dage. Alt data, der er brugt i dette afsnit, kan findes i de vedhæftede faktor Excel ark.

## 5.1 Test af modellerne

### 5.1.1 Faktorporteføljerne

Nedenunder ses tabel (5.1), der indeholder estimater på faktorporteføljerne. Alle estimater er baseret på daglig afkast fra 2000 til 2018, hvilket giver 4778 observationer.

Tabel 5.1: Højresideporteføljer, Daglig beskrivende statistik

| Beskrivende Statistik | Mkt | SMB | HML | RMW | CMA | MOM | AMOM | QS | RW |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Gennemsnitsafkast (%) | 0.015 | 0.026 | 0.031 | 0.000 | 0.005 | -0.001 | 0.023 | 0.007 | 0.072 |
| Gennemsnitsvolatilitet (%) | 1.066 | 0.347 | 0.675 | 0.567 | 0.531 | 0.418 | 0.442 | 0.377 | 1.290 |
| t-statistik | 0.987 | 5.120 | 3.167 | 0.051 | 0.605 | -0.140 | 3.655 | 1.212 | 3.832 |
| P-værdi | 0.324 | 0.000 | 0.002 | 0.959 | 0.545 | 0.889 | 0.000 | 0.226 | 0.000 |

Den første faktor, der er blevet testet på, er Markedsfaktoren. Markedsfaktoren giver et gennemsnitsafkast på 0.015%. Samtidig fås en gennemsnitsvolatilitet på 1.066%, hvilket giver en t-statistik på 0.987. Dette vil sige, at markedsfaktoren ikke er signifikant forskellig fra nul under et 95% konfidensniveau ved antagelse af normaldeling. Der kan derfor konkluderes, at nul-hypotesen ikke kan forkastet, og dermed kan det ikke siges om afkastet er nul. Dette ses også ud fra P-værdien, som er på 0.324, hvilket er over den kritiske værdi på 0.05 (5%).

Den næste faktorportefølje, der er testet er SMB-porteføljen. SMB giver et gennemsnitsafkast på 0.026% med en volatilitet på 0.347%. T-værdien for SMB er på 5.120, mens P-værdien er 0.000, hvilket vil sige, at SMB faktoren statistisk kan siges at være signifikant forskellige fra nul under et 95% konfidensniveau. Påstanden om, at det skulle være en god investerings-

mulighed at investere i små virksomheder og sælge ud af de store virksomheder holder altså. Der er samtidig et godt afkast at hente samt en relativ lille risiko i porteføljen. SMB kan derfor være en god investeringsportefølje.

Dernæst kommer value faktoren, HML. HML-porteføljen giver et gennemsnitsafkast på 0.031% med en volatilitet på 0.675%. HML-porteføljen har en t-værdi på 3.167 og en P-værdi på 0.002, hvilket vil sige, at også her kan det statistik bevises, at afkastet ikke er nul. Det stemmer godt overens med, at der findes meget litteratur tilbage i tiden, der siger, at der skulle være en god mulighed for at finde afkast, når man investerer i undervurderet aktier og sælger de overvurderet aktier.

RMW er den næste portefølje, der er blevet testet. RMW har et gennemsnitsafkast på 0.000% med en volatilitet på 0.567%. T-værdi på 0.051% og P-værdien er 0.959, hvilket er langt over den kristiske værdi på 5%. Her bliver nul-hypotesen forkastet, og det kan ikke statistik bevises om afkastet ikke er nul. Porteføljen giver også 0.000 i afkast med en stor volatilitet i forhold til afkastet. Dette gør det, at denne portefølje ikke i sig selv er en god investeringsstrategi. Dog kan RMW sammen med en af de andre porteføljer hjælpe på diversificering af investeringen. Dette vil blive testet længere nede.

CMA har et gennemsnitsafkast på 0.005%, en volatilitet på 0.531%, en t-værdi på 0.605 samt en P-værdi på 0.545. Igen indikerer dette, at nul-hypotesen ikke kan forkastes, og det kan ikke statistisk bevises om afkastet ikke er nul. CMA har ikke et specielt højt afkast, når man ser det i forhold til volatiliteten. Med en lav t-værdi giver dette altså ikke et signifikant grundlag for at bruge CMA som en investeringsstrategi alene.

Fama & French's momentum faktorporteføljer er testet til at give et gennemsnitsafkast på −0.001%, en volatilitet på 0.418% og en t-værdi på −0.140. Igen er der ikke et signifikant grundlag for at bruge denne faktor som en enkeltstående investeringsstrategi. Dette er lidt overraskende, når dette er den mest kendte investeringsstrategi, der går længst tilbage i historien. Det dårlige afkast og den relative høje volatilitet gør, at denne portefølje ikke fungerer alene med de valgte virksomheder.

Den alternative momentumfaktor (AMOM) har et gennemsnitsafkast på 0.023% med en volatilitet på 0.442% med en tilhørende t-værdi på 3.655. Det kan her siges, at denne strategi er statistisk bevist til at kunne bruges som en investeringsstrategi i sig selv. Dette bliver også understøttet af P-værdien, som ligger på 0.000. Forholdet mellem afkast og volatilitet er ikke det bedste, men stadig langt bedre end RMW, CMA og MOM. At tage højde for "mean-reversion" ser ud til at danne en relativ god faktorportefølje, og dermed en investeringsmulighed. Der kan også være grundlag for at kombinere denne portefølje og dermed opnå en endnu bedre investeringsstrategi.

Den alternative "quality" faktor (QS) har et gennemsnitsafkast på 0.007% med en volatilitet på 0.377, Dette er ikke imponerende, men slår alligevel Fama & French's kvalitetsfaktor (RMW). QS faktoren har en tilhørende t-værdi på 1.212, hvilket gør, at denne faktor ikke statistisk kan bevises at være en god investeringsstrategi i sig selv. Der er dog en god symbiose mellem HML og kvalitetsfaktorer, som beskrevet i litteraturen, hvilket gør denne kombination værd at se videre på, når en investeringsstrategi skal ses på længere nede.

Den sidste faktor, som der er med i denne afhandling, er "Reverse weighted CAPM" (RW). Denne faktor gav et gennemsnitsafkast på 0.072% med en volatilitet på 1.290%. Dette er klart det højeste afkast på tværs af alle faktorerne, men også den højeste volatilitet, hvilket gør denne faktor meget risikofyldt på trods af det store afkast den bidrager med. RW har en tilhørende t-værdi på 3.832 samt en P-værdi på 0.000, hvilket igen gør, at nul-hypotesen kan forkastet. Denne faktor kunne blive brugt som en enkeltstående investeringsstrategi, men der skal tages højde for den høje risiko. En mulig kombination af faktorer kan nedbringe denne risiko, og gøre denne strategi mindre risikofyldt.

Alle testene er som sagt bygget på afkast serier fra 2000 til 2018, hvilket kan betyde, at strategier, der har virket igennem perioden, ikke vil virke gående fremad. Dette vil blive analyseret længere nede, når der bliver set på faktorerne som investeringsstrategier.

### 5.1.2 Venstresideporteføljer

Nu er faktorporteføljerne evalueret enkeltvis, hvorved der er fundet, hvilke faktorporteføljer der har givet en præmie i markedet historisk. Det næste der vil blive testet er, hvor godt porteføljerne holder op i tværsnittet af de konstrueret 5x5-porteføljer. På denne måde kan man se, hvilke effekter der komplementerer hinanden. Da alle 5x5-porteføljerne er dannet med Size faktoren, skal der være en klar sammenhæng mellem afkast og "book-to-market"-kvintilerne i størrelsesværdien af porteføljerne. Alle porteføljer er værdivægtet, og alle nøgletal er på års basis, da det gør det nemmere at sammenligne porteføljerne. Den første sammensætning er Size-Value, som ses nedenunder i tabel (5.2):

Tabel 5.2: Size-Value Venstresideporteføljer

(a) Årligt Afkast (%)

| | Growth | 2 | 3 | 4 | Value |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 13.62 | 13.53 | 15.92 | 16.21 | 19.21 |
| 2 | 6.72 | 6.65 | 8.93 | 9.21 | 12.11 |
| 3 | 5.81 | 5.76 | 8.01 | 8.27 | 11.17 |
| 4 | 4.97 | 4.93 | 7.18 | 7.49 | 10.39 |
| Big | 3.14 | 3.13 | 5.39 | 5.70 | 8.55 |

(b) Årlig Standardafvigelse (%)

| | Growth | 2 | 3 | 4 | Value |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 18.91 | 19.79 | 20.30 | 20.38 | 21.61 |
| 2 | 17.52 | 18.40 | 18.81 | 18.83 | 19.80 |
| 3 | 16.56 | 17.35 | 17.84 | 17.95 | 18.85 |
| 4 | 16.83 | 17.61 | 17.99 | 17.84 | 18.33 |
| Big | 16.61 | 17.18 | 17.33 | 17.12 | 17.95 |

(c) Årlig Sharpe-Ratio

| | Growth | 2 | 3 | 4 | Value |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 0.72 | 0.68 | 0.78 | 0.80 | 0.89 |
| 2 | 0.38 | 0.36 | 0.48 | 0.49 | 0.61 |
| 3 | 0.35 | 0.33 | 0.45 | 0.46 | 0.59 |
| 4 | 0.30 | 0.28 | 0.40 | 0.42 | 0.56 |
| Big | 0.19 | 0.18 | 0.31 | 0.33 | 0.48 |

I tabel (5.2(a)) ses det tydeligt, at der er en faldende tendens i afkast, når man ser vertikalt,. Dette viser altså, at effekten af "book-to-market" er til stede i denne kombination. Samtidig kan man se, at når man går horisontalt ud igennem rækkerne, at der er en stigende tendens med undtagelse af 2-kvintil i Value, hvor afkastet falder en smule. Det laveste afkast på 3.14% findes i de største virksomheder med højest vækst, hvilket også opfylder litteraturen samt teorien om, at små virksomheder giver et bedre afkast end store, samt at vækst virksomheder giver lavere afkast end undervurderet virksomheder. Det højeste afkast på 19.21% findes i de mindste virksomheder med den bedste værdivurdering, hvilket opfylder det ønskede mål omkring både Size-og Value-faktoren. Ses der på standardafvigelser i tabel (5.2(b)) for de forskellige porteføljer, er der ikke den samme tendens. Her er der mere en tendens omkring, at når der er højere afkast, så er der også en større standardafvigelse, hvilket også giver mening ud fra generelle antagelse ud fra CAPM, hvor man blive kompenseret

per risiko man påtager sig. Det ses, at de højere afkast i tabel (5.2(a)) har en højere standardafvigelse end de lavere afkast. Går man ned i tabel (5.2(c)) ses det, at Sharpe-Ratioen er faldende på både størrelsen og værdivurderingen af virksomhederne, hvilket også opfylder litteraturen og teorien, og giver et godt belæg for at denne kombination af porteføljer kunne være en god investeringsstrategi. Den højeste Sharpe-Ratio er på 0.89 for de mindste virksomheder og mest undervurderet, og den laveste Sharpe-Ratio er på 0.48 for de største virksomheder og mest overvurderet.

Næste sammensætning er Size og Momentum porteføljerne, som ses i tabel (5.3):

Tabel 5.3: Size-Momentum Venstresideporteføljer

(a) Årligt Afkast (%)

| | Loser | 2 | 3 | 4 | Winner |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 15.88 | 16.49 | 15.13 | 15.64 | 16.44 |
| 2 | 8.98 | 9.45 | 8.17 | 8.64 | 9.43 |
| 3 | 8.09 | 8.52 | 7.23 | 7.71 | 8.53 |
| 4 | 7.30 | 7.72 | 6.42 | 6.88 | 7.66 |
| Big | 5.49 | 5.89 | 4.63 | 5.09 | 5.86 |

(b) Årlig Standardafvigelse (%)

| | Loser | 2 | 3 | 4 | Winner |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 22.35 | 19.99 | 19.42 | 19.84 | 21.56 |
| 2 | 20.63 | 18.52 | 17.94 | 18.38 | 20.08 |
| 3 | 19.57 | 17.57 | 17.02 | 17.46 | 19.07 |
| 4 | 19.53 | 17.56 | 17.09 | 17.61 | 19.36 |
| Big | 19.01 | 17.04 | 16.50 | 16.97 | 18.77 |

(c) Årlig Sharpe-Ratio

| | Loser | 2 | 3 | 4 | Winner |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 0.71 | 0.82 | 0.78 | 0.79 | 0.76 |
| 2 | 0.44 | 0.51 | 0.46 | 0.47 | 0.47 |
| 3 | 0.41 | 0.49 | 0.42 | 0.44 | 0.45 |
| 4 | 0.37 | 0.44 | 0.38 | 0.39 | 0.40 |
| Big | 0.29 | 0.35 | 0.28 | 0.30 | 0.31 |

Ser man på afkastet i tabel (5.3(a)) er der den samme tendens, når man ser vertikalt ned gennem "book-to-market"-kvintilerne, hvor afkastet er faldende jo større virksomhederne er. Omvendt fra Size-Value kombinationen er der ikke den store tendens at finde, når man går ud igennem Momentum-kvintilerne, hvor afkastet ikke er monotont stigende jo bedre afkastet har været historisk. Dette taler altså for, at porteføljerne ikke komplementere hinanden her, og der er heller ikke nogen god synergi, når man ser på deres standardafvigelser i tabel (5.3(b)). Standardafvigelser viser samme tendens, som afkastet, og er heller ikke monotont stigende eller faldende, men er mere tilfældig i forhold til de forskellige kvintiler. En observation, som går igen, er, at standardafvigelse er stigende for de højere afkast og lavere for de mindre. En underlig observation er, at den bedste Sharpe-Ratio i tabel (5.3(c)) er på 0.82 og ikke er for de virksomheder der, i de sidste 2-12 måneder, har givet det bedste afkast, det er faktisk de næst dårligste virksomheder, i de sidste 2-12 måneder, der har givet

det bedste afkast sammen med de mindste virksomheder. Dette går mod teorien omkring den simple momentumstrategi, hvor det altså er fordelagtigt at købe de aktier, der har historisk har klaret sig godt, og sælge de aktier der har klaret sig dårligt.

Tabel 5.4: Size-Profitability Venstresideporteføljer

(a) Årligt Afkast (%)

| | Weak | 2 | 3 | 4 | Robust |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 15.99 | 14.75 | 16.16 | 15.75 | 15.51 |
| 2 | 9.00 | 7.87 | 9.14 | 8.77 | 8.52 |
| 3 | 8.04 | 6.96 | 8.23 | 7.85 | 7.59 |
| 4 | 7.28 | 6.17 | 7.40 | 7.02 | 6.76 |
| Big | 5.47 | 4.39 | 5.59 | 5.23 | 4.94 |

(b) Årlig Standardafvigelse (%)

| | Weak | 2 | 3 | 4 | Robust |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 20.03 | 21.42 | 20.13 | 20.37 | 19.35 |
| 2 | 18.47 | 19.78 | 18.65 | 18.85 | 17.87 |
| 3 | 17.65 | 18.84 | 17.60 | 17.89 | 16.93 |
| 4 | 17.46 | 18.85 | 17.78 | 18.06 | 17.06 |
| Big | 16.88 | 18.28 | 17.17 | 17.43 | 16.62 |

(c) Årlig Sharpe-Ratio

| | Weak | 2 | 3 | 4 | Robust |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 0.80 | 0.69 | 0.80 | 0.77 | 0.80 |
| 2 | 0.49 | 0.40 | 0.49 | 0.47 | 0.48 |
| 3 | 0.46 | 0.37 | 0.47 | 0.44 | 0.45 |
| 4 | 0.42 | 0.33 | 0.42 | 0.39 | 0.40 |
| Big | 0.32 | 0.24 | 0.33 | 0.30 | 0.30 |

Profitevne effekten er ikke rigtig til at se i Size-Profitability kombinationen. Når man ser i tabel (5.4(a)), ses der ingen klar sammenhæng mellem robusthed og størrelse, da afkastet svinger meget, når man går horisontalt ud igennem rækkerne. En ting man dog kan se på resultaterne er, at de højeste afkast ligger hvor virksomhederne er mindst. Faktisk ses det også i tabel (5.4(b)), at selvom der er høje afkast ved de mindste virksomheder, så er standardafvigelsen ikke meget højere end ved de mindre afkast. Man får altså meget afkast per risiko i denne kombination, hvilket også afspejler sig i Sharpe-Ratio tabellen (5.4(c)), hvor der opnås en Sharpe-Ratio på 0.80 for de mindste virksomheder og de mest robuste. Der er derfor en bedre sammenhæng i Size-Profitability end ved Size-momentum, men ikke nær så overbevisende som Size-Value kombinationen.

Tabel 5.5: Size-Investment Venstresideporteføljer

(a) Årligt Afkast (%)

| | Aggr | 2 | 3 | 4 | Con |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 15.30 | 16.40 | 16.05 | 15.26 | 15.29 |
| 2 | 8.41 | 9.38 | 9.04 | 8.29 | 8.34 |
| 3 | 7.50 | 8.47 | 8.11 | 7.37 | 7.42 |
| 4 | 6.70 | 7.65 | 7.29 | 6.54 | 6.59 |
| Big | 4.90 | 5.85 | 5.59 | 4.75 | 4.79 |

(b) Årlig Standardafvigelse (%)

| | Aggr | 2 | 3 | 4 | Con |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 21.22 | 20.41 | 19.73 | 19.97 | 20.48 |
| 2 | 19.49 | 18.90 | 18.24 | 18.55 | 18.96 |
| 3 | 18.50 | 17.89 | 17.30 | 17.56 | 18.00 |
| 4 | 18.51 | 17.95 | 17.35 | 17.72 | 18.19 |
| Big | 17.96 | 17.32 | 16.77 | 17.16 | 17.64 |

(c) Årlig Sharpe-Ratio

| | Aggr | 2 | 3 | 4 | Con |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 0.72 | 0.80 | 0.81 | 0.76 | 0.75 |
| 2 | 0.43 | 0.50 | 0.50 | 0.45 | 0.44 |
| 3 | 0.41 | 0.47 | 0.42 | 0.42 | 0.41 |
| 4 | 0.36 | 0.43 | 0.42 | 0.37 | 0.36 |
| Big | 0.27 | 0.34 | 0.33 | 0.28 | 0.27 |

Investment effekten er ikke til at spore i Size-Investment kombinationen, der ses faktisk næsten en modsat effekt i at være konservative i sin investeringsstrategi for virksomhederne. Dette ses tydeligt i tabel (5.5(a)), hvor alle de højeste afkast findes i de næst-mest aggressive virksomheder, når man ser på deres investeringer. Faktisk ses der næsten et monotont faldende afkast, når man går mod mere konservative virksomheder, hvis man ser bort fra de mest aggressive i første søjle. Ser man på tabel (5.5(b)) skulle man forvente, at lavere afkast også kunne have en lavere standardafvigelse. Dette er dog ikke gældende, da man kan se, at der næsten ikke er nogen sammenhæng mellem afkast og standardafvigelse. Mindre afkast har højere standardafvigelser for nogle af kombinationerne. Hvis man for eksempel ser på de mest konservative og mindste virksomheder med et afkast på 15.29% og en tilhørende standardafvigelse på 20.48%, så er dette et relativt lavt afkast i forhold til standardafvigelse, når man sætter det op mod de midterste konservative og mindste virksomheder med et afkast på 16.05% og en standardafvigelse på 19.73%. Der altså både et højere afkast samt en lavere standardafvigelse, hvilket giver en Sharpe-Ratio på 0.81, som er højere end, hvis man var gået med det der, ud fra teorien, skulle være det bedste - altså køb de mest konservative virksomheder, og sælg de mest aggressive. Size-Investment kombinationen har også det hidtil lavest afkast, af alle faktorerne, og ikke nogen betydelig lavere standardafvigelse, hvilket gør, at Investmentfaktoren ikke er at foretrække frem for en anden faktor.

Tabel 5.6: Size-Quality Venstresideporteføljer

(a) Årligt Afkast (%)

| | Weak | 2 | 3 | 4 | Robust |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 18.30 | 17.39 | 19.77 | 19.10 | 19.20 |
| 2 | 11.31 | 10.38 | 12.67 | 12.02 | 12.24 |
| 3 | 10.44 | 9.47 | 11.80 | 11.11 | 11.46 |
| 4 | 9.62 | 8.66 | 10.95 | 10.31 | 10.60 |
| Big | 7.82 | 6.90 | 9.16 | 8.51 | 8.80 |

(b) Årlig Standardafvigelse (%)

| | Weak | 2 | 3 | 4 | Robust |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 29.36 | 27.73 | 28.48 | 27.77 | 32.69 |
| 2 | 27.83 | 26.41 | 27.01 | 26.33 | 31.13 |
| 3 | 26.96 | 25.63 | 26.07 | 25.55 | 30.06 |
| 4 | 26.98 | 25.62 | 26.14 | 25.47 | 30.14 |
| Big | 26.44 | 24.96 | 25.45 | 24.85 | 29.62 |

(c) Årlig Sharpe-Ratio

| | Weak | 2 | 3 | 4 | Robust |
|---|---|---|---|---|---|
| Small | 0.62 | 0.63 | 0.69 | 0.69 | 0.59 |
| 2 | 0.41 | 0.39 | 0.47 | 0.46 | 0.39 |
| 3 | 0.39 | 0.37 | 0.45 | 0.38 | 0.38 |
| 4 | 0.36 | 0.34 | 0.42 | 0.40 | 0.35 |
| Big | 0.30 | 0.28 | 0.36 | 0.34 | 0.30 |

Den alternative Quality faktor viser den hidtil højeste standardafvigelse, når man ser i tabel (5.6(b)). Samtidig er der ikke nogen entydig bevægelse, når man ser på afkast i tabel (5.6(a)) eller standardafvigelser. Det er altså svært at se, at der skulle være nogen Quality effekt i denne kombination. Der er både høje standardafvigelser for lave afkast, og der er de højeste standardafvigelser for de mest robuste virksomheder, selvom de ikke giver det højeste afkast. Ser man på tabel (5.6(c)) ses der også betydelig lavere Sharpe-Ratios end de forgående faktorer. Det er derfor svært at konkludere, at den alternative Quality faktor komplementere noget i denne kombination.

Overordnet for venstresideporteføljer er der en tydelig observation i alle kombinationerne. Den observation der er gældende er, at de mindste virksomheder klart bidrager mest til alle kombinationerne, da de højeste afkast er at spore i alle "small" rækkerne. Samtidig er der ikke nogen væsentlig højere standardafvigelse i denne række, hvilket gør, at det også er i denne række de højeste Sharpe-Ratios findes. Dette betyder, at Size effekten er til se i alle kombinationerne, hvilket er værd at tage med, når der senere bliver set på faktorerne som investeringsstrategier. Samtidig var det klareste monotone forløb i afkast at finde i Size-Value kombinationen, hvilket er en observation der kunne være interessant, når der dannes kombinationer af faktorer som investeringsstrategier. Der visse kombinationer som ikke viste nogen effekt, hvilket gør det svært at bevise, at der skulle være noget ekstra at finde ved at kombinere SMB med MOM, RMW, CMA eller QS. Da kombinationerne er dannet ved at gå lang i alle faktorerne, så kan der findes en bedre effekt ved at gå kort i nogle af faktorerne, da de viser et dårligt afkast i tabel (5.1). Til endegyldigt at konkludere om faktorerne kan

bruges til at danne en god investeringsstrategi, vil der blive lavet forskellige kombinationer blandt alle faktorerne længere nede. Indtil videre kan det siges, at SMB og Value er den klart bedste kombination med det bedst mulige afkast på 19.21% og en standardafvigelse på 21.61%, hvilket giver en Sharpe-Ratio på 0.89.

### 5.1.3 Test af Prisfastsættelsemodeller

I dette afsnit vil en gennemgang af de 125 regressioner, der bliver kørt på de syv modeller blive gennemgået. Gennemgangen vil tage udgangspunkt i den teori, der er beskrevet i (find afsnit). Da der er syv modeller med 125 venstresideporteføljer at teste mod, har dette resulteret i 875 regressioner på tværs af alle modellerne. For relevans og overskuelighedens skyld vil der kun blive givet et sammendrag af regressionsresultaterne. Programmeringssproget, R, er blevet brugt som værktøj til at danne regressionsresultaterne nedenunder i tabel (5.7).

Tabel 5.7: Resumé af signifikanstest og justeret $R^2$ af de individuelle regressioner

| Modeller | 3-Faktor | 4-Faktor | 5-Faktor | 6-Faktor | A6-Faktor | Q6-Faktor | 7-Faktor |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Adjusted $R^2$ | 0.91 | 0.92 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.91 | 0.95 |
| | Signifikante intercept | | | | | | |
| Size-Value | 11 | 11 | 11 | 10 | 13 | 13 | 1 |
| Size-Momentum | 12 | 13 | 11 | 11 | 14 | 14 | 3 |
| Size-Profitability | 11 | 10 | 11 | 11 | 11 | 13 | 4 |
| Size-Investment | 9 | 9 | 13 | 10 | 12 | 12 | 3 |
| Size-Quality | 9 | 9 | 9 | 9 | 12 | 13 | 2 |
| Forkastningsgrad | 42% | 42% | 44% | 41% | 50% | 52% | 10% |

I tabel (5.7) ses den gennemsnitlige justeret $R^2$ på tværs af alle venstresideporteføljer for hver model. Dernæst ses de næste fem linjer, som indeholder antallet af intercepts, for venstresideporteføljerne (Size-Value, Size-Momentum, Size-Profitability, Size-Investment og Size-Quality), der er fundet til at være statistisk signifikant forskellige fra nul, som er fundet ud fra hypotesetesten fra teorien i afsnit (find afsnit). At et intercept er signifikant betyder, at modellen bliver forkastet, da modellen ikke kan beskrive hele variationen i den afhængige variabel. Det vil altså sige, at de fem rækker repræsenterer antallet af individuelle modeller, der er blevet afvist af de fem sæt med 25 venstresideporteføljer på tværs af de seks modeller. Til at vise, hvor hyppigt en model er blevet forkastet, vises en forkastningsgrad, som er beregnet ud fra summen af signifikante intercepts delt med antallet af estimeret modeller.

Ses der på det forkastningsgraden i tabel (5.7), af de individuelle tests, så har modellerne en forkastningsgrad mellem 10-52%, hvilket ikke er et dårligt resultat. Det viser, at den dårligste model stadig er i stand til at forklare 45% har tværsnitsafkastet i venstresideporteføljerne. Den model, der har den mindste forkastningsgrad, og dermed er i stand til at forklare mest af tværsnitsafkastet, er 7-Faktor modellen. Denne består af Mkt, SMB, HML, AMOM, QS, CMA og RW, hvilket er en blanding af Fama & French's faktorer og de alternative faktorer. Denne model er i stand til at forklare 90% af tværsnitsafkastet, hvilket er betydeligt mindre end de andre modeller. Forskellen på denne model og Q6-Faktor modellen, er tilføjelsen af RW, hvilket får forkastningsgraden til falde med 42%. RW må derfor have en stor betydning, når det handler om at forklare tværsnitsafkastet i venstresideporteføljerne. Dette kunne forklares ved, at RW er en markedsfaktor, men alle modeller indeholder allerede Mkt, som også er en markedsfaktor. Der er derfor en klar betydning af, at RW er omvendt vægtet i forhold til Mkt, hvilket ses på forklaringsgraden. Ses der på det *adjusted* $R^2$ er der ikke nogen betydelig forskel mellem de forskellige modeller, der de alle ligger inde for 91% til 95%. Dette betyder at op til 95 % af porteføljernes varians kan blive forklaret af de forklarende faktorer i modellerne. Dette er et rimelig godt resultat, da det viser, at faktorerne kan forklare variansen i markedet og giver derfor et hint om, at faktorerne kan hjælpe med at forklare tværsnitsforskellen i aktieafkastene.

Når der nu er set på nogle af de enkelte modeller, og deres præstationer ud fra regressionerne, kan en sammenligning af modellerne blive lavet. Sammenligningen er dannet på signifikanstestene og den gennemsnitlige *adjusted* $R^2$, og vil danne konklusioner om, hvilke modeller der er at foretrække frem for andre. Som nævnt, er 7-Faktor modellen den model, der har færrest signifikante intercepts og en forkastningsgrad på 10%, dernæst kommer 6-Faktor modellen på 41% samt 3-og 4-faktor modellerne er med 42%, hvilket er noget højere end 7-Faktor modellen. Det ses derfor tydeligt, at ingen af de andre modeller, der er i stand til at forklare lige så meget af tværsnitsafkastet, som 7-Faktor modellen. Sammenligner man i stedet 6-Faktor modellen med 3-og 4-Faktor modellerne, så er deres forklaringsgrad stort set ens. Selvom modellerne er så tæt, så er der alligevel en lille forskel, når man går helt ned i detaljerne. 6-Faktor modellen er bedre til at beskrive tværsnitsafkastet i Size-Value

porteføljerne, hvor 6-Faktor modellen har 10 signifikante intercepts, hvilket igen kun bliver overgået af 7-Faktor modellen. I Size-Momentum porteføljerne er det lidt den samme historie, hvor 6-Faktor modellen kun har 11 signifikante intercepts, og de andre modeller har mellem 12 og 14 signifikante intercepts med untagelse af 7-Faktor modellen på 3. Mere interessant er det, når man ser på Size-Profitability porteføljerne, hvor 6-Faktor modellen har 11 signifikante intercepts, der har 3-Faktor modellen også 11 signifikante intercepts. Det interessante er, at 3-Faktor modellen ikke indeholder Profitability faktoren, men stadig er i stand til at forklare tværsnitsafkastet i Size-Profitability porteføljerne. Dette kan enten skyldes, at profitability faktoren ikke bidrager noget eller kan dannes som en kombination af andre faktorer. Hvis det første er gældende, er der altså ingen grund til at bruge denne faktor, som en investeringsstrategi, da den hverken giver noget fra eller til. Går man tilbage og ser i tabel (5.1), så ses det også, at profitability (RMW) havde en lav t-værdi på 0.051, hvilket igen danner grundlag for ikke at vælge denne faktor som investeringsstrategi.

En overraskende observation fra denne analyse er, at 4-faktor modellen er dårligere til at forklare tværsnitsafkastet i Size-monentum porteføljerne end 3-faktor modellen. Dette er meget overraskende, da 4-faktor modellen indeholder momentum faktoren og 3-faktor modellen ikke gør. Det naturlige resultat ville være, at modellen, der indeholder momentum faktoren, ville forklare tværsnitsafkastet i Size-momentum porteføljerne bedre end den, der ikke gør. Da dette ikke er tilfældet kan dette betyde, at momentum faktoren ikke bidrager noget til at forklare tværsnitsafkastet, hvilket gør faktoren til en eventuel dårlig investeringsstrategi. Ser man på tabel (5.1) ses der en t-værdi for momentum faktoren på -0.140, hvilket igen danner grundlag for, at momentum faktoren ikke er en god investeringsstrategi.

Hvis man ser på *adjusted* $R^2$ så er det svært at konkludere hvilken af modellerne, der er at foretrække frem for en anden. Alle *adjusted* $R^2$ ligger omkring 91-95%, hvilket vil sige, at alle modellerne er i stand til at forklare 91-95% af variansen i markedet, hvilket er et godt resultat. Der er altså tale om modeller, der beskriver det givne marked virkelig godt, men det er svært at sige, hvilke faktorer der bidrager mest og hvilke der bidrager mindst. En observation der er værd at tage med er, at momentum-og profitability faktorerne ikke bidrager særlig meget, når der blev set på signifikante intercept, så det kan konkluderes, at disse fak-

torer ikke bidrager tilstrækkeligt meget til at bruge disse som investeringsstrategier.

Da det ønskede resultat er at finde de bedste investeringsstrategier, ses der på en sammenligning af testene, hvorved det ønskes at finde en foretrukket model. Til at lave en sammenligning af testene laves en F-test på modellerne for at se om nul-hypotesen, som lyder på om en faktor er forskellig fra nul, holder. Herunder ses tabeller med test resultater:

Tabel 5.8: F-test resultater samlede modeller

(a) 3-Faktor model

| | Porteføljer | Mkt | SMB | HML |
|---|---|---|---|---|
| F-Statistik | Size-Value | 51888 | 680 | 2103 |
| | Size-Momentum | 39558 | 589 | 1106 |
| | Size-Profitability | 43973 | 609 | 1136 |
| | Size-Investment | 44703 | 660 | 983 |
| | Size-Quality | 47499 | 534 | 1267 |
| P-værdi | Size-Value | 0 | 0.03 | 0 |
| | Size-Momentum | 0 | 0.02 | 0 |
| | Size-Profitability | 0 | 0.04 | 0.04 |
| | Size-Investment | 0 | 0.01 | 0 |
| | Size-Quality | 0 | 0.03 | 0 |

(b) 4-Faktor model

| | Porteføljer | Mkt | SMB | HML | MOM |
|---|---|---|---|---|---|
| F-Statistik | Size-Value | 52585 | 658 | 1923 | 68 |
| | Size-Momentum | 49301 | 686 | 983 | 1341 |
| | Size-Profitability | 44517 | 579 | 1139 | 65 |
| | Size-Investment | 45799 | 636 | 926 | 122 |
| | Size-Quality | 48034 | 503 | 1234 | 57 |
| P-værdi | Size-Value | 0 | 0.05 | 0 | 0.08 |
| | Size-Momentum | 0 | 0.08 | 0 | 0 |
| | Size-Profitability | 0 | 0.05 | 0 | 0.06 |
| | Size-Investment | 0 | 0.03 | 0 | 0.09 |
| | Size-Quality | 0 | 0.05 | 0 | 0.03 |

(c) 5-Faktor model

| | Porteføljer | Mkt | SMB | HML | RMW | CMA |
|---|---|---|---|---|---|---|
| F-Statistik | Size-Value | 52266 | 695 | 1714 | 28 | 3 |
| | Size-Momentum | 39961 | 598 | 1033 | 58 | 1 |
| | Size-Profitability | 50060 | 671 | 698 | 614 | 0 |
| | Size-Investment | 44982 | 666 | 866 | 30 | 1 |
| | Size-Quality | 48820 | 553 | 1115 | 143 | 0 |
| P-værdi | Size-Value | 0 | 0.03 | 0 | 0.11 | 0.37 |
| | Size-Momentum | 0 | 0.02 | 0 | 0.06 | 0.41 |
| | Size-Profitability | 0 | 0.06 | 0 | 0 | 0.61 |
| | Size-Investment | 0 | 0.01 | 0 | 0.09 | 0.51 |
| | Size-Quality | 0 | 0.03 | 0.01 | 0 | 0.62 |

(d) 6-Faktor model

| | Porteføljer | Mkt | SMB | HML | MOM | RMW | CMA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F-Statistik | Size-Value | 53066 | 662 | 1550 | 77 | 38 | 2 |
| | Size-Momentum | 49624 | 690 | 856 | 1295 | 33 | 0 |
| | Size-Profitability | 50616 | 636 | 950 | 58 | 607 | 0 |
| | Size-Investment | 46032 | 639 | 805 | 117 | 26 | 0 |
| | Size-Quality | 49396 | 521 | 1081 | 56 | 141 | 0 |
| P-værdi | Size-Value | 0 | 0.06 | 0 | 0.03 | 0.06 | 0.36 |
| | Size-Momentum | 0 | 0.08 | 0 | 0 | 0.1 | 0.84 |
| | Size-Profitability | 0 | 0.05 | 0 | 0.03 | 0 | 0.57 |
| | Size-Investment | 0 | 0.03 | 0 | 0.09 | 0.18 | 0.58 |
| | Size-Quality | 0 | 0.05 | 0 | 0.02 | 0.04 | 0.58 |

(e) A6-Faktor model

| | Porteføljer | Mkt | SMB | HML | AMOM | RMW | CMA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F-Statistik | Size-Value | 52351 | 696 | 1717 | 17 | 28 | 3 |
| | Size-Momentum | 40041 | 599 | 1035 | 16 | 57 | 1 |
| | Size-Profitability | 50172 | 673 | 970 | 20 | 616 | 0 |
| | Size-Investment | 45066 | 667 | 868 | 17 | 29 | 1 |
| | Size-Quality | 48951 | 555 | 1117 | 18 | 143 | 0 |
| P-værdi | Size-Value | 0 | 0.03 | 0 | 0.06 | 0.11 | 0.39 |
| | Size-Momentum | 0 | 0.02 | 0 | 0.07 | 0.06 | 0.42 |
| | Size-Profitability | 0 | 0.06 | 0 | 0.04 | 0 | 0.6 |
| | Size-Investment | 0 | 0.01 | 0 | 0.06 | 0.08 | 0.5 |
| | Size-Quality | 0 | 0.03 | 0.01 | 0 | 0.01 | 0.62 |

(f) Q6-Faktor model

| | Porteføljer | Mkt | SMB | HML | AMOM | QS | CMA |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F-Statistik | Size-Value | 51004 | 649 | 2126 | 18 | 45 | 3 |
| | Size-Momentum | 39270 | 551 | 1115 | 17 | 122 | 1 |
| | Size-Profitability | 45049 | 594 | 1179 | 18 | 213 | 1 |
| | Size-Investment | 44122 | 617 | 994 | 18 | 74 | 1 |
| | Size-Quality | 52373 | 554 | 1368 | 21 | 775 | 0 |
| P-værdi | Size-Value | 0 | 0.05 | 0 | 0.06 | 0.06 | 0.38 |
| | Size-Momentum | 0 | 0.03 | 0 | 0.06 | 0.02 | 0.36 |
| | Size-Profitability | 0 | 0.03 | 0.04 | 0.03 | 0.05 | 0.5 |
| | Size-Investment | 0 | 0.06 | 0 | 0.05 | 0.05 | 0.5 |
| | Size-Quality | 0 | 0.04 | 0 | 0 | 0.01 | 0.73 |

(g) 7-Faktor model

| | Porteføljer | Mkt | SMB | HML | AMOM | QS | CMA | RW |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| F-Statistik | Size-Value | 3450 | 456 | 1416 | 14 | 18 | 5 | 4720 |
| | Size-Momentum | 4720 | 2397 | 332 | 12 | 132 | 2 | 3223 |
| | Size-Profitability | 2909 | 381 | 304 | 13 | 321 | 2 | 3914 |
| | Size-Investment | 2769 | 372 | 149 | 13 | 60 | 1 | 3867 |
| | Size-Quality | 3467 | 248 | 262 | 14 | 1376 | 0 | 4624 |
| P-værdi | Size-Value | 0 | 0 | 0.01 | 0.12 | 0.18 | 0.25 | 0 |
| | Size-Momentum | 0 | 0.03 | 0 | 0.16 | 0.02 | 0.27 | 0 |
| | Size-Profitability | 0 | 0 | 0.11 | 0.08 | 0.04 | 0.4 | 0 |
| | Size-Investment | 0 | 0 | 0.05 | 0.12 | 0.06 | 0.41 | 0 |
| | Size-Quality | 0 | 0 | 0.06 | 0.01 | 0 | 0.61 | 0 |

Når man ser i tabel (5.8), så er det meget klart, at Market-faktoren (Mkt) forkaster nul-hypotesen i hver eneste test. Dette kan ses på både F-statistikken samt p-værdierne i samtlige tests. Noget overraskende er størrelsen på F-statistikken, som ser absurd høj ud, hvis man sammenligner denne med de andre faktorer. Dette kan være fejl i modellen eller også er Mkt-faktoren meget signifikant.

Dernæst kan det ses, at der er en tendens til, at nul-hypotesen ikke kan forkastes i Size-faktoren (SMB), hvilket er noget overraskende, da venstresideporteføljerne indeholder Size-faktoren som standard. Dette kan have noget at gøre med den afkastserie, som ikke er særlig volatil, hvilket kan gøre det svært at skelne om den er nul eller ej, hvilket også vil blive set videre på i næste afsnit.

Næste faktor i rækken er Value-faktoren (HML), der klarer sig meget godt igennem de fleste tests, hvilket kan ses på F-statistikken, der er forholdsvis høj og har lave p-værdier, der gør, at nul-hypotesen bliver forkastet. Man kan lægge mærke til, at der hvor p-værdien stiger en smule er ved Size-Profitability kombinationen, hvilket faktisk er et fint resultat, da Value og Profitability er to modsætninger, da Profitability er en vækst strategi og Value er en værdi strategi. Det er altså svært for Value-faktoren at forklare afkastet i Size-Profitability sammensætningen. Den næste faktor er Momentum-faktoren (MOM), her observeres en relativ lav F-statistik i nærmest samtlige test på de forskellige modeller, hvor den indgår. Dog er den i stand til at forklare Size-Momentum kombinationen, hvor faktoren selv indgår, hvilket ikke er så underligt. Faktisk bliver nul-hypotesen forkastet i Size-Momentum kombinationen i samtlige modeller, hvor MOM indgår. Nul-hypotesen bliver næsten ikke forkastet i alle andre kombinationer, hvilket vil sige, at MOM ikke er signifikant og derfor ikke en særlig attraktiv faktor, som der også tidligere er nævnt.

MOM's alternative faktor AMOM giver også dårlige observationer, og giver lave F-statistik resultater samt relative høje p-værdier. Det taler for, at denne faktor ikke er en særlig attraktiv faktor, men der skal dog knyttes en kommentar til denne faktor, der er bygget op på en anderledes måde end de andre, hvilket også kan påvirke dens resultater. AMOM er ikke en ligevægtet model, hvor der bliver gået lang og kort i samme antal aktier, hvilket gør den an-

derledes i sin konstruktion. Med dette i baghoved, så vil denne faktor blive taget med videre til den yderligere analyse, hvor faktorerne bliver set på som investeringsstrategier, hvor nogle finansielle nøgletal måske kan kompensere for de lave F-statistik resultater. En ting man kan tage med AMOM resultaterne er, at den er god til at forklare Size-Quality kombinationen, hvor nul-hypotesen bliver forkastet, hvilket kan give nogle kombinationsmuligheder, når der vil blive prøvet kombinationer af faktorerne.

Profitability-faktoren (RMW) viser dårlige resultater i forhold til F-statistik og p-værdier. Faktoren viser lave F-statistik værdier samt høje p-værdier, hvilket betyder, at nul-hypotesen ikke kan forkastet her. Der er dog to undtagelser, hvor RMW rammer høje F-statistik resultater samt lave p-værdier, hvilket er i forhold til Size-Profitability og Size-Quality kombinationerne. Dette er ikke overraskende, da faktoren indgår i den førstnævnte og Size-Quality kombinationen også er en strategi, der ser på virksomheders evne til at skabe profit. En observation der også er værd at lægge mærke til er, at RMW er relativ dårlig til at beskrive Size-Value kombinationen, hvilket også giver mening, da Value og Profitability "hedger" hinanden godt og har negativ korrelation (Se tabel med korrelationer). Dette kan give muligheder for en kombinationsstrategi med Value og Profitability faktorerne.

Den dårligste faktor, når man ser på F-statistik og p-værdi er Investment-faktoren (CMA). CMA scorer lavest af alle i alle test på F-statistik samt højest på p-værdier, hvilket gør det tydeligt, at nul-hypotesen ikke kan forkastes overhovedet. Interessant er det dog, at faktoren ikke er i stand til at forklare Size-Investment kombinationen, hvor faktoren indgår i. Dette taler altså for, at denne faktor ikke er værd at bruge mere tid på som investeringsstrategi. Der ingen kombinationer, hvor denne faktor bidrager noget.

Til sidst ses den Reverse-weighted-faktor (RW), der scorer nogenlunde samme værdier som Mkt faktoren. Dette er ikke så underligt, da begge faktorer er markedsfaktorer, og dermed burde beskrive markedet. Som i Mkt ses både høje F-statistik resultater samt lave p-værdier, hvilket gør, at nul-hypotesen kan forkastes. Da det giver dårlig diversificering at have to markedsfaktorer i en strategi vil der blive set på hvilken af de to faktorer, der er bedste i forhold til afkast og risiko, hvilket bliver gjort i næste afsnit.

7-faktor modellen, som er den model der forklarer tværsnitsafkastet i venstresideporteføljerne fra tabel 5.7, kan på baggrund af F-testen reduceres til en 5-faktor model (R7-Faktor). F-testen viser nemlig, at både AMOM og CMA er insignifikante, og derfor ikke signifikant bidrager med meget forklaring af tværsnitsafkastet. Det er derfor bedre at udelade dem fra modellen, hvilket forbedrer modellen, da en overfitted model kan forringe effektiviteten af de resulterende parameterestimater og forudsigelser [17]. Signifikanstest og justeret $R^2$ for den reduceret 7-faktor model kan ses i tabel 5.9 nedenfor.

Tabel 5.9: Resumé af signifikanstest og justeret $R^2$ for den Reduceret 7-Faktor Model

| Modeller | R7-Faktor |
|---|---|
| Adjusted $R^2$ | 0.95 |
| | Signifikante intercept |
| Size-Value | 2 |
| Size-Momentum | 3 |
| Size-Profitability | 3 |
| Size-Investment | 3 |
| Size-Quality | 4 |
| Forkastningsgrad | 12% |

Til sammenligning med 7-faktor modellen er den justeret $R^2$ den samme på 0.95, men forkastningsgraden er 2% højere. Da der kun er en forskel på 2% i forkastningsgrad, i forhold til at modellen reduceres med to faktorer, er den reducerede 7-faktor model vurderet bedre til at forklare tværsnitsafkastet af venstresideporteføljerne.

### 5.1.4 Delkonklusion: Test af Modellerne

Når man sammenligner med det tidligere beskrevet litteratur, så ses det, at der er en betydelig effekt af faktorerne på data fra år 2000 og frem til 2018. Der var dog nogle undtagelser, hvor det er svært at sige om, der er en effekt af faktoren. I blandt de dårlige resultater viste CMA, MOM og RMW sig for at være betydelig dårligere end de resterende faktorer.

I ingen af testene med CMA blev der fundet en effekt af, at en virksomheds investeringsstrategi skulle have en effekt på aktien, hvilketgør det svært at finde bevis for, at denne faktor skulle være en god investeringsstrategi.

Ses der på MOM-faktoren, så havde denne en både en lav t-værdi og en lav F-værdi, hvilket igen taler for, at denne faktor ikke viste nogen effekt på data. MOM's alternative faktor, AMOM, viste derimod højere t-værdier, men også lave F-værdier, hvilket kan skyldes faktorens konstruktion, som er bygget op anerledes end de andre. Da t-værdier for AMOM er væsentlig højere end MOM, er det mere signifikant, at AMOM skulle være forskellig for nul end MOM, hvilket støtter valget af AMOM som momentumstrategi. Sammenligner man AMOM og MOM på afkast i sig selv, så har AMOM givet 0.023%, mens MOM har givet det dårligste afkast blandt alle faktorerne på -0.001%, hvilket giver endnu mere belæg for at inkludere denne faktor frem for den anden.

RMW viste heller ikke nogen lovende resultater, med den lavest t-værdi samt lave F-værdier. Dens afkast var også skuffende på 0.000%, og sammen med den lave t-værdi taler dette for, at RMW ikke er en attraktiv faktor. Der er altså ikke nogen effekt af kvalitetsbaseret strategi i data, hvilket er stemmer overens med Fama & French's kommentar på at profitability: "do not provide much basis for the conclusion that, with controls for market cap and B/M, there is a positive relation between average returns and profitability". Ser man på den alternative faktor til RMW, QS, så havde denne faktor højere t-værdier og F-værdier, når man sammenligner dem. Ses der på tabel (5.8) og (5.8), hvor modellerne begge indeholder samme antal faktorer, og den eneste forskel er RMW og QS, så giver QS en lille smule højere F-værdier samt lavere P-værdier (med undtagelse af Size-Profitability kombinationen, hvor RMW selvfølgelig selv indgår). Med de højere F-værdier, t-værdier, afkast og lavere P-værdier er QS altså at foretrække frem for RMW.

SMB, HML, RW viste noget af den bedste effekt på data, hvilket gør disse faktorer særligt interessante. SMB havde den klart højeste t-værdi på 5.12 med et godt afkast på 0.026% og en relativ lav volatilitet, hvilket gør, at resultatet stemmer overens med litteraturen, der siger, at der et godt afkast at finde ved at købe små virksomheder og sælge store virksomheder. Dog havde SMB et blandet resultat, når der blev set på faktoren i forskellige modeller. SMB gav høje F-værdier i alle modeller, men relative høje P-værdier, hvilket gør det svært at sige, om denne faktor er signifikant i modellerne. Ses der på faktoren alene er det klart, at denne er en attraktiv faktor, men når den bliver brugt i modellerne, så falder den signifikans ni-

veau, hvilket gør det svært at sige, om denne faktor er en god kombinationsfaktor. Dette er dog blevet modbevist allerede, da venstreside porteføljerne er dannet ud fra SMB-faktoren, og her ses gode kombinationsmuligheder med for eksempel HML-faktoren, der gav gode årlige afkast og høje Sharpe-Ratio resultater, også selvom venstreside porteføljerne er long-only kombinationer, så der kan være endnu bedre muligheder i denne kombination, når der også kan udnyttes short-positioner.

HML gav gode t-værdier samt høje årlige afkast, og viste denne faktor kunne bruges i modellerne, da den gav høje F-værdier samt lave P-værdier. En kombination, som HML ikke kunne beskrive særlig godt var Size-Profitability kombinationen, men dette var ikke overraskende, da litteraturen også siger, at disse faktorer er to forskellige strategier, som kan fungere som en hedge af hinanden. HML har, som tidligere nævnt, allerede bevist, at den kan fungere som en kombinationsfaktor, da den fungerer godt sammen med SMB i Size-Value kombinationerne. Dette betyder, at HML kan bruges som en enkeltstående faktor til investeringsmuligheder og som en kombinationsmulighed.

RW gav et fantastisk højt afkast på hele 0.072%, og har en god t-værdi på 3.832, men samtidig har faktoren en høj volatilitet på 1.290%. Disse resultater viser, at denne faktor kan være en investeringsstrategi i sig selv, men strategien tilhører en investor der er villig til at tage noget risiko for at opnå dette afkast, da faktoren har klart den højeste risiko af alle faktorer. Ses der er i tabel (5.8), så kan det ses, at RW også har høje F-værdier samt lave P-værdier, hvilket betyder, at denne faktor også kan bruges i modeller, da den er signifikant forskellig fra nul. Der er altså tale om en faktor der kan bruges til kombinationsmuligheder, hvilket også kan være brugbart, hvis man på denne måde kan nedsætte den høje volatilitet faktoren har.

Der er nu blevet analyseret på statistikken bag faktorerne, og fundet muligheder for enkeltstående investeringsmuligheder samt kombinationer af faktorer, der kan give en god investeringsstrategi. Disse resultater har dannet grundlag for næste analyse, hvor faktorerne bliver set på som investeringsstrategier.

## 5.2 Faktorer som investeringsstrategi

I dette afsnit vil faktorerne blive brugt som investeringsstrategier med hensigt at danne en stabil risikostyret portefølje, der fokuserer på at få det bedst mulige afkast i forhold til risiko. Teorien og analysen af faktoreffekterne i de forrige afsnit, danner et godt grundlag for at dette er muligt. Analysen af faktoreffekterne viste, at der er sammenhæng mellem afkast i testporteføljerne og faktorerne, og det er dermed muligt at bruge faktorerne som investeringsstrategier. Der bliver fokuseret på statiske og dynamiske faktorsammensætninger, hvor de statiske porteføljer vil bestå af henholdsvis individuelle og kombinerede faktorer. Ved at kombinere faktorerne er der mulighed for at opnå mere diversificererede porteføljer, og dermed nedbringe risikoen. De dynamiske porteføljer er konstrueret ved optimering som tidligere beskrevet i teorien. Her bliver porteføljernes faktor vægte optimeret ud fra den forhenværende periodes afkast og risiko.

### 5.2.1 Præstation og risiko mål

Til at måle hvordan porteføljerne klarer sig over tidsintervallet, bliver der brugt forskellige præstations-og risikomål, som er beskrevet i afsnit 3.2.1.3. Målingen af porteføljernes præstation sker ud fra årligt afkast, årlig volatilitet samt den årlige Sharpe-Ratio. Som risikomål bruges markedsrisiko, i form af, markedsbeta, højeste kumulative tab (max drawdown) over hele perioden, VaR og ES. Da VaR og ES antager, at data er normalfordelt vil skewness og kurtosis også blive medtaget til at analysere, hvor godt disse risikomål reelt beskriver porteføljen. Graferne af porteføljerne, i de efterfølgende afsnit, vil indeholde samlet afkastindeks samt tabsserier (drawdown). Porteføljerne er indekseret og starter i kurs 100, hvor venstre akse viser porteføljeværdien, og højre akse viser det kumulative tab (drawdown) i %. Porteføljeværdien til sluttidspunktet for tidsintervallet er også inkluderet, og viser slutværdien, som de individuelle indekserede porteføljer, har udviklet sig til.

### 5.2.2 Individuelle faktorer som porteføljer

I tabel (5.10) nedenfor er præstations- og risikomål de individuelle faktorporteføljer præsenteret.

Tabel 5.10: Præstations- og risikomål: Individuelle Faktorporteføljer

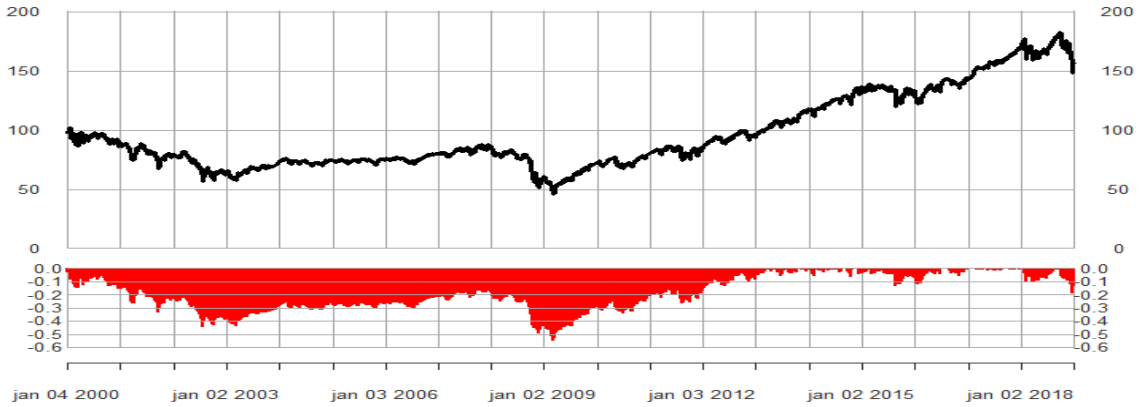
| Præstations- og risikomål | Mkt | SMB | HML | RMW | CMA | MOM | AMOM | QS | RW |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 2.43 | 6.54 | 7.49 | -0.30 | 0.82 | -0.43 | 5.80 | 1.50 | 17.27 |
| Årlig volatilitet (%) | 16.92 | 5.52 | 10.72 | 9.00 | 8.43 | 6.63 | 7.01 | 5.98 | 20.49 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 0.14 | 1.19 | 0.70 | -0.03 | 0.10 | -0.07 | 0.83 | 0.25 | 0.84 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 157.77 | 332.18 | 393.21 | 94.46 | 116.73 | 92.11 | 291.42 | 132.55 | 2049.45 |
| Markedsbeta | 1.00 | 0.07 | 0.02 | -0.02 | 0.00 | 0.00 | 0.02 | 0.07 | 1.07 |
| Max drawdown (%) | 55.49 | 8.59 | 22.33 | 36.07 | 26.59 | 27.41 | 16.53 | 15.36 | 42.46 |
| Skewness | 0.07 | 0.24 | 0.20 | -0.06 | 0.11 | -0.33 | 0.82 | 0.02 | 0.16 |
| Kurtosis | 7.35 | 3.90 | 5.46 | 3.23 | 5.51 | 3.75 | 13.91 | 4.53 | 8.08 |
| Årlig VaR (%) | -25.37 | -8.04 | -15.74 | -14.72 | -12.9 | -11.32 | -7.65 | -9.38 | -28.99 |
| Årlig ES (%) | -35.92 | -11.08 | -21.66 | -22.48 | -18.61 | -19.08 | -7.65 | -14.3 | -36.15 |

Ud fra årligt afkast, er det klart RW, der har det bedste afkast på 17.28%. SMB, HML og den alternative momentum faktor AMOM har også gode årlige afkast. Ofte vil høje afkast hænge sammen med en høj risiko i form volatilitet, hvilket især gør sig gældende for RW, der har en årlig volatilitet på 20.49%. Det samme gør sig gældende for HML, der har det næsthøjeste årlige afkast, men ligesom RW også har en høj årlig volatilitet. Dette afspejler sig i Sharpe-Ratioen, der viser afkast i forhold til risiko. Her bliver både HML og RW overgået af SMB, der med en Sharpe-Ratio på 1.19, er klart den faktorportefølje der klarer sig bedst i forhold til risiko. I den anden ende af Sharpe-Ratio skalaen befinder markedsfaktoren, RMW, CMA og MOM sig. Disse faktorer har alle lavt afkast i forhold til risiko. RMW og MOM har begge negative årlige afkast, og markedsfaktoren skiller sig ud med en høj årlig volatilitet på 16.92% og et lavt årligt afkast på 2.43%.

Fra risikomålene i tabellen kan markedsbeta først og fremmest forklare, hvor eksponeret faktorporteføljerne er i forhold til markedet. Alle faktorerne, på nær RW, har en meget lav markedsbeta, og dermed bør de ikke være eksponeret af finansielle kriser og konjunkturer i markedet [41]. Omvendt er RW mere eksponeret, i forhold til markedet, med en markedsbeta værdi på 1.07. SMB og AMOM faktorporteføljerne er de oplagte valg, i forhold til risikomålene, da SMB blandt andet kun har et maksimalt tab på 8.59% over en periode med tab. Derudover har SMB et årligt VaR mål på blot -8.04% og ES på -11.08%, hvilket er meget lavere end markeds-og RW faktoren der begge har over -25% VaR og -35% ES. AMOM har en lavere markedsbeta på 0.02 end SMB på 0.07, men et næsten dobbelt så stort maksimalt tab på 16.59%. Dog har AMOM et lavere VaR- og ES mål, som begge er på -7.65%, grundet en høj positiv skæv afkastfordeling på 0.82, og høj kurtosis på 13.91, hvilket mindsker det

forventede tab i halen af fordelingen. Både SMB og AMOM har positive skæve afkastfordelinger, hvilket betyder, at fordelingerne har en længere positiv hale, som kan resultere i høje afkast for enkelte dage.

I resten af dette underafsnit, bliver de individuelle faktorporteføljer præsenteret ved deres samlet afkastindeks, over tidsintervallet, sammen med deres drawdown serie. Dette vil belyse, hvordan faktorporteføljerne har klaret sig gennem tidsintervallet, dot-com-krisen, finanskrisen og konjunkturerne i markedet.

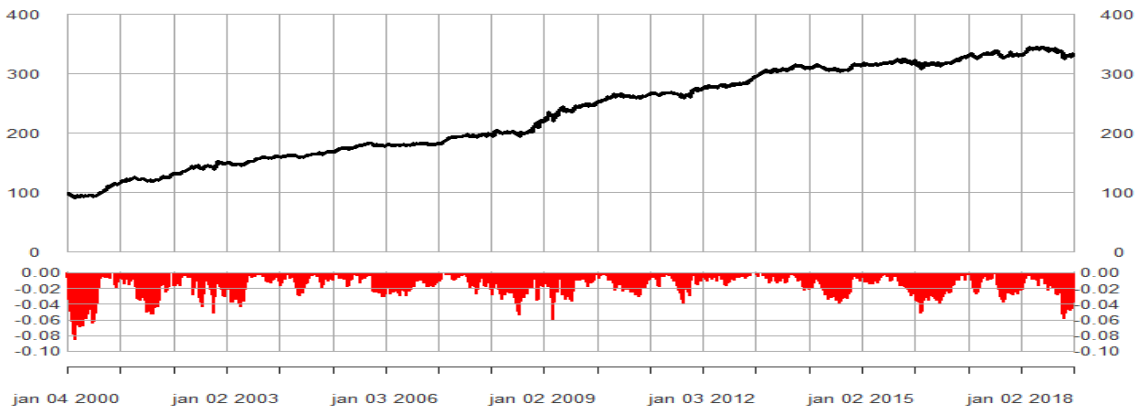



Figur 5.1: Mkt faktorportefølje

Markedsfaktorporteføljens samlede afkastindeks følger det man kunne forvente hvis man har kendskab til hvordan S&P 500 indekset har udviklet sig siden år 2000. Selvom markedsporteføljen ikke er den bedste investeringsstrategi, bidrager den stadig med god forståelse af markedsmekanismerne samt markedsrisikoen for de andre faktorporteføljer.

Først starter markedsporteføljen med at falde fra år 2000 til slutningen af 2003, grundet *dot-com boblen*. Fra 1994 til 2000 blev der spekuleret massivt, hovedsageligt i USA, som resulterede i meget høj vækst, mens markedet tilvænnede sig udbredelsen af internettet. I marts 2000 sprang denne boble også kendt som *dot-com crash*'et, hvilket medførte en finansiel krise frem til oktober 2002. I denne periode opnår markedsporteføljen et kumulativt tab på 40% [60]. Efter *dot-com crash*'et genvinder markedsporteføljen cirka halvdelen af det tabte indtil finanskrisen i halvdel af 2008. Under finanskrisen taber markeds faktorporteføljen yderligere omkring 30% og det kumulative tab kommer op på sit højeste på 55.49%.

Efter finanskrisen er der stor vækst i markedet, og markedsporteføljens kurs over tredobles i perioden efter finanskrisen og frem til slutningen af 2018. I mellemtiden forekom der to mindre kriser, hvor den første kom i august 2011 og skyldtes at USA's kreditvurdering blev nedgraderet af Standard and Poor's fra AAA til AA+ hvilket blev kendt som *Black Monday*. Denne krise fik markedsporteføljen til at falde med omkring 10% [59]. Den anden mindre krise kom i 2015, hvor markedet havde sit dårligste år siden 2008. Her var investorer bekymret for faldende oliepriser, økonomisk afmatning i Kina, samt spekulation om, hvornår *The Federal Reserve* ville hæve renten. Dette fik markedet til at falde med 10% i 2015 [30]. Til sidst i tidsintervallet i december 2018 kom der endnu et shock i markedet, primært grundet handelskrigen mellem USA og Kina, rentesatsen, samt usikkerhed i den amerikanske regeringspolitik, som bidrog til at markedsporteføljen faldt med over 10%, og ender i 157.77 [50].



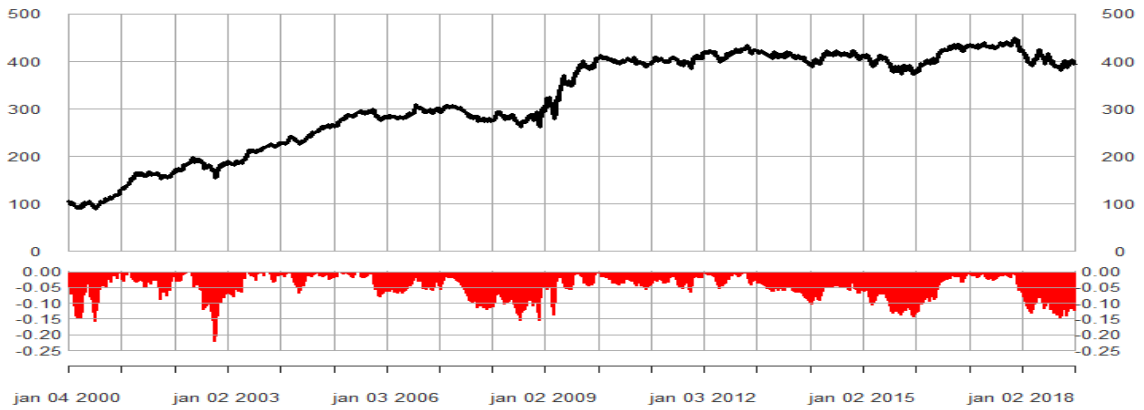

Figur 5.2: SMB faktorportefølje

Det samlede afkastindeks samt kumulative tab for SMB ser meget lovende ud i forhold til at bruge SMB som investeringsstrategi. Ud fra tabel (5.10) kunne det forventes, at SMB faktorporteføljen ville have en pæn opadgående afkast serie, men eventuelt med flere kumulative tab oppe omkring 8%. Dette er dog ikke tilfældet og ses der over hele perioden er der kun få steder hvor porteføljen taber penge.

SMB porteføljen starter ud med sin dårligste periode i starten af *dot-com crash*'et, hvor den over det første halve år opnår sit største kumulative tab på på 8.59%. I resten af *dot-com crash* krisen stiger SMB faktorporteføljen og kommer igennem krisen med et afkast på 50%

i slutningen af 2002 siden år 2000. At SMB klarer sig godt i denne krise er ikke den store overraskelse, da de store (især tech) virksomheder, som nød stor vækst under *dot-com boblen*, også er de virksomheder, der tabte mest under krisen. For eksempel tabte Microsoft, som er den virksomhed der havde den største markedsværdi i den periode 45%. Da SMB porteføljen består i at købe aktier i virksomheder med en lav markedsværdi og sælge virksomheder med stor markedsværdi, så er det muligt at opnå gode afkast under krisen. Efter *dot-com crash*'ets ende i oktober 2002 stiger SMB stabilt med få tab op til finanskrisen fra slut 2008 til midten af 2009, hvor porteføljen igen har en god periode. Selvom hele markedet falder i denne periode grundet finanskrisen, så er det igen de store virksomheder, der taber mere end de små, og derfor opretholdes et positivt afkast. Efter dette opspring under finanskrisen stiger den igen stabilt indtil slutningen af 2018, hvor hele markedet også falder. I denne sidste periode når SMB faktorporteføljen at opnå et kumulativt tab på cirka 6%, hvilket er det andet højeste over hele perioden.

Set fra en risikoavers investor er SMB faktorporteføljen meget attraktiv, da den er stabilt stigende med få perioder med større tab. Derudover kommer den godt igennem *dot-com crash*'et og finanskrisen, med høje afkast. Det der taler mod SMB faktorporteføljen er, at afkastet fra 2013 til sluttidspunktet kun er på 10% over de seks år, i en periode hvor der generelt var meget vækst i markedet.



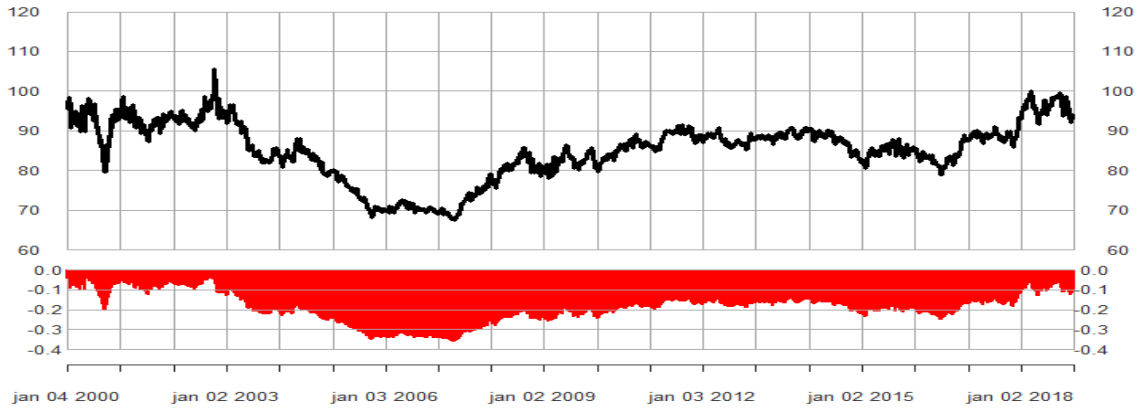

Figur 5.3: HML faktorportefølje

HML faktorporteføljens samlede afkastindeks tegner et godt billede af, hvordan *value* aktierne har klaret sig i tidsintervallet. Value aktier har generelt underpræsteret siden efter

finanskrisen, hvilket også ses på det samlede afkastindeks, hvor HML ender i samme kurs som porteføljen havde i 2010 [55].

Under *dot-com crash*'et starter HML faktorporteføljen dårligt ud det første halve år, med et kumulativt tab der kommer op på 15%. Efter det først halve år af *dot-com crash*'et, klare HML sig rigtigt godt igennem krisen, selvom det meste af 2001 ligger på et afkast omkring 0% samt at porteføljen opnår sit største kumulative tab ved slutningen af krisen 2002 på 22.33%. HML ender Ved slutningen af *dot-com crash* krisen i kurs 180, og har dermed præsteret at opnå et afkast på 80% i krisen. Efter *dot-com crash*'et fortsætter HML porteføljen med at have positive afkast frem til slutningen af 2005. Herfra har porteføljen en dårlig periode på 3 år frem til finanskrisen, hvor den cirka taber 15%. I finanskrisen klarer HML sig rigtigt godt og på lidt over et år fra slutningen af 2008 til 2010 opnår porteføljen et afkast på over 40% og kommer op i kurs 400. Efter finanskrisen kommer HML faktorporteføljen ind i stillestående periode frem til 2015 hvor kursen svinger omkring 400. I 2015 bliver HML også påvirket af det dårlige år markedet har, og i slutningen af 2015, kommer det kumulative tab op på 15%, med et tab på cirka 8% i 2015. 2016 starter til gengæld godt, og i løbet af et halvt år har HML tjent det tabte tilbage, og porteføljen forsætter med at stige indtil slutningen af 2017, hvor HML har sit toppunkt. I det sidste år af tidsintervallet taber HML faktorporteføljen 15%, og ender i kurs 393 i slutningen af 2018 og formår altså ikke at få noget afkast siden 2010.

Ser man på HML faktoren som investeringsstrategi, må den betragtes som godkendt. Over hele tidsintervallet ville en investor have fået et afkast 293% og næsten tredoblet det indskudte kapital. Undervejs har porteføljen ligeledes ikke opnået lige så store tab som markedet, og har samtidig en bedre risikoprofil end markedet, hvor HML kommer godt gennem *dot-com crash*'et og finanskrisen. Det der må bekymre en investor mest er, at HML har underpræsteret siden 2010 og ikke har genereret noget afkast i de sidste 8 år.

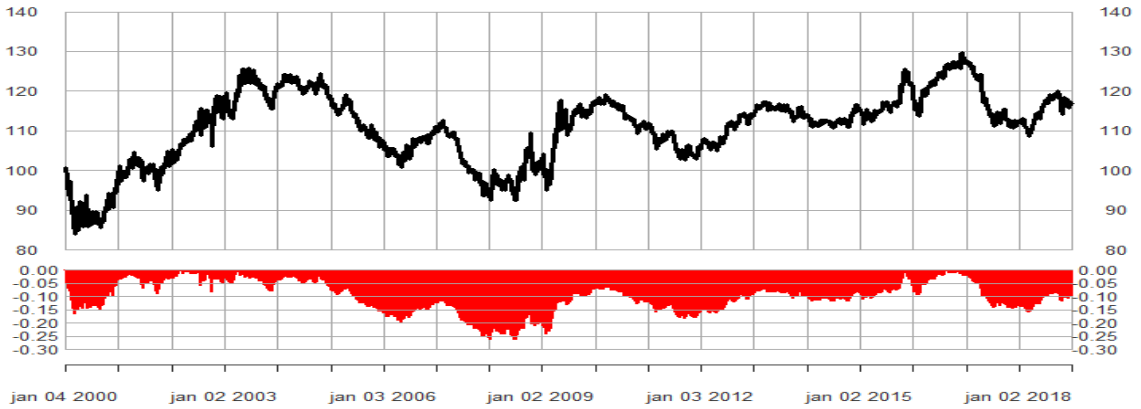



Figur 5.4: RMW faktorportefølje

Fra tabel (5.10) kunne RMW faktorporteføljen næsten allerede afskrives som en god investeringsstrategi, med negativt årligt afkast, og høje risiko mål. Grafen for RMW samlede afkastindeks og kumulative tab giver heller ikke de store forventninger om at robuste virksomheder kan slå svage virksomheder i fremtiden.

Under *dot-com crash*'et svinger RMW porteføljen meget, og starter med at tabe 20%, hvorefter den genvinder det tabte og stiger med over 30% ved krisen slutning til kurs 105, som er det højeste niveau porteføljen opnår i tidsintervallet. Efter kurs toppet i slutningen af 2002 falder RMW porteføljen indtil den rammer sit laveste punkt i starten af 2007. Porteføljen rammer kurs 68 i bunden og det kumulative tab er på sit højeste med et tab på 36%. Herfra har porteføljen en god periode på cirka halvandet år frem til finanskrisen hvor RMW stiger over 20%. Fra finanskrisen begyndelse og helt frem til midten af 2016 er porteføljen meget stabil og svinger mellem kurs 80 og 90, som også indikerer at finanskrisen ikke have den store indvirkning på RMW faktoren. Fra midten af 2016 og frem til enden af tidsintervallet har RMW porteføljen en god periode hvor den stiger fra kurs 80 til 94.46, som er porteføljens slutværdi.

Efter 18 år er RMW faktorporteføljen altså faldet fra kurs 100 til 94.46 og har altså ikke formået at skabe noget afkast. Robuste- og svage virksomheder baseret på deres "Return on Equity" (ROE), kan altså konkluderes ikke at have nogen effekt på, hvilke virksomheder der genererer højt-og lavt afkast.

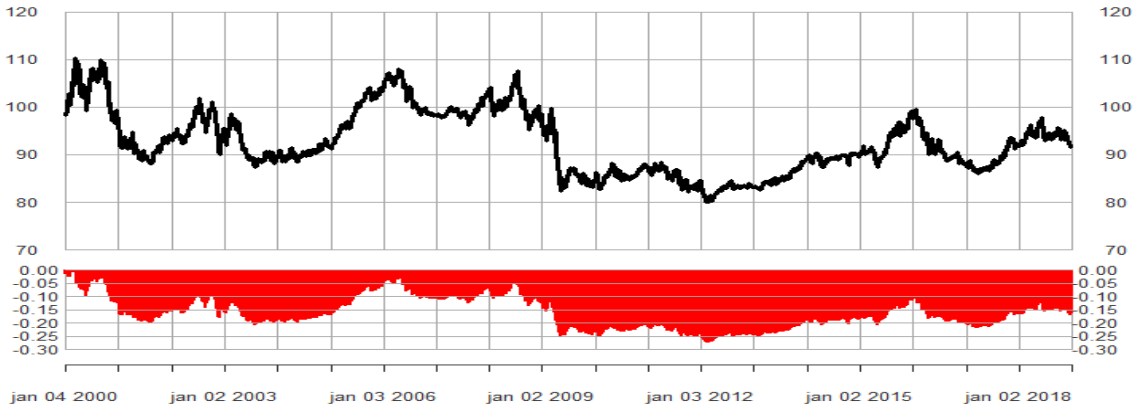



Figur 5.5: CMA faktorportefølje

CMA faktorporteføljens samlede afkastindeks er ligesom RMW faktorens ikke noget, der giver giver den store tiltro til at den egner sig som investeringsstrategi. CMA faktoren har over tidsintervallet en Sharpe-Ratio på 0.1, hvilket også kan ses på grafen ved at den svinger meget og kun ender med et samlet afkast på lige under 20% for hele tidsintervallet.

CMA porteføljen starter med at tabe 15%, hvorefter den over resten af *dot-com crash* krisen klarer sig godt. Ved krisens slutning i oktober 2002 ender den lige under kurs 120 og har opnået et afkast på omkring 40% siden porteføljen var nede i kurs 85. Efter *dot-com crash*'et og frem til finanskrisen har CMA porteføljen sin dårligste periode, hvor det kumulative tab når at ramme 26.59%. Finanskrisen klare CMA faktorporteføljen sig også godt ud af med et afkast på cirka 20% fra slut 2008 til 2010. Efter finanskrisen i 2010 er det mere svingende, hvor porteføljen både taber og vinder over 10%. I slutningen af 2016 når CMA porteføljen sin højeste kurs på 130, men dette formår den ikke at holde og porteføljen ender derfor i kurs 116.73 ved enden af tidsintervallet.

Ligesom med RMW kan det konkluderes at virksomheder med konservative investeringsstrategier ikke præsterer bedre end virksomheder med aggressive investeringsstrategier. CMA faktoren klarer sig til gengæld godt både i finanskrisen og i *dot-com crash*'et, hvilket godt kunne tyde på at de konservative virksomheder ikke rammes lige så hårdt som de aggressive i kriserne.

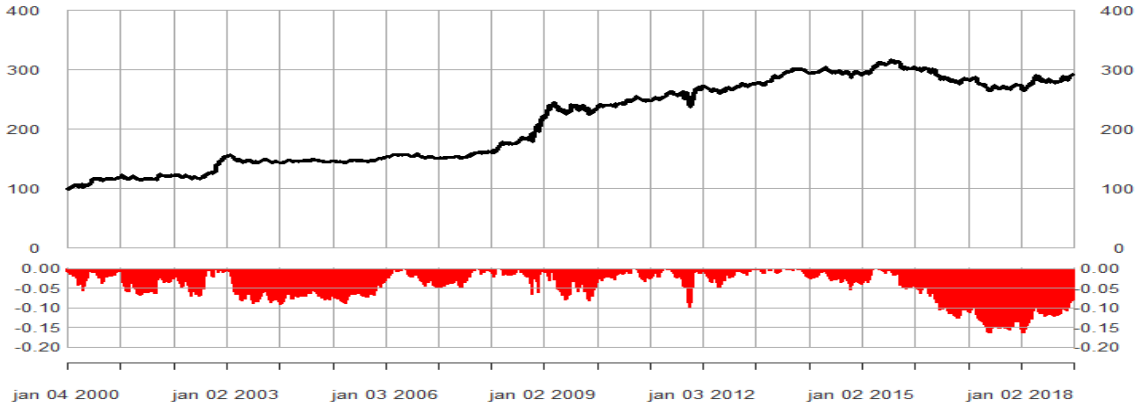



Figur 5.6: Momentum faktorportefølje

Carharts momentum faktors samlede afkastindeks har som forventet ud fra tabel 5.10 ikke mange lyspunkter. Det er den faktor investeringsstrategi med det laveste årlige afkast på -0.43%, og selvom den har en forholdsvis lav årlig volatilitet, så er VaR og ES risikomålene stadig høje, da den har en negativ skewness samt lav kurtosis.

Under *dot-com crash*'et starter momentum faktoren godt ud og rammer sit højeste punkt i kurs 110 i løbet af de første måneder. Ved slutningen af krisen har porteføljen tabt det den startede med at vinde, og ender i kurs 100 og har har ikke fået noget afkast siden porteføljens start, selvom der har været negativt momentum i markedet. Efter *dot-com crash*'et har momentum faktorporteføljen først en dårlig periode hvor den kommer ned i kurs 90, efterfulgt af en god periode, hvor den indtil finanskrisen kommer tilbage og ender i kurs 108. I finanskrisen har investeringsstrategien sin dårligste periode, hvor den på under et år taber over 20% og rammer kurs 82. Efter finanskrisen sker der ikke store ændringer i afkastindekset i de første 6 år, hvor kursen svinger fra 80 til 90. I 2015 har porteføljen en stigning på 10%, som bliver efterfulgt af et lige så stort tab i 2016. Momentum faktorporteføljen slutter fint af det sidste halvandet år og ender i kurs 92.

Fama & French's momentum faktor baseret på gennemsnits afkast fra de forrige 2-12 måneder har vist sig ikke at være egnet som investeringsstrategi ud fra de udvalgte virksomheder. Porteføljen klare sig ligeledes dårligt i begge kriser, og ville derfor heller ikke være attraktiv hvis/når der forekommer en ny krisen i fremtiden.



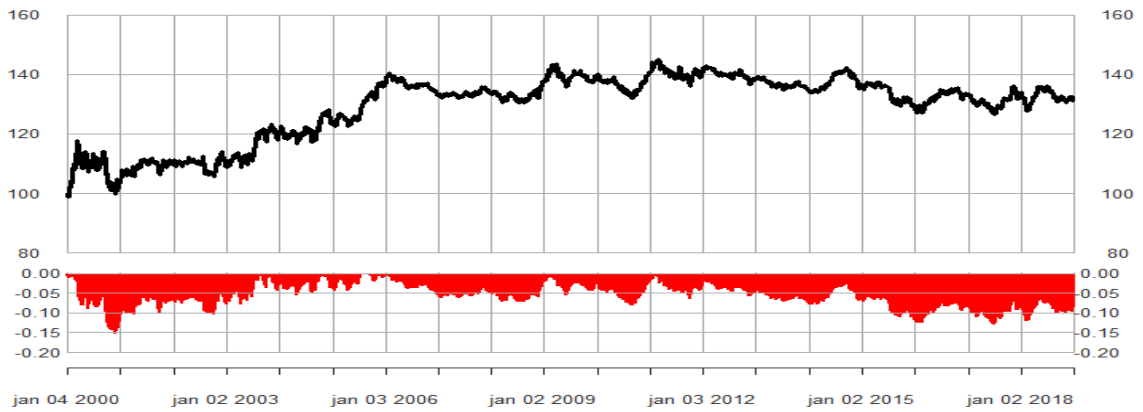

Figur 5.7: Alternativ momentum faktorportefølje

Den alternative momentum faktors samlede afkastserie tegner godt for, at den kan benyttes som investeringsstrategi. Med et fornuftigt årligt afkast, lav volatilitet samt en god risiko profil fra tabel (5.10) er den samlede afkastseries forløb meget stabilt, som det også kunne forventes.

Porteføljen starter med at klare sig godt i *dot-com crash* krisen, hvor den ved enden af krisen har opnået et afkast på cirka 40%, og samtidigt undervejs kun haft et kumulativt tab på lige over 5%. Efter *dot-com crash* krisen, er der ikke meget momentum i markedet som det også ses i markedsfaktorporteføljen. Helt ind til finanskrisen er porteføljen stort set på den samme kurs hele vejen igennem indtil lige før, hvor den får et opsving på cirka 15%. I finanskrisen er der igen (negativt) momentum i markedet, hvilket porteføljen udnytter og får et afkast på over 20% i finanskrisen. Efter finanskrisen er der igen meget (positiv) momentum i markedet og over de næste syv år indtil 2016 er porteføljen stabilt stigende og rammer sit maksimum på lige over kurs 300. I denne periode med gode positive afkast, er der en kort periode i slutningen af 2011, hvor momentum faktorporteføljen taber 10%, men det vindes hurtigt tilbage. I de sidste år af tidsintervallet fra midten af 2015, har den alternative momentum portefølje sin dårligste periode, hvilket kulminerer i starten af 2018 hvor det kumulative tab når sit højeste på 16.53%. Herefter slutter porteføljen det sidste år godt af og ender 291, hvilket giver et samlet afkast på 181% over hele tidsintervallet.

Ligesom SMB er den alternative momentum investeringsstrategi et godt valg for en risi-

koavers invester, som klarer sig godt igennem de finansielle kriser. Det der taler mod den alternative momentum portefølje er at den over en periode på fem år efter *dot-com crash*'et ikke genererer noget afkast, samt at den har en dårlig periode til fra midten 2015 til starten af 2018, hvor den har negativt afkast.

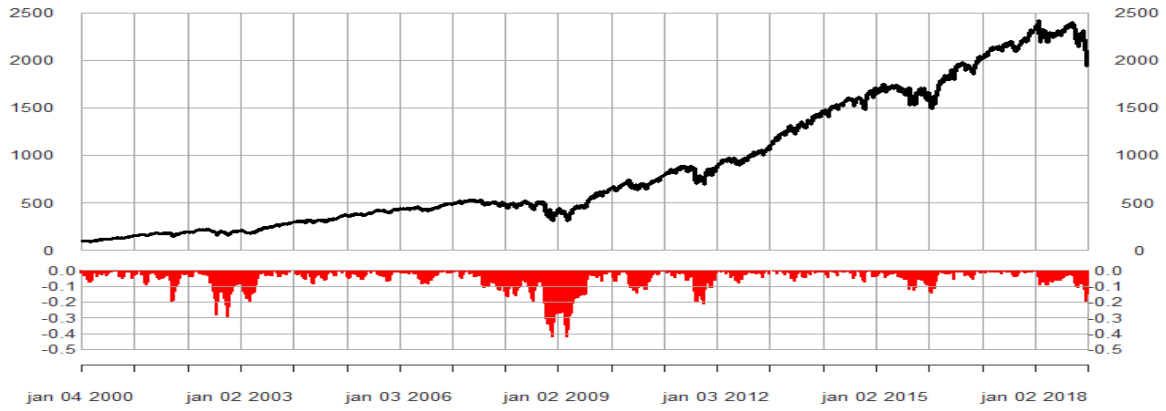



Figur 5.8: QS faktorportefølje

QS faktorporteføljen er et bedre alternativ til RMW porteføljen, der begge er konstrueret af rentabilitetsmål. Ud fra tabel (5.10) ses det at QS faktorporteføljen har et lavt årligt afkast, men også en lav volatilitet og forholdsvis lave risikomål hvilket også kommer til udtryk i grafen for QS faktorens samlede afkastserie.

I *dot-com crash* krisen klarer investeringsstrategien sig godt og kommer igennem med et afkast på cirka 10%. Den starter svingende ud det første år med først at stige næsten 20%, hvorefter porteføljen kommer tilbage til kurs 100 ved årets udløb. Det er her QS faktorporteføljen opnår sit største kumulative tab på 15.36%. Fra 2001 og resten af *dot-com crash* krisen stiger porteføljen langsomt uden store tab indtil den rammer kurs 110 ved enden af krisen. Efter *dot-com crash* krisen fortsætter QS faktorporteføljen med at stige indtil den rammer kurs 140 i starten af 2006. Herfra falder den med cirka 7% indtil finanskrisen begyndelse i anden halvdel af 2008. Finanskrisen kommer porteføljen også fint igennem og rammer sit højeste i starten af 2011 i kurs 145. I resten af tidsintervallet fra 2011 sker der ikke store ændringer i kursen, som svinger mellem 140 og 127. QS faktorporteføljen ender i slutningen af december 2018 i kurs 132.55 og har derfor lidt et tab siden 2017 på trods af at hele markedet har steget markant i denne periode.

QS faktoren har potentiale som investeringsstrategi, da den først og fremmest har gode risikomål og dermed ikke er særlig usikker. Derudover klarer den sig fint igennem de to kriser i tidsintervallet, hvor porteføljen opnår afkast begge gange. Det der taler mod investeringsstrategien er at den kun får et afkast på 32.55% over 18 år, samt at den allerede ramte sin højeste kurs i 2011 og siden da ikke opnået noget afkast. Sammenlignet med den anden faktorportefølje konstrueret af rentabilitetsmål, RMW, præsterer den bedre på præstations- og risikomålene.




Figur 5.9: RW faktorportefølje

RW faktorporteføljen er den med det klart højeste årlige afkast på 17.27%, og har en slut værdi ved enden af tidsintervallet på 2049.45. Selvom porteføljen har over dobbelt så højt årligt afkast som den investeringsstrategi med anden højst årligt afkast, så er Sharpe-Ratioen kun på 0.84. Grafen for den samlede indekserede afkastserie viser også dette, da den har stor risiko og høje afkast.

I *dot-com crash* krisen klarer RW faktoren sig godt og har ved krisen slutning opnået et afkast på cirka 100 procent. I de første to år af krisen stiger porteføljen hovedsageligt, på nær i slutningen af 2001, hvor den taber 20%, som dog hurtigt vindes tilbage. Fra 2002 til krisens slutning taber RW faktorporteføljen 30% og er generelt meget svingende. Efter *dot-com crash* krisen stiger porteføljen stabilt frem til 2007, hvor den rammer kurs 500. Fra 2007 og frem til finanskrisen forbliver porteføljen i kurs 500, hvor den i finanskrisen har et kumulativt tab på 40%. Efter finanskrisen og frem til 2017 stiger porteføljen markant hvert år, dog med et

tab på 20% i slutningen af 2011, som hurtigt vindes tilbage, og et dårligt år i 2016, hvor den taber 10% det år. I 2018 når afkastserien sit højeste niveau omkring kurs 2400, hvorefter den det sidste år taber cirka 20% og ender i kurs 2049.45.

RW faktorporteføljen er et meget oplagt valg for en investor, der er villig til at have høj risiko. Hvis en investor havde holdt sin investering over hele tidsintervallet ville start investeringen være steget med 1949%, hvilket er langt højere end nogen af de andre faktorporteføljer. Da RW faktoren er omvendt vægtet af markedsfaktoren og dermed ikke er kort i nogle aktier, følger den som forventet meget samme afkast forløb, dog med meget højere afkast. Lidt overraskende og modsat markedsfaktoren kommer RW faktorporteføljen godt igennem *dot-com crash* krisen, hvilket viser at de små virksomheder faktisk klarer sig meget godt i krisen, ligesom SMB faktoren også gjorde.

### 5.2.3 To-faktorporteføljer

Ud fra de ni statiske, individuelle faktorporteføljer er 36 ligevægtede porteføljer med to faktorer konstrueret. På grund af pladsbegræsning er fire to-faktorporteføljer udvalgt ud fra højeste Sharpe-Ratio, årligt afkast, samt deres risikomål. I tabel (5.11) nedenfor er præstations- og risikomål for de fire kombinerede faktorporteføljer præsenteret. Præstations- og risikomål for alle de 36 kombinerede faktorporteføljer kan findes i Appendiks (A.1).

Tabel 5.11: Præstations- og risikomål: to kombinerede faktorporteføljer

| Præstations- og risikomål | SMB_AMOM | SMB_QS | HML_AMOM | AMOM_RW |
|---|---|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 6.27 | 4.05 | 6.86 | 12.03 |
| Årlig volatilitet (%) | 4.49 | 4.48 | 6.42 | 10.95 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 1.40 | 0.90 | 1.07 | 1.10 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 316.96 | 212.44 | 351.86 | 861.38 |
| Markedsbeta | 0.05 | 0.07 | 0.02 | 0.55 |
| Max drawdown (%) | 7.07 | 5.85 | 8.49 | 18.48 |
| Skewness | 1.06 | 0.17 | 0.70 | 0.41 |
| Kurtosis | 14.44 | 4.63 | 10.48 | 11.49 |
| Årlig VaR (%) | -4.35 | -6.64 | -7.61 | -13.76 |
| Årlig ES (%) | -4.35 | -9.44 | -7.61 | -13.76 |

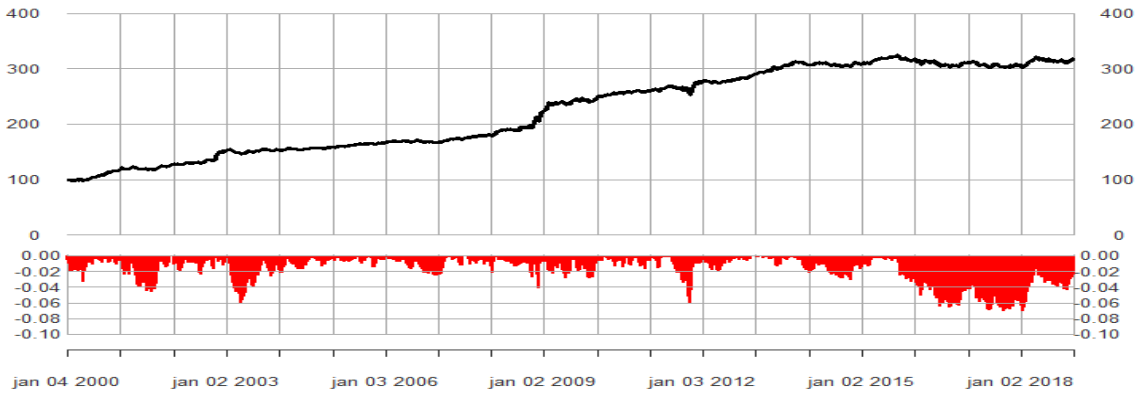
Ud fra årligt afkast er det porteføljen, der kombinerer AMOM og RW, som har de højeste årli-

ge afkast på 12.03%. At det er kombinationen der indeholder RW, som har det højeste årlige afkast, er ikke nogen overraskelse, da RW har klart det højeste årlige afkast af de individuelle faktorporteføljer. Kombinationen af AMOM og RW er til gengæld også den af investeringsstrategierne, som har den højeste årlige volatilitet, maximum drawdown, VaR samt ES. De høje risikomål er skyldes, at faktorporteføljen har en markedsbeta på 0.55 og dermed er eksponeret i forhold til udsving i markedet.

SMB sammen med AMOM er den af de kombinerede faktorporteføljer, som har den højeste Sharpe-Ratio på 1.4, med et fornuftigt årligt afkast på 6.27% og en lav årlig volatilitet på 4.49%. Samtidig har SMB_AMOM gode risikomål, med lav maksimum drawdown og de laveste VaR og ES mål på -4.35%.

Kombinationen af SMB og QS er interessant, da de sammen har det laveste kumulative drawdown på 5.85%, samt den laveste årlige volatilitet på 4.48%. til gengæld er SMB_QS også den af de udvalgte kombinerede faktorporteføljer med det laveste årlige afkast på 4.05% og dermed også den laveste Sharpe-Ratio på 0.9. Selvom SMB_QS har den laveste årlige volatilitet, er det ikke den kombination med de laveste VaR og ES mål, da afkastfordelingen er mindre højreskæv, og har lavere kurtosis end SMB_AMOM.

HML_AMOM er den af de kombinerede to faktorporteføljer med den laveste markedsbeta på 0.02, og er dermed ikke eksponeret for udsving i markedet. Derudover har den generelt gode præstations- og risikomål, med en Sharpe-Ratio på 1.07, maximum drawdown på 8.49%, samt årlig VaR og ES på -7.61%.



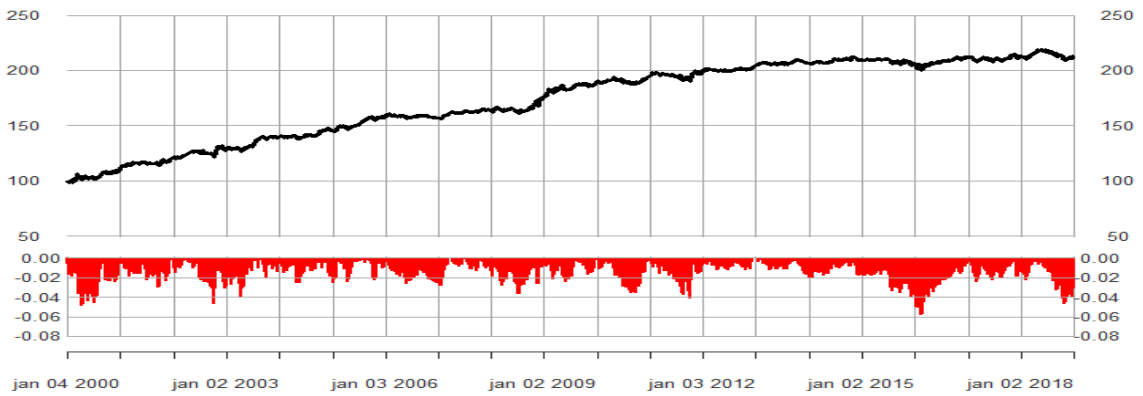

Figur 5.10: SMB_AMOM faktorportefølje

Det samlede afkastindeks samt kumulative tab for SMB_AMOM er meget stabilt stigende, med kun få dårlige perioder, hovedsageligt i slutningen tidsintervallet. Dette stemmer godt overens med tabel 5.11, med en høj Sharpe-Ratio, og lavt maksimum drawdown.

SMB_AMOM porteføljen starter med at komme godt igennem *dot-com crash*'et, hvor den ved krisens slutning har opnået et afkast på 45% siden starten. SMB porteføljen har i starten af krisen sit største kumulative tab på 8.59%, men AMOM har i samme periode et positivt afkast, hvorfor kombinationsporteføljen kun har et tab på 2%. I starten af 2002 har SMB_AMOM sit højeste kumulative tab i *dot-com crash* krisen på 6%, det er hovedsageligt forsaget af AMOM, der taber 8%, mens også SMB taber 4%. Efter *dot-com crash* krisen og frem til finanskrisen, stiger SMB_AMOM meget stabilt med 33% over de fem år og stort set uden tab. I finanskrisen klarer SMB_AMOM igen godt, med en stigning på cirka 15% de første fire måneder og samtidigt kun med et kumulativt tab på højst 4%. Efter finanskrisen kommer kombinationsporteføljen igen ind i en stabil periode med afkast frem til 2014, kun med en dårlig periode i midten af 2011, hvor det kumulative tab kommer op på 6%, hvor AMOM faktorporteføljen har et tab på 10%. Fra 2014 og til slutningen af tidsintervallet har SMB_AMOM sin dårligste periode, hvor den ikke generer noget afkast over de fire år. I samme periode kommer det højeste kumulative tab på 7.07% i 2016, forsaget af at AMOM taber 15% fra midten af 2015 frem til 2017.

Over hele perioden er SMB_AMOM kombinationsporteføljen en meget attraktiv investe-

ringsstrategi for en risikoavers invester, med gode stabile årlige afkast, og uden nogle store tab. Den er god i begge kriser, og i perioderne mellem og efter er den også stabilt stigende. Det der taler mod SMB_AMOM er at den ikke stiger fra 2014, men svinger mellem kurs 300 og 320.



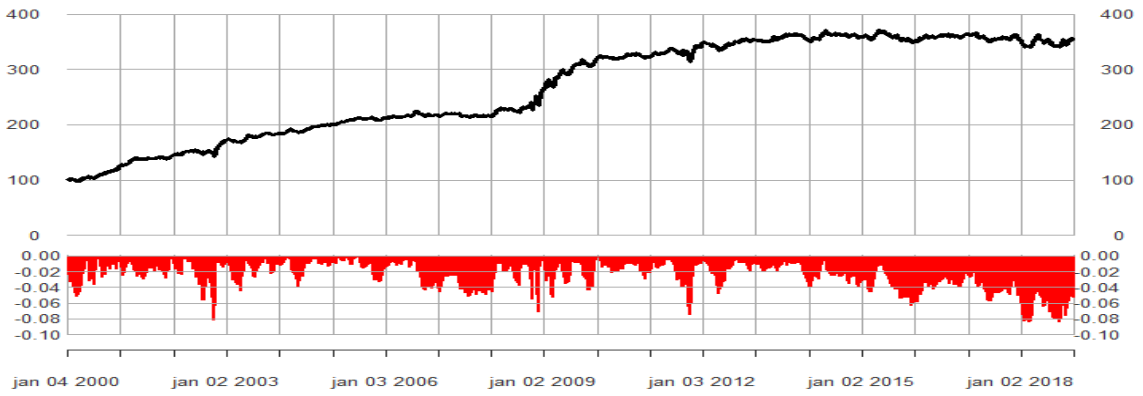

Figur 5.11: SMB_QS faktorportefølje

SMB_QS samlede afkast indeks og kumulative tab er ligesom SMB_AMOM stabilt stigende med få udsving, men med en fladere hældning. Den har størst vækst i de første seks år af tidsintervallet, hvorefter QS i resten af tidsintervallet ligger på nogenlunde samme kurs og dermed ikke bidrager til afkastet.

SMB_QS er næsten lineært stigende de første seks år, hvor *dot-com crash* krisen ikke påvirker kombinationsporteføljen med store udsving. Det højeste kumulative tab i krisen er på lidt over 4%, hvilket ikke er meget i en periode hvor hele markedet falder, og porteføljen ender med at komme igennem krisen med et afkast på cirka 40% siden starten af tidsintervallet. Fra 2006 og frem til finanskrisen har SMB_QS hverken afkast eller tab, men ligger og svinger omkring samme kurs, hvilket er et resultat af at SMB stiger svagt, mens QS modsat falder svagt. Finanskrisen kommer SMB_QS også fint igennem, hvor kombinationsporteføljen igen får afkast efter tre år uden. Efter finanskrisen og resten af tidsintervallet stiger SMB_QS meget langsomt fra kurs 190 til slutværdien 214.44, hvor den i starten af 2016 har sit højest kumulative tab på 5.85%.

SMB_QS er ligesom SMB_AMOM for en risikoavers investor med den laveste volatilitet,

samt maksimum drawdown. Til gengæld har den i årerne op til finanskrisen intet afkast, og efter finanskrisen er tendensen næsten den samme, med meget lave årlige afkast selvom markedet er i vækst.



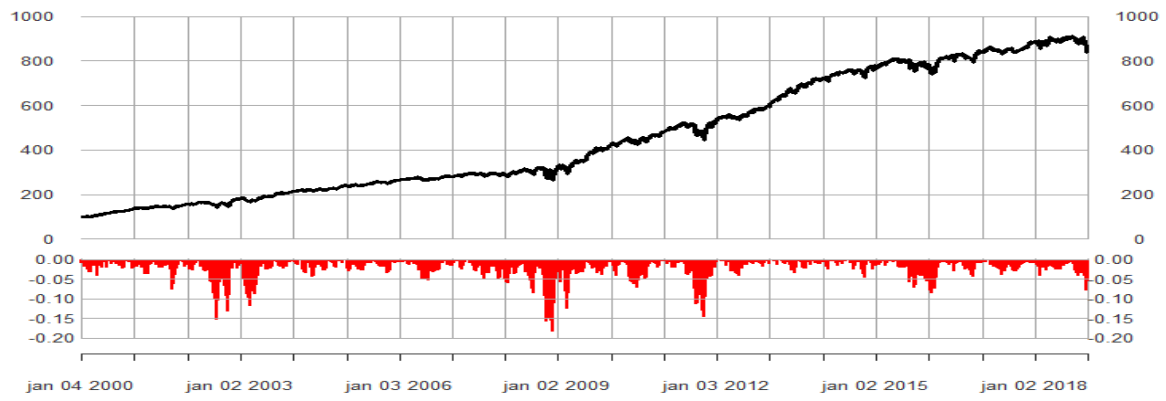

Figur 5.12: HML_AMOM faktorportefølje

Faktor kombinationsporteføljen HML_AMOM's samlede afkastindeks forløb er som forventet, med meget vækst i den første halvdel af tidsintervallet, samt begrænset vækst efter finanskrisen. HML faktorporteføljen når allerede kurs 400 i 2010, som er det samme niveau den slutter i, og dermed ikke får noget afkast over de sidste otte år. AMOM har ligesom HML også mest vækst inden 2010, hvor dog den stadig har vækst indtil midten af 2015, hvorefter den taber værdi indtil sluttidspunktet.

HML_AMOM klarer sig godt igennem *dot-com crash* krisen, hvor de HML og AMOM komplementerer hinanden godt. I slutningen af krisen, har HML sit største kumulative tab på 22.33%, men AMOM har samtidig sit største opsving, hvilket mindsker kumulative tab for den kombinerede portefølje til 8%. HML_AMOM kommer igennem krisen med et afkast på cirka 75%, hvorefter den forsætter med at stige indtil midten af 2006. Fra midten af 2006 frem til finanskrisen har HML en dårlig periode, hvor det kumulative tab kommer op på 15%, men samtidig begynder AMOM at bidrage med vækst igen efter at have stået stille siden *dot-com crash* krisen. Det betyder at HML_AMOM mere eller mindre holder sig i samme kurs frem til finanskrisen, med et lille kumulativt tab på lige over 4%. I finanskrisen har både HML og AMOM stor vækst, og kombinationsporteføljen når i starten af 2010 kurs 320 og er steget med omkring 45% gennem finanskrisen. Efter finanskrisen stiger porteføljen

langsomt frem midten af 2016, hvor afkastindekset har sit toppunkt. I mellemtiden forekommer der et kumulativt tab på næsten 8% i slutningen af 2011, samt flere tab på 4%, der dog hurtigt vindes tilbage. I denne periode kommer afkastet udelukkende fra AMOM, hvor HML har et tab i denne periode. Fra midten af 2016 til enden af tidsintervallet taber porteføljen 6% og har sit største kumulative tab mod enden på 8.49% og ender i kurs 351.86.

Selvom det må være bekymrende for en investor at HML_AMOM kun får lidt afkast efter 2010 er det stadig en god investeringsstrategi. Med et årligt afkast på 6.86%, Sharpe-Ratio på 1.07, samt gode afkast i kriserne, taler det for HML_AMOM.




Figur 5.13: AMOM_RW faktorportefølje

AMOM_RW er den af to-faktorporteføljerne, med det højeste årlige afkast, hvilket også ses på det samlede afkastindeks, hvor porteføljen ender i kurs 861.38. Det høje afkast er dog forbundet med høj volatilitet, som både afspejles i det samlede afkastindeks, samt det kumulative tab, hvor tabene både er flere og større.

AMOM_RW porteføljen kommer godt fra start i *dot-com crash* krisen, hvor værdien næsten er fordoblet i løbet af de to første år, og samtidig er det største kumulative tab kun på cirka 7%. I slutningen af krisen har AMOM_RW sit første store tab, hvor porteføljens kumulative tab kommer op på 15%, som skyldes at RW i denne periode har et tab på 30%, mens at AMOM forholder sig neutralt. Porteføljen kommer dog hurtigt tilbage efter tabet, da AMOM stiger meget mod slutningen af 2002. I starten af 2003 har AMOM_RW allerede et stort kumulativt tab igen, hvor porteføljen taber over 10%, da AMOM taber omkring 8% og RW lige

under 20%. Efter en meget periode fra slutningen af *dot-com crash*'et til første kvartal af 2003, med store udsving i kursen, stabiliserer porteføljen sig med god vækst de næste fem år frem til finanskrisen i 2008. Her har AMOM_RW sin dårligste periode hvor det kumulative kommer op på sit højeste på 18.48% i en periode hvor AMOM stiger, men et tab på 40% fra RW trækker ned. Efter det store tab i starten af finanskrisen kommer porteføljen hurtigt tilbage, og i midten af 2009 er tabet fra finanskrisen hentet tilbage. Herfra er der vækst i markedet, og AMOM_RW stiger hovedsageligt i resten af tidsintervallet og fordobles siden midten af 2009. Undervejs er der tre dårlige periode, hvor den første er i august 2011, grundet *Black Monday*. Den næste dårlige periode kommer fra midten af 2015 frem til start 2016, hvor AMOM_RW samlet taber 8%, og den sidste dårlige periode er til slut i tidsintervallet, hvor det kumulative tab igen kommer op på 8%.

AMOM_RW er et godt valg for en investor, som foretrækker et højt afkast, men med tilsvarende større risiko. Selvom porteføljen har høj årlig volatilitet, har den stadig den anden højeste Sharpe-Ratio på 1.10. Samtidig har porteføljen meget vækst i perioderne udenfor kriserne, hvilket ingen af de andre faktorporteføljer har formået efter finanskrisen, med undtagelse af markedsporteføljerne. I finansielle kriser er AMOM_RW eksponeret for store tab, med en markedsbeta på 0.55, og det taler mod valget af AMOM_RW at der siden finanskrisen har været meget vækst i markedet, og at en ny krise kan være lige om hjørnet.

### 5.2.4 Tre-faktorporteføljer

Tilsvarende for kombinationer af tre faktorer er 84 mulige ligevægtede porteføljer konstrueret. Af de 84 tre faktor kombinationsporteføljer er tre kombinationer blevet udvalgt ud fra samme kriterier som for to faktorporteføljerne. Præstations- og risikomål for de tre udvalgte porteføljer er præsenteret nedenfor i tabel (5.11). For de resterende 81 tre faktorporteføljer kan præstations- og risikomål findes i Appendiks (B.1 og B.2).

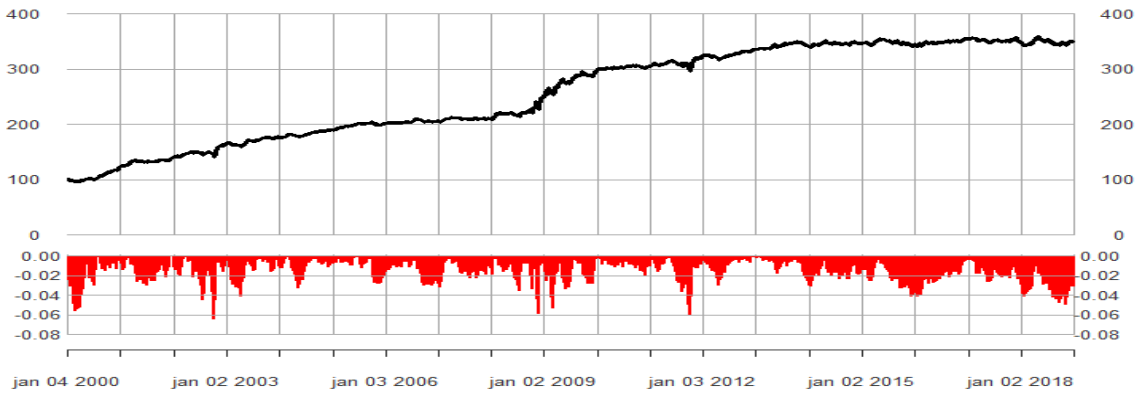
Tabel 5.12: Præstations- og risikomål: tre-kombinerede faktorporteføljer

| Præstations- og risikomål | SMB_HML_AMOM | SMB_AMOM_QS | SMB_AMOM_RW |
|---|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 6.81 | 4.71 | 10.29 |
| Årlig volatilitet (%) | 5.17 | 3.85 | 8.27 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 1.32 | 1.22 | 1.24 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 348.73 | 239.41 | 640.02 |
| Markedsbeta | 0.04 | 0.05 | 0.39 |
| Max drawdown (%) | 6.53 | 5.62 | 11.77 |
| Skewness | 0.77 | 0.72 | 0.51 |
| Kurtosis | 11.03 | 10.47 | 11.42 |
| Årlig VaR (%) | -5.89 | -4.51 | -10.06 |
| Årlig ES (%) | -5.89 | -4.51 | -10.06 |

På baggrund af den tidligere analyserede diversificeringseffekt fra to-faktorporteføljerne, er det er ikke specielt overraskende, at det er de samme fem individuelle faktorer, som går igen. Af to-faktorporteføljerne har SMB_AMOM den højeste Sharpe-Ratio på 1.40, men ved at tilføje HML falder den årlige Sharpe-Ratio til 1.32. Selvom Sharpe-Ratio'en falder, har tre-faktorporteføljen højere årligt afkast på 6.81%, og lidt overraskende er det største kumulative tab lavere for SMB_HML_AMOM på 6.53%, på trods af at den har højere volatilitet end SMB_AMOM. Den højere årlige volatilitet medfører også højere VaR og ES mål end SMB_AMOM, men den højreskæve fordeling med og den høje kurtosis gør stadig, at den har meget lave VaR og ES mål på -5.89%.

Den næste af tre-faktorporteføljerne er SMB_AMOM_QS, som er den af alle porteføljerne, der har den laveste årlige volatilitet på 3.85%, samt det laveste maksimale kumulative tab på 5.62%. Til trods for den laveste årlige volatilitet, har SMB_AMOM lavere VaR og ES mål, givet porteføljens afkastfordeling. SMB_AMOM_QS har trods sin lave volatilitet, et årligt afkast på 4.71%, hvilket giver en årlig Sharpe-Ratio på 1.22.

Den sidste af de tre udvalgte tre-faktorporteføljer er SMB_AMOM_RW, som ved tilføjelsen af SMB i forhold til AMOM_RW, er blevet mindre risikofyldt. Det årlige afkast på 10.29% er lavere efter tilføjelsen af SMB, men samtidig er den årlige volatilitet faldet mere, og dermed er den årlige Sharpe-Ratio på 1.24. SMB_AMOM_RW har også bedre risikomål, hvor det maksimale kumulative tab er på 11.77% og det årlige VaR og ES mål er på -10.06%, hvilket er noget lavere end AMOM_RW.



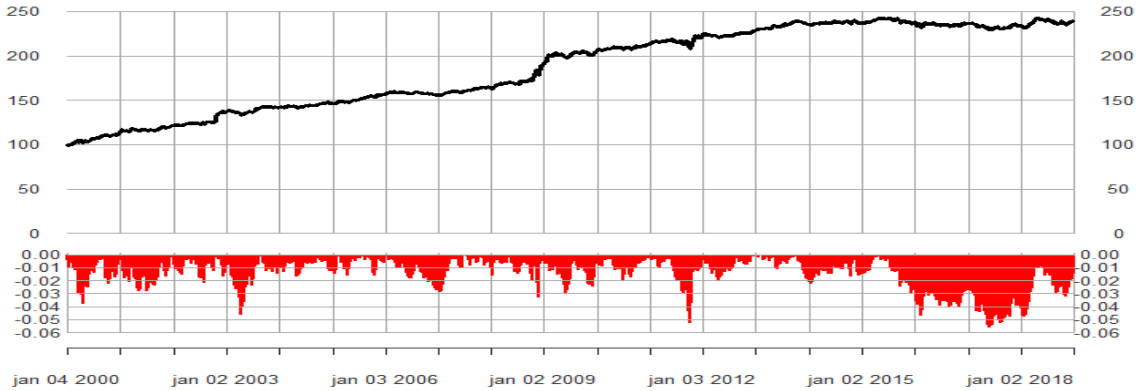

Figur 5.14: SMB_HML_AMOM faktorportefølje

Tre-faktorporteføljen SMB_HML_AMOM's samlede afkastindeks er som forventet meget ens med HML_AMOM og SMB_AMOM. Den er generelt meget stabil og stigende, med små kumulative tab over tidsintervallet. Derudover har den ligesom de to andre to-faktorporteføljer det meste af sit afkast inden 2010 og stiger kun med 16% siden 2010.

SMB_HML_AMOM starter dårligt ud i begyndelsen af *dot-com crash*, hvor porteføljen taber næsten 6%, grundet at SMB og HML har et tab på henholdsvis 8 og 15% . Indtil slutningen af krisen klarer porteføljen sig godt, men har til sidst sit højeste kumulative tab på 6.53% grundet at HML taber over 20%. Selvom HML er den faktor der har de største tab i *dot-com crash* krisen, er det stadig den der bidrager med størst afkast gennem krisen, og tre-faktorporteføljen kommer igennem krisen med et afkast på cirka 50%. Efter krisen er SMB_HML_AMOM stabilt stigende frem til finanskrisen som porteføljen kommer igennem med et afkast på over 40%. Finanskrisen er samtidig en periode der bidrager med meget volatilitet, hvor HML igen har store udsving med flere tab på over 10%, men igen er det den af de tre faktorer, der kommer igennem krisen med højst afkast. Efter finanskrisen er tre-faktorporteføljen igen meget stabil med undtagelse af et kumulativt tab på 6% omkring *Black Monday*, samt tab på 4% i 2015 og i slutningen af 2018.

SMB_HML_AMOM er ligesom HML_AMOM og SMB_AMOM en god investeringsstrategi for en risikoavers invester, samt at den ikke stiger meget efter 2010. Tre-faktorporteføljen har højere årligt afkast end SMB_AMOM og samtidig et lavere kumulativt tab, hvilket ta-

ler for at den faktisk er bedre end SMB_AMOM, der har den højeste Sharpe-Ratio på 1.40. Den højere volatilitet SMB_HML_AMOM har end SMB_AMOM kommer hovedsageligt fra kriserne, hvor korte udsving fra HML trækker op.



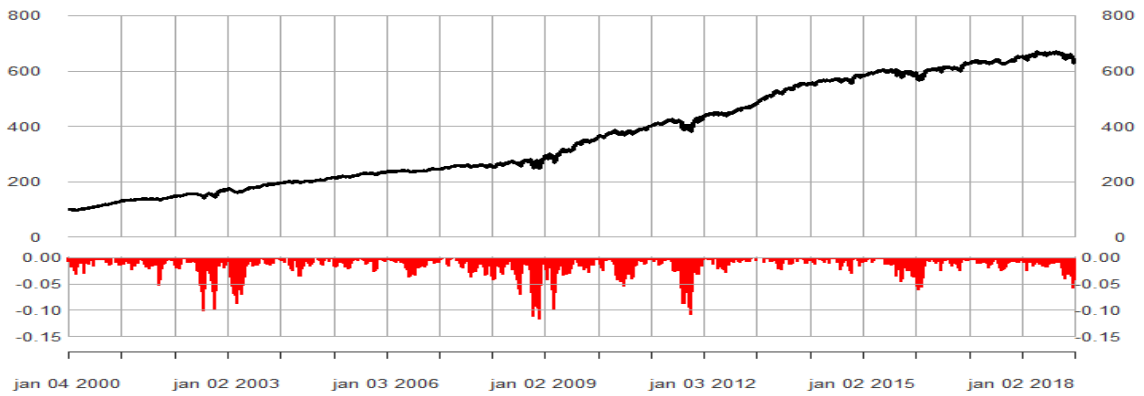

Figur 5.15: SMB_AMOM_QS faktorportefølje

SMB_AMOM_QS samlede afkast indeks og kumulative tab er meget ens med SMB_QS, bare med højere afkast, samt lavere volatilitet og kumulative tab. Porteføljen er meget stabil og stiger næsten lineært frem til midten af 2015, hvor den rammer sit højeste niveau. Herefter falder den 2% indtil sluttidspunktet.

Tre-faktorporteføljen går stort set upåvirket gennem *dot-com crash* krisen, hvor det største kumulative tab er på under 4%. Porteføljen fortsætter i samme spor efter *dot-com crash*'et frem til finanskrisen, hvor den i mellemtiden kun har haft et år med negativt afkast i 2006. I finanskrisen tager SMB_AMOM_QS et positivt spring op med få små kumulative tab i en ellers turbulent periode. Efter finanskrisen stiger SMB_AMOM_QS igen stabilt frem til sit toppunkt i 2015, kun forstyrret af *Black Monday* i 2011, hvor porteføljen har sit anden højeste kumulative tab på omkring 5%. Fra midten 2015 og frem til midten af 2018 har SMB_AMOM_QS sin dårligste periode, hvor den langsomt over perioden opnår sit største kumulative tab på 5.62%. I 2018 vinder tre-faktorporteføljen lidt af det tabte tilbage, og ender i kurs 239.41.

SMB_AMOM_QS er en god investeringsstrategi for den meget risikoaverse invester, med lav volatilitet og lave kumulative tab. Selvom porteføljen har meget lav risiko har den stadig et

acceptabelt årligt afkast på 4.71% hvilket også afspejles i Sharpe-Ratioen på 1.22. De sidste treogethalvt år uden afkast, samt at alternativerne til lav risikoporteføljen har højere afkast, taler mod SMB_AMOM_QS.




Figur 5.16: SMB_AMOM_RW faktorportefølje

Det samlede afkastindeks samt kumulative tab for SMB_AMOM_RW er næsten ens med AMOM_RW, hvor afkast og tab er skaleret ned for tre-faktorporteføljen. Dette er fordi RW er så dominerende i forhold til SMB og AMOM, da RW's afkast og tab meget større end SMB og AMOM. Ved tilføjelsen af SMB bliver forløbet udglattet en smule, først og fremmest fordi SMB er stabil, og fordi RW nu kun er vægtet med en tredjedel. Tre-faktorporteføljen har markant bedre risiko mål en to-faktor, med et fald i den årlige volatilitet fra 10.95% til 8.27% og samtidig et fald i det største kumulative tab fra 18.48% til 11.77%. Det årlige afkast falder ligeledes fra 12.03% til 10.29%, hvilket altså er mindre end den årlige volatilitet falder, og derfor stiger Sharpe-Ratioen til 1.24 fra 1.10.

I perioderne med de største tab for SMB_AMOM_RW og AMOM_RW taber to faktorporteføljen 15% i slutningen af *dot-com crash* krisen, hvor tre-faktorporteføljen kun taber 10%. I Finanskrisen taber AMOM_RW 18.48%, hvor SMB_AMOM_RW taber 11.77% og ligeledes omkring *Black Monday* taber de henholdsvis 15 og 10%. Samme billede tegner sig ved alle de kumulative tab, men også ved de positive afkast. Tre-faktorporteføljen ender derfor i kurs 640.02, mens to-faktorporteføljen ender i 861.38 og sidstnævnte har dermed tjent 34.59% mere over tidsintervallet.

Af højrisiko porteføljerne er SMB_AMOM_RW den mest attraktive investeringsstrategi ud fra Sharpe-Ratio, da den går fra et "trade-off"på 0.84 fra RW faktorporteføljen, til 1.10 fra AMOM_RW og til sidst til 1.24. Valget mellem de tre porteføljer skal dog afstemmes ud fra valget af tidshorisont for en investering, da RW klart har højst afkast over en lang periode.

### 5.2.5 Dynamiske faktorporteføljer

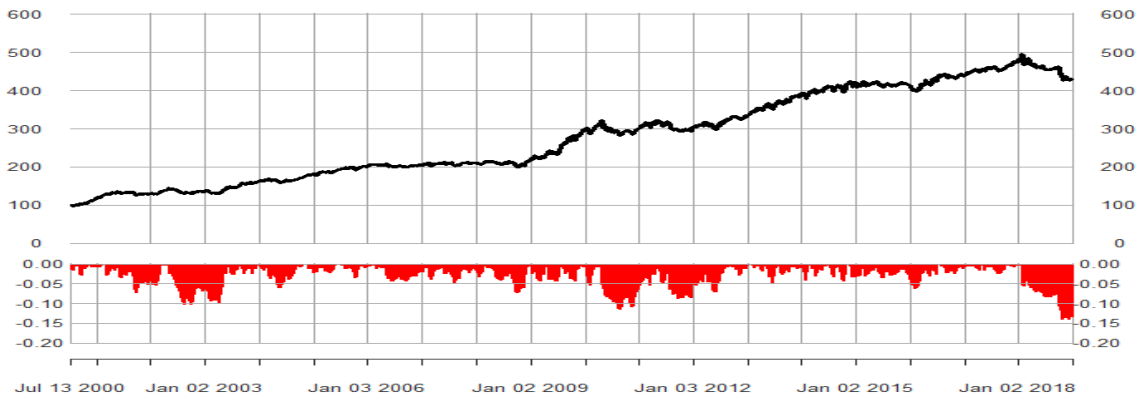
Til at slutte af med vil præstations-og risikomålene for de dynamiske faktorporteføljer blive præsenteret. De dynamiske faktorporteføljer består af to ubegrænsede porteføljesammensætninger, hvor alle præsenterede faktorer, i denne afhandling, er blevet inkluderet. Den ene af de ubegrænsede porteføljer er optimeret på baggrund af et rullende vindue på afkast (maksimum afkast ubegrænsede, $MA_{UB}$), hvor den anden er optimeret på et rullende vindue på Sharpe-Ratio (Maksimum Sharpe-Ratio ubegrænsede, $MSR_{UB}$). Resultaterne er præsenteret herunder i tabel (5.13):

Tabel 5.13: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Ubegrænsede)

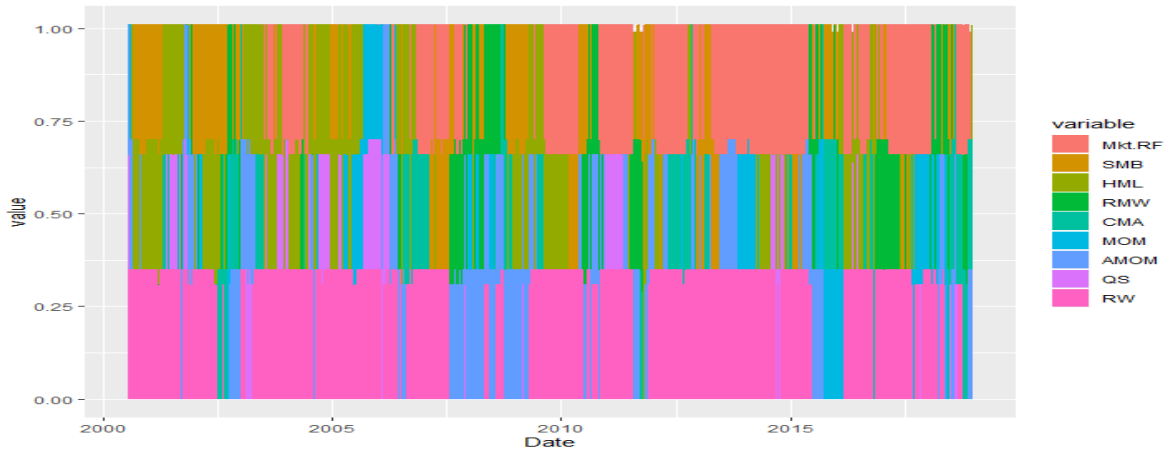
| Præstations- og risikomål | $MA_{UB}$ | $MSR_{UB}$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 8.21 | 4.58 |
| Årlig volatilitet (%) | 7.86 | 3.76 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 1.04 | 1.22 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 495.96 | 236.21 |
| Markedsbeta | 0.26 | 0.07 |
| Max drawdown (%) | 14.19 | 5.95 |
| Skewness | -0.26 | 0.54 |
| Kurtosis | 2.79 | 13.06 |
| Årlig VaR (%) | -12.85 | -4.42 |
| Årlig ES (%) | -20.60 | -4.42 |

Hvis man sammenligner med de individuelle faktorporteføljer, så ses det, at de to ubegrænsede dynamiske porteføljer nogenlunde indeholder et bedre ”trade-off” mellem afkasts og risiko, da Sharpe-Ratio'en ligger over én for begge porteføljer. Det er faktisk kun SMB, der slår den ene af de dynamiske porteføljer, $MA_{UB}$, med en Sharpe-Ratio på 1.19. $MSR_{UB}$ er ikke til at slå for de individuelle porteføljer, da den opnår en flot Sharpe-Ratio på 1.22. $MA_{UB}$ opnår et årligt afkast på 8.21%, som kun bliver slået af RW, men hvor RW har en årlig volatilitet på 20.49%, så har $MA_{UB}$ kun 7.86%, hvilket gør den meget mindre risiko fyldt. Der kan altså ses en kombinationseffekt i de dynamiske porteføljer, der kan holde risikoen nede

samtidig med at få et fornuftigt afkast. Ser man på maksimum drawdowns, så er det igen kun SMB, der er i stand til at holde denne under $MA_{UB}$, og alle andre individuelle porteføljer har et større tab end begge de dynamiske. $MSR_{UB}$ er i stand til at holde maksimum drawdown nede på 5.95%, hvilket er utroligt flot, når man sammenligner med de individuelle porteføljer, og samtidig har $MSR_{UB}$ et VaR-og ES estimat på -4.42%, hvilket igen er langt lavere end de individuelle porteføljer. Der er altså ingen tvivl om, at det kan betale sig at veksle mellem porteføljerne og kombinere dem dynamisk alt afhængigt af, hvilken periode der har været. Der er heller ikke tvivl om, at $MA_{UB}$ indebærer mere risiko end $MSR_{UB}$, men man bliver også kompenseret med et højere afkast. Forskellen er faktisk en over dobbelt så høj slutværdi for $MA_{UB}$ på 495.96 i forhold til $MSR_{UB}$ på 236.21. Dette skal dog holdes op mod drawdowns, VaR og ES, der alle er over dobbelt så høje for Afkast-porteføljen i forhold til $MSR_{UB}$. Nedenunder ses graferne (5.17,5.19), der viser forløbet i de to ubegrænsede porteføljer samt drawdowns. For at se hvilke porteføljer modellen har valgt, er der også vist porteføljevægt-grafer (5.18,5.20), hvilket kan give en beskrivelse af forløbet:



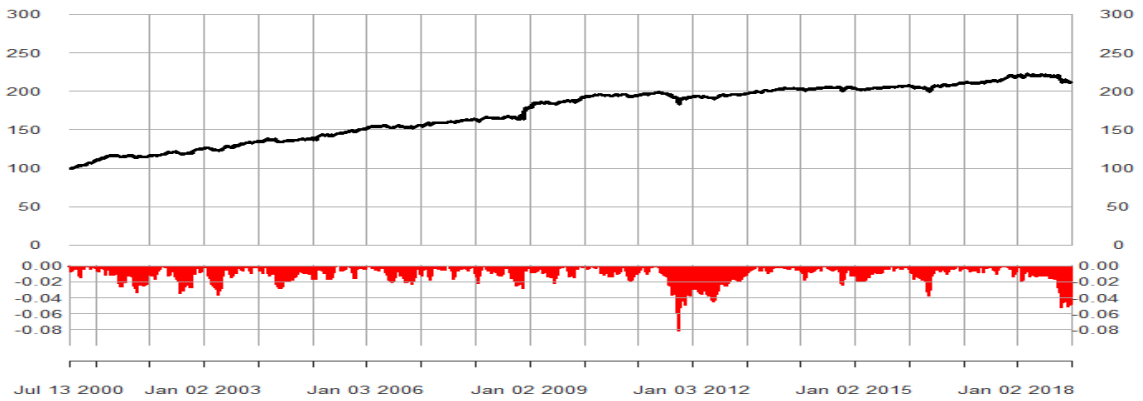

Figur 5.17: $MA_{UB}$ Forløb



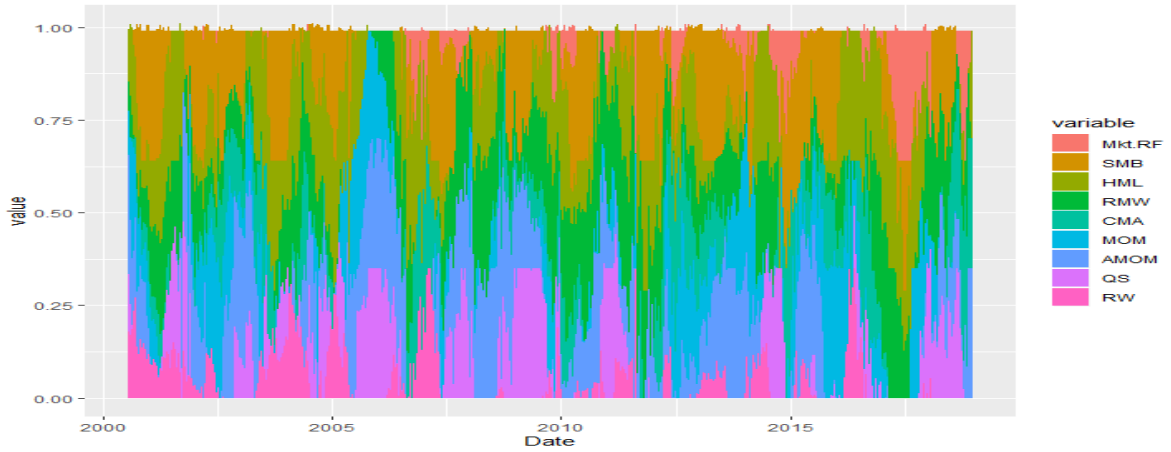

Figur 5.18: $MA_{UB}$ Vægte

Der er ingen tvivl om, at når der ses på $MA_{UB}$ i graf (5.17), så er den faktor der bliver valgt mest selvfølgelig RW, da denne klart har givet mest afkast over hele perioden. Dette kan ses i figur (5.18), hvor RW (lyserød) nærmest er at finde gennem hele perioden. Der er enkelte steder, hvor denne faktor ikke bliver valgt, hvilket er perioder med kriser. I disse perioder prøver modellen at finde alternativer, i form af faktorer, der ikke bliver brugt så hyppigt gennem perioden. Ser man på finanskrisen i slutningen af 2007 og frem til 2009 går modellen ud af RW, og vælger AMOM (mørkeblå), hvilket er godt, da AMOM fanger trenden i markedet, som her var en nedadgående trend. AMOM har her valgt at gå kort i markedet, hvorved denne har skabt et afkast. HML (brungrøn) har siden finanskrisen ikke rigtig givet et afkast, hvilket også er at se i modellen. HML ses valgt hyppigt før finanskrisen, men stort set fravalgt perioden efter. SMB (orange) er næsten ikke til at se i forløbet, hvilket ikke er overraskende, da SMB ikke har givet et stort afkast, men i stedet har givet et godt "trade-off" mellem afkast og risiko. Da optimeringen er baseret på afkast, vil denne faktor naturligvis ikke virke attraktiv for modellen. Der er dog perioder, hvor SMB bliver valgt, hvor resten af faktorerne ikke har skabt et afkast, og dermed kan en portefølje, der har lav risiko, pludselig give et godt afkast, når man sammenligner med alternativerne. Modellen har valgt at placere store positioner i både RW og Mkt (rød) samtidig, hvilket ikke er godt diversificerende, men da modellen ser på afkast, og markedet har været i en opadgående retning, så har disse porteføljer naturligvis været gode. Dette er særligt gældende efter finanskrisen, hvor S&P 500 indekset har haft en god stigning generelt. Lidt tilfældigt er det dog, at modellen har valgt at gå ud af markedsfaktorerne, inden finanskrisen, da de ikke gav et afkast lige inden

krisen, hvilket har resulteret i, at porteføljen undgår et stort tab. Desværre er modellen ikke i stand til mitigere tabet i det fjerde kvartal af 2018, hvor hele markedet tog et dyk nedad. Modellen forsøger at vægte sig mod AMOM, som klarer sig fint igennem dette kvartal, da der er trend i markedet, men fastholder en position i Mkt, som taber meget i dette kvartal.




Figur 5.19: $\text{MSR}_{UB}$ Forløb




Figur 5.20: $\text{MSR}_{UB}$ Vægte

Til forskel fra $\text{MA}_{UB}$, så veksler $\text{MSR}_{UB}$ langt mere mellem de forskellige faktorer (se Figur (5.19,5.20)). Da modellen prøver at finde det bedste "trade-off" mellem afkasts og risiko, i faktorerne, så er det en selvfølge, at de mere risikofyldte faktorer bliver fravalgt mere. Af den grund er Mkt (rød) samt RW (lyserød) blevet mere fravalgt i denne portefølje. RW bliver dog valgt lidt mere end Mkt, hvilket også kan ses, når man ser på faktorerne enkeltvis, hvor RW har et langt bedre "trade-off" end Mkt. SMB (orange) bliver her valgt langt hyppigere

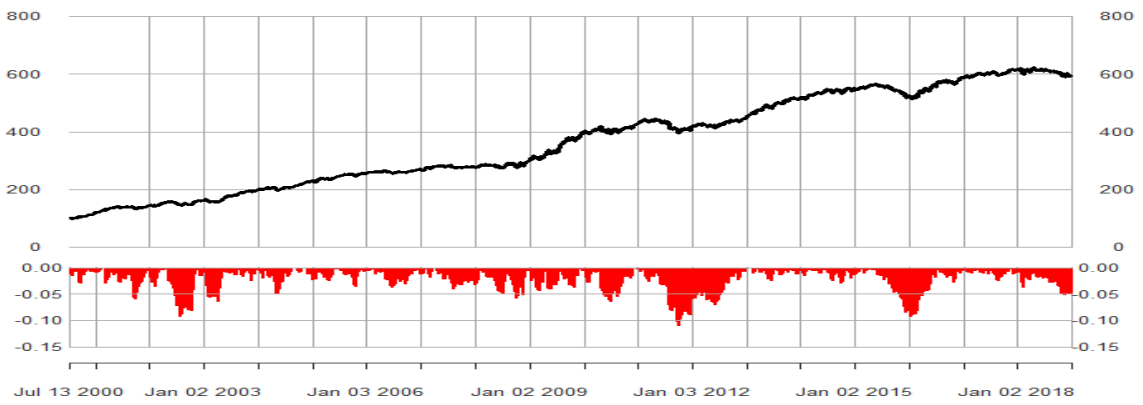
end i $MA_{UB}$, da denne faktor har den bedste individuelle Sharpe-Ratio. Der er enkelte steder, hvor SMB bliver fravalgt, som for eksempel sker i 2006, hvor modellen vælger QS (lilla), AMOM (blå) og MOM (lyseblå). Disse faktorer oplever en let stigning op til 2006, hvilket gør dem attraktive for modellen, hvor SMB faktisk har et fladt forløb, hvilket gør den dårlig for modellen. Selve forløbet for porteføljen (5.19) ser også ud til at klare sig fint igennem denne periode, hvor der stor set ikke er nogle tab. Faktisk klarer porteføljen sig godt igennem det meste af hele perioden med meget få undtagelser. Modellen er desværre ikke i stand til at komme igennem 2011 (*Black Monday*) uden et tab, da modellen vælger faktorer der alle taber i denne periode. En yderst positiv observation fra porteføljen er, at den klarer sig igennem finanskrisen og kommer ud med et positivt afkast på den anden side. Dette er en observation man kunne tage med videre, hvis der skulle opstå lignende kriser i fremtiden, og man kunne gå ind og se på disse faktorer, som er blevet valgt i denne periode. Modellen vælger i finanskrisen at gå med QS (lilla), AMOM (blå) og en veksling mellem SMB (orange) og RMW (grøn). QS og RMW er kvalitetsfaktorer, hvilket er et godt valg, når der er en recession på vej. Kvalitetsaktier viste i finanskrisen at have præsteret bedst gennem perioden, hvilket gør QS og RMW til gode faktorer i denne periode. AMOM fungerer godt i perioder med positive (eller negative) trends, hvilket også var tilfældet i finanskrisen, og dermed er denne faktor også et godt valg for denne periode. SMB har vist sig at være en rimelig stabil faktor gennem hele perioden, hvilket gør den til et godt valg, når der kommer store udsving i markedet. Som i $MA_{UB}$ er $MSR_{UB}$ heller ikke i stand til at mitigere fjerde kvartal af 2018, men er dog i stand til at holde tabet nede på 5% i forhold til 15% i $MA_{UB}$.

Fra resultaterne, i den ubegrænsede dynamiske optimering og fra de individuelle faktorporteføljer, dannede der sig et billede af, at nogle af faktorerne ikke bidrager så meget og måske endda tilføjer mere støj til optimeringen. På baggrund af dette er der blevet dannet en ny optimering, hvor nøgle-faktorerne er valgt ud, og der er dermed blevet optimeret på en begrænset portefølje af faktorer. De udvalgte faktorer er SMB, HML, AMOM, QS og RW, hvor deres resultater kan ses nedenunder i tabel (5.14):

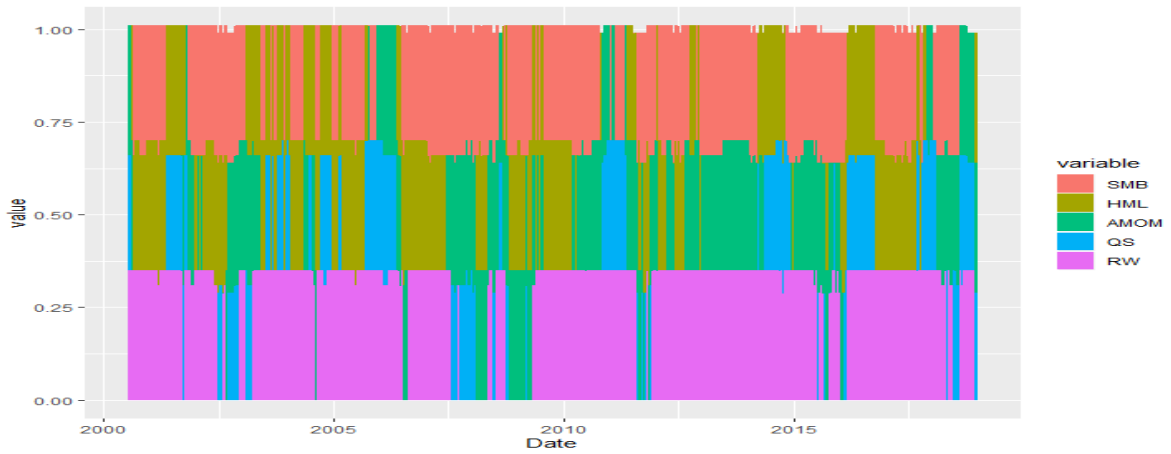
Tabel 5.14: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Begrænsede)

| Præstations- og risikomål | $MA_B$ | $MSR_B$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 10.13 | 7.73 |
| Årlig volatilitet (%) | 6.97 | 5.12 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 1.45 | 1.51 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 623.72 | 416.07 |
| Markedsbeta | 0.23 | 0.12 |
| Max drawdown (%) | 11.16 | 7.89 |
| Skewness | -0.02 | 0.30 |
| Kurtosis | 2.80 | 4.62 |
| Årlig VaR (%) | -10.75 | -7.21 |
| Årlig ES (%) | -16.26 | -9.56 |

Ved første øjekast på tabellen, ses det tydeligt, at der er en effekt ved at begrænse modellen. Denne effekt ses især, når man ser på Afkast-porteføljerne, der går fra et årligt afkast på 8.21% til 10.13%, en årlig volatilitet på 7.86% ned til 6.97% og det giver en fantastisk god Sharpe-Ratio på 1.45, som er betydelig større end 1.04 fra den ubegrænsede model. Maksimum drawdown er også blevet fra 11.16% fra 14.19%, og VaR og ES er også reduceret. Dette betyder altså, at der er blevet skabt en bedre portefølje ved at reducere faktorerne, som modellen kan anvende. De faktorer, som også er blevet konkluderet til at bidrage lidt eller intet, giver dermed støj til modellen, og det er derfor at foretrække kun at inkludere faktorerne, som er bevist at have indflydelse. $MA_B$ slutter i 623.72, hvilket er noget højere end 495.96 fra $MA_{UB}$. Går man over og ser på $MSR_B$, så er der også forbedringer at se her i den begrænsede model. $MSR_B$ går fra et årligt afkast på 4.58% til 7.73%, men samtidig stiger den årlige volatilitet også lidt til 5.12% i forhold til 3.76%. Det tyder altså på, at teorien om, at afkast og risiko stadig går hånd i hånd, men dette er stadig en lav risiko i forhold til afkast, hvilket giver den højeste Sharpe-Ratio på 1.51. Med højere risiko kommer også højere maksimum drawdown, hvilket betyder, at den begrænsede portefølje går næsten 2% op på dette risikomål, men 7.89% drawdown over hele perioden er stadig et meget godt resultat. VaR og ES kommer også lidt op, men er stadig ikke noget der bliver faretruende højt. Konklusionen på dette er altså, at ved at reducere modellen til et mindre antal faktorer, der indeholder faktorerne med de bedste præstations-og risikomål, er der blevet skabt en bedre portefølje. For at se forløbene i de begrænset porteføljer, er der nedenunder vist grafer for Afkast-og Sharpe-porteføljerne i figur (5.21,5.23) samt deres vægte i faktorerne, hvilket viser hvilke faktorer modellen vælger over tidsintervallet (5.22,5.24):




Figur 5.21: $MA_B$ Forløb

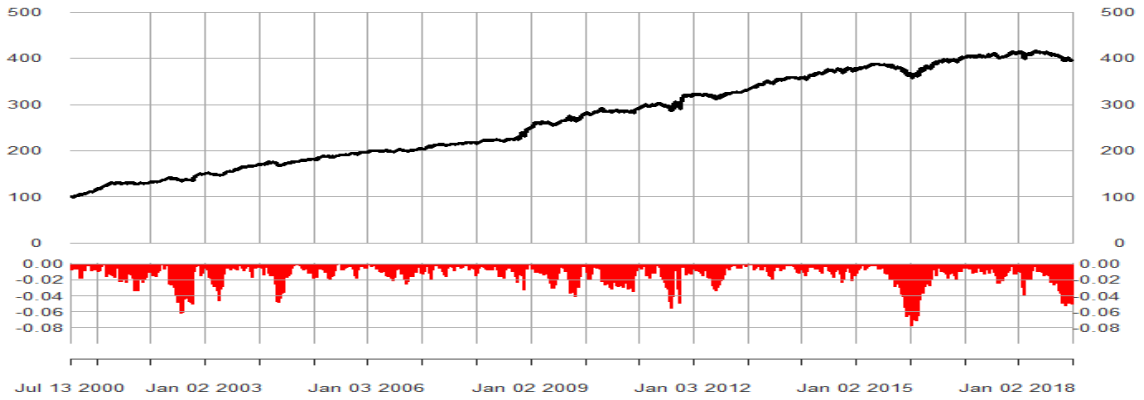



Figur 5.22: $MA_B$ Vægte

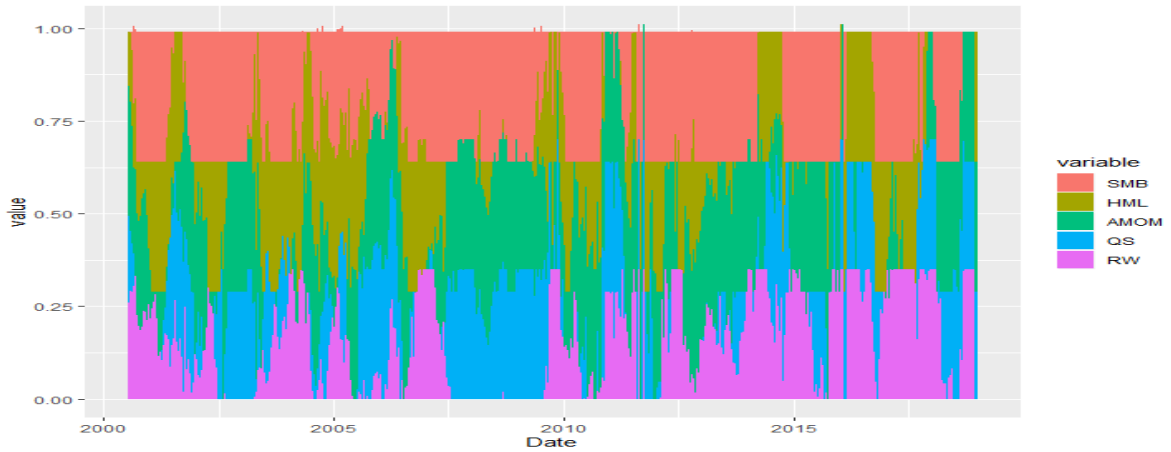
Når man ser på vægtene i den $MA_B$ (5.22), så ses det, at modellen, ligesom i $MSR_{UB}$, vælger RW (lyserød) igennem stort set hele perioden, hvilket igen ikke er overraskende, da denne har givet klart det højeste afkast. Mere overraskende er, at modellen vælger SMB (rød) meget af tiden, som er forskelligt fra den ubegrænsede portefølje, hvor modellen kun valgte SMB i perioder, hvor markedet ikke bevægede sig specielt meget eller var i negativt. I den begrænset portefølje vælger modellen at vægte sig i SMB stort set hele perioden, hvilket kan forklares ved, at SMB har givet et stabilt afkast gennem hele perioden, hvor de andre faktorer har perioder, hvor de enten intet afkast har eller har negativt afkast. Som i $MSR_{UB}$ vælger modellen, at vægte sig meget i HML (brungrøn) før finanskrisen, men vægter sig lidt mindre i denne faktor efter finanskrisen, da value effekten forsvandt efter finanskrisen, og HML faktoren har stort set ikke givet et afkast efter finanskrisen. Modellen vælger at gå ud

af RW omkring finanskrisen, da RW har lavt afkast i månederne op til krisen, og går over i AMOM (grøn), da markedet har en negativ trend, som AMOM er i stand til at fange ved at gå kort i positionerne, hvilket giver et afkast i denne periode. QS (blå) bliver ikke valgt så meget af modellen, hvilket kan forklares ved, at denne faktor ikke giver nær så meget afkast, som de andre faktorer, og modellen vælger altså et alternativ til QS. QS bliver valgt enkelte steder, hvor markedet i helhed giver negativt afkast, og kvalitetsaktier er altså at foretrække her [14].

Ser man på forløbet i porteføljen i figur (5.21), så ses et næsten lineært stigende forløb gennem hele perioden, hvilket er et fantastisk resultat. Der er få perioder, hvor porteføljen har længere perioder med negativt afkast, der sammenlagt kommer op omkring 8% (2012, 2015), men som man kan se, så er porteføljen hurtigt oppe på niveau igen kort tid efter. $MSR_B$ klarer sig flot igennem finanskrisen og har positivt forløb gennem denne periode. Det sidste kvartal i 2018, som har voldt problemer for de forskellige faktorer, klarer porteføljen sig også bedre igennem, hvor den kun taber 5%.




Figur 5.23: $MSR_B$ Forløb




Figur 5.24: $MSR_B$ Vægte

Den sidste portefølje i denne afhandling er $MSR_B$, hvor man i figur (5.24) kan se vægtene. Som det ses, så vælger modellen stort set SMB (rød) gennem hele perioden, da denne har vist sig at give den bedste Sharpe-Ratio gennem hele tidsintervallet. Det har også vist sig, at SMB fungerer godt som en kombinationsfaktor, hvilket giver et godt belæg for, at modellen vælger denne faktor så hyppigt. De eneste tilfælde, hvor modellen ikke vælger SMB, er de steder, hvor SMB har små "spikes" i den negative retning. I disse perioder går modellen over og vælger kombinationer af de andre faktorer. RW (lyserød) bliver ikke valgt så hyppigt i starten af tidsintervallet, da RW tager mest fart efter finanskrisen, hvor markedet generelt klarer sig godt. Modellen vælger derimod HML (brungrøn) i store dele af perioden før finanskrisen, da value effekten er tydelig i denne periode, og derefter aftager. QS (blå) og AMOM (lysegrøn) bliver hovedsagelig brugt i kombinationer af hinanden, hvilket ofte sker i perioder, hvor markedet klarer sig dårligt. AMOM fanger trenden i markedet, mens QS fungerer som en "krise"-faktor, da kvalitetsvirksomheder klarer sig historisk bedre igennem disse kriser. Værd at lægge mærke til er også, at modellen mere dynamisk vægter faktorerne i $MSR_B$, hvor der ses en glidende variation mellem faktorerne. Da modellen fokuserer på afkast og risiko, vil den altså prøve at kombinere faktorerne mere for at opnå en bedre Sharpe-Ratio. Til forskel fra $MA_B$, ser modellen det gavnligt for porteføljen at vægte sig i alle fem faktorer på én gang, hvorved den bedste Sharpe-Ratio opnås i den givne periode.

Ser man på forløbet i figur (5.23), så ser det endnu mere lineært ud i forhold til $MA_B$, hvilket også giver mening, da Sharpe-Ratioen er en smule højere i $MSR_B$. Det der springer i øjnene

er perioden i 2015, hvor porteføljen har et negativt afkast på omkring 8%, hvilket også var tilfældet for $MA_B$. Faktisk er dette forløb at finde i alle de fem faktorer, der er inkluderet i de begrænsede porteføljer, hvilket gør det nærmest umuligt for modellen at komme igennem denne periode uden et mindre tab. En faktor der kunne have mitigeret dette mindre tab kunne være MOM faktoren, der faktisk klarer denne periode med en gevinst, men MOM taber hele dette afkast på den anden side, så det er svært at sige om denne faktor ville have bidraget meget, hvis det efterfølgende ville blive tabt igen. I finanskrisen klarer $MSR_B$ sig også godt igennem med en god gevinst på den anden side af krisen, hvilket skyldes valget af QS og AMOM, som begge bidrager godt til denne periode. Til slut er der den omdiskuterede periode i fjerde kvartal af 2018, som modellen her heller ikke er stand til at komme igennem uden et tab, men tabet er mindre i forhold til de enkelte porteføljer. Alt i alt er $MSR_B$ det bedste valg, hvis man er en langsigtet investor, som er risikoavers, men stadig gerne vil have et godt afkast.

# 6 Diskussion

Da Afsnit 5.2 er baseret på teoretiske positioner, er det vigtigt at tilføje et diskussionsafsnit, der tager højde for mulige investeringsproblemstillinger, der kan opstå, hvis disse investeringsstrategier skulle bruges i den virkelige verden. Der er fokuseret på to problemstillinger: 1) Investeringsproblemstillinger og Transaktionsomkostninger og 2) Informationsproblemstilling . Disse problemstillinger er relevante, hvis en investeringsstrategi skal bruges i den virkelig verden.

## 6.1 Investeringsproblemstillinger og Transaktionsomkostninger

Et problem, der kan opstå i resultaterne fra Afsnit 5.2 er, at porteføljerne er beregnet uden transaktionsomkostninger. Hvis en strategi bruges i den virkelige verden, vil der naturligvis være omkostninger forbundet ved at handle de forskellige aktier i porteføljerne. Disse omkostninger ville kunne tage meget af afkastene fra porteføljerne, og kunne dermed svække strategierne. En strategi, som ser attraktiv ud på baggrund af resultaterne i Afsnit 5.2, kunne dermed blive mindre attraktiv, og måske ikke generere et afkast eller i hvert fald mindske et eventuelt afkast. Omkostningerne forbundet med køb og salg af aktier kunne mindskes ved, at en investeringsforening kunne handle faktorporteføljerne, og dermed kunne faktorporteføljerne blive sat op som fundindeks i stedet. Dette ville mindske transaktionsomkostningerne for en investor, da en investeringsforening vil have stordriftfordele, og derfor kan handle billigere end en privat investor. En anden måde at nedsætte transaktionsomkostninger er ved at rebalancere faktorporteføjlerne månedligt, kvartalvist eller årligt. Det vil skabe færre handler, men vil også øge eksponeringen mod markedsbevægelser i faktorporteføljerne [40].

Et andet problem er, at mange af porteføljerne indeholder korte positioner. De korte positioner er med til at minimere markeds-og positionsrisiko samt at tilføje afkast til nogle af porteføljerne. Det er ikke alle investorer, der kan optage korte positioner i markedet, hvilket kan tilføje mere risiko til en portefølje eller mindske afkastet. En investor kan opnå en kort postion på en alternativ måde ved at handle derivater, hvis investoren ikke er i stand til at låne og sælge aktier. Ved at handle i derivater kan en investor i stedet købe en put-option på

et aktiv, hvilket giver investoren samme rettigheder som ved at gå kort i en aktie. En fordel ved at handle optioner er, at man som investor ikke kan tabe lige så meget, som hvis man havde en kort position. Dette gælder, da man ved en put-option køber rettigheden til at sælge det underliggende aktiv, men man er ikke forpligtiget til at sælge aktivet. Ved at have en kort position "gambler" man på, at en aktie vil tabe værdi. Her vil man låne og sælge en aktie, hvorefter denne blive købt tilbage på et senere tidspunkt. Man kan i en kort position både tjene og tabe store summer penge, da en aktie kan stige uendeligt i værdi, og man er tvunget til at købe aktien tilbage til den nuværende pris.

Dernæst kan der opstå et andet problem ved disse investeringsstrategier, som vedrører likviditet. Da porteføljerne indeholder store mængder af aktier, vil det kræve meget likviditet at handle disse. Dette er måske ikke muligt for en privat investor, og dette kunne eventuelt løses ved, at disse strategier kunne blive handlet gennem en investeringsforening, hvilket gør det nemmere for en investor at købe sig ind i strategierne. Samtidig kan man ved at handle gennem en investeringsforening nedsætte omkostningerne, da en investeringsforening normalt tager årlige omkostninger (ÅOP) for at bestyre fundindekset fremfor transaktionsomkostninger per handel.

## 6.2 Informationsproblemstilling

Det informationsproblem der kan opstå, når man vælger en af investeringsstrategierne i Afsnit 5.2 er, at strategierne er baseret på 18 års historiske data. Når strategier er baseret på historiske data, skal man være opmærksom på, at historiske bevægelser i markedet ikke behøver ske i fremtiden. Dette er værd at tage højde for, når man går ind i en af investeringsstrategierne. Dette betyder, at det kan være svært at sige, om disse strategier vil gælde i de næste år. Når det er sagt, så er der lavet analyser på 18 års data, som har indeholdt adskillige markedsbevægelser, som nogle af strategierne har klaret sig fint igennem, og har genereret et fint afkast i svære markedskonjunkturer. Denne præstation gør, at porteføljerne viser en vis robusthed, hvilket burde kunne holde gennem endnu en markedskrise.

Et andet informationsproblem er, at nogle af strategierne bliver rangeret baseret på årlige

virksomhedsnøgletal, hvilket kan gøre rangeringen misvisende i forhold til virksomhedernes nuværende nøgletal. Da nøgletallene som regel kun bliver givet en gang om året, kan denne problemstilling være svær at komme udenom, og derfor kan man blive nødt til at anvende disse årlige rangeringer.

# 7 Konklusion

Der er i denne afhandling fundet bevis for, at der er faktoreffekter i det valgte marked. Der blev fundet statistisk signifikante estimater for Size, Value, Alternativ Momentum og Reverse-Weighted Markedfaktor. Der er for Size og Value fundet lineære afkastmønstre, da disse blev faktorer blev testet op imod de 5x5 sorterede porteføljer. Alternativ Momentum og Reverse-Weighted Markedfaktor var ikke med i denne undersøgelse, da disse er konstrueret på en måde, der gjorde det kompliceret at forme 5x5 sorterede porteføljer på disse, men signifikante t og F værdier viste tilstedeværelse af deres effekt i markedet. Dette har vist, at disse faktorer har vist effekter i det valgte marked fra 2000-2018. CAPM-beta, Profitability, Investment, Momentum og Quailty Score viste sig ikke at være signifikant forskellig fra nul i denne periode, samt at deres afkastmønstre mod de 5x5 sorterede porteføljer ikke viste noget konkret mønster. Dette har dermed vist, at disse effekter ikke var at spore i det valgte marked.

Når faktorerne blev vurderet i forhold til deres evne til systematisk at beskrive afkastet i de 5x5 sorterede porteføljer, blev alle prisfastsættelsesmodellerne afvist som komplette beskrivelser af tværsnitsafkastet. At hypotesen om, at modellerne skulle være en komplet beskrivelse af tværsnitsvariationen i afkast, blev afvist, var som forventet. Denne afvisning af hypotesen stemmer overens med tidligere resultater fra Fama & French [21], der i deres forskning allerede havde konkluderet dette resultat. På trods af denne afvisning, formåede faktorporteføljerne alligevel at forklare 91-95% af tværsnitsvariansen i venstresideporteføljerne, hvilket er et virkelig godt resultat. Samtidig viste testen på prisfastsættelsesmodellerne, at de var i stand til at forklare mellem 45-90% af tværsnitsafkastet i venstresideporteføljer. Dette indikerede, at modellernes forklarende faktorer var tilstrækkelige til at forudsige for en afkastserie. Der var en model, der skilte sig mere ud end de andre, hvilket var 7-Faktor modellen. Denne model var i stand til at forklare 90% af tværsnitsafkastet i venstresideporteføljerne, hvilket er meget højere end alle andre modeller. Dette gør denne model til den foretrukne model til at forudsige aktieafkast. Samtidig viste F-testene, at AMOM og CMA var insignifikante, og dermed ikke bidrager meget til forklaringen af afkast. Dette ses også i afsnit 5.1.3, hvor 7-Faktor modellen er reduceret til fem faktorer. Her ses det, at modellens

evne til at forklare tværsnitsvariansen næsten er den samme, selvom der er blevet fjernet to faktorer. Dermed er denne R7-Faktor model den bedste model til at forklare tværsnitsafkast i venstresideporteføljerne.

Den anden side af analysen omhandlede faktorporteføljernes evne som investeringsstrategier. Flere af faktorporteføljerne viste sig at være attraktive strategier i perioden fra 2000-2018, hvor der er blevet fundet både strategier, der giver et højt afkast over perioden samt strategier, der har haft lav volatilitet. RW har givet et betydeligt højt afkast med en høj risiko, mens SMB har givet et lavere afkast, men også en meget lavere volatilitet. SMB viste også at have det bedste forhold mellem afkast og risiko, hvilket gjorde, at denne faktorportefølje også klarede sig godt igennem de forskellige kriser i tidsintervallet. AMOM viste sig at være en god krisefaktor, da denne faktor var i stand til at opfange trends i markedet, hvorfor denne faktor har givet et godt afkast samt en lav risiko. Hele metodikken omkring "mean-reversion" og flere glidende gennemsnit viste sig at give en stærkere faktor, end Carhart's Momentum faktor. HML viste sig at være en stærk faktor frem til 2010, hvor den havde opnået et afkast på 400%, samtidig havde HML også stor fremgang i dot.com-og finanskrisen. Dette viste, at Value effekten var til stede i dette tidsinterval, men efter finanskrisen forsvandt denne effekt i markedet, hvorfor HML ikke giver afkast herefter. Den alternative kvalitetsfaktor (QS) viste sig at være bedre end RMW, men viste sig ikke at være en attraktiv individuel investeringsstrategi. QS viste sig derimod at fungere godt med andre faktorer til at nedbringe risiko i for eksempel SMB_AMOM_QS tre faktorporteføjen. Her havde denne kombinerede faktorportefølje den laveste årlige volatilitet på 3.85% samt det laveste kumulative tab på 5.62% af de udvalgte to-og tre faktorporteføljer. Det bedste forhold mellem afkast og risiko blev fundet i SMB_AMOM-porteføljen, der havde en Sharpe-Ratio 1.40, og dermed er den mest attraktive investeringsstrategi, for en risikoavers investor, af de statiske faktorporteføljer. Omvendt for en afkastsøgende, og dermed mere risikopåtagende investor, viste RW sig at være den mest attraktive faktorporteføjle. De statiske faktorporteføljer, hvor RW indgår, herunder AMOM_RW og SMB_AMOM_RW, havde et lavere afkast end den individuelle RW faktorportefølje, men tilsvarende endnu lavere risiko. SMB_AMOM_RW havde et årligt afkast på 10.29% og en Sharpe-Ratio på 1.24, hvilket viste, at forholdet mellem afkast og risiko blev markant højere end den individuelle RW faktorportefølje. RW faktor-

porteføljen blev også hyppigt valgt i de dynamiske faktorporteføljer, der optimererede på afkast. Her viste $MA_{UB}$ ikke at have højere afkast end de statiske faktorporteføljer, der indeholdt RW. Derimod viste $MA_B$ at være mere attraktiv end SMB_AMOM_RW, da de har næsten samme afkast, men Sharpe-Ratioen i $MA_B$ var betydelig bedre på 1.45, hvilket var den anden højeste Sharpe-Ratio af alle de konstruerede porteføljer. Dermed er $MA_B$ den mest attraktive afkast investeringsstrategi, hvis der også bliver taget højde for risiko. Porteføljen med den højeste Sharpe-Ratio var $MSR_B$ på 1.51, hvilket var betydeligt højere end de andre risikoaverse porteføljer. Dette er dermed den mest attraktive investeringsstrategi.

Ud fra et akademisk-og investeringssynspunkt har undersøgelsen af faktoreffekter, på de 123 valgte virksomheder fra S&P 500 fra 2000-2018, vist sig at være til stede for størstedelen af faktorerne. Det er vist, at faktorerne kan bruges som investeringsstrategier, men en komplet prisfastsættelsesmodel er ikke blevet fundet. Der blev fundet en prisfastsættelsesmodel, R7-Faktor, der viste sig at være bedre end Fama & French's modeller til at forklare venstresideporteføljernes tværsnitsafkast.

# 8 Yderligere Forskning

På baggrund af afhandlingen, er der kommet nogle ting op, som kunne være interessante at analysere videre. En yderligere forskning kunne se dybere ind i faktorundersøgelserne, der er udført i denne afhandling. Dette kan blive gjort både med hensyn til faktorkonstruktionerne og investeringsstrategierne, hvilke forhold kort er beskrevet i de efterfølgende afsnit.

## 8.1 Faktorkonstruktion

Dybere undersøgelser i faktorkonstruktionerne i denne afhandling kunne bygge på: Faktor sortering, videre udvidelser til faktorer og data.

Der kunne i faktor sortering ses på andre måder at konstruere højre-og venstreside porteføljerne. Dette kunne medføre en bedre eller dårligere model præstation. Fama & French har allerede nævnt i deres arbejde, at en mulig anden sortering kunne være 2x2 porteføljer, i stedet for 2x3 porteføljer. Dette kunne give en bedre diversificering, da dette inkluderer neutralt rangerede aktier, og dermed ville flere aktier blive inkluderet i porteføljerne.

En videre udvidelse til faktorer kunne også være interessant. AMOM er allerede en udvidelse af Carhart's Momentum faktor, men man kunne gå ind og kigge på mange forskellige former for glidende gennemsnit, der kunne gøre denne faktor endnu bedre. Et alternativ kunne være at give nyere observationer i det glidende gennemsnit, mere relevans i forhold til ældre observationer. På denne måde kunne faktoren muligvis spotte kortere bevægelser, eller være hurtigere til at reagere på bevægelserne. Der kunne også blive set på eksponentielle glidende gennemsnit for at se, om dette ville have en øget effekt. Der kunne også ses på en faktor, der rangerer aktier baseret på deres historiske volatilitet. Dette ville dermed skabe en volatilitetsfaktor, der er skabt lidt på samme metodik som momentum.

En helt tredje ting, der kunne være værd at se videre på, kunne være selve dataet der er blevet benyttet i denne afhandling. Da data stammer fra S&P 500 indekset, vil der naturligvis være en skævhed mod større virksomheder, hvilket kan gøre Size-faktoren mindre beskrivende. Der har stadig vist sig en effekt af Size-Faktoren på data, hvilket vil sige, at det stadig

har kunnet betale sig at købe de mindre aktier frem for de store.

Da det amerikanske aktiemarked er det største og mest udviklet, kunne det også være interessant at se, om faktoreffekterne er til stede i et mindre udviklet marked. Dette kunne for eksempel være i et emerging market univers.

## 8.2 Investeringsstrategi

For investeringsstrategierne kunne det være interessant at teste for robusthed. Robusthed kunne relatere sig til det omdiskuterede emne omkring transaktionsomkostninger. Det kunne være interessant at inkludere disse omkostninger, og se hvilken effekt dette ville have på investeringsstrategierne. Strategierne er bygget på bruttoafkast, og dette vil naturligvis blive mindre af, at der kommer transaktionsomkostninger med. Hvis disse omkostninger bliver medregnet, ville en naturlig udvidelse være at se på, om det kunne betale sig at holde positionerne i faktorporteføljerne gennem længere intervaller. Dette kunne minimere transaktionsomkostningerne, men vil muligvis gøre porteføljerne mere eksponeret mod bevægelser i faktorporteføljerne.

# 9 Referencer

## Artikler

[1] Asness, C. S., Moskowitz, T. J. Pedersen, L. H. "Value and Momentum Everywhere." I: *Journal of Finance* 68(3) (2013), ss. 929–985.

[4] Bernstein, P. L. "Capital Ideas." I: *John Wiley and Sons* (1991), ss. 21–38.

[6] Blume, M. E., Friend, I. "A New Look at the Capital Asset Pricing Model." I: *The Journal of Finance* 28(1) (1973), ss. 19–33.

[7] Boudt, K., Peterson, B. Croux, C. "Estimation and decomposition of downside risk for portfolios with non-normal returns." I: *The Journal of Risk* 11(2) (2008/2009), ss. 79–103.

[10] Carhart, M. M. "On Persistence in Mutual Fund Performance". I: *Journal of Finance* 52(1) (1997), ss. 57–82.

[14] Cook M., Hoyle, E., Sargaison, M., Taylor, D. Hemert, O. V. "The Best Strategies for the Worst Crises". I: (2017).

[15] DeBondt, W. F. Thaler, R. H. "Does the Stock Market Overreact?" I: *The Journal of Finance* 40(3) (1985), ss. 793–805.

[18] Fama, E. F. "Efficient Capital Markets: a Review of Theory and Empirical Work". I: *The Journal of Finance* 25(2) (1970), ss. 383–417.

[19] Fama, E. F. French K. R. "International tests of a five-factor asset pricing model". I: *Journal of Financial Economics* 123 (2007), s. 445.

[20] Fama, E. F. French K. R. "Size, Value and Momentum in International Stock Returns." I: *Journal of Financial Economics* 105 (2012), ss. 457–472.

[21] Fama, E. F. French, K. R. "A Five-Factor Asset Pricing Model". I: *Journal of Financial Economics* 116 (2015), ss. 1–22.

[22] Fama, E. F. French, K. R. "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds." I: *Journal of Financial Economics* 33 (1993), ss. 3–56.

[23] Fama, E. F. French, K. R. "Dissecting Anomalies." I: *The Journal of Finance* 63(4) (2008), ss. 1655–1663.

[24] Fama, E. F. French, K. R. "The Cross-Section of Expected Stock Returns." I: *Journal of Finance* 47(2) (1992), ss. 427–465.

[25] Fazzari, S., Hubbard, R. G Petersen, B. C. "FINANCING CONSTRAINTS AND CORPORATE INVESTMENT". I: 2387 (1987), ss. 1–32.

[31] GMO. "The Case for Quality—The Danger of Junk." I: *GMO White Paper* (2004), ss. 1–2.

[36] Hood-King, N. "Portfolio Theory Matrix". I: (2013).

[37] Jegadeesh, N. Titman, S. "Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency." I: *The Journal of Finance* 48(1) (1993), ss. 65–91.

[38] Jensen, M.C. "Capital Markets: Theory and Evidence. " I: *Bell Journal of Economics and Management Science* 3(2) (1972), ss. 357–398.

[40] Karlsson, S Ristorp-Thomsen, C. "Investeringsforeninger i Danmark". I: *Nationalbanken* (2008), ss. 45–57.

[42] Kewei Hou, Chen Xue, Lu Zhang. "DIGESTING ANOMALIES: AN INVESTMENT APPROACH". I: *The Review of Financial Studies* 28(3) (1981), ss. 4–5.

[43] Lintner, J. "The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets." I: *Review of Economics and Statistics* 47 (1965), ss. 13–37.

[47] Novy-Marx, R. "The Other Side of Value: The Gross Profitability Premium." I: *Journal of Financial Economics* 108 (2013), ss. 1–28.

[49] Poulsen, T. K. "Does Debt Explain the Investment Premium?" I: (2018), ss. 2–30.

[51] Rolf W. Banz. "The Relationship between Return and Market Value of Common Stocks". I: *Journal of Financial Economics* 9 (1981), ss. 3–18.

[52] Rosenberg, B., Reid, K. Lanstein, R. "Persuasive Evidence of Market Inefficiency." I: *Journal of Portfolio Management* 11 (1985), ss. 9–17.

[54] Ross, S. A. "The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing." I: *Journal of Economic Theory* 13 (1976), ss. 341–360.

[57] Sharpe, W.F. "Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk". I: *Journal of Finance* 19 (1964), ss. 425–442.

## Bøger

[2] Bacon, C. R. *Practical Portfolio Performance Measurement and Attribution.* John Wiley Sons, 2008.

[3] Barbara, F. *Personal Finance: An Encyclopedia of Modern Money Management.* Greenwood, 2015.

[8] Campbell, J. Y., Lo, A. W. MacKinlay, C. A. *The Econometrics of Financial Markets.* Princeton, New Jersey: Princeton University Pres., 2012.

[17] EVERITT, B. S. SKRONDAL, A. *THE CAMBRIDGE DICT IONARY OF Statistics.* Cambridge University Press, 2010, s. 386.

[32] Graham, B. Dodd, D. *Security Analysis.* New York: Whittlesey House, McGraw-Hill Book Co., 1934.

[33] Grant, J. *The Great Metropolis, Volume 2.* Philadelphia: E. L. Carey A. Hart - Chesnut Street, 1838.

[34] Greenblatt, J. *The Little Book That Still Beats the Market.* John Wiley Sons, Hoboken, New Jersey., 2010.

[44] Mittelhammer, R., J., J. G. Miller, D. J. *Econometric Foundations.* Cambridge University Press., 2000.

[46] Neuberg, A. S. *Indexing for Maximum Investment Results.* Routledge, 1998.

[48] Pedersen, L. H. *Efficiently Inefficient : How Smart Money Invests and Market Prices Are Determined.* Princeton University Press, 2015.

[53] Ross, S. A. *Portfolio and Capital Market Theory with Arbitrary Preferences and Distributions: The General Validity of the Mean-Variance Approach in Large Markets, working paper.* Rodney L. White Center for Financial Research, 1972.

[58] Wackerly, D. D., Mendenhall III, W. Scheaffer, R. L. *Mathematical Statistics with Applications, 7th Edition*. Brooks/Cole Cengage Learning, 2008, ss. 618, 848.

[61] Wooldridge, J. M. *Introductory Econometrics A Modern Approach, 5th Edition*. South-Western, Cengage Learning, 2013, ss. 146–153, 202.

## Internetkilder

[5] J. Blechman. *The Case For Reverse-Cap-Weighted Indexing*. URL: %7Bhttps://seekingalpha.com/article/4122258-case-for-reverse-cap-weighted-indexing?fbclid=IwAR38PRCqHUd_VI313koBCg7OtlF9arMH0b10tIy-W0qwmoHpFD6f6IuAA8k%7D. (Besøgt: 28.10.2019).

[9] Barclays Capital. *Barclays Capital Index Annex Base Prospectus Supplement*. URL: https://www.fim.com/globalassets/media2/obligaatiot/kehittyvat-10-plus/supplemental-prospectus-barclays-gssp_indices_2.pdf. (Besøgt: 05.11.2019).

[11] Ben Casselman. *A Recession Is Coming (Eventually). Here's Where You'll See It First*. URL: https://www.nytimes.com/2019/07/28/business/economy/economy-recession.html. (Besøgt: 21.02.2020).

[12] J. Chen. *Mean Reversion Definition*. URL: https://www.investopedia.com/terms/m/meanreversion.asp. (Besøgt: 12.11.2019).

[13] Risk Concile. *Anatomy of Cornish-Fisher*. URL: http://www.riskconcile.com/rc/rd/CornishFisher02.html. (Besøgt: 05.12.2019).

[16] Larry Elliott. *Global recession a serious danger in 2020, says UN*. URL: https://www.theguardian.com/business/2019/sep/25/global-recession-a-serious-danger-in-2020-says-un. (Besøgt: 21.02.2020).

[26] Breaking Down Finance. *Annualized Volatility*. URL: https://breakingdownfinance.com/finance-topics/finance-basics/annualize-volatility/. (Besøgt: 03.11.2019).

[27] K. R. French. *Detail for Portfolios Formed on Book-to-Market*. URL: https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/det_form_btm.html. (Besøgt: 02.09.2019).

[28] K. R. French. *Detail for Portfolios Formed on Operating Profitability.* URL: https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/det_port_form_op.html. (Besøgt: 02.09.2019).

[29] K. R. French. *Detail for Portfolios Formed on Size.* URL: https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/Data_Library/det_port_form_sz.html. (Besøgt: 02.09.2019).

[30] P Gillespie. *Dow closes worst year since 2008.* URL: https://money.cnn.com/2015/12/31/investing/stocks-market-end-of-2015/. (Besøgt: 19.02.2020).

[35] A. Hayes. *Maximum Drawdown (MDD).* URL: https://www.investopedia.com/terms/m/maximum-drawdown-mdd.asp. (Besøgt: 05.02.2020).

[39] K. Johnston. *Cap Weighted Vs. Equal Weighted.* URL: https://budgeting.thenest.com/cap-weighted-vs-equal-weighted-34276.html. (Besøgt: 23.11.2019).

[41] W Kenton. *Beta.* URL: https://www.investopedia.com/terms/b/beta.asp. (Besøgt: 01.11.2019).

[45] MSCI. *Elements of performance.* URL: https://www.msci.com/factor-investing. (Besøgt: 21.02.2020).

[50] L Rabinowitz K Shapiro. *Stocks are down after a volatile year, but that's not the whole picture.* URL: https://www.washingtonpost.com/graphics/2018/business/stock-market-crash-comparison/. (Besøgt: 12.11.2019).

[55] J Segal. *The Last Time the Market Acted This Way, Value Stocks Gained 30 Percent.* URL: https://www.institutionalinvestor.com/article/b1h92r8gpj2xc0/The-Last-Time-the-Market-Acted-This-Way-Value-Stocks-Gained-30-Percent. (Besøgt: 19.11.2019).

[56] T Segal. *An Introduction to Small Cap Investing.* URL: https://www.investopedia.com/investing/introduction-to-small-cap-stocks/. (Besøgt: 28.10.2019).

[59] Wikipedia. *Black Monday (2011).* URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Black_Monday_(2011). (Besøgt: 17.02.2020).

[60] Wikipedia. *Dot-com bubble.* URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Dot-com_bubble. (Besøgt: 12.11.2019).

[62] WRDS. *About Wharton Research Data Services (WRDS)*. URL: https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/about/. (Besøgt: 18.10.2019).

# 10 Appendiks

## A

Tabel A.1: Præstations- og risikomål for to kombinerede porteføljer

| Faktor kombination | Årligt afkast | Årlig Std | Sharpe Ratio | Slut-værdi | Markeds-beta | Max DD | Skewness | Kurtosis | VaR | ES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mkt_SMB | 4.83 | 9.43 | 0.51 | 244.48 | 0.53 | 23.09 | 0.15 | 7.8 | -13.64 | -17.5 |
| Mkt_HML | 5.44 | 10.19 | 0.53 | 273.01 | 0.51 | 28.51 | 0.26 | 10.22 | -13.87 | -13.87 |
| Mkt_RMW | 1.54 | 9.41 | 0.16 | 133.59 | 0.49 | 35.44 | 0.02 | 5.69 | -14.59 | -22.3 |
| Mkt_CMA | 2.08 | 9.45 | 0.22 | 147.68 | 0.5 | 29.55 | 0.01 | 6.23 | -14.54 | -22.28 |
| Mkt_MOM | 1.41 | 9.09 | 0.15 | 130.35 | 0.5 | 31.91 | -0.09 | 5.76 | -14.38 | -23.43 |
| Mkt_AMOM | 4.53 | 9.33 | 0.48 | 231.45 | 0.51 | 21.6 | 0.28 | 9.35 | -12.85 | -12.85 |
| Mkt_QS | 2.33 | 9.49 | 0.25 | 154.68 | 0.53 | 25.59 | 0.07 | 5.01 | -14.64 | -21.79 |
| Mkt_RW | 9.73 | 18.16 | 0.54 | 581.23 | 1.04 | 44.53 | 0.07 | 7.79 | -26.61 | -36.91 |
| SMB_HML | 7.15 | 6.89 | 1.04 | 370.13 | 0.05 | 13.77 | 0.31 | 6.27 | -9.64 | -11.78 |
| SMB_RMW | 3.23 | 4.78 | 0.68 | 182.76 | 0.02 | 8.7 | 0.32 | 3.76 | -7.02 | -9.24 |
| SMB_CMA | 3.77 | 5.12 | 0.74 | 201.55 | 0.03 | 11.22 | 0.23 | 5.4 | -7.46 | -10.03 |
| SMB_MOM | 3.09 | 4.21 | 0.74 | 178.19 | 0.03 | 6.1 | -0.14 | 3.77 | -6.73 | -10.86 |
| SMB_AMOM | 6.27 | 4.49 | 1.4 | 316.96 | 0.05 | 7.07 | 1.06 | 14.44 | -4.35 | -4.35 |
| SMB_QS | 4.05 | 4.48 | 0.9 | 212.44 | 0.07 | 5.85 | 0.17 | 4.63 | -6.64 | -9.44 |
| SMB_RW | 12.26 | 11.77 | 1.04 | 895.62 | 0.57 | 20.75 | 0.28 | 8.1 | -16.12 | -17.4 |
| HML_RMW | 3.89 | 5.15 | 0.76 | 206.23 | 0 | 10.61 | 0.13 | 8.48 | -7.33 | -9.1 |
| HML_CMA | 4.33 | 7.02 | 0.62 | 223.28 | 0.01 | 15.42 | 0.14 | 6.01 | -10.39 | -14.64 |
| HML_MOM | 3.73 | 5.03 | 0.74 | 200.34 | 0.01 | 10.7 | 0.13 | 3.83 | -7.64 | -11.05 |
| HML_AMOM | 6.86 | 6.42 | 1.07 | 351.86 | 0.02 | 8.49 | 0.7 | 10.48 | -7.61 | -7.61 |
| HML_QS | 4.63 | 6.33 | 0.73 | 236.05 | 0.05 | 13.32 | 0.27 | 3.41 | -9.42 | -12.74 |
| HML_RW | 12.83 | 12.96 | 0.99 | 986.32 | 0.55 | 28.47 | 0.32 | 9.38 | -17.28 | -17.28 |
| RMW_CMA | 0.45 | 6.2 | 0.07 | 108.82 | -0.01 | 21.45 | 0.18 | 3.53 | -9.64 | -13.53 |
| RMW_MOM | -0.21 | 5.65 | -0.04 | 96.03 | -0.01 | 20.42 | -0.29 | 3.43 | -9.61 | -15.81 |
| RMW_AMOM | 2.88 | 5.63 | 0.51 | 171.26 | 0 | 18.26 | 0.17 | 4.54 | -8.49 | -12.04 |
| RMW_QS | 0.8 | 4.22 | 0.19 | 116.29 | 0.02 | 10.21 | -0.06 | 3.48 | -6.83 | -10.55 |
| RMW_RW | 8.89 | 10.49 | 0.85 | 502.64 | 0.52 | 23.05 | 0.21 | 8.63 | -14.57 | -16.16 |
| CMA_MOM | 0.34 | 5.19 | 0.07 | 106.74 | 0 | 14.02 | -0.11 | 4.41 | -8.42 | -13.58 |
| CMA_AMOM | 3.44 | 5.41 | 0.64 | 189.89 | 0.01 | 11.49 | 0.28 | 6.62 | -7.71 | -9.4 |
| CMA_QS | 1.29 | 5.14 | 0.25 | 127.61 | 0.03 | 12.09 | 0.23 | 4.8 | -7.73 | -10.52 |
| CMA_RW | 9.39 | 11.15 | 0.84 | 548.6 | 0.54 | 25.53 | 0.16 | 7.03 | -16.05 | -21.51 |
| MOM_AMOM | 2.75 | 4.92 | 0.56 | 167.35 | 0.01 | 12.26 | -0.09 | 9.43 | -7.28 | -10.78 |
| MOM_QS | 0.61 | 4.77 | 0.13 | 112.31 | 0.03 | 13.71 | -0.16 | 5.25 | -7.7 | -12.9 |
| MOM_RW | 8.71 | 10.52 | 0.83 | 487.34 | 0.54 | 22.52 | -0.03 | 6.55 | -15.85 | -25.05 |
| AMOM_QS | 3.73 | 4.68 | 0.8 | 200.4 | 0.04 | 10.79 | 0.43 | 9.94 | -6.09 | -6.09 |
| AMOM_RW | 12.03 | 10.95 | 1.1 | 861.38 | 0.55 | 18.48 | 0.41 | 11.49 | -13.76 | -13.76 |
| QS_RW | 9.63 | 11.4 | 0.84 | 571.83 | 0.57 | 22.93 | 0.14 | 5.47 | -16.83 | -24.07 |

# B

Tabel B.1: Præstations- og risikomål for tre kombinerede porteføljer

| Faktor kombination | Årligt afkast | Årlig Std | Sharpe Ratio | Slut-værdi | Markeds-beta | Max DD | Skewness | Kurtosis | VaR | ES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Mkt_SMB_HML | 5.91 | 7.67 | 0.77 | 297.17 | 0.36 | 16.35 | 0.35 | 10.12 | -10.14 | -10.14 |
| Mkt_SMB_RMW | 3.3 | 6.7 | 0.49 | 185.2 | 0.35 | 14.1 | 0.09 | 6.7 | -9.96 | -14.23 |
| Mkt_SMB_CMA | 3.66 | 6.92 | 0.53 | 197.56 | 0.36 | 15.93 | 0.11 | 6.91 | -10.21 | -14.3 |
| Mkt_SMB_MOM | 3.2 | 6.64 | 0.48 | 181.65 | 0.36 | 16.41 | -0.04 | 6.34 | -10.18 | -16.08 |
| Mkt_SMB_AMOM | 5.31 | 6.83 | 0.78 | 266.47 | 0.36 | 10.47 | 0.41 | 10.37 | -8.87 | -8.87 |
| Mkt_SMB_QS | 3.82 | 7.02 | 0.54 | 203.54 | 0.38 | 14.91 | 0.14 | 5.47 | -10.51 | -15 |
| Mkt_SMB_RW | 9 | 12.88 | 0.7 | 512.59 | 0.71 | 28.64 | 0.14 | 8 | -18.47 | -23.77 |
| Mkt_HML_RMW | 3.76 | 6.61 | 0.57 | 201.43 | 0.33 | 17.02 | 0.23 | 10.32 | -9.04 | -9.04 |
| Mkt_HML_CMA | 4.07 | 7.44 | 0.55 | 213.12 | 0.34 | 21.63 | 0.25 | 9.17 | -10.3 | -10.3 |
| Mkt_HML_MOM | 3.65 | 6.68 | 0.55 | 197.25 | 0.34 | 19.4 | 0.1 | 9.18 | -9.55 | -11.61 |
| Mkt_HML_AMOM | 5.73 | 7.29 | 0.79 | 287.73 | 0.35 | 13.9 | 0.52 | 13.08 | -8.79 | -8.79 |
| Mkt_HML_QS | 4.24 | 7.44 | 0.57 | 219.86 | 0.36 | 18.5 | 0.23 | 7.32 | -10.64 | -13.01 |
| Mkt_HML_RW | 9.42 | 13.27 | 0.71 | 551.51 | 0.7 | 32.96 | 0.19 | 9.49 | -18.41 | -19.1 |
| Mkt_RMW_CMA | 1.48 | 6.89 | 0.21 | 132.05 | 0.33 | 23.81 | -0.02 | 4.98 | -10.84 | -16.95 |
| Mkt_RMW_MOM | 1.02 | 6.68 | 0.15 | 121.32 | 0.33 | 25.01 | -0.14 | 4.67 | -10.8 | -17.71 |
| Mkt_RMW_AMOM | 3.09 | 6.78 | 0.46 | 178.17 | 0.33 | 15.34 | 0.14 | 7.02 | -9.95 | -13.44 |
| Mkt_RMW_QS | 1.67 | 6.52 | 0.26 | 136.89 | 0.35 | 16.03 | -0.03 | 4.62 | -10.31 | -16.15 |
| Mkt_RMW_RW | 6.81 | 12.14 | 0.56 | 348.56 | 0.68 | 29.24 | 0.07 | 7.86 | -17.8 | -24.78 |
| Mkt_CMA_MOM | 1.39 | 6.62 | 0.21 | 129.87 | 0.33 | 19.48 | -0.18 | 5.14 | -10.7 | -18.05 |
| Mkt_CMA_AMOM | 3.46 | 6.8 | 0.51 | 190.52 | 0.34 | 11.11 | 0.22 | 8.22 | -9.65 | -11.08 |
| Mkt_CMA_QS | 2 | 6.91 | 0.29 | 145.69 | 0.36 | 17.63 | 0.04 | 4.8 | -10.74 | -16.25 |
| Mkt_CMA_RW | 7.15 | 12.46 | 0.57 | 370.11 | 0.69 | 32.15 | 0.07 | 7.56 | -18.29 | -25.63 |
| Mkt_MOM_AMOM | 2.99 | 6.64 | 0.45 | 174.93 | 0.34 | 16.71 | 0.07 | 7.81 | -9.77 | -13.51 |
| Mkt_MOM_QS | 1.54 | 6.79 | 0.23 | 133.7 | 0.36 | 19.37 | -0.06 | 4.35 | -10.84 | -17.1 |
| Mkt_MOM_RW | 6.68 | 12.22 | 0.55 | 341.03 | 0.69 | 31 | -0.03 | 7.08 | -18.45 | -28.6 |
| Mkt_AMOM_QS | 3.62 | 6.87 | 0.53 | 196.4 | 0.36 | 14.52 | 0.26 | 7.09 | -9.8 | -11.75 |
| Mkt_AMOM_RW | 8.85 | 12.44 | 0.71 | 498.87 | 0.7 | 24.51 | 0.19 | 9.15 | -17.34 | -18.77 |
| Mkt_QS_RW | 7.29 | 12.73 | 0.57 | 379.43 | 0.71 | 29.78 | 0.07 | 6.45 | -19 | -27.85 |
| SMB_HML_RMW | 4.82 | 4.23 | 1.14 | 244.03 | 0.02 | 9.2 | 0.31 | 8.02 | -5.73 | -5.94 |
| SMB_HML_CMA | 5.12 | 5.53 | 0.93 | 257.91 | 0.03 | 12.28 | 0.25 | 6.93 | -7.8 | -9.63 |
| SMB_HML_MOM | 4.7 | 4.38 | 1.07 | 238.89 | 0.03 | 8.81 | 0.23 | 5.01 | -6.32 | -8.61 |
| SMB_HML_AMOM | 6.81 | 5.17 | 1.32 | 348.73 | 0.04 | 6.53 | 0.77 | 11.03 | -5.89 | -5.89 |
| SMB_HML_QS | 5.31 | 5.27 | 1.01 | 266.82 | 0.05 | 10.44 | 0.32 | 4.49 | -7.55 | -9.86 |
| SMB_HML_RW | 10.84 | 9.72 | 1.12 | 704.39 | 0.39 | 18.89 | 0.4 | 9.25 | -12.68 | -12.68 |

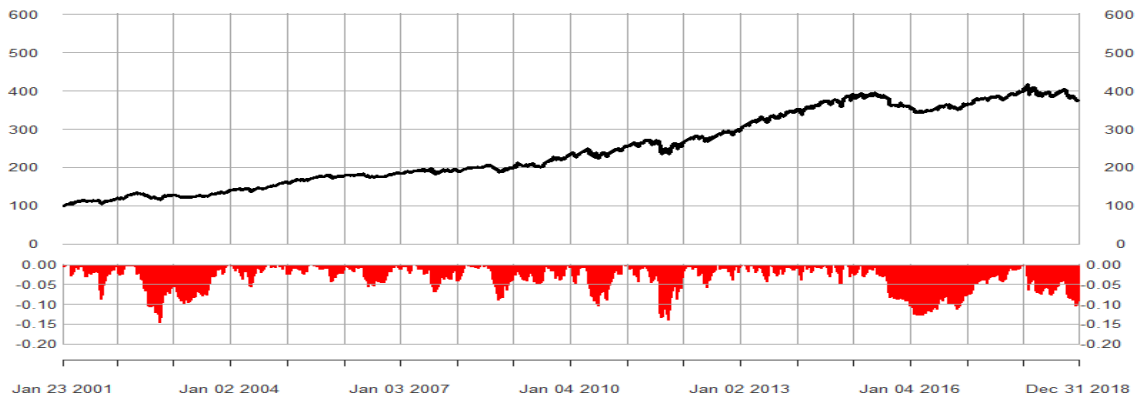
Tabel B.2: Præstations- og risikomål for tre kombinerede porteføljer

| Faktor kombination | Årligt afkast | Årlig Std | Sharpe Ratio | Slut-værdi | Markeds-beta | Max DD | Skewness | Kurtosis | VaR | ES |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| SMB_RMW_CMA | 2.53 | 4.31 | 0.59 | 160.45 | 0.02 | 10.37 | 0.37 | 3.95 | -6.27 | -8.01 |
| SMB_RMW_MOM | 2.07 | 3.86 | 0.54 | 147.52 | 0.02 | 7.92 | -0.1 | 3.23 | -6.24 | -9.73 |
| SMB_RMW_AMOM | 4.17 | 3.92 | 1.06 | 216.82 | 0.02 | 7.32 | 0.46 | 5.45 | -5.35 | -6.03 |
| SMB_RMW_QS | 2.73 | 3.26 | 0.84 | 166.79 | 0.04 | 5.01 | 0.27 | 3.46 | -4.83 | -6.54 |
| SMB_RMW_RW | 8.22 | 7.85 | 1.05 | 446.99 | 0.37 | 14.5 | 0.32 | 8.96 | -10.5 | -10.5 |
| SMB_CMA_MOM | 2.43 | 3.92 | 0.62 | 157.74 | 0.02 | 6.85 | 0.03 | 3.68 | -6.12 | -9.24 |
| SMB_CMA_AMOM | 4.53 | 4.11 | 1.1 | 231.59 | 0.03 | 6.69 | 0.61 | 7.82 | -5.21 | -5.21 |
| SMB_CMA_QS | 3.07 | 4.13 | 0.74 | 177.33 | 0.05 | 5.59 | 0.34 | 5.37 | -5.88 | -7.3 |
| SMB_CMA_RW | 8.55 | 8.4 | 1.02 | 474.1 | 0.38 | 15.34 | 0.26 | 7.35 | -11.68 | -13.75 |
| SMB_MOM_AMOM | 4.06 | 3.73 | 1.09 | 212.8 | 0.03 | 7.16 | 0.23 | 10.25 | -4.98 | -4.98 |
| SMB_MOM_QS | 2.61 | 3.83 | 0.68 | 162.85 | 0.05 | 6.24 | -0.02 | 5.24 | -5.89 | -9.29 |
| SMB_MOM_RW | 8.09 | 7.98 | 1.01 | 437.19 | 0.38 | 14.27 | 0.09 | 6.74 | -11.62 | -16.71 |
| SMB_AMOM_QS | 4.71 | 3.85 | 1.22 | 239.41 | 0.05 | 5.62 | 0.72 | 10.47 | -4.51 | -4.51 |
| SMB_AMOM_RW | 10.29 | 8.27 | 1.24 | 640.02 | 0.39 | 11.77 | 0.51 | 11.42 | -10.06 | -10.06 |
| SMB_QS_RW | 8.71 | 8.62 | 1.01 | 487.42 | 0.4 | 14.38 | 0.24 | 5.86 | -12.32 | -16.3 |
| HML_RMW_CMA | 2.96 | 4.6 | 0.64 | 173.89 | 0 | 12.07 | 0.22 | 7.24 | -6.57 | -8.14 |
| HML_RMW_MOM | 2.54 | 3.25 | 0.78 | 160.94 | 0 | 4.44 | 0.01 | 3.78 | -5.05 | -7.73 |
| HML_RMW_AMOM | 4.61 | 4.12 | 1.12 | 235.2 | 0.01 | 5.28 | 0.67 | 10.61 | -4.91 | -4.91 |
| HML_RMW_QS | 3.18 | 3.44 | 0.93 | 181.01 | 0.02 | 8.14 | 0.31 | 4.38 | -4.96 | -6.51 |
| HML_RMW_RW | 8.66 | 8.18 | 1.06 | 483.16 | 0.36 | 17.7 | 0.39 | 11.21 | -10.4 | -10.4 |
| HML_CMA_MOM | 2.86 | 4.43 | 0.65 | 170.68 | 0.01 | 8.13 | 0.04 | 4.03 | -6.85 | -10.34 |
| HML_CMA_AMOM | 4.93 | 5.21 | 0.95 | 249.18 | 0.02 | 9.51 | 0.47 | 7.97 | -6.86 | -6.86 |
| HML_CMA_QS | 3.47 | 5.18 | 0.67 | 190.88 | 0.03 | 10.61 | 0.23 | 4.19 | -7.72 | -10.65 |
| HML_CMA_RW | 8.95 | 9.19 | 0.97 | 508.3 | 0.37 | 21.71 | 0.33 | 8.75 | -12.36 | -12.36 |
| HML_MOM_AMOM | 4.5 | 4.15 | 1.09 | 230.47 | 0.02 | 6.43 | 0.52 | 11.27 | -5.09 | -5.09 |
| HML_MOM_QS | 3.04 | 4.19 | 0.73 | 176.45 | 0.03 | 8.3 | 0.16 | 2.92 | -6.41 | -9.05 |
| HML_MOM_RW | 8.53 | 8.41 | 1.01 | 471.81 | 0.37 | 19.18 | 0.19 | 8.6 | -11.67 | -13.38 |
| HML_AMOM_QS | 5.12 | 4.87 | 1.05 | 257.94 | 0.04 | 7.8 | 0.62 | 7.71 | -6.19 | -6.19 |
| HML_AMOM_RW | 10.7 | 9.02 | 1.19 | 686.81 | 0.37 | 15.34 | 0.56 | 12.79 | -10.62 | -10.62 |
| HML_QS_RW | 9.12 | 9.32 | 0.98 | 523.26 | 0.39 | 19.64 | 0.29 | 7.16 | -12.95 | -15.07 |
| RMW_CMA_MOM | 0.25 | 4.63 | 0.05 | 104.79 | -0.01 | 15.1 | -0.07 | 2.97 | -7.6 | -11.54 |
| RMW_CMA_AMOM | 2.3 | 4.67 | 0.49 | 154.03 | 0 | 14.44 | 0.21 | 4.03 | -7.05 | -9.82 |
| RMW_CMA_QS | 0.9 | 3.98 | 0.23 | 118.63 | 0.01 | 9.5 | 0.22 | 3.66 | -6.09 | -8.39 |
| RMW_CMA_RW | 6.34 | 7.59 | 0.83 | 320.69 | 0.35 | 16.54 | 0.2 | 7.29 | -10.8 | -13.67 |
| RMW_MOM_AMOM | 1.84 | 4.44 | 0.42 | 141.42 | 0 | 10.76 | -0.17 | 4.83 | -7.14 | -11.96 |
| RMW_MOM_QS | 0.45 | 3.79 | 0.12 | 108.85 | 0.01 | 9.77 | -0.26 | 3.52 | -6.36 | -10.46 |
| RMW_MOM_RW | 5.88 | 7.19 | 0.82 | 295.48 | 0.35 | 15.82 | -0.03 | 6.81 | -10.79 | -16.87 |
| RMW_AMOM_QS | 2.52 | 3.65 | 0.69 | 160.21 | 0.02 | 6.69 | 0.15 | 5.36 | -5.42 | -7.7 |
| RMW_AMOM_RW | 8.04 | 7.43 | 1.08 | 433.05 | 0.36 | 13.34 | 0.37 | 10.84 | -9.54 | -9.54 |
| RMW_QS_RW | 6.53 | 7.41 | 0.88 | 331.72 | 0.37 | 15.58 | 0.13 | 6.56 | -10.79 | -15.08 |
| CMA_MOM_AMOM | 2.22 | 4.19 | 0.53 | 151.58 | 0.01 | 10.09 | -0.13 | 6 | -6.55 | -10.92 |
| CMA_MOM_QS | 0.79 | 4.13 | 0.19 | 116.13 | 0.02 | 8.04 | 0.02 | 4.72 | -6.49 | -9.93 |
| CMA_MOM_RW | 6.23 | 7.55 | 0.83 | 314.5 | 0.36 | 17.12 | -0.04 | 5.77 | -11.52 | -18.44 |
| CMA_AMOM_QS | 2.86 | 4.15 | 0.69 | 170.74 | 0.03 | 8.21 | 0.33 | 7.5 | -5.76 | -6.21 |
| CMA_AMOM_RW | 8.39 | 7.85 | 1.07 | 460.44 | 0.36 | 13.44 | 0.4 | 9.94 | -10.14 | -10.14 |
| CMA_QS_RW | 6.85 | 8.14 | 0.84 | 351.06 | 0.38 | 17.62 | 0.15 | 5.2 | -12.05 | -17.23 |
| MOM_AMOM_QS | 2.39 | 4.04 | 0.59 | 156.58 | 0.03 | 9.58 | -0.1 | 8.52 | -6.06 | -9.55 |
| MOM_AMOM_RW | 7.92 | 7.5 | 1.06 | 423.99 | 0.37 | 12.29 | 0.2 | 10.12 | -10.13 | -10.13 |
| MOM_QS_RW | 6.38 | 7.85 | 0.81 | 323.09 | 0.38 | 15.62 | 0 | 4.65 | -12.06 | -18.74 |
| AMOM_QS_RW | 8.55 | 8.05 | 1.06 | 473.63 | 0.39 | 12.79 | 0.38 | 8.47 | -10.7 | -10.7 |

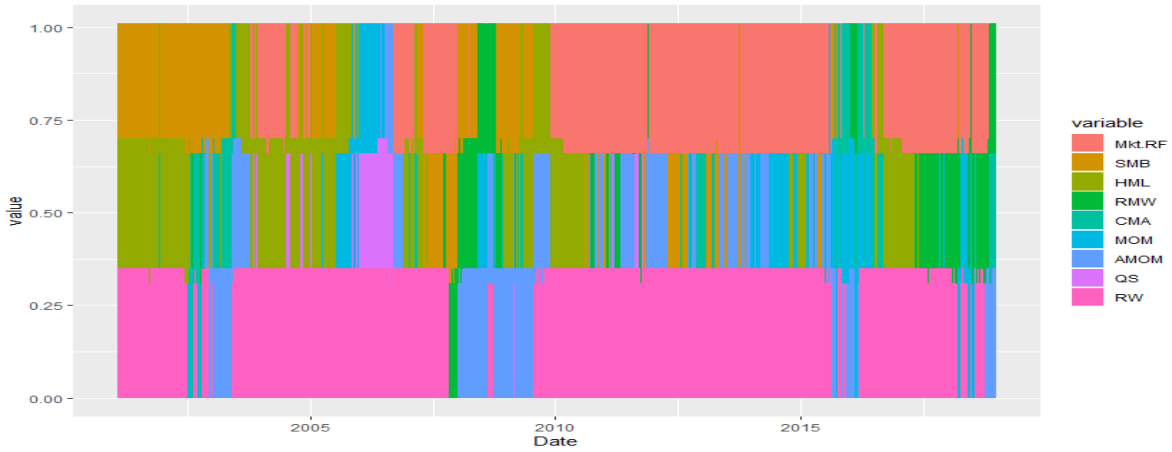
# C

Tabel C.1: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Ubegrænsede) 265 dage

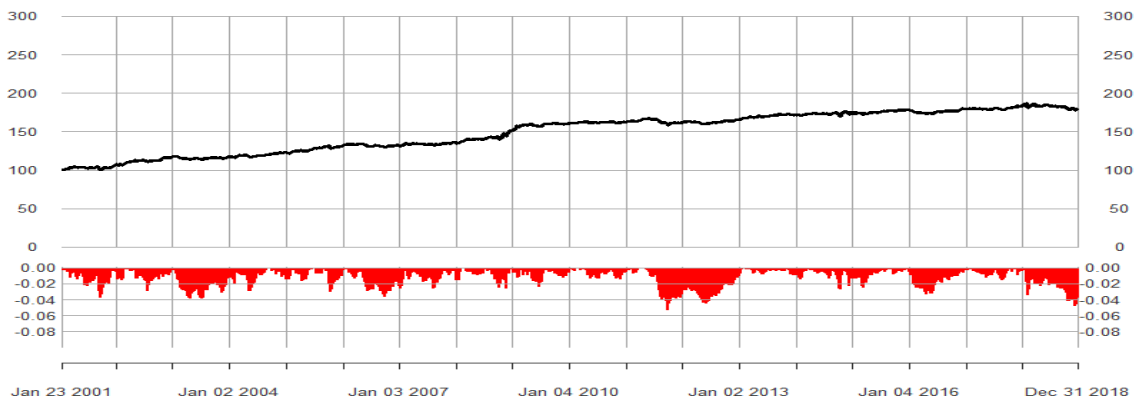
| Præstations- og risikomål | $MA_{UB265}$ | $MSR_{UB265}$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 7.71 | 3.33 |
| Årlig volatilitet (%) | 8.81 | 3.36 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 0.88 | 0.99 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 417.41 | 186.83 |
| Markedsbeta | 0.33 | 0.06 |
| Max drawdown (%) | 14.74 | 5.30 |
| Skewness | -0.32 | 0.23 |
| Kurtosis | 4.29 | 8.07 |
| Årlig VaR (%) | -14.38 | -4.66 |
| Årlig ES (%) | -25.10 | -5.37 |



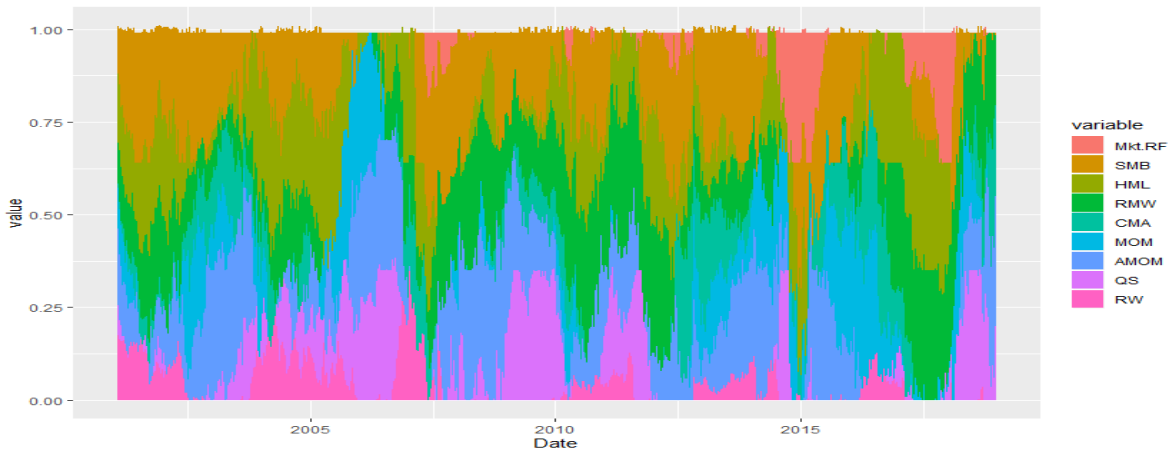

Figur C.1: $MA_{UB265}$ Forløb




Figur C.2: $MA_{UB265}$ Vægte



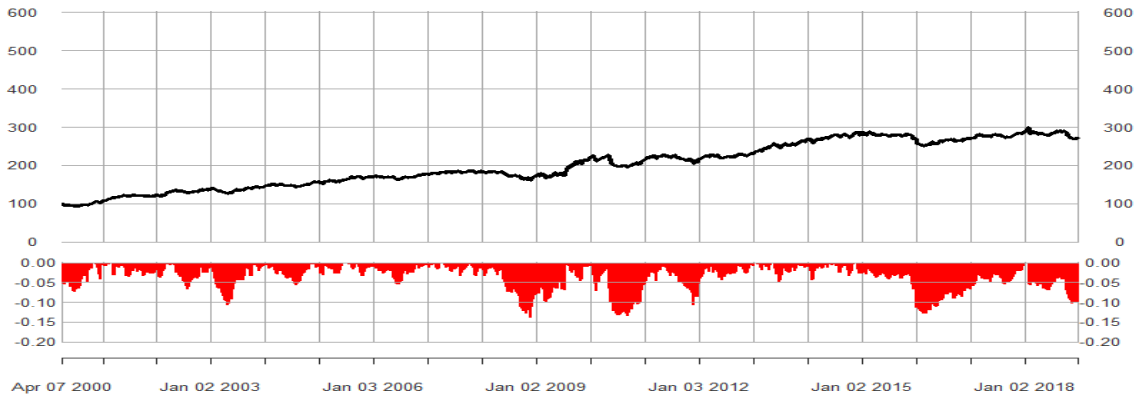

Figur C.3: $\text{MSR}_{UB265}$ Forløb



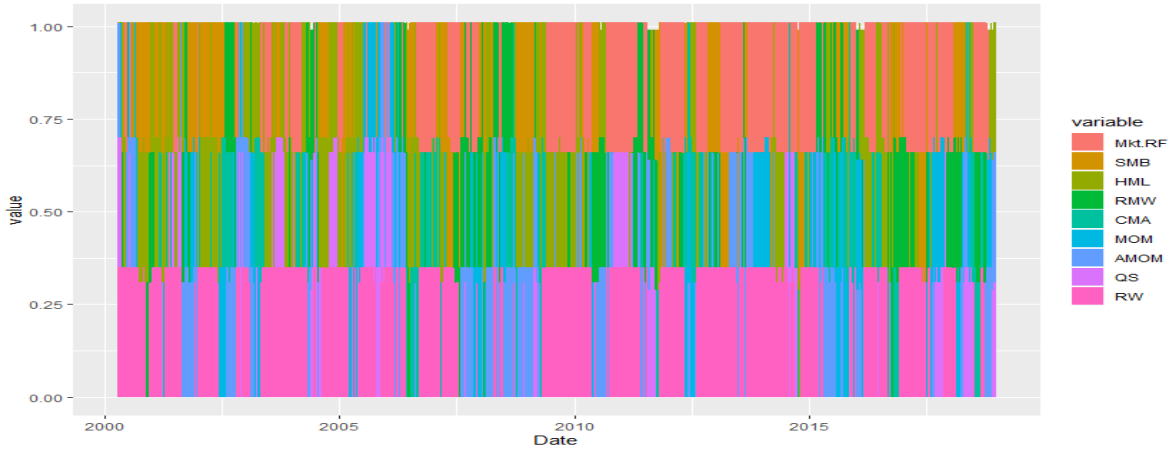

Figur C.4: $\text{MSR}_{UB265}$ Vægte

Tabel C.2: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Ubegrænsede) 66 dage

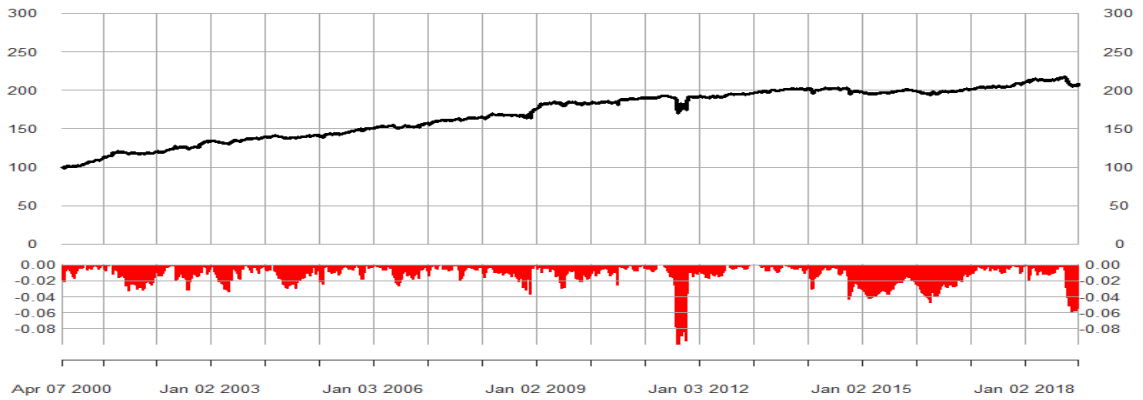
| Præstations- og risikomål | $\text{MA}_{UB66}$ | $\text{MSR}_{UB66}$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 5.46 | 4.01 |
| Årlig volatilitet (%) | 7.74 | 4.50 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 0.71 | 0.89 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 299.77 | 218.10 |
| Markedsbeta | 0.24 | 0.08 |
| Max drawdown (%) | 14.02 | 11.95 |
| Skewness | -0.35 | -0.13 |
| Kurtosis | 3.62 | 5.07 |
| Årlig VaR (%) | -12.88 | -3.04 |
| Årlig ES (%) | -21.88 | -7.11 |



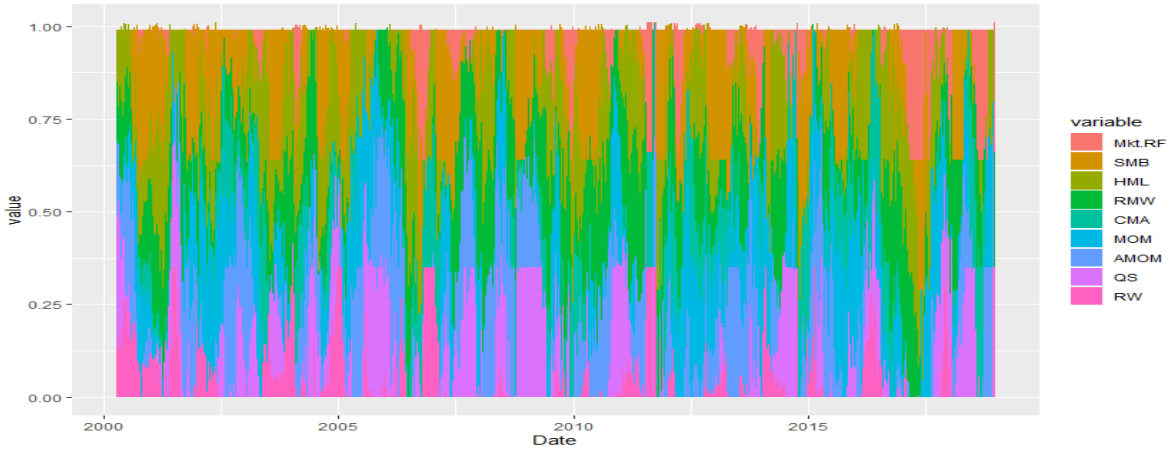

Figur C.5: $MA_{UB66}$ Forløb




Figur C.6: $MA_{UB66}$ Vægte



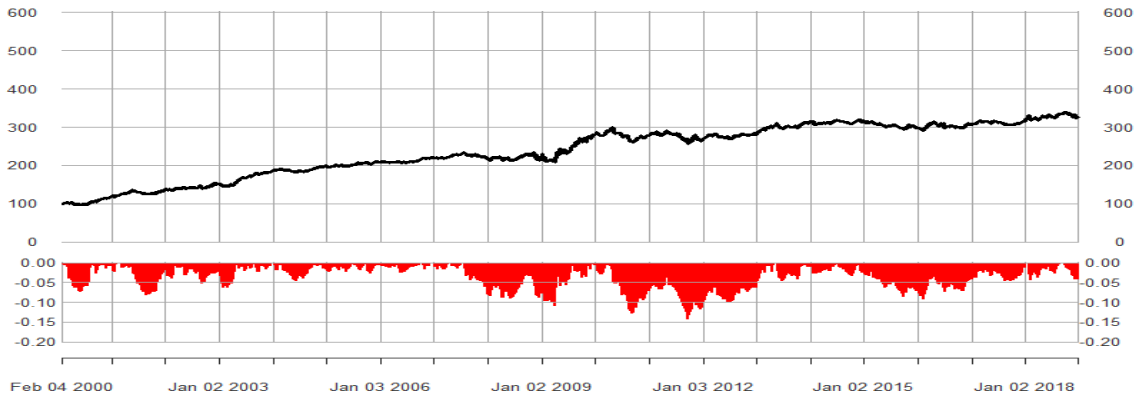

Figur C.7: $MSR_{UB66}$ Forløb



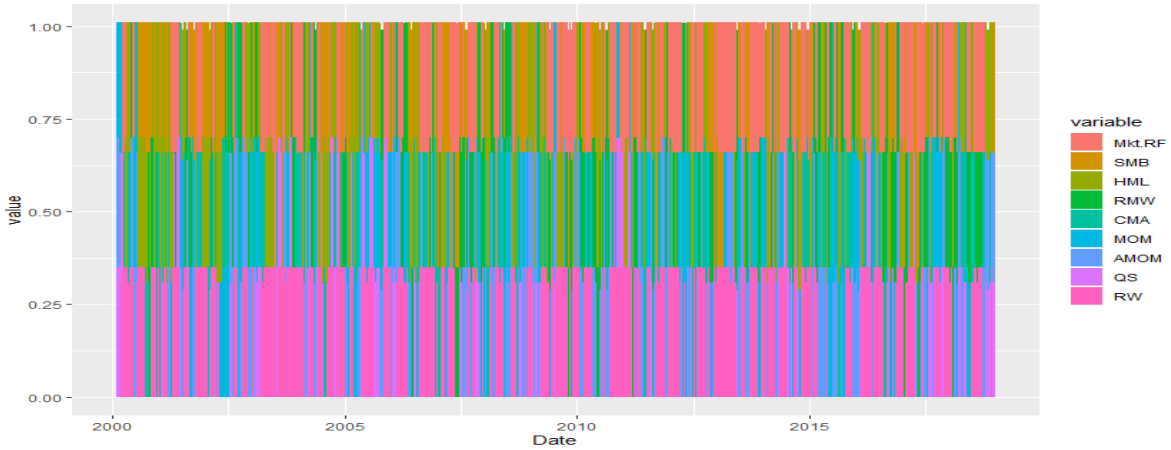

Figur C.8: $\text{MSR}_{UB66}$ Vægte

Tabel C.3: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Ubegrænsede) 22 dage

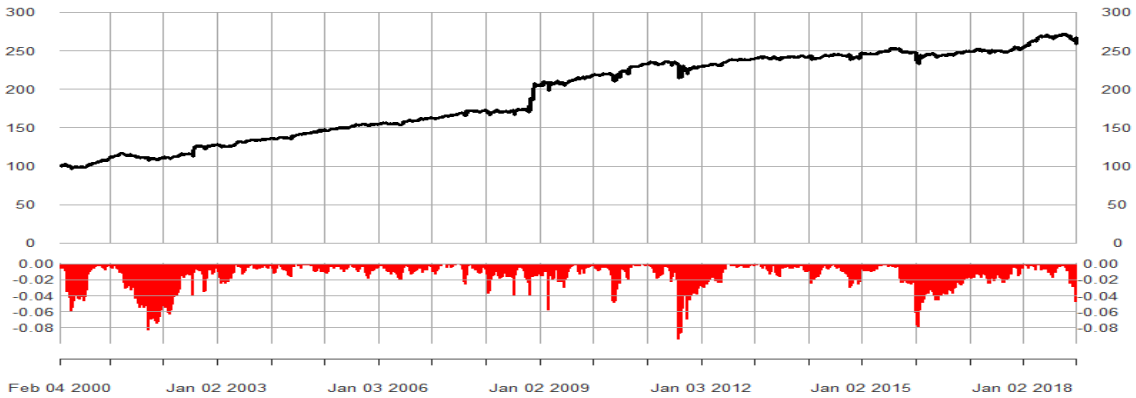
| Præstations- og risikomål | $\text{MA}_{UB22}$ | $\text{MSR}_{UB22}$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 6.43 | 5.35 |
| Årlig volatilitet (%) | 7.80 | 6.21 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 0.82 | 0.86 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 338.90 | 271.67 |
| Markedsbeta | 0.22 | 0.14 |
| Max drawdown (%) | 14.28 | 9.50 |
| Skewness | -0.50 | 0.13 |
| Kurtosis | 8.62 | 4.11 |
| Årlig VaR (%) | -12.43 | -4.21 |
| Årlig ES (%) | -25.37 | -7.33 |



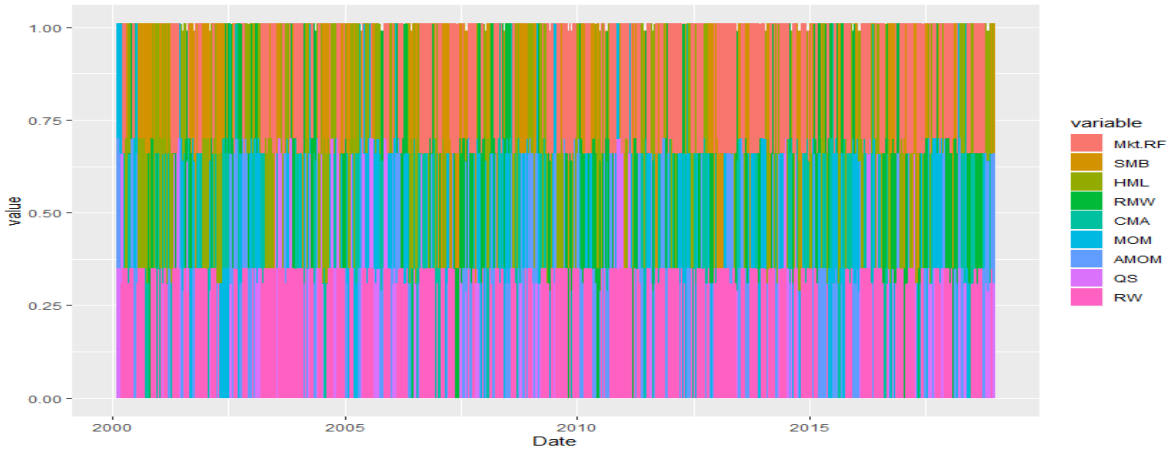

Figur C.9: $\text{MA}_{UB22}$ Forløb




Figur C.10: $\text{MA}_{UB22}$ Vægte



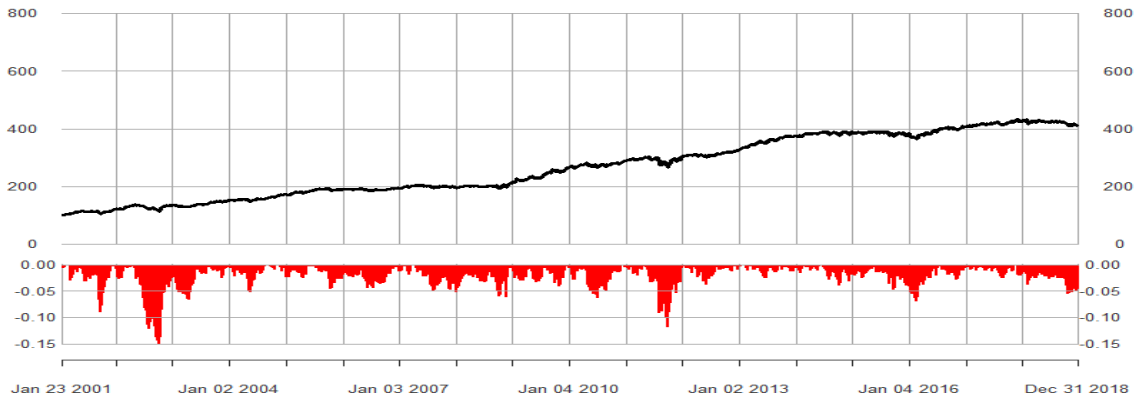

Figur C.11: $\text{MSR}_{UB22}$ Forløb



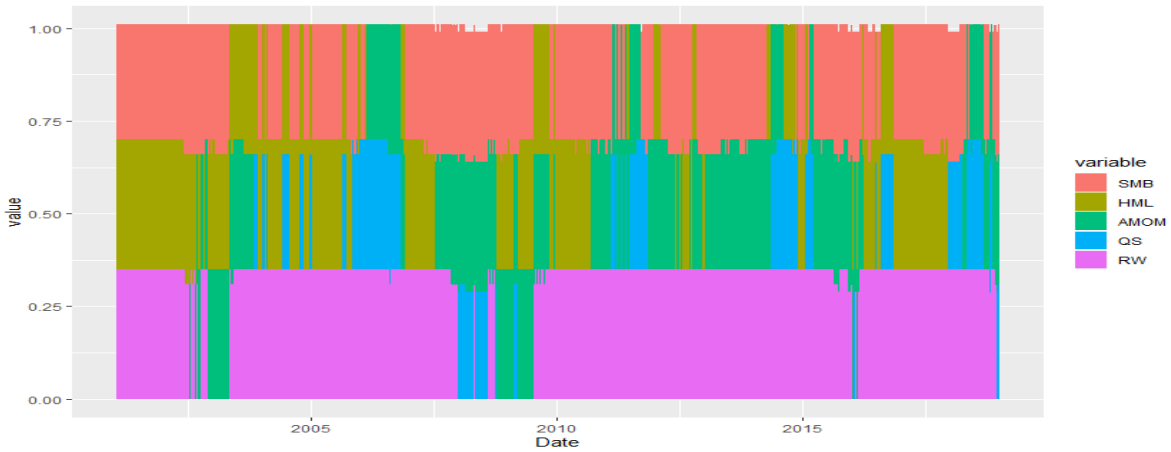

Figur C.12: $\text{MSR}_{UB22}$ Vægte

Tabel C.4: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Begrænsede) 265 dage

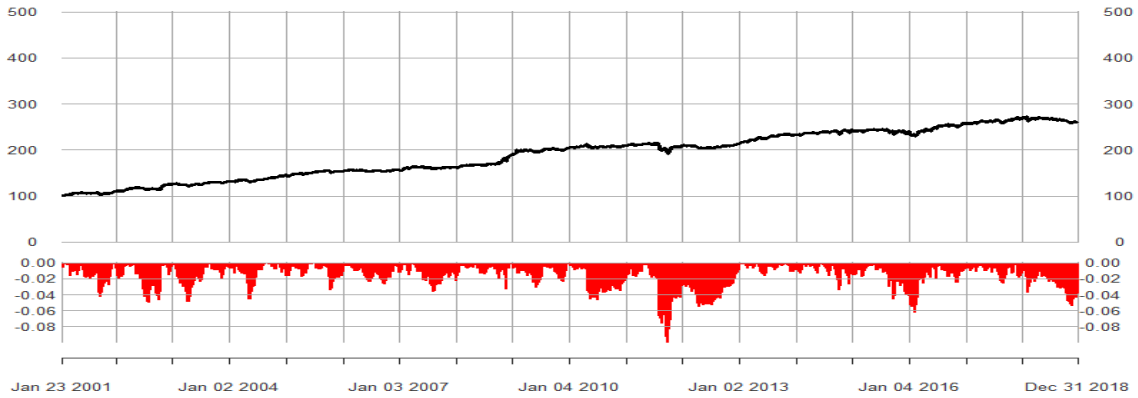
| Præstations- og risikomål | $MA_{B265}$ | $MSR_{B265}$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 8.24 | 5.53 |
| Årlig volatilitet (%) | 7.39 | 4.95 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 1.12 | 1.12 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 432.73 | 272.77 |
| Markedsbeta | 0.28 | 0.13 |
| Max drawdown (%) | 17.20 | 11.14 |
| Skewness | -0.01 | -0.01 |
| Kurtosis | 3.80 | 5.26 |
| Årlig VaR (%) | -11.37 | -7.46 |
| Årlig ES (%) | -17.60 | -11.78 |




Figur C.13: $MA_{B265}$ Forløb




Figur C.14: $MA_{B265}$ Vægte

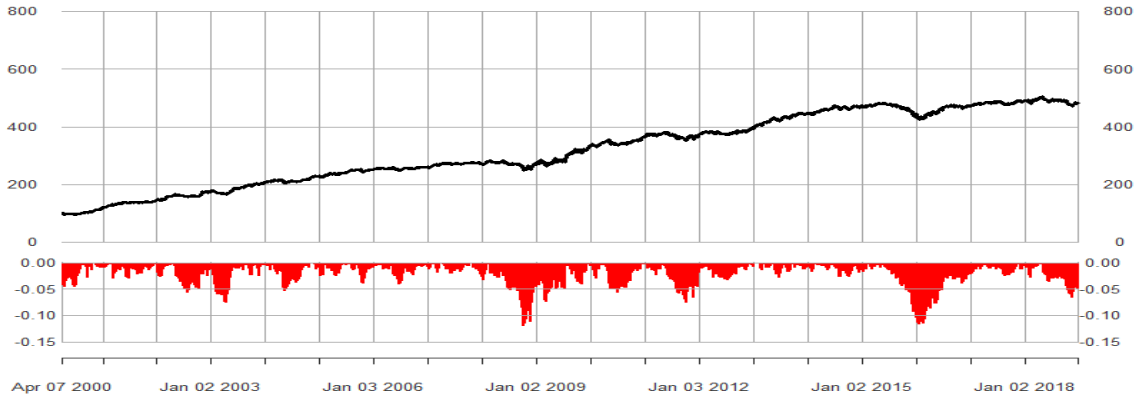



Figur C.15: $\text{MSR}_{B265}$ Forløb

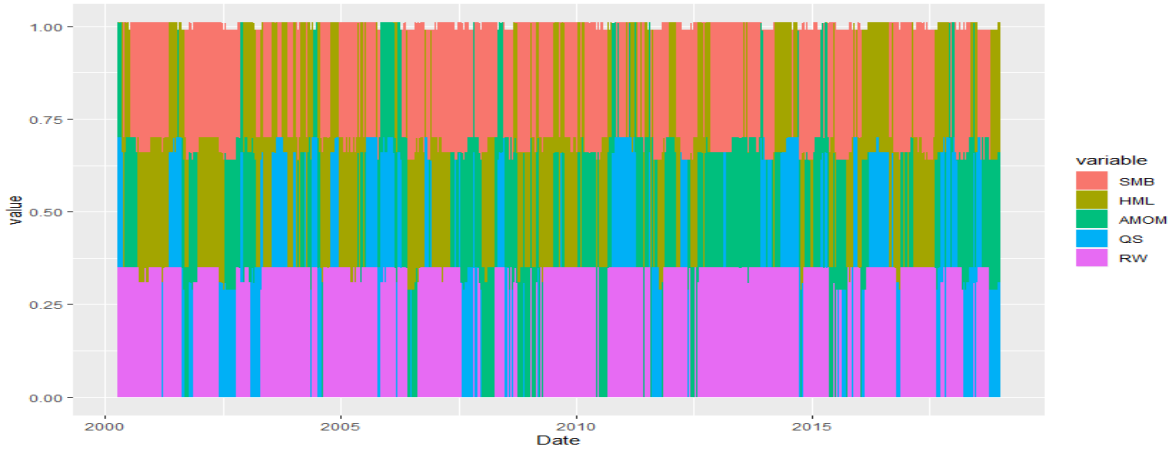
Figur C.16: $\text{MSR}_{B265}$ Vægte

Tabel C.5: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Begrænsede) 66 dage

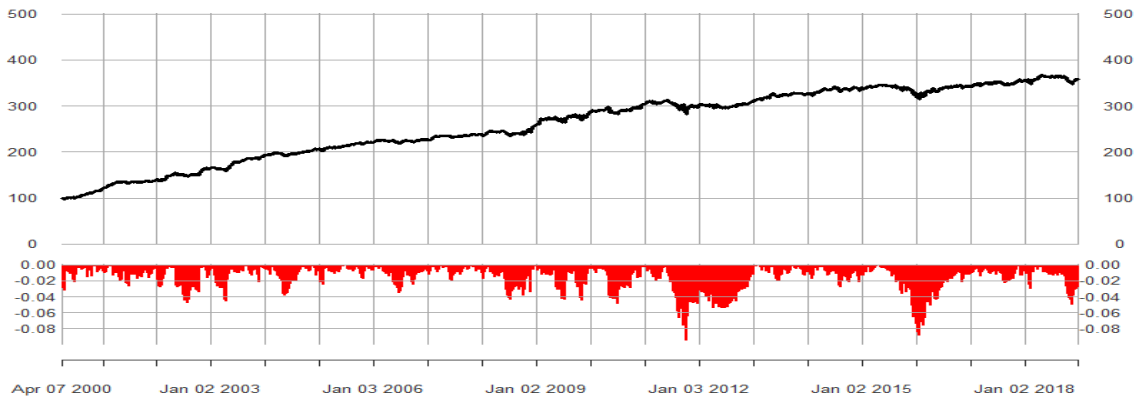
| Præstations- og risikomål | $\text{MA}_{B66}$ | $\text{MSR}_{B66}$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 8.75 | 7.03 |
| Årlig volatilitet (%) | 6.93 | 5.33 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 1.26 | 1.32 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 504.59 | 366.69 |
| Markedsbeta | 0.21 | 0.12 |
| Max drawdown (%) | 12.07 | 9.51 |
| Skewness | -0.17 | 0.13 |
| Kurtosis | 4.02 | 4.70 |
| Årlig VaR (%) | -10.89 | -7.81 |
| Årlig ES (%) | -18.08 | -11.39 |




Figur C.17: $MA_{B66}$ Forløb




Figur C.18: $MA_{B66}$ Vægte

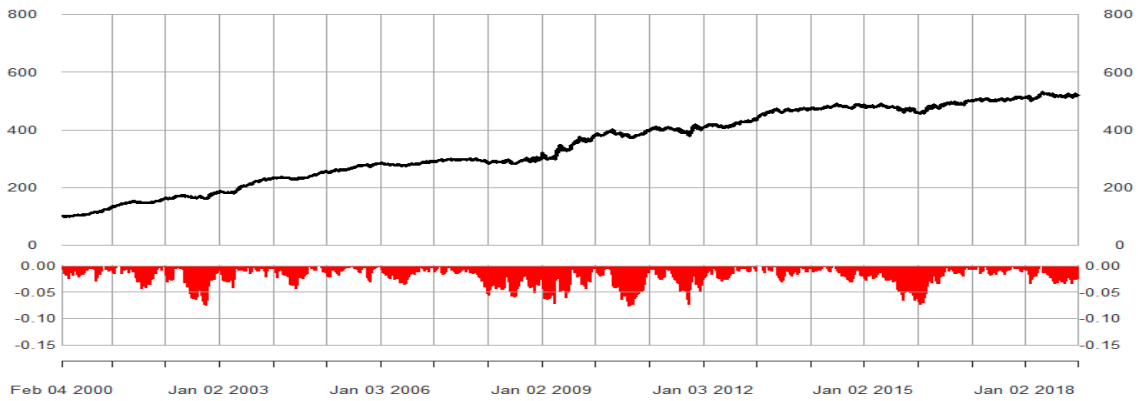



Figur C.19: $MSR_{B66}$ Forløb

Figur C.20: $MSR_{B66}$ Vægte

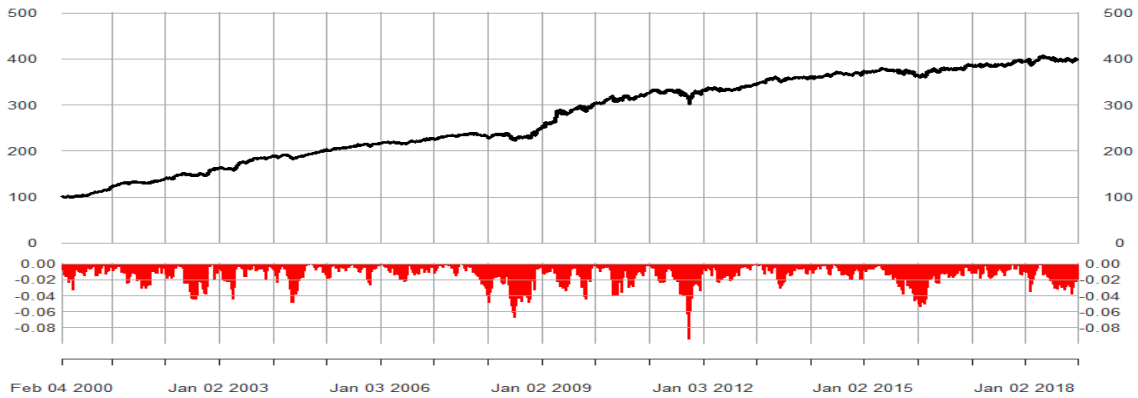
Tabel C.6: Præstations- og risikomål: Dynamiske Faktorporteføljer (Begrænsede) 22 dage

| Præstations- og risikomål | $MA_{B22}$ | $MSR_{B22}$ |
|---|---|---|
| Årligt afkast (%) | 9.10 | 7.61 |
| Årlig volatilitet (%) | 6.93 | 5.52 |
| Årlig Sharpe-Ratio | 1.31 | 1.38 |
| Porteføljeværdi slut 2018 | 531.25 | 407.76 |
| Markedsbeta | 0.19 | 0.12 |
| Max drawdown (%) | 7.74 | 9.53 |
| Skewness | 0.02 | 0.39 |
| Kurtosis | 6.65 | 6.41 |
| Årlig VaR (%) | -10.12 | -7.46 |
| Årlig ES (%) | -15.45 | -8.35 |




Figur C.21: $MA_{B22}$ Forløb

Figur C.22: $MA_{B22}$ Vægte




Figur C.23: $MSR_{B22}$ Forløb

Figur C.24: $MSR_{B22}$ Vægte