

COPENHAGEN BUSINESS SCHOOL

CAND.MERC.(MAT.)

SPECIALE 2021

Betting Against Beta

... og den utilsigtede effekt af akademisk litteratur

Studerende

S110005 - Anders Michelsen

S110028 - Gustav Larsen

S103027 - Toke K. Larsen

Vejleder

Rolf Poulsen

Antal sider uden bilag: 90

Afleveringsdato:

17. maj 2021

Abstract

The main purpose of this master thesis is to conduct an analysis on how the magnitude of the Betting Against Beta (BAB) factor has changed over time mainly measured on the market, size, value, and momentum effects. The analysis is formed on the basis of a derivation and presentation of the Betting Against Beta model where proposition 1, 2 and 3 are all reviewed and proved. To conduct our analysis we utilize data from professor Kenneth R. French's [website](#), and reconstruct the BAB factor. The data consists of industry portfolios instead of individual assets. Therefore, in our reconstruction process we evaluate parameter values and adjust accordingly.

Empirically we find that high-beta portfolios have a lower alpha and Sharpe ratio than low-beta portfolios. Furthermore, we find that the empirical security market line is flatter than assumed in the Capital Asset Pricing Model (CAPM) theory by William F. Sharpe (1964). These empirical findings are consistent with the results found by Frazzini and Pedersen (2013). In addition, we show how this deviation from standard CAPM theory can be captured using the BAB factor.

We find evidence for a significant positive change to the BAB factor after the publication of the three-factor model by Fama and French (1993). This change could also be attributed to a delay in the widespread application of the CAPM. The publication of Sharpe's CAPM article and Betting Against Beta by Frazzini and Pedersen (2013) had no immediate statistically significant impact on the BAB factor. However, we observe trends that are in line with our hypotheses.

Indhold

1	Introduktion	6
1.1	Specialets fokus	8
1.2	Metode	9
1.3	Afgrænsning	9
1.4	Specialets opbygning	10
2	Grundlæggende teori	11
2.1	Statistik	11
2.1.1	T-test	11
2.1.2	Backtesting	12
2.2	Capital Asset Pricing Model	13
3	Betting Against Beta	16
3.1	Teori	16
3.1.1	Konstruktion af BAB-faktoren	18
3.1.2	Model	19
3.1.3	Proposition 1	22
3.1.4	Bevis Proposition 1	22
3.1.5	Proposition 2	24
3.1.6	Bevis Proposition 2	25
3.1.7	Proposition 3	26
3.1.8	Bevis Proposition 3	26
3.2	Genskabelse af resultater i BAB	29
3.2.1	Resultater i BAB	29
3.2.2	Introduktion til data	30
3.2.3	Markedsafkast og Fama French tre-faktorer	30
3.2.4	Estimering af ex ante beta	32
3.2.5	Konstruktion af Betting Against Beta faktoren	33
3.2.6	10 porteføljer sorteret efter beta-værdier	34
3.2.7	Genskabelse	35
3.2.8	Vurdering af genskabelse	38

3.3	Andre fremgangsmåder	39
3.3.1	Simpel eller kompliceret beta-estimering?	39
3.3.2	w , w_t eller w_t^s	42
3.3.3	β^{XS}	49
3.3.4	Værdivægtet eller ligevægtet	50
3.3.5	Endeligt valg af parametre	54
3.4	TED spread	55
3.4.1	Resultater af TED spread	57
3.4.2	Ny proxy for finansieringsbetingelser	60
4	Betting Against Alpha	63
4.1	Introduktion	63
4.2	Data	64
4.3	Konstruktionen af BAA-strategien	64
4.4	Kontrol-modeller	66
4.5	Horensteins resultater	68
4.6	Genskabelse	71
5	Betting Against Beta over tid	72
5.1	Præ vs Post CAPM (1964)	72
5.2	Præ vs Post smart beta æraen (1993)	79
5.3	Præ vs Post udgivelsen af Betting Against Beta artiklen (2013)	84
6	Diskussion	87
7	Konklusion	90
	Litteraturliste	91
8	Bilag	94

Figurer

1.0.1 Kumuleret afkast for BAB	7
2.2.1 Capital Market Line	14
2.2.2 Security Market Line	15
3.1.1 Security Market Line teoretisk og empirisk	17
3.1.2 Grafisk illustrering af bevis for proposition 1 (iii)	24
3.2.1 CAPM alfa for P1-P10 og BAB	37
3.2.2 Kumulative afkast for P1, P5, P10 og markedet	38
3.3.1 Security market line for simpel og kompliceret konstruktion af beta	40
3.3.2 w^t	43
3.3.3 w_t , β^H og β^L	46
3.3.4 Security market line for forskellige afkastvægtninger	52
3.4.1 TED spread	57
4.3.1 Betting Against Alpha vægte	65
4.5.1 Kumulative abnormale afkast for lav- og høj-alfa porteføljerne	69
5.1.1 Alfa-værdier i perioden præ CAPM	74
5.1.2 Alfa-værdier i perioden post CAPM	75
5.1.3 Forskellen i merafkast præ og post CAPM. Under hver søjle ses t-værdien for at forskellene i merafkastet er forskellige mellem præ CAPM og post CAPM.	76
5.1.4 Forskellen på SML præ og post introduktionen af CAPM	76
5.2.1 Årlige citeringer af Sharpes artikel CAPM	80
5.2.2 Forskellen på SML præ og post introduktionen af smart beta	81
5.2.3 AQR og vores kumulerede BAB-afkast	83
8.3.1 w_t for ligevægtet industriafkast med ligevægtet markedsafkast	96
8.3.2 w_t for værdivægtet industriafkast med værdivægtet markedsafkast	96
8.6.1 Mailkorrespondance med Alex R. Horenstein	101
8.7.1 KPSS test for stationaritet af w_t	101
8.7.2 Ljung-Box test for serie korrelation i w_t	101

Tabeller

3.2.1 Resultater fra BAB-artiklen	29
3.2.2 Første genskabelse med parametre fra BAB-artiklen	36
3.3.1 Genskabelse - simpel metode	41
3.3.2 Resultater for $w = 0,91$	45
3.3.3 Resultater for w_t	47
3.3.4 Resultater for w_t^s	48
3.3.5 Resultater for w_t med β_t^{XS}	49
3.3.6 Ligevægtede og værdivægtede oversigt	51
3.3.7 Ligevægtede industriafkast med ligevægtede markedsafkast	53
3.3.8 Værdivægtede industriafkast med værdivægtede markedsafkast	54
3.4.1 Regressionsresultater fra $w = 0,6$	58
3.4.2 Regressionsresultater fra w_t	58
3.4.3 Regressionsresultater fra (Frazzini and Pedersen, 2013)	59
3.4.4 Betting Against Beta regression på MD	61
3.4.5 Dekomponering af Betting Against Beta faktoren	62
4.5.1 Resultater fra Betting Against Alpha	70
5.1.1 Porteføljerne P1-P10 for perioden præ CAPM	73
5.1.2 Porteføljerne P1-P10 for perioden post CAPM	74
5.1.3 Betting Against Beta præstation før og efter CAPM	78
5.1.4 AQR Betting Against Beta præstation før og efter CAPM	79
5.2.1 Betting Against Beta præstation før og efter smart beta	82
5.3.1 Betting Against Beta præstation før og efter BAB	85
3.3.3 Resultater for genskabelse med ændring i parametreværdier	87
8.2.1 Beta estimater for de forskellige modeller	94
8.4.1 Ligevægtet vs værdivægtet industriafkast	98
8.5.1 Realiserede alfa-sorterede porteføljer præ CAPM	99
8.5.2 Realiserede alfa-sorterede porteføljer post CAPM	99

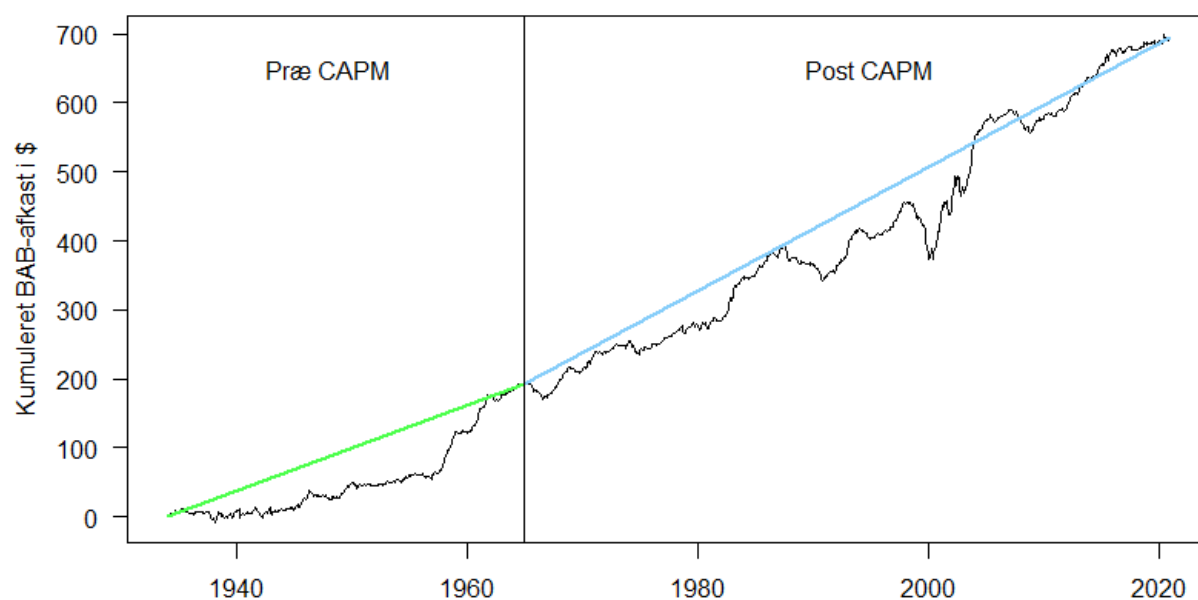
1 Introduktion

Sammenhængen mellem risiko og forventet afkast er et af hovedemnerne inden for finansiering, hvis fortolkning er af stor betydning for investeringsadfærd, virksomhedsfinansiering og markedseffektivitet. Derfor har målingen af risikoen af finansielle aktiver samt approksimeringen af deres forventede afkast været en af de vigtigste prioriteter for porteføljeformidlere. I 1960'erne kom den måske mest indflydelsesrige model indenfor investeringsteori, Capital Asset Pricing Modellen (CAPM), til verdenen. Modellen blev udviklet i et samarbejde mellem Sharpe (1964), Lintner (1965) og Mossin (1966), og har været med til at danne fundamentet for moderne porteføljeteori. Modellen gav en klar distinktion mellem systematisk og idiosynkratisk risiko. Dertil blev det vigtige effektivitetsmål for porteføljeevaluering *alfa* introduceret (Jensen, 1968). Modellen medførte flere nye tilgange til, hvordan benchmarkede porteføljeformidlere burde investere for at maksimere deres forventede afkast. Effektivitetsmålet alfa giver incitament til at undgå aktiver med negativt CAPM alfa, mens finansielle institutioner med finansierings- eller marginbegrænsninger har incitament til at investere i høj-beta aktiver, for at generere høje forventede afkast på trods af deres begrænsninger.

Ovenstående tendenser kan ikke desto mindre medføre anomalier. Disse anomalier kan tage form som en undervurdering af værdien af lav-alfa samt lav-beta aktiver i CAPM. Anomalierne har selvfølgelig medført spørgsmålet: Hvordan kan en ubegrænset investor udnytte disse afvigelser? Hvordan kan man *bette imod beta*? Og hvem kunne sådan en investor være? I *Betting Against Beta* (Frazzini and Pedersen, 2013) ses der på, hvordan en ubegrænset investor kan gå lang i lav-beta aktiver og kort i høj-beta aktiver. Her er lav-beta aktiverne gearet op til et beta på én, mens høj-beta aktiverne er gearet ned til én. Dette resulterer i en beta-neutral og dermed markedsneutral portefølje, som kan vises at generere signifikante ikke-negative risikojusterede forventede merafkast. Derudover prædikteres det, at en stramning af finansieringsbegrænsningerne vil medføre et samtidigt fald i afkastet for faktoren men øge dens fremtidige forventede afkast.

I *The Unintended Impact of Academic Research on Asset Returns: The Capital Asset Pricing Model Alpha* (Horenstein, 2020) sorteres amerikanske aktier efter deres realiserede alfa, hvor det da vises, at aktiver med lavt alfa har højere ex post gennemsnitlige afkast og Sharpe ratios end høj-alfa aktiverne. Derudover genererer porteføljer indeholdende realiseret lav-alfa aktiver fremtidige positive og statistisk signifikante alfaer. Der er her tale om en Betting Against Alpha strategi, der ligesom Betting Against Beta faktoren genererer ikke-negative forventede merafkast. Interessant nok var der ikke nogen forskel mellem høj- og lav-alfa aktiverne før udviklingen af CAPM. Lav-alfa aktiverne begyndte nemlig først at outperforme høj-alfa aktiverne efter CAPM-artiklen blev publiceret.

At Betting Against Alpha strategien har vist sig ikke at være et gennemgribende koncept for hele perioden, rejser selvfølgelig interessante spørgsmål. Kan lignende resultater findes for Betting Against Beta faktoren? Hvad har faktorens afkast været over de forskellige perioder? Kan Betting Against Beta faktoren forklares af markeds-, størrelses-, værdi- og momentumeffekterne? Figur 1.0.1 illustrerer, at Betting Against Beta faktoren potentielt kan have ændret sig over tid. Antyder dette, at Betting Against Beta faktoren er en anomali, eller skyldes den friktioner i markedet?



Figur 1.0.1: Kumulativt Betting Against Beta afkast for månedligt \$100 bet i perioden før og efter CAPMs introduktion.

1.1 Specialets fokus

Vi ønsker at undersøge, hvordan Betting Against Beta (BAB) faktoren er blevet påvirket af store akademiske udgivelser, mere specifikt CAPM (Sharpe, 1964), 3-faktor modellen (Fama and French, 1993) og BAB selv (Frazzini and Pedersen, 2013). Dette gøres med inspiration fra artiklen *The Unintended Impact of Academic Research on Asset Returns: The Capital Asset Pricing Model Alpha* (Horenstein, 2020). Horenstein finder evidens for, at der er sket en ændring af strategien Betting Against Alpha efter udgivelsen af CAPM. Vi vil derfor benytte en lignende fremgangsmåde til at undersøge vores hypoteser om, at førnævnte udgivelser vil påvirke BAB-afkastet. For at kunne undersøge dette genskaber vi BAB-faktoren ud fra industri- og markedsdata fra [Kenneth French](#). Vi vil yderligere undersøge nogle parametre samt valg af afkast-vægtning, som BAB-artiklen ikke går i dybden med. For at gøre dette, vil vi i starten af specialet gennemgå relevant teori om Betting Against Beta, CAPM og statistiske tests. Derudover vil vi bevise og eftervise proposition 1-3 i BAB-artiklen.

1.2 Metode

De anvendte empiriske data i dette speciale stammer fra to velkendte økonomiske databaser inden for litteraturen. Vi er af den overbevisning, at den anvendte empiriske dataanalyse kombineret med de grundlæggende antagelser og begrænsninger kan skabe et fundament for en pålidelig og troværdig analyse og en dertilhørende konklusion. Dette speciale er baseret på flere klassiske investeringsstrategier og faktorer, hvor forskellige analyser af empiriske data er blevet testet med inspiration fra tidligere forskning. Ved at anvende dette bruger specialet en deduktiv tilgang, hvor specialets primære fokus besvares ved anvendelse af generel teori samt statistisk analyse.

1.3 Afgrænsning

I dette speciale er vi begrænset af forskellige aspekter, hvorfor vores data- og modelvalg skal ses som et solidt fundament for pålidelige konklusioner, og ikke som endelige uomtvistelige resultater. Vi benytter Kenneth Frenchs datasæt fra 1926 til 2020, der består af 49 amerikanske industrier, markedsafkast og faktorer. Kenneth French er en anerkendt professor, og derfor formodes pålideligheden af data at være høj. Dette valg af industriporteføljer på det amerikanske marked i denne tidsperiode begrænser vores analyse, da vi derved ikke kan sige, om vi kan finde lignende resultater i andre aktivklasser, markeder eller tidsperioder. Vi vil implementere en long-short strategi, som er konsistent med Frazzini og Pedersen (2013) og Horenstein (2020), hvormed vi gør os samme antagelser omkring muligheden for at gå kort, som der bliver gjort i disse artikler.

Vi antager, at ekstrapolering er muligt, men samtidig skal det bemærkes, at tidligere præstationer ikke nødvendigvis indikerer lignende fremtidige præstationer. Derudover laves der antagelser i CAPM, hvor nogle af disse antagelser er: rationelle risikoaverse investorer, perfekt delelige aktiver, ingen transaktionsomkostninger, intet bid-ask spread, investorer er pristager, ens ind- og udlånsrente og perfekt information. Disse antagelser er sandsynligvis ikke helt realistiske i det virkelige marked, men nødvendige for at kunne benytte teorien. Vi begrænser også omfanget af dette speciale, da vi ikke undersøger ændringer i samtlige parametre i BAB-modellen, men afgrænser os til få parametre. Yderligere begrænser vi os også til kun at beskæftige os med proposition 1-3, hvormed proposition 4 og 5 udelades.

I forlængelse af ovenstående skal det siges, at vi er fuldt ud klar over, at resultaterne i dette speciale som sagt ikke er gældende for alle situationer. Vi anbefaler derfor ikke at implementere de strategier, der præsenteres i specialet, uden først at overveje ovenstående begrænsninger.

1.4 Specialets opbygning

Dette speciale er opbygget på følgende måde. **Sektion 2** giver en kort teoretisk redegørelse for statistiske begreber og CAPM. **Sektion 3** præsenterer først konstruktionen af BAB-faktoren og modellen for denne. Dernæst gennemgås proposition 1-3 samt deres beviser. Herefter forsøges resultaterne i Frazzini og Pedersen (2013) genskabt, hvor vores empiriske data introduceres, hvilket bliver efterfulgt af alternative fremgangsmetoder. Afslutningsvist gennemgås sammenhængen mellem TED spreadet og proposition 3. I **sektion 4** gives et overblik over Betting Against Alpha og resultaterne fra Horenstein (2020) forsøges genskabt. I **sektion 5** anvendes Horensteins fremgangsmetode til at undersøge BAB-faktoren for forskellige tidsperioder. **Sektion 6** giver en diskussion af de fundne resultater og præsenterer fremtidig relateret forskning, der kan være af særlig interesse at undersøge. **Sektion 7** konkluderer på specialets resultater.

2 Grundlæggende teori

For at kunne tolke på vores resultater senere i specialet vil vi kort opsummere de statistiske tests, vi kommer til at benytte os af. Vi vil også kort præsentere den grundlæggende teori bag BAB, hvilket er CAPM. Anden forudgående statistisk og finansiel viden antager vi, at læser er bekendt med.

2.1 Statistik

2.1.1 T-test

I dette speciale har vi daglige og månedlige afkast til rådighed, og vi vil på baggrund af disse udføre statistiske tests for at afgøre, hvorvidt resultaterne er pålidelige og statistiks signifikante, eller om de kan tilskrives tilfældigheder og støj. Den t-test, som vi anvender i dette speciale, er en statistisk hypotesetest, hvor teststatistikken følger en Gaussisk fordeling under nulhypotesen. Vi er hovedsageligt interesseret i at afvise, at vores portefølgers merafkast samt deres abnormale afkast for de forskellige modeller ikke er forskellige fra nul.

Teststatistikken for en one-sample t-test er betegnet T , og denne beregnes ved hjælp af følgende formel:

$$T = \frac{\bar{Y} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \quad (2.1.1)$$

Hvor $\bar{Y}$ er populationens middelværdi, μ_0 er *testværdien*, som er den foreslåede konstant for populationsgennemsnittet (ofte nul), S er populationens standardafvigelse, n er populationens størrelse og $S/\sqrt{n}$ er den estimerede standardafvigelse. Den beregnede t-værdi sammenlignes derefter med den kritiske t-værdi fra t-distributionstabellen med antal frihedsgrader $df = n - 1$ og for det valgte konfidensniveau.

I dette speciale skelner vi mellem statistisk signifikant og insignifikant på et 5% signifikansniveau svarende til, at en t-statistik er signifikant, hvis dens værdi ligger udenfor intervallet $[-1,96; 1,96]$. Det skal dermed forstås, at hvis et tal rapporteres som værende statistisk signifikant, betyder det, at det med minimum 95% sandsynlighed er statistisk forskelligt fra nul.

Vi vil senere også gøre brug af t-test for parameterverdier. Dette gøres, når vi er interesseret i at undersøge forskellen mellem de estimerede parametre for lineære modeller for forskellige perioder. Mere konkret gøres dette ved at faktorisere perioderne og derefter udføre en t-test på de faktorerede parameterestimer (Wackerly et al., 2007, Kap. 10.8).

2.1.2 Backtesting

Resultaterne i dette speciale skabes ved hjælp af backtesting. Backtesting er et af hovedelementerne i både udviklingen og testen af en effektiv investeringsstrategi. En god backtest opnås ved at opstille regler for investeringsstrategien og derefter rekonstruere og simulere denne med brug af historiske data. Simuleringen og rekonstruktionen kræver detaljerede historiske data, hvilket kan være en begrænsning. En anden begrænsning er manglende evne til at modellere strategier, der vil påvirke historiske priser. Resultatet fra backtesten udformer sig i statistikker, der kan bruges til at måle effektiviteten af den givne strategi og signifikansen af dens resultater. Den underliggende teori og tankegang bag backtesting er, at enhver strategi, der fungerede godt tidligere, sandsynligvis vil fungere godt i fremtiden, og omvendt vil enhver strategi, der fungerede dårligt tidligere, sandsynligvis fungere dårligt i fremtiden. Dette opsummeres bedst af følgenede citat:

“History Doesn’t Repeat Itself, But It Often Rhymes” – Mark Twain

Det skal her nævnes, at backtesting ikke er en eksakt videnskab, og at valget af startdatoen for de forskellige perioder vil påvirke strategiernes præstation. Backtesting er ikke altid den mest nøjagtige måde at måle effektiviteten af en given strategi. Nogle gange klarer strategier, der klarede sig godt tidligere, sig ikke godt i nutiden. Resultater for en strategi på tidligere historisk data er ikke nødvendigvis ensbetydende med, at lignende resultater bør forventes i fremtiden.

Backtesting kan undertiden føre til *overoptimering*. Med dette menes der, at modellen kan blive justeret så meget i forhold til dens præstationsresultater på de historiske data, at den ikke længere er god til at prædiktere fremtiden. For at undgå dette er det generelt en god idé at de implementerede regler, vægte og strategier skal være generelt gældende for hele tidsperioden, og at disse ikke optimeres i sådan et omfang, at de ikke længere er forståelige uden den specifikke data og dertilhørende kontekst.

2.2 Capital Asset Pricing Model

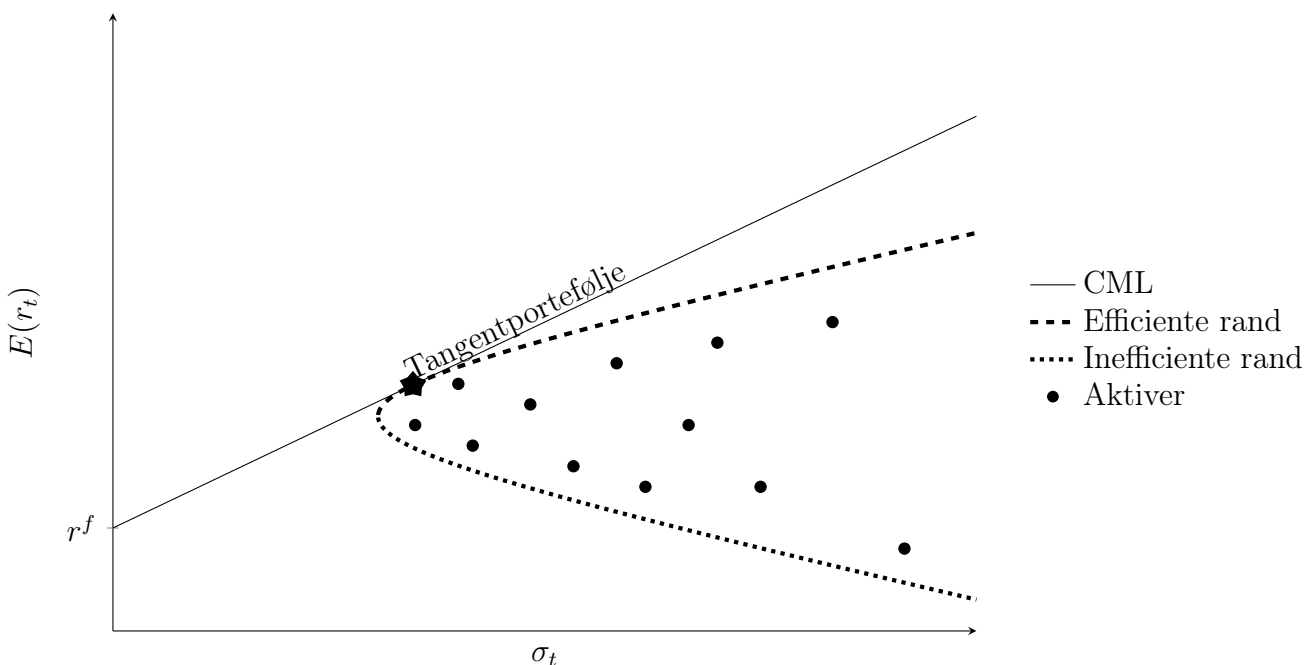
CAPM anses af mange som værende en af grundstenene i moderne porteføljeteori. Vi betragter denne models bagvedliggende teori som værende kendt, og vil derfor i dette afsnit kort gennemgå hovedpointerne i CAPM. I modellen gøres følgende antagelser om investorene:

- Sigter efter at maksimere deres økonomiske nytte
- Er rationelle og risikoaverse
- Er pristagere, dvs. de kan ikke påvirke priserne
- Kan låne ubegrænsede beløb under den risikofrie rente
- Handler uden transaktions- eller skatteomkostninger
- Handler med værdipapirer, der alle er perfekt delelige
- Antager, at alle oplysninger er tilgængelige på samme tid for alle investorer

CAPM er udgivet af William F. Sharpe (1964). Teorien gør, at man kan sammenligne et aktivs forventede afkast med risikoen involveret ved dette aktiv. Selvfølgelig vil en rationel investor ønske højt forventet afkast og lav standardafvigelse for dette afkast, hvilket kommer fra porteføljeteori præsenteret i (Markowitz, 1959). Sharpe indførte så den såkaldte Sharpe ratio, der er givet ved:

$$SR = \frac{E[r^s] - r^f}{\sigma^s} = \frac{E[r^{s,e}]}{\sigma^s} \quad (2.2.1)$$

Hvor r^s er afkastgraden for aktiv s, r^f er den risikofrie rente, og dermed er $E[r^{s,e}]$ det forventede merafkast. En rationel investor vil have så høj Sharpe ratio som muligt, hvilket kan illustreres ved, at investoren vil ligge på linjen gennem den risikofrie rente, der tangerer de opnåelige porteføljer udspændt mellem den efficiente og inefficente rand. Denne linje kaldes Capital Market Line (CML). CML tangerer den efficiente rand i tangentporteføljen. I CAPM er tangentporteføljen det samme som markedsporteføljen. Markesporteføljen består af alle aktiver i markedet, hvor de er blevet værdivægtet. Alt dette er illustreret i figur 2.2.1.



Figur 2.2.1: Capital Market Line

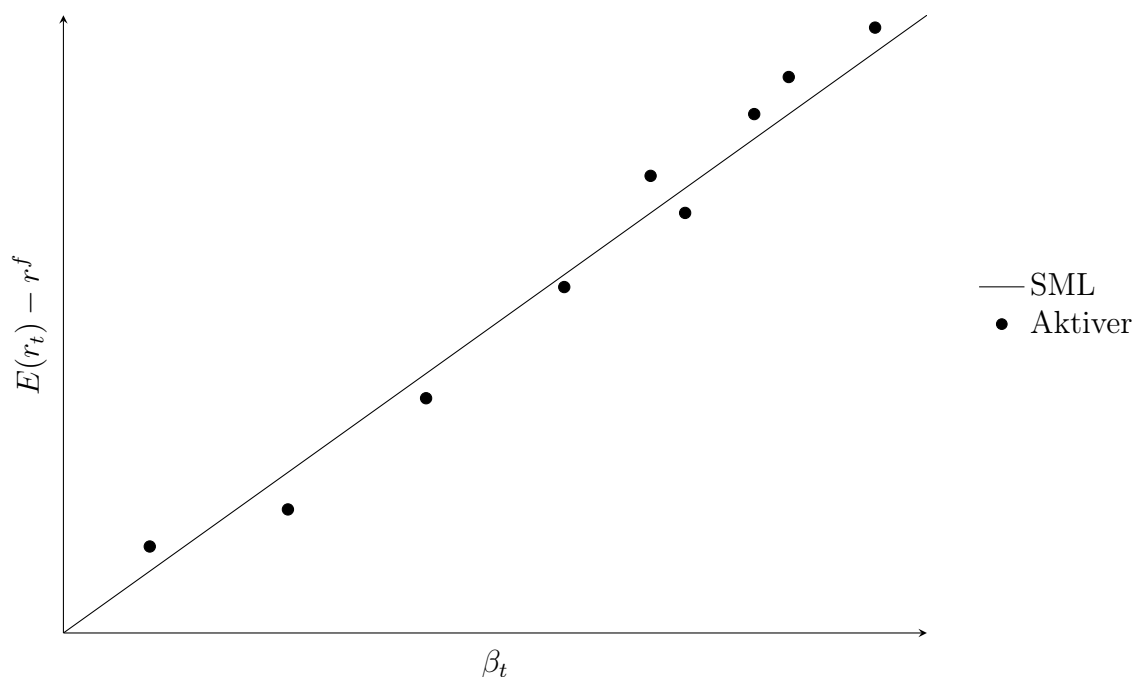
CAPM deler risikoen for et aktiv op i to led: idiosynkratisk risiko og systematisk risiko. Ifølge teorien bliver man kun kompenseret for systematisk risiko, altså hvor meget man følger markedsporteføljen. Den systematiske risiko udtrykkes i CAPM ved beta, som er givet ved formelen:

$$\beta_t^s = \frac{Cov_t(r_{t+1}^{s,e}, r_{t+1}^{M,e})}{Var_t(r_{t+1}^{M,e})} \quad (2.2.2)$$

Hvor $r^{M,e}$ er merafkastgraden for markedsporteføljen, som her også er tangentporteføljen. Vi har altså, at merafkastet for aktiv s ($r_t^{s,e}$) er givet ved:

$$r_t^{s,e} = \alpha + \beta r_t^{M,e} + \varepsilon_t \quad (2.2.3)$$

Hvor ε er den idiosynkratiske risiko. Så for et højere beta følger en højere risiko og derved også højere afkast, da man bliver kompenseret for at påtage sig systematisk risiko. Dette kan ses i figur 2.2.2.

**Figur 2.2.2:** Security Market Line

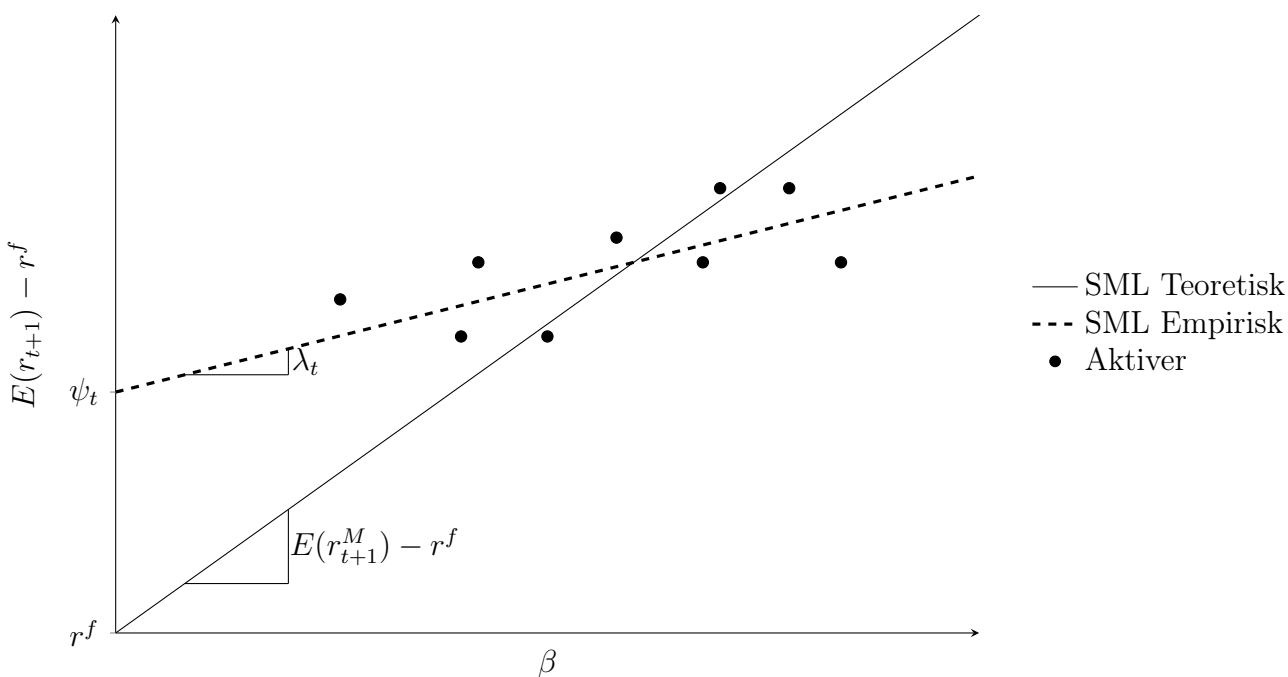
Her ses security market line (SML) for et perfekt marked, hvor den har en hældning på $E[r^M] - r^f$ og skærer anden-aksen i nul, hvilket i det perfekte marked svarer til den risikofrie rente r^f . Det spændende er, at empirisk har det vist sig ikke helt at være tilfældet. Empiriske undersøgelser har vist, at SML faktisk er fladere. Dette vil have betydningen, at høj-beta aktiver bliver overpriset, og lav-beta aktiver bliver underpriset. Grunden til dette er, at efterspørgslen for høj-beta aktiver er for høj sammenlignet med det afkast og risiko, der medfølger, og vice versa for lav-beta aktiver. Dette vil vi gå i dybden med i de følgende afsnit, omhandlende BAB. Da det er denne misprisning BAB faktoren udnytter.

3 Betting Against Beta

Efter at have gennemgået den forudgående teori i CAPM, er vi nu klar til at gennemgå teorien i Betting Against Beta. Vi vil her bevise proposition 1-3 og genskabe resultaterne fra BAB-artiklen. Dernæst vil vi undersøge nogle andre fremgangsmåder til BAB, som artiklen ikke går i dybden med. Til sidst vil vi forsøge at eftervise proposition 3 ved brug af TED spreadet.

3.1 Teori

Betting Against Beta er en faktor udviklet af Lasse Heje Pedersen og Andrea Frazzini (2013). Faktoren udnytter, at investorerne er begrænset af deres marginkrav. Denne begrænsning gør, at investorerne ikke kan geare deres portefølje ubegrænset. Dette resulterer i, at aktiver med høj beta og forventet højt afkast får øget efterspørgsel, da investorerne ellers ikke ville kunne opnå det forventede afkast, de ønsker. Denne forøgede efterspørgsel vil få høj-beta aktivernes pris til at stige. Modsat vil aktiver med lav beta blive mindre attraktive og derfor falde i pris, da der skal en højere gearing til for at få det ønskede forventede afkast. Dette har mange aktører ikke mulighed for, hvilket medfører, at hældningen på SML er fladere empirisk end teoretisk. Dette er intuitionen bag **proposition 1**. Grafisk er det illustreret i figur 3.1.1. Her ses, at skæringen med andenaksen er rykket op, så den skærer i ψ_t i stedet for r^f . ψ bliver introduceret senere i løsningen af problemet, men helt kort er det et udtryk for finansieringsstramheden. Derudover falder hældningen også med ψ_t , da den ændres fra $E[r_{t+1}^M] - r^f$ til $\lambda_t = E_t[r_{t+1}^M] - r^f - \psi_t$.



Figur 3.1.1: Security Market Line teoretisk og empirisk. Hældningskoefficienterne er ikke angivet med det klassiske 1-tal, da dette enten ville blive æstetisk utilfredsstillende eller forkert skaleret.

Det er værd at gøre sig overvejelser om, hvorfor at aktiver med et beta på nul har et højere krævet afkast end den risikofrie rente (r^f). Svaret til dette er, at de begrænsede investorer er nødt til at investere i mere risikofyldte aktiver (aktiver med højere beta), som har et højere forventet afkast. Samtidig vil de ubegrænsede investorer investere væsentlige andele af deres kapital i aktiver med et beta på nul, hvilket bør give dem en systematisk risiko på nul. Dette resulterer i en øget eksponering overfor aktiver med beta på nul, hvormed risikoen fra deres perspektiv ikke længere er idiosynkratisk grundet den øgede eksponering. På baggrund af dette stiger risikoen på deres porteføljer, og dermed må afkastet også stige i ligevægt, hvormed vi ender i scenariet, hvor aktiver med et beta på nul skal have højere forventet afkast end den risikofrie rente.

Ovenstående kan virke som om, at det er i modstrid med teorien, da aktiver med kovarians på nul til Tobins "tangentportefølje" (Tobin, 1958b), som holdes af en ubegrænset investor, kun giver et afkast ækvivalent med den risikofrie rente. Dette er dog ikke i modstrid med vores model, da vores tangentportefølje *ikke* er markedsporteføljen. Markedsporteføljen består af det vægtede gennemsnit af alle investorers porteføljer. Denne bliver da en kombination

af tangentporteføljen, som bliver holdt af de ubegrænsede investorer og mere risikofyldte porteføljer, som bliver holdt af de begrænsede investorer. I ligevægt ender vi altså med at have en markedsportefølje, som har højere risiko og forventet afkast end tangentporteføljen, men samtidig en lavere Sharpe ratio. Derudover medfører begrænsningerne en indikation om, at hældningen på SML er fladere. Dette er ensbetydende med, at investoren bliver kompenseret mindre for marginale stigninger i systematisk risiko. Hældningen er fladere, fordi de begrænsede investorer søger høje ugearede afkast, og de er derfor villige til at acceptere lavere men stadig positiv compensation for øget risiko.

3.1.1 Konstruktion af BAB-faktoren

Fra forrige afsnit og figur 3.1.1 så vi, at lav-beta aktiver er underpriset og høj-beta aktiver er overpriset. Denne fejl-prisning er grundlaget for konstruktionen af BAB-faktoren.

Faktoren er konstrueret ved at gå lang i lav-beta aktiver og kort i høj-beta aktiver. Ved at lade w^L være den relative porteføljevægt for en portefølje med lav-beta aktiver, vil afkastet for porteføljen med lav-beta aktiver være $r_{t+1}^L = r_{t+1}^\top w^L$, mens porteføljen for høj-beta aktiver har afkastet $r_{t+1}^H = r_{t+1}^\top w^H$. Vægtningen af lav-beta porteføljen og høj-beta porteføljen i den samlede BAB-portefølje er bestemt ved, at BAB-porteføljen skal være beta-neutral ($\beta_t = 0$). Lav-beta porteføljen skal altså geares til, at den har et beta på én. Det kan opnås med vægten $\frac{1}{\beta_t^L}$, hvor β_t^L er betaet for lav-beta porteføljen. Ligeledes geares høj-beta porteføljen til beta lig én. Vægten er her $-\frac{1}{\beta_t^H}$, hvor β_t^H er betaet for høj-beta porteføljen. Det gælder, at $\beta_t^L < \beta_t^H$. Dette er finansieret ved at låne $\frac{1}{\beta_t^L} - \frac{1}{\beta_t^H}$ i den risikofrie rente. Derfor har faktoren zero cost; den koster altså nul at indgå. Afkastet for BAB-faktoren bliver da:

$$r_{t+1}^{BAB} = \frac{1}{\beta_t^L}(r_{t+1}^L - r^f) - \frac{1}{\beta_t^H}(r_{t+1}^H - r^f) \quad (3.1.1)$$

Derudover giver BAB-faktoren os merafkastet for en zero cost portefølje lignende high minus low (HML) og small minus big (SMB) strategierne, da den er givet som forskellen mellem to merafkast. Forskellen ligger i, at BAB ikke er "*dollar-neutral*" i forhold til de risikofyldte værdipapirer, fordi vi gearer vores porteføljer forskelligt med hensyn til deres beta-værdier. Hvis BAB var dollar-neutral, ville dens beta-værdi *ikke* være nul. Modellen har flere prædiktioner angående BAB faktoren, hvilket bringer os til proposition 2.

Det gælder for BAB-faktorens afkast, at den er ikke negativ, hvilket er resultatet af **proposition 2**, som bevises senere. Dette vises senere empirisk for amerikanske industriporteføljer, og derudover finder BAB-artiklen også signifikante positive risikojusterede afkast for 20 udviklede MSCI aktie markeder. Yderligere forudsiger modellen, at afkastet er stigende i ex ante stramheden af begrænsningerne og i spredningen mellem betaerne for høj- og lav-beta aktiver, hvilket også bliver bevist teoretisk senere. Hvis finansieringsstramheden stiger ex post, vil det medføre et lavere afkast for BAB-faktoren, hvilket er givet i **proposition 3**. Forklaringen er, at når de gearede investorer får strammere marginbegrænsning, så skal de lukke/nedgeare deres positioner. Derfor forudsiger modellen, at BAB-faktoren i tider med stramning af finansieringslikviditetsbegrænsninger har negativt afkast samtidig med, at forventningen til fremtidig afkast stiger. Dette bliver vist i beviset af proposition 3.

3.1.2 Model

I vores modelopsætning benytter vi os af en overlappende-generations økonomi, hvor agenterne $i = 1, \dots, I$ er født til hvert tidspunkt t med formue W_t^i og lever i to perioder. Agenterne handler aktiver $s = 1, \dots, S$, hvor hvert aktiv betaler dividender δ_t^s og har x^{*s} antal aktiver udestående. Til hvert tidspunkt t vil de unge agenter sammensætte deres portefølje:

$$x^i = (x^{i,1}, \dots, x^{i,S})^\top \quad (3.1.2)$$

Og investere resten i det risikofrie aktiv r^f for at maksimere deres nytte. Dette gøres ved at løse følgende problem:

$$\max_{x^i \in \mathbb{R}^S} \quad (x^i)^\top (E_t[P_{t+1} + \delta_{t+1}] - (1 + r^f)P_t) - \frac{\gamma^i}{2} (x^i)^\top \Omega_t x^i \quad (3.1.3)$$

$$\text{ub.} \quad m_t^i (x^i)^\top P_t \leq W_t^i \quad (3.1.4)$$

Her er P_t prisvektoren til tidspunkt t , og derfor vil $P_{t+1} + \delta_{t+1}$ være den totale værdi af aktivet til $t+1$, hvor det antages, at agenterne har samme forventninger til fremtidige priser og dividender. Ω_t er varians-kovarians matricen for $P_{t+1} + \delta_{t+1}$, hvor agenterne også har samme forventninger til fremtidige priser og dividender. γ^i er agent i 's risikoaversion. Dette er et lignende problem, som løses i CAPM. Forskellen mellem de to problemer er, at i CAPM er der ikke marginbegrænsninger, dvs. $m_t^i = 0 \forall t, i$. Modellen kan ligeledes bruges til at konstruere Blacks CAPM med begrænset låntagning ($m^i = 1 \forall i$).

Ligning 3.1.3 er agentens nyttefunktion. Vi vil kort beskrive dens komponenter for at argumentere for, at det er en "fair" beskrivelse af en agents nyttefunktion. Første led $(x^i)^\top E_t[P_{t+1} + \delta_{t+1}]$ er, hvad agenten forventer at have med den position, han tager, dette bliver fratrasket andet led $(x^i)^\top (1 + r^f)P_t$, som er hvad agentens formue ville være, hvis der var investeret i den risikofrie rente. Det sidste led er aktørens risikoaversion ganget på positionens varians.

Ligning 3.1.4 betinger for hver agent, at sumproduktet mellem x^i og deres værdi P_t^s ganget med en faktor m_t^i skal være mindre end eller ligmed agentens formue til tid t . m_t^i er her smart, da denne fanger stramheden for agentens investeringer. En agent, som ikke kan benytte sig af gearing, vil da have $m^i = 1$. Agenter, som fx forsikringsselskaber, vil have et krav om at beholde en andel af sin formue i kontanter, så de kan udbetale erstatninger. En sådan agent vil have $m^i \geq 1$, hvor fx $m^i = 1,25$ vil betyde, at agenten skal beholde $1 - \frac{1}{1,25} = 20\%$ af deres formue i kontanter.

Alternativt kan agenterne have $m^i \leq 1$, men stadig have marginbegrænsninger. En agent med en marginbegrænsning på 50% vil da have $m^i = 0,5$, hvilket medfører, at agenten vil kunne investere i aktiver, som er dobbelt så meget værd som vedkommendes formue. Generelt betyder lavere m^i , at agenten kan tage større positioner. I denne model antages det for enkelthedens skyld, at alle værdipapirer har samme marginbegrænsninger. Dette er også en fair antagelse, da sammenligninger af værdipapirer inden for den samme aktivklasse kan antages at have identiske marginbegrænsninger.

Vi er interesserede i egenskaberne for ligevægten ved fuldkommen konkurrence, hvor udbud er lig efterspørgsel:

$$\sum_i x^i = x^* \quad (3.1.5)$$

For at finde ligevægten løses agentens problem ved hjælp af Lagrange. Vi opstiller derfor Lagrange ligningen for ligning 3.1.3 og 3.1.4. Vi betegner ligning 3.1.3 som vores nyttefunktion $u^i(x^i)$ og ligning 3.1.4 som vores budgetbetingelse $g^i(x^i)$. Vi antager, at budgetbetingelsen er bindende, så vi har:

$$\mathcal{L} = u^i(x^i) - \psi g^i(x^i) \quad (3.1.6)$$

Vi indsætter ligning 3.1.3 og 3.1.4:

$$\mathcal{L} = (x^i)^\top (E_t[P_{t+1} + \delta_{t+1}] - (1 + r^f)P_t) - \frac{\gamma^i}{2}(x^i)^\top \Omega x^i - \psi^i \left((x^i)^\top P_t - \frac{W_t^i}{m_t^i} \right) \quad (3.1.7)$$

Vi finder nu første ordens betingelsen for agent i ved at differentiere med x^i og sætte lig 0:

$$0 = E_t[P_{t+1} + \delta_{t+1}] - (1 + r^f)P_t - \gamma^i \Omega x^i - \psi_t^i P_t \quad (3.1.8)$$

Hvor ψ^i er lagrangemultiplikatoren for portefølje bibetingelsen. Vi løser da for x^i for at finde agent i 's optimale position:

$$x^i = \frac{1}{\gamma^i} \Omega^{-1} (E_t[P_{t+1} + \delta_{t+1}] - (1 + r^f + \psi_t^i)P_t) \quad (3.1.9)$$

Ligevægtsbetingelsen følger nu af summen over alle disse positioner:

$$x^* = \frac{1}{\gamma} \Omega^{-1} (E_t[P_{t+1} + \delta_{t+1}] - (1 + r^f + \psi_t)P_t) \quad (3.1.10)$$

Hvor den aggregerede risikoaversion γ og den vægtede gennemsnits Lagrange-multiplikator ψ_t er defineret som:

$$\frac{1}{\gamma} = \sum_i \frac{1}{\gamma^i} \quad (3.1.11)$$

$$\psi_t = \sum_i \frac{\gamma}{\gamma^i} \psi_t^i \quad (3.1.12)$$

Koefficienten γ/γ^i summer til én per definition af den aggregerede risikoaversion γ .

Vi kan da finde prisen i ligevægt:

$$P_t = \frac{E_t[P_{t+1} + \delta_{t+1}] - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \quad (3.1.13)$$

Ved at generalisere dette til afkast for enhver type værdipapir fås:

$$r_{t+1}^i = \frac{P_{t+1}^i + \delta_{t+1}^i}{P_t^i} - 1 \quad (3.1.14)$$

Og vi definerer afkastet for markedet r_{t+1}^M på samme måde.

3.1.3 Proposition 1 (høj beta er lav alfa).

(i) Det krævede afkast i ligevægt for enhver type værdipapir s er givet som:

$$E_t[r_{t+1}^s] = r^f + \psi_t + \beta_t^s \lambda_t \quad (3.1.15)$$

Hvor risikopræmien er $\lambda_t = E_t[r_{t+1}^M] - r^f - \psi_t$ og ψ_t er den gennemsnitlige lagrange-multiplikator, som måler stramheden af finansieringsbegrænsningerne.

(ii) Et aktivs alfa i forhold til markedet er givet som $\alpha_t^s = \psi_t(1 - \beta_t^s)$. Alfaet er aftagende i beta, β_t^s .

(iii) Sharpe ratioen vil være højest for en efficient portefølje med et beta lavere end én. Den vil være aftagende i β_t^s for højere betaer og stigende for lavere betaer.

3.1.4 Bevis Proposition 1

Ved at omordne ligning 3.1.13 for aktiv s fås følgende:

$$\begin{aligned} P_t^s(r^f + \psi_t) + \gamma e_s^\top \Omega x^* &= E_t[P_{t+1}^s + \delta_{t+1}^s] - P_t^s \\ E_t[r_{t+1}^s] &= r^f + \psi_t + \gamma \frac{1}{P_t^s} e_s^\top \Omega x^* \end{aligned} \quad (3.1.16)$$

Hvor e_s er en vektor med et i række s og nul alle andre steder. Så ved at gange den ud fås kovariansen:

$$\begin{aligned} E_t[r_{t+1}^s] &= r^f + \psi_t + \gamma \frac{1}{P_t^s} \text{Cov}_t[P_{t+1}^s + \delta_{t+1}^s, (P_{t+1} + \delta_{t+1})^\top x^*] \\ E_t[r_{t+1}^s] &= r^f + \psi_t + \gamma \text{Cov}_t[r_{t+1}^s, r_{t+1}^M] P_t^\top x^* \end{aligned} \quad (3.1.17)$$

Dette gøres også for markedsporteføljen, og man får ligesom i ligning 3.1.17 følgende:

$$\begin{aligned} E_t[r_{t+1}^M] &= r^f + \psi_t + \gamma \text{Cov}_t[r_{t+1}^M, r_{t+1}^M] P_t^\top x^* \\ E_t[r_{t+1}^M] &= r^f + \psi_t + \gamma \text{Var}_t[r_{t+1}^M] P_t^\top x^* \end{aligned} \quad (3.1.18)$$

Vi isolerer for $\gamma P_t^\top x^*$ i ligning 3.1.18:

$$\begin{aligned} \gamma P_t^\top x^* &= \frac{E_t[r_{t+1}^M] - r^f - \psi_t}{\text{Var}_t[r_{t+1}^M]} \\ \lambda_t &\equiv E_t[r_{t+1}^M] - r^f - \psi_t \\ \gamma P_t^\top x^* &= \frac{\lambda_t}{\text{Var}_t[r_{t+1}^M]} \end{aligned} \quad (3.1.19)$$

Det indsættes i ligning 3.1.17:

$$\begin{aligned}
 E_t[r_{t+1}^s] &= r^f + \psi_t + Cov_t[r_{t+1}^s, r_{t+1}^M] \frac{\lambda_t}{Var_t[r_{t+1}^M]} \\
 E_t[r_{t+1}^s] &= r^f + \psi_t + \frac{Cov_t[r_{t+1}^s, r_{t+1}^M]}{Var_t[r_{t+1}^M]} \lambda_t \\
 E_t[r_{t+1}^s] &= r^f + \psi_t + \beta_t^s \lambda_t
 \end{aligned} \tag{3.1.20}$$

Hermed er proposition 1 (i) bevist. For at bevise (ii) indsætter vi λ_t i ligning 3.1.20 og omroterer, så vi har definitionen af Jensens alfa.

$$\begin{aligned}
 E_t[r_{t+1}^s] &= r^f + \psi_t + \beta_t^s (E_t[r_{t+1}^M] - r_f - \psi_t) \\
 E_t[r_{t+1}^s] - r^f &= \psi_t - \beta_t^s \psi_t + \beta_t^s (E_t[r_{t+1}^M] - r_f) \\
 E_t[r_{t+1}^s] - r^f &= \psi_t (1 - \beta_t^s) + \beta_t^s (E_t[r_{t+1}^M] - r_f)
 \end{aligned} \tag{3.1.21}$$

Ud fra teori om CAPM og Jensens alfa ses det at:

$$\alpha_t^s = \psi_t (1 - \beta_t^s)$$

Hermed er (ii) også bevist.

Vi beviser (iii) grafisk. Som nævnt tidligere ved vi, at begrænsede agenter ikke altid vil investere udelukkende i tangentporteføljen. Det skyldes, at hvis agenten har et m mellem 0 og 1, vil agenten kunne geare sin portefølje. Hvis agenten ønsker et højere afkast, end hans gearing på tangentporteføljen tillader, vil han være tvunget til at skulle investere i mere risikofyldte aktiver som portefølje i , vist i figur 3.1.2. Derved vil han investere noget af sin formue i tangentporteføljen og noget af sin formue i portefølje i . Det samme gælder for investorer med $m > 1$. Disse vil dog ikke kunne geare, men ville være tvunget til at holde en del af sin formue i den risikofrie rente. Det vil betyde, at agenten ikke ville kunne nå tangentporteføljen. For at få et højere afkast ville agenten investere i fx en kombination mellem portefølje i og tangentporteføljen. De ubegrænsede agenter med $m = 0$ vil investere hele deres formue i tangentporteføljen. Da alle investorerne i markedet investerer enten i tangentporteføljen alene eller en kombination mellem tangentporteføljen og en mere risikofyldt portefølje i , må markedsporteføljen ligge til højre for tangentporteføljen, som vist i figur 3.1.2. Da markedsporteføljen per definition har et beta på én, må tangentporteføljen

3.1.6 Bevis Proposition 2

For at bevise proposition 2 ser vi på afkastet fra faktoren. Vi har afkastet givet ved ligning 3.1.1:

$$r_{t+1}^{BAB} = \frac{1}{\beta_t^L}(r_{t+1}^L - r^f) - \frac{1}{\beta_t^H}(r_{t+1}^H - r^f) \quad (3.1.1)$$

Ved at bruge proposition 1 for $E[r_{t+1}^L]$ og $E[r_{t+1}^H]$, fås:

$$E_t[r_{t+1}^L] = r^f + \psi_t + \beta_t^L \lambda_t \quad (3.1.23)$$

$$E_t[r_{t+1}^H] = r^f + \psi_t + \beta_t^H \lambda_t \quad (3.1.24)$$

Disse indsættes i forventningen til ligning 3.1.1, og der reduceres:

$$\begin{aligned} E[r_{t+1}^{BAB}] &= \frac{1}{\beta_t^L}(r^f + \psi_t + \beta_t^L \lambda_t - r^f) - \frac{1}{\beta_t^H}(r^f + \psi_t + \beta_t^H \lambda_t - r^f) \\ E[r_{t+1}^{BAB}] &= \frac{1}{\beta_t^L}(\psi_t + \beta_t^L \lambda_t) - \frac{1}{\beta_t^H}(\psi_t + \beta_t^H \lambda_t) \\ E[r_{t+1}^{BAB}] &= \frac{1}{\beta_t^L}\psi_t + \lambda_t - \frac{1}{\beta_t^H}\psi_t - \lambda_t \\ E[r_{t+1}^{BAB}] &= \frac{1}{\beta_t^L}\psi_t - \frac{1}{\beta_t^H}\psi_t \\ E[r_{t+1}^{BAB}] &= \frac{\beta_t^H}{\beta_t^L \beta_t^H}\psi_t - \frac{\beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}\psi_t \\ E[r_{t+1}^{BAB}] &= \frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}\psi_t \end{aligned} \quad (3.1.25)$$

Hvilket er første del af proposition 2. Nu vil vi argumentere for, at ligning 3.1.25 er større end eller lig med nul. Hvilket kan ses, da ψ_t er Lagrange-multiplikatoren og derved per konstruktion er større end eller lig med nul. Derudover, som nævnt, er $\beta_t^H > \beta_t^L$ hvorfor $\frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}$ er ikke negativt. Dermed gælder det at:

$$E[r_{t+1}^{BAB}] = \frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}\psi_t \geq 0$$

I særligt faldet hvor $\beta_t^L < 0$ fungerer BAB stadig, men det forventede afkast vil blive negativt, hvorfor man så vil gå kort i faktoren. Hermed er proposition 2 bevist. $\square$

3.1.7 Proposition 3 (finansieringschok og BAB-afkast):

En stramning af finansieringsbegrænsningerne, det vil sige en stigning i m_t^k for nogen af $k \in 1 \dots I$ (begrænsede investorer), medfører et nuværende lavere afkast for BAB-faktoreren:

$$\frac{\partial r_t^{BAB}}{\partial m_t^k} \leq 0 \quad (3.1.26)$$

Samt en stigning i dens forventede fremtidige afkast:

$$\frac{\partial E_t[r_{t+1}^{BAB}]}{\partial m_t^k} \geq 0 \quad (3.1.27)$$

3.1.8 Bevis Proposition 3

Vi fandt i proposition 2, at det forventede afkast er givet ved:

$$E[r_{t+1}^{BAB}] = \frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H} \psi_t \quad (3.1.22)$$

Vi ser nu på en ændring i m_t^k . Det vil sige en ændring i marginkravene for de begrænsede finansielle agenter $1, \dots, K$. Her kan vi dele det op i to led $\frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}$ og ψ_t .

Vi starter med at fokusere på β_t . Fra ligning 2.2.2 har vi, at β_t afhænger af afkast, og fra ligning 3.1.14 har vi, at afkast afhænger af priser. Derfor vil vi undersøge, hvordan priserne bliver påvirket af en ændring i m_t^k . Her er der to perspektiver:

1. Fordelingen af priser til tid $t+1$ bliver ikke påvirket af en ændring i m_t^k .
2. Ligevægtsprisen fra ligning 3.1.13 har ψ_t som den eneste endogene variable (da forventinger til fremtidige priser og usikkerheden omkring forventningerne er eksogene variable). Derfor er ψ_t i ligning 3.1.13 det eneste, der kan blive påvirket af en ændring i m_t^k . Hvis ψ_t ændres grundet en ændring i m_t^k kan det ses fra ligning 3.1.13 at alle priserne vil ændres proportionelt. Denne proportionale faktorændring kalder vi h . Vi har derfor, at afkastet for et vilkårligt aktiv Z , ex post en ændring i m_t^k , ifølge ligning 3.1.14 er givet ved:

$$r_{t+1}^{Z \text{ efter}} = \frac{P_{t+1}^Z + \delta_{t+1}^Z}{P_t^Z / h} - 1 = h \left(\frac{P_{t+1}^Z + \delta_{t+1}^Z}{P_t^Z} - 1 \right) + h - 1 = h r_{t+1}^{Z \text{ før}} + h - 1 \quad (3.1.28)$$

Vi finder nu beta ved at bruge ligning 2.2.2. Da $h - 1$ er konstant, kan det fjernes, og da h er ganget på kan det tages ud af kovariansen:

$$\begin{aligned}\beta_t^{Z\text{ efter}} &= \frac{\text{cov}_t(r_{t+1}^{Z\text{ efter}}, r_{t+1}^{M\text{ efter}})}{\text{var}_t(r_{t+1}^{M\text{ efter}})} = \frac{\text{cov}_t(h r_{t+1}^{Z\text{ før}} + h - 1, h r_{t+1}^{M\text{ før}} + h - 1)}{\text{var}_t(h r_{t+1}^{M\text{ før}} + h - 1)} \\ &= \frac{h^2 \text{cov}_t(r_{t+1}^{Z\text{ før}}, r_{t+1}^{M\text{ før}})}{h^2 \text{var}_t(r_{t+1}^{M\text{ før}})} = \frac{\text{cov}_t(r_{t+1}^{Z\text{ før}}, r_{t+1}^{M\text{ før}})}{\text{var}_t(r_{t+1}^{M\text{ før}})} = \beta_t^{Z\text{ før}}\end{aligned}\quad (3.1.29)$$

For at ligning 3.1.27 gælder, må $\frac{\partial \psi_t}{\partial m_t^i} \geq 0$ gælde. For at vise dette, viser vi, at de begrænsede agents totale markedsværdi er faldende i m_t^i og ψ_t , og derfor må ψ_t være voksende i m_t^i . De begrænsede agenter er dem, hvor bibetingelsen 3.1.4 holder med lighedstegn.

Først viser vi, at de begrænsede agents totale markedsværdi er faldende i m_t^i . Det gøres ved at summe over alle de begrænsede agents budgetbetingelser:

$$\sum_{i \text{ begrænset}} (x^i)^\top P_t = \sum_{i \text{ begrænset}} \frac{W_t^i}{m_t^i} \quad (3.1.30)$$

Her ses det tydeligt, at hvis m_t^i stiger så må venstre siden blive mindre, hvilket er den totale markedsværdi ejet af de begrænsede agenter.

Nu viser vi, at de begrænsede agents totale markedsværdi er faldende i ψ_t :

$$\begin{aligned}&\frac{\partial}{\partial \psi_t} \sum_{i \text{ begrænset}} P_t^\top x^i < 0 \\ &\sum_{i \text{ begrænset}} \left(\frac{\partial P_t^\top}{\partial \psi_t} x^i + P_t^\top \frac{\partial x^i}{\partial \psi_t} \right) < 0\end{aligned}\quad (3.1.31)$$

Ved at se på de to led i ligning 3.1.31 kan det hurtigt ses at første led $\sum_{i \text{ begrænset}} \frac{\partial P_t^\top}{\partial \psi_t} x^i < 0$, da ligning 3.1.13 falder, hvis ψ_t stiger grundet den indgår i nævneren. Det andet led $\sum_{i \text{ begrænset}} P_t^\top \frac{\partial x^i}{\partial \psi_t}$ er også mindre end nul, som ses ved følgende udregninger, hvor vi starter med at indsætte x^i fra ligning 3.1.9:

$$\sum_{i \text{ begrænset}} P_t^\top \frac{\partial x^i}{\partial \psi_t} = \sum_{i \text{ begrænset}} P_t^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \frac{1}{\gamma^i} \Omega^{-1} (E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f + \psi_t^i) P_t) \quad (3.1.32)$$

Indsætter P_t fra ligning 3.1.13:

$$\begin{aligned}
&= \sum_{i \text{ begrænset}} P_t^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \frac{1}{\gamma^i} \Omega^{-1} \left(E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f + \psi_t^i) \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \right) \\
&= P_t^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \Omega^{-1} \sum_{i \text{ begrænset}} \frac{1}{\gamma^i} \left(E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - (1 + r^f + \psi_t^i) \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \right) \\
&= -P_t^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \Omega^{-1} \sum_{i \text{ begrænset}} \frac{1}{\gamma^i} (1 + r^f + \psi_t^i) \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \quad (3.1.33)
\end{aligned}$$

Vi ganger og dividerer ligning 3.1.33 med γ og deler summen op:

$$= -P_t^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \Omega^{-1} \frac{1}{\gamma} \sum_{i \text{ begrænset}} \frac{\gamma}{\gamma^i} (1 + r^f + \psi_t^i) \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \quad (3.1.34)$$

$$= -P_t^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \Omega^{-1} \frac{1}{\gamma} \left(\sum_{i \text{ begrænset}} \frac{\gamma}{\gamma^i} (1 + r^f) + \sum_{i \text{ begrænset}} \frac{\gamma}{\gamma^i} \psi_t^i \right) \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \quad (3.1.35)$$

Vi definerer q som:

$$q \equiv \sum_{i \text{ begrænset}} \frac{\gamma}{\gamma^i} < 1 \quad (3.1.36)$$

Vi benytter ligning 3.1.12 og at $\psi_t^{i \text{ begrænset}} = 0$ og får:

$$\sum_{i \text{ begrænset}} \frac{\gamma}{\gamma^i} \psi_t^i = \sum_i \frac{\gamma}{\gamma^i} \psi_t^i = \psi_t \quad (3.1.37)$$

Vi benytter nu ligning 3.1.36 og 3.1.37 på ligning 3.1.35 til at få:

$$= -P_t^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \Omega^{-1} \frac{1}{\gamma} (q(1 + r^f) + \psi_t) \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \quad (3.1.38)$$

Indsætter P_t fra ligning 3.1.13:

$$\begin{aligned}
&= - \left(\frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \right)^\top \frac{\partial}{\partial \psi_t} \Omega^{-1} \frac{1}{\gamma} (q(1 + r^f) + \psi_t) \frac{E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*}{1 + r^f + \psi_t} \\
&= - \frac{1}{\gamma} \frac{(E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*)^\top \Omega^{-1} (E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*)}{1 + r^f + \psi_t} \frac{\partial}{\partial \psi_t} \frac{q(1 + r^f) + \psi_t}{1 + r^f + \psi_t} \\
&= - \frac{1}{\gamma} \frac{(E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*)^\top \Omega^{-1} (E_t(P_{t+1} + \delta_{t+1}) - \gamma \Omega x^*)}{1 + r^f + \psi_t} \frac{(1 - q)(1 - r^f)}{(1 + r^f + \psi_t)^2} \quad (3.1.39)
\end{aligned}$$

Det ses nu tydeligt at ligning 3.1.39 < 0 , da Ω er en positiv definit matrix. Hermed er ligning 3.1.27 bevist, og da priser bevæger sig modsat påkrævet afkast, er ligning 3.1.26 også bevist. $\square$

3.2 Genskabelse af resultater i BAB

Teorien om BAB er nu blevet dækket. Vi vil derfor nu forsøge at genskabe resultaterne fra Frazzini og Pedersen (2013) ved at bruge samme fremgangsmåde som i artiklen.

3.2.1 Resultater i BAB

I Frazzini og Pedersen (2013) har de mange resultater fra forskellige aktivklasser og lande. Vi er mest interesseret i Tabel 3 på side 13 i artiklen, hvor de ser på US equities, da det er dem, der minder mest om det data grundlag, vi vil arbejde med i de kommende afsnit. Vi ønsker derfor at genskabe disse resultater med forbehold for, at det ikke er det samme datagrundlag. Tabel 3 fra BAB-artiklen ser således her ud:

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.91 (6.37)	0.98 (5.73)	1.00 (5.16)	1.03 (4.88)	1.05 (4.49)	1.10 (4.37)	1.05 (3.84)	1.08 (3.74)	1.06 (3.27)	0.97 (2.55)	0.70 (7.12)
CAPM-alfa	0.52 (6.30)	0.48 (5.99)	0.42 (4.91)	0.39 (4.43)	0.34 (3.51)	0.34 (3.20)	0.22 (1.94)	0.21 (1.72)	0.10 (0.67)	-0.10 (-0.48)	0.73 (7.44)
Tre-faktor-alfa	0.40 (6.25)	0.35 (5.95)	0.26 (4.76)	0.21 (4.13)	0.13 (2.49)	0.11 (1.94)	-0.03 (-0.59)	-0.06 (-1.02)	-0.22 (-2.81)	-0.49 (-3.68)	0.73 (7.39)
Beta (est.)	0.64	0.79	0.88	0.97	1.05	1.12	1.21	1.31	1.44	1.70	0.00
Beta (real.)	0.67	0.87	1.00	1.10	1.22	1.32	1.42	1.51	1.66	1.85	-0.06
Volatilitet	15.70	18.70	21.11	23.10	25.56	27.58	29.81	31.58	35.52	41.68	10.75
Sharpe ratio	0.70	0.63	0.57	0.54	0.49	0.48	0.42	0.41	0.36	0.28	0.78

Tabel 3.2.1: Table 3 fra Frazzini og Pedersen (2013) viser månedligt merafkast og alfa i procent. T-værdien er vist nedenunder estimerterne, hvor et 5% signifikant niveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt.

I tabel 3.2.1 er porteføljerne P1-P10 konstrueret ved at sortere i aktivernes beta-værdier, så de hver måned fordeles ud i en af 10 deciler. P1 indeholder derfor aktiverne med de 10% laveste beta-værdier, og P10 indeholder aktiverne med de 10%. I porteføljerne er alle aktiverne ligevægtede og rebalanceres månedligt. P1-P10 bruges til at undersøge proposition 1 (ii) og (iii). I kolonnen til højre ses afkastet på BAB, som er dannet på baggrund af teorien præsenteret i afsnit 3.1. Dette er fundamentet til vores videre arbejde i specialet, da vi til at starte med vil forsøge at genskabe tabel 3.2.1 ved brug af data præsenteret i næste afsnit.

3.2.2 Introduktion til data

Vores analyser tager udgangspunkt i et [datasæt](#) fra Kenneth R. French (French, 2021). Datasættet består af 49 amerikanske industriporteføljer, som giver os både daglige og månedlige afkast i perioden fra 01/07-1926 til 31/12-2020. Disse industriporteføljer bliver dannet på baggrund af alle virksomheder på New York Stock Exchange (NYSE), National Association of Securities Dealers Automated Quotations (NASDAQ) og American Stock Exchange (AMEX). Vi har her valgt datasættet med flest mulige industriporteføljer for at opnå den bedst mulige spredning. Det daglige data vil blive brugt til estimering af standardafvigelsen for de enkelte industrier og korrelationen mellem de enkelte industrier og markedsafkastet. Disse estimater benyttes derefter til at udregne beta-værdien.

De 49 industriporteføljer består blandt andet af industrierne *Underholdning*, *Tøj*, *Byggematerialer*, *Biler og Lastbiler*, *Kul* og *Detailhandel*. Disse består så alle igen af flere underkategorier, som er indekseret efter *Standard Industrial Classification*, som er et system til klassificering af brancher efter en firecifret kode. De komplette beskrivelser af vores data samt deres klassificering og underkategorier kan findes på [Kenneth Frenchs hjemmeside](#).

Vores bestræbelse efter at få den bedste spredning medfører nogle problemer, da flere af industrierne i datasættet først er opstået senere end starten for de tidligste observationer. Disse manglende datapunkter er blevet tildelt værdien -99,99, som vi har valgt at omskrive til *NA*, for at de nemt kan ekskluderes i vores databehandling i R.

Data og R-kode benyttet i dette speciale, kan findes [her](#) og i bilag 8.1.

3.2.3 Markedsafkast og Fama French tre-faktorer

Til markedsafkast benytter vi Frenchs tre-faktor datasæt. Markedsafkastet er det værdivægtede merafkast fra alle NYSE-, AMEX- og NASDAQ-aktier, med CRSP share code 10 eller 11, hvilket vil sige ordinære aktier med værdipapir, der ikke er defineret eller ikke behøves defineres. Heri ligger, at aktierne er US-based. Datasættet indeholder også den risikofrie rente, som er defineret ved 1-månedes treasury bill rate.

Eugene F. Fama og Kenneth R. Frenchs faktorer Small Minus Big (SMB) og High Minus Low (HML) fra artiklen *Common risk factors in the returns on stocks and bonds** (Fama and French, 1993) er også indeholdt i datasættet. I Frazzinni og Pedersen (2013) kigges på de tre faktorer, hvilke er markedsafkast, SMB og HML. Idéen bag denne faktor-model er at undersøge, hvor afkastet kommer fra. På denne måde fås et renere alfa ved ikke kun at justere for markedet, men også at justere for at små virksomheder historisk har outperformed store virksomheder, og value investing historisk har givet positiv profit. Ved at benytte denne faktor model kan man altså bedre se, hvor god strategien er, eller om afkastet kan forklares ved, at strategien bare følger en anden allerede kendt faktor, som f.eks. value investing, hvor man køber billige aktiver set i forhold til, at de har høj book-to-market. SMB og HML er dannet på baggrund af seks porteføljer. De seks porteføljer er konstrueret på størrelse (Small/Big) og book-to-market (Value/Neutral/Growth). Inddelingen er sket ved først at dele markedet i to baseret på størrelse, derefter er de hver især delt ud på tre inddelinger baseret på book-to-market, hvor de laveste 30% er Growth, 30-70% er Neutral og 70-100% er Value. SMB-faktoren er baseret på størrelse ved at gå lang i porteføljerne, som har en lille størrelse og kort i de store:

$$\begin{aligned} SMB = & 1/3(\textit{Small Value} + \textit{Small Neutral} + \textit{Small Growth}) \\ & -1/3(\textit{Big Value} + \textit{Big Neutral} + \textit{Big Growth}) \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

HML-faktoren er baseret på book-to-market, der tager en lang position i aktiver med høj book-to-market ratio og går kort i aktiver med lav ratio:

$$\begin{aligned} HML = & 1/2(\textit{Small Value} + \textit{Big Value}) \\ & -1/2(\textit{Small Growth} + \textit{Big Growth}) \end{aligned} \quad (3.2.2)$$

Der laves en lineær regression over porteføljen med markedsafkastet og de to faktorer SML og HML som forklarende variable. Vi har altså, at merafkastet fra ligning 2.2.3 nu kan skrives som:

$$r_t^{s,e} = \alpha + \beta^M r_t^{M,e} + \beta^{HML} r_t^{HML,e} + \beta^{SMB} r_t^{SMB,e} + \varepsilon_t \quad (3.2.3)$$

Vi benytter tre-faktor modellen gennem hele specialet, men for at overskueliggøre vores tabeller har vi valgt at lægge beta-værdierne og t-test af disse i bilag 8.2

3.2.4 Estimering af ex ante beta

I BAB-artiklen benyttes løbende estimerede beta-værdier for at undgå selection bias, da det i praksis ikke kan antages, at man kender til beta, før denne kan observeres. Vi estimerer derfor beta for alle 49 industriporteføljer, for derefter at kunne inddele dem i 10 beta rangerede porteføljer. Til estimeringen benytter vi os af en løbende regression af merafkast for markedet, hvor vi anvender daglig data til estimeringen, da præcisionen for estimeringen er stigende i frekvensen af observationer (Merton, 1980). Vi forventer, at de estimerede betaer, der anvendes til konstruktionen, ikke vil afvige meget fra de realiserede betaer. Det estimerede beta for aktiv s består af en korrelation og en relativ volatilitet, og er givet som:

$$\hat{\beta}^{TS} = \hat{\rho}^s \frac{\hat{\sigma}^s}{\hat{\sigma}^M} \quad (3.2.4)$$

Hvor $\hat{\sigma}^s$ og $\hat{\sigma}^M$ er de estimerede volatiliteter for aktiv s og markedet, mens $\hat{\rho}^s$ angiver korrelationen mellem disse. Estimeringen af korrelation og volatilitet er foretaget separat, da der dermed tages højde for, at disse ikke bevæger sig med samme hastighed. Korrelationen estimeres på baggrund af fem års data, som i handelsdage angives som 1250 dage. Volatiliteterne $\hat{\sigma}^s$ og $\hat{\sigma}^M$ estimeres ved brug af et års data (250 dage).

Derudover kontrollerer vi for asynkron handel ved at benytte os af 1-dags log-afkast til estimering af volatiliteterne, mens vi anvender 3-dages overlappende log-afkast til at beregne korrelationen. Log-afkastet for en investering af én dollar i aktiv s efter én dag er givet som $\ln(1 + r_t^s)$ og 3-dages log-afkastet beregnes som:

$$r_t^{s,3d} = \sum_{j=0}^2 \ln(1 + r_{t+j}^s) \quad (3.2.5)$$

Vi kræver her mindst seks måneders (120 handelsdage) data til estimering af volatiliteterne og mindst tre års (750 handelsdage) data til estimering af korrelationerne, men vil altid benytte os af de 250 og 1250 dage, hvis dette er muligt. I tilfælde af, at der ikke er tilstrækkeligt med data til at opfylde minimumsbegrænsningerne, altså hvis der for hhv. volatiliteten og korrelationen ikke er de minimum 120 og 750 dage, så vil porteføljen blive helt udeladt, indtil vi har nok observationer igen. Når der gøres brug af månedlig data, bruges der vinduer på et og fem år, hvor der henholdsvis kræves et minimum af 12 og 36 observationer. Vi benytter os af merafkastrater, da den risikofrie rente ej er konstant.

Effekten af outliers kan reduceres ved at formindske afstanden mellem tidsserie estimatet $\hat{\beta}^{s,TS}$ og tværsmittsmiddelværdien $\hat{\beta}^{XS}$ (Vasicek, 1973; Elton et al., 2003). Ved at formindske denne afstand vil ex post realiserede betaer nærme sig ex ante estimerede betaer. Denne ændring trækker alle betaerne mod én ved, at der ikke lægges for stor vægt på ekstreme observationer. Vi bruger altså formlen:

$$\hat{\beta}^s = w^s \hat{\beta}^{s,TS} + (1 - w^s) \hat{\beta}^{XS} \quad (3.2.6)$$

Og w^s er givet som:

$$w^s = 1 - \frac{\sigma_{TS}^s{}^2}{\sigma_{TS}^s{}^2 + \sigma_{XS}^2} \quad (3.2.7)$$

Hvor $\sigma_{TS}^s{}^2$ angiver variansen for det estimerede beta for aktiv s og σ_{XS}^2 er tværsmittsvariansen for betaerne. I BAB artiklen sættes $\beta^{XS} = 1$ og $w = 0,6$. Dette gøres på baggrund af, at gennemsnittet af w^s for alle amerikanske aktier er 0,61 og de argumenterer for, at resultaterne er meget ens.

3.2.5 Konstruktion af Betting Against Beta faktoren

Vi konstruerer BAB-faktoren, ved at gå lang i lav-beta aktiver og kort i høj-beta aktiver. Til konstruktionen er de 49 amerikanske industriporteføljer blevet rangeret efter deres beta-estimer. Derefter tildeles de til en af to porteføljer, denne kan være høj-beta eller lav-beta. Lav-beta porteføljen består af alle aktiver, som har et beta lavere end medianen for beta-estimerne, mens høj-beta porteføljen består af dem, som har højere beta end medianen.

Vi er interesserede i så høje afkast som muligt, og vi genkalder proposition 2 ligning 3.1.22:

$$E_t[r_{t+1}^{BAB}] = \frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H} \psi_t \geq 0 \quad (3.1.22)$$

Hvor det kan ses, at $\frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}$ her er afgørende for forventningen til fremtidige afkast. Des større denne er, des større bliver vores forventede afkast, hvormed vi er interesserede i at opnå store forskelle mellem betaerne for vores porteføljer. Strategien for at imødekomme vores mål om markante forskelle mellem betaerne bliver da at vægte de underliggende industriporteføljer i hver af de to porteføljer. De underliggende industriporteføljer med lave beta-værdier i lav-beta porteføljen tildeles større vægte end dem med højere beta-værdier

og omvendt for høj-beta porteføljen. Porteføljerne vil blive rebalanceret månedligt, hvorved vi er nødt til at konstruere en ny BAB-faktor hver måned.

Til konstrueringen af vægtene lader vi z være en $n \times 1$ vektor for beta rangeringerne $z^s = \text{rang}(\beta_t^s)$ ved porteføljedannelse og lader $\bar{z} = 1_n^\top z/n$ være den gennemsnitlige rang, hvor n angiver antallet af aktiver (i vores tilfælde 49) og 1_n er en $n \times 1$ vektor bestående af ettaller. Beregnes dette for $n = 49$ og $z = (1, 2, \dots, 49)$ fås $\bar{z} = 25$. Porteføljevægtene for henholdsvis høj- og lav-beta porteføljerne er da givet som:

$$w^H = k(z - \bar{z})^+ \quad (3.2.8)$$

$$w^L = k(z - \bar{z})^- \quad (3.2.9)$$

Hvor $k = 2/1_n^\top |z - \bar{z}|$ er en konstant, der normaliserer vægtene, så de summer til én, og hvor x^+ og x^- er matematiske operatorer, som angiver de henholdsvis positive og negative elementer for en vektor x , altså $x^+ = \max(x, 0)$ og $x^- = \min(x, 0)$. Per konstruktion bliver $1_n^\top w^H$ og $1_n^\top w^L$ begge lig én, hvilket var hensigten, da vi ville have vægtene normaliseret. Det er vigtigt her ikke at forveksle w^H og w^L med førnævnte shrinking faktor w^s .

For endelig at konstruere BAB-faktoren reskalerer vi begge porteføljer, så de får et beta på én ved porteføljedannelse. BAB-faktoren bliver da en zero cost og beta-neutral portefølje, som går lang i lav-beta aktiver og kort i høj-beta aktiver, og dens afkast er givet ved formelen fra ligning 3.1.1:

$$r_{t+1}^{BAB} = \frac{1}{\beta_t^L} (r_{t+1}^L - r^f) - \frac{1}{\beta_t^H} (r_{t+1}^H - r^f)$$

Hvor $r_{t+1}^L = r_{t+1}^\top w^L$, $r_{t+1}^H = r_{t+1}^\top w^H$, $\beta_t^L = \beta_t^\top w^L$ og $\beta_t^H = \beta_t^\top w^H$.

3.2.6 10 porteføljer sorteret efter beta-værdier

For at undersøge hvilken effekt beta-værdierne har, vil de 49 industriporteføljer blive sorteret efter deres shrinkede beta-værdier, hvorefter de vil blive inddelt i 10 porteføljer. De vil blive fordelt ud i deciler, således at industrierne med de 10% laveste beta-værdier hver måned vil blive grupperet i porteføljen P1. Sådan vil det fortsætte indtil de 10% største beta-værdi er blevet tildelt P10. Vi vil støde ind i nogle måneder, som ikke kan deles ligeligt med 10, hvorfor vi har valgt at tildele høj-beta porteføljerne de overskydende industrier.

Hvis vi i en måned har observationer for 42 industrier, så vil disse fordele sig med fire industrier i P1 til og med P8, og der vil så være fem i P9 og P10. Dette bliver der taget højde for, når vi kigger nærmere på de enkelte porteføljer, ved at tage det ligevægtede gennemsnit af både beta-værdierne og afkastene fra de forskellige industrier.

Grupperingen af aktiverne i vores 10 porteføljer kommer her til at afvige fra grupperingen i Frazzini og Pedersen (2013). Vi har ikke mulighed for at lave en komplet sortering af alle aktiver, da vores aktiver til at starte med er grupperet efter industri, hvor de forskellige aktiver for en given industri kan indeholde både høj- og lav-beta aktiver. Dette resulterer i, at vi får en lavere spredning, som dermed vil medføre et lavere afkast for BAB-faktoren.

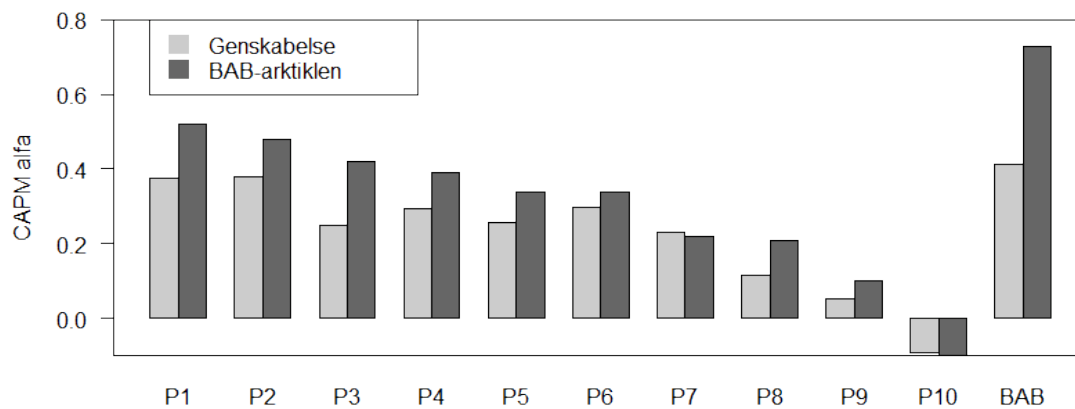
3.2.7 Genskabelse

I de foregående afsnit har vi defineret og forklaret fremgangsmåden for genskabelsen af tallene i tabel 3.2.1. Vi vil derfor i dette afsnit benytte os af de samme parametre og konstruktioner, som anvendes i den originale artikel af Frazzini og Pedersen (2013). Dette betyder, at vi undersøger de ligevægtede industriafkast sammen med de værdivægtede markedsafkast. Yderligere vælger vi også at følge artiklens fremgangsmåde ved at holde konstanter som w^s og $\hat{\beta}^{XS}$ konstant, i forhold til når $\hat{\beta}^s$ skal formindskes for at håndtere ekstreme beta-værdier. Ved at følge denne fremgangsmåde får vi næsten identiske positive merafkast på de 10 porteføljer, som er signifikante på et 5% signifikansniveau. Der er for merafkastene ikke den store forskel mellem tallene i vores genskabelse og de rapportede merafkast i den originale artikel. Derimod ses en større forskel på afkastet for BAB-faktoren, hvor vi får 0,37, som er væsentligt lavere end det, som BAB-artiklen dokumenterer på 0,70. Begge resultater er signifikant forskellige fra nul på et 5% signifikansniveau. Vores beregnede merafkast fra vores genskabelse kan ses i tabel 3.2.2 nedenunder. At merafkastene for P1-P10 er relativt ens kunne tyde på, at SML er tæt på at være flad, hvilket også var intuitionen bag proposition 1 (i).

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.90	1.04	0.93	1.01	0.99	1.08	1.04	1.00	0.92	0.93	0.37
	(5.33)	(5.18)	(4.60)	(4.71)	(4.64)	(4.65)	(4.32)	(3.82)	(3.65)	(3.01)	(4.20)
CAPM alfa	0.38	0.38	0.25	0.29	0.26	0.30	0.23	0.12	0.05	-0.09	0.41
	(3.61)	(3.42)	(2.38)	(2.58)	(2.47)	(2.48)	(1.84)	(0.86)	(0.42)	(-0.55)	(4.60)
Tre-faktor-alfa	0.28	0.23	0.13	0.15	0.12	0.13	0.07	-0.06	-0.09	-0.25	0.38
	(3.12)	(2.85)	(1.59)	(1.96)	(1.85)	(1.76)	(0.90)	(-0.61)	(-1.03)	(-1.97)	(4.34)
Beta (est.)	0.71	0.81	0.87	0.91	0.94	0.98	1.02	1.06	1.12	1.27	0.00
Beta (real.)	0.83	1.04	1.06	1.12	1.15	1.22	1.26	1.38	1.37	1.59	-0.06
Volatilitet	19.51	23.13	23.16	24.55	24.49	26.64	27.61	30.01	29.12	35.39	10.26
Sharpe ratio	0.56	0.54	0.48	0.49	0.48	0.49	0.45	0.40	0.38	0.31	0.44

Tabel 3.2.2: Genskabelse af resultater, baseret på samme overvejelser som i Frazzini og Pedersen (2013), som viser månedligt merafkast og alfa i procent. T-værdien er vist nedenunder estimerterne, hvor et 5% signifikant niveau er indikeret med fed skrift. Beta (est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiseret faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt.

En anden interessant ting, vi kan observere i forhold til proposition 1, er porteføljernes alfa, som kan ses i tabel 3.2.2. Her ses alfa at være aftagende i beta præcis som forventet af proposition 1 (ii). Dette gælder for CAPM alfa men også for alfa, når der korrigeres for SMB og HML i tre-faktor modellen. Kigger vi på, om resultaterne i vores genskabelse er signifikante, så ses det, at P1-P6 har alfa-værdier, som er signifikant forskellige fra nul på et 5% signifikansniveau. Ligeledes er det kun P1 og P2, som er signifikant forskellige fra nul, når der tages højde for SMB og HML. Dette er noget færre signifikante porteføljer end dem præsenteret tilbage i tabel 3.2.1. Generelt set, så ligger alfa-værdierne i Frazzini og Pedersen (2013) noget højere, end hvad vi kan genskabe, hvilket er illustreret i figur 3.2.1.



Figur 3.2.1: CAPM alfa for P1-P10 og BAB

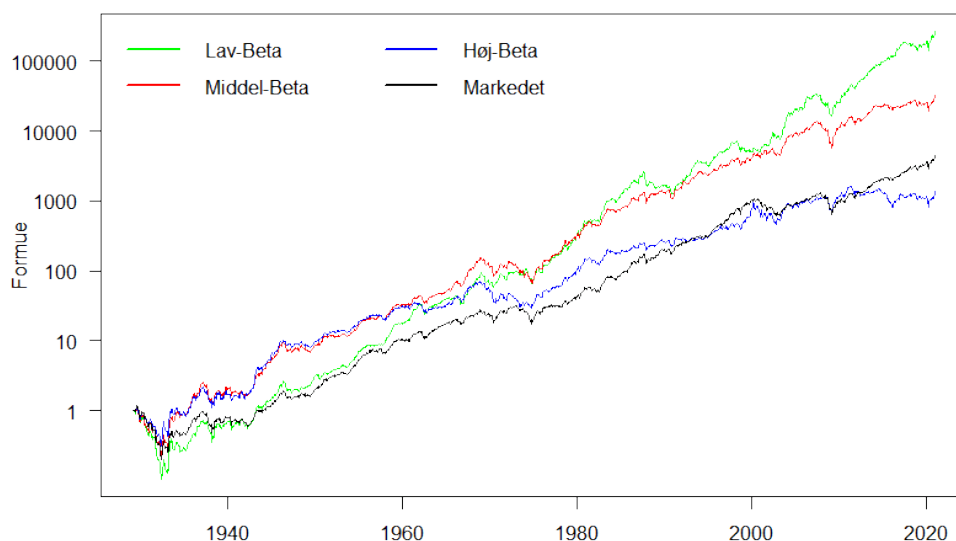
I figur 3.2.1 ses en negativ effekt på alfa tydeligt at hænge sammen med stigende beta-værdier. Dette gælder både for vores genskabelse og for tallene i BAB-artiklen. En af grunde til forskellene i både merafkastene og alfa-værdierne er datagrundlagt, hvor vi "kun" har industriporteføljer tilgængeligt, hvorimod artiklen anvender enkeltaktiver. Dette vil selvsagt muliggøre en finere inddeling af de 10 porteføljer samt i BAB-faktoren, hvilket i sidste ende vil give et bedre afkast. Vi ser i vores genskabelse, at de to porteføljer i BAB har en gennemsnits beta-værdi på 0,80 og 1,12 for henholdsvis lav-beta porteføljen og høj-beta porteføljen. Dette indikerer, at konstruktionen som beskrevet i afsnit 3.2.5 har den ønskede effekt, da faktoren giver et signifikant positivt afkast, hvilket kan indikere at proposition 2 holder.

I tabel 3.2.2 ses Sharpe ratio for de 10 porteføljer og BAB-faktoren at være faldende for stigende beta, hvilket er i overensstemmelse med proposition 1 (iii). Dette hænger sammen med en større usikkerhed i industrierne med højt beta. BAB-faktoren ligger med en Sharpe ratio på 0,44, hvilket er en smule lavere end de Sharpe ratios, som vi finder for lav-beta porteføljerne. Dette indikerer, at BAB-faktoren måske ikke er en optimal investeringsstrategi, da man f.eks. kunne have valgt at investere i lav-beta porteføljen i stedet. Det sidste, der er værd at kommentere på, er, at vi for BAB-faktoren får en realiseret beta-værdi på $-0,06$, hvilket betyder, at BAB-faktoren næsten er markedsneutral. Dette er også intentionen bag konstruktionen ved at skalere de to porteføljer hver måned til at have en beta-værdi på nul.

3.2.8 Vurdering af genskabelse

Generelt set synes resultaterne i vores genskabelse at have nogle af de samme tendenser, som der præsenteres i Frazzini og Pedersen (2013). Vi frembringer imidlertid ikke de helt samme resultater i forhold til merafkast og alfa-værdier. Dette skyldes formentlig vores valg af data. Som tidligere diskuteret har vi ikke haft mulighed for at finsortere i det amerikanske marked. Vi har derimod brugt et datasæt, som baserer sig på 49 forskellige industrier, hvor hver industri indeholder et forskelligt antal virksomheder. I hver industri vil der indgå lav-beta og høj-beta aktiver, hvorfor vores sortering i lav-beta og høj-beta porteføljerne bliver meget mere grov. Derudover har vi benyttet parametreværdier, der er tilpasset BAB-artiklens datagrundlag. Disse forskelligheder gør, at vi ikke rammer et alfa i nærheden af 0,73, som der gøres i BAB-artiklen.

Kigges på de 10 porteføljer, ses både merafkast, CAPM alfa, tre-faktor alfa og Sharpe ratio tydeligt at være aftagende i beta, hvilket indikerer, at P1, som indeholder lav-beta industrier, er en bedre portefølje end P10, hvis man ønsker at gå lang i begge disse. Dette kan lettest illustreres ved at kigge på, hvordan en \$1 investering tilbage i 1929 udvikler sig, hvis man månedligt rebalancerer sin portefølje, samt (ned)gearer dem til at have en beta-værdi på én. Dette resulterer i figur 3.2.2:



Figur 3.2.2: Kumulativ afkast for P1, P5, P10 og markedet ved en \$1 investering i 1929. Andenaksen er her givet ved en logaritmisk skala for bedre at kunne illustrere forskellen mellem porteføljerne.

Vi ser i figur 3.2.2, at porteføljer skabt på lave beta-værdier outperformer porteføljer skabt på høje beta-værdier. De tre grafer for henholdsvis lav-, middel- og høj-beta svarer i dette tilfælde til vores porteføljer P1, P5 og P10, mens markedsafkastet er baseret på Frenchs datasæt. Det er her interessant at lægge mærke til, at lav-beta porteføljen ligger væsentligt lavere end både middel-beta og høj-beta porteføljen de første mange år. Det er først efter 1960, at lav-beta porteføljen begynder at tage fart, hvilket vi vil undersøge nærmere senere i specialet. Her vil vi blandt andet kigge på introduktionen af CAPM tilbage i 1964 for at se, hvordan teorien bag denne har påvirket det finansielle marked efterfølgende. Inden vi går i gang med denne undersøgelse, vil vi først redegøre for nogle overvejelser, som Frazzini og Pedersen (2013) ikke går i dybden med. Vi vil i næste afsnit derfor belyse nogle af disse andre overvejelser, hvorefter de vil implementeres forud for analysen vedrørende effekten af CAPM.

3.3 Andre fremgangsmåder

Vi har nu genskabt hovedresultaterne i Frazzini og Pedersen (2013) og har vist, at vi ser samme tendenser og har mange lignende resultater. Vi har dog i udarbejdelsen af resultaterne fundet forskellige aspekter, som vi vil undersøge nærmere. Disse aspekter er andre fremgangsmåder og andre værdier for modelparametre. Vi er interesseret i at undersøge aspekterne, da vores resultater potentielt kan komme tættere på artiklens resultater og tage højde for, at vi har et andet datagrundlag end i Frazzini og Pedersen (2013).

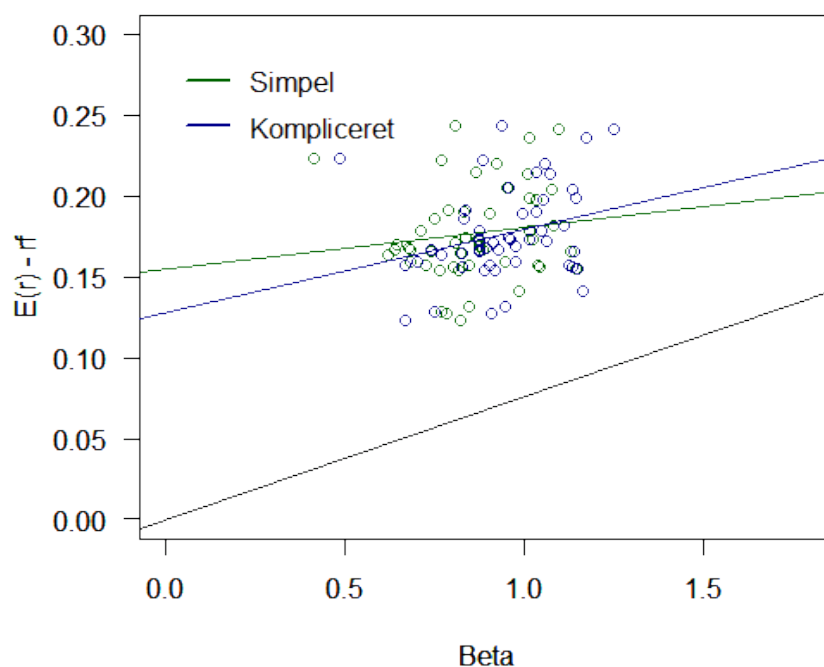
3.3.1 Simpel eller kompliceret beta-estimering?

Beta bliver, som beskrevet i afsnit 3.2.4, dannet ved brug af løbende estimering af variansen og kovariansen. Vi vil gerne undersøge, om man kan opnå de samme resultater ved en mere simpel tilgang. Den simple tilgang benytter også formlen for beta, ligning 2.2.2

$$\beta_t^s = \frac{Cov_t(r_{t+1}^{s,e}, r_{t+1}^{M,e})}{Var_t(r_{t+1}^{M,e})} \quad (2.2.2)$$

Vi har altså brug for at finde korrelationen med markedet og standardafvigelsen for hvert aktiv, som gøres ved at regne det for hele perioden. Denne metode har fordelene, at den er nem at implementere, har kort beregningstid og bør give et godt estimat. En af ulemperne ved denne metode er selection bias. Selection bias skyldes her, at porteføljen, vi investerer

i på tidspunkt t , er dannet på baggrund af betaer fra både tidspunkt t og $t+1$. Derudover er der også ulempen, at porteføljen næsten ikke vil reagere på ændringer i markedet, da perioden, vi udregner beta på, er så lang, at hvis markedet rykker sig meget, vil det næsten ikke påvirke volatiliteten og dermed estimeringen af beta. Vi starter med at se på, hvordan aktivernes beta og merafkast ændres. Dette gøres ved at kigge på security market line for de to metoder, hvilket er vist i figur 3.3.1:



Figur 3.3.1: Security market line for simpel og kompliceret konstruktion af beta

Vi kan se, at de simple betaer og merafkast afviger en smule fra gennemsnittet af de komplicerede betaer og merafkast, hvilket vi også ville forvente, men det ligner, at de er relativt ens. Derudover ser vi, at den empiriske SML for den simple metode er fladere end for den komplicerede, hvilket i følge proposition 1 kan indikere, at BAB-faktorens forventede afkast er højere for den simple metode. Da beta-værdierne ikke kan variere over tid i den simple metode, vil dette medføre et lavere afkast, og man kan forvente, at sidstnævnte faktor er dominerende. Vi bemærker, at figur 3.3.1 ser anderledes ud end figur 3.1.1 præsenteret i teori-afsnittet. Dette skyldes valget af vægtning af afkastene i industriporteføljerne og markedsporteføljen. Dette vil vi uddybe i afsnit 3.3.4.

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	1.05	0.99	0.93	0.93	0.92	1.01	1.00	1.05	0.94	1.05	0.20
	(5.47)	(5.04)	(4.35)	(4.21)	(4.32)	(4.73)	(3.66)	(4.16)	(3.80)	(3.95)	(2.96)
CAPM alfa	0.44	0.34	0.22	0.19	0.20	0.29	0.11	0.20	0.08	0.13	0.26
	(3.85)	(3.21)	(1.90)	(1.63)	(1.81)	(2.62)	(0.71)	(1.54)	(0.68)	(1.04)	(3.78)
Tre-faktor alfa	0.35	0.22	0.08	0.04	0.04	0.23	-0.11	0.02	-0.06	-0.06	0.29
	(3.46)	(2.96)	(1.07)	(0.58)	(0.50)	(2.72)	(-1.05)	(0.29)	(-0.72)	(-0.79)	(4.28)
Beta (est.)	0.77	0.83	0.86	0.88	0.90	0.92	0.95	1.00	1.02	1.06	0.00
Beta (real.)	0.95	1.03	1.12	1.17	1.13	1.13	1.39	1.32	1.35	1.44	-0.08
Volatilitet	22.11	22.67	24.53	25.54	24.42	24.61	31.27	28.88	28.46	30.60	7.92
Sharpe ratio	0.57	0.53	0.45	0.44	0.45	0.49	0.38	0.43	0.40	0.41	0.31

Tabel 3.3.1: Genskabelse af resultater med den simple metode, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Ved at sammenligne tabel 3.3.1 for det simple afkast med resultaterne fra den komplicerede model, det vil sige tabel 3.2.2, ses det, at den komplicerede model outperformer den simple på BAB-faktoren. Vi kan dog se, at den simple metodes BAB-faktor stadig giver et fornuftigt CAPM- og tre-faktor-alfa, men det havde faktisk været bedre bare at investere i lav-beta porteføljen P1. Derudover kan vi også se samme tendens over porteføljerne, men ikke i lige så høj grad som man kan i tabel 3.2.2. Desuden ses det, at det realiserede beta er længere fra det estimerede beta i den simple metode, hvilket er forventeligt, da der tages mindre højde for løbende markedsbevægelser, og at outliers ikke bliver reduceret som i den komplicerede.

Der er som sagt fordele ved begge metoder, men da de største ulemper klart ligger i den simple model, og at den største ulempe ved den komplicerede er gennemkørselstiden, som er overskuelig, ser vi ingen grund til at bruge en anden metode end den komplicerede. Dette underbygges af, at resultaterne for den komplicerede er væsentlig bedre. Med det sagt, er den simple model en udmærket "quick and dirty"-tilgang, men den vil ikke blive benyttet videre i dette speciale.

3.3.2 w , w_t eller w_t^s

I BAB-artiklen benyttes en shrinking faktor, w . Dette gøres for at reducere effekten af outliers. Mere specifikt benyttes Vasiceks *Bayesian Estimation of Security Beta* (Vasicek, 1973). Denne teori går ud på, at estimerede betaer på aktiver er under- eller over- estimeret. Her findes det, at betaer under én oftest er underestimerede, og betaer over én ofte er overestimerede. Derfor benyttes ligning 3.2.6 og 3.2.7, da disse vil skubbe betaerne mod én, og derved kan man få et estimat for beta, der ifølge Vasicek er mere præcist end det originale estimat.

$$\hat{\beta}^s = w^s \hat{\beta}^{s,TS} + (1 - w^s) \hat{\beta}^{XS} \quad (3.2.6)$$

$$w^s = 1 - \frac{\sigma_{TS}^s{}^2}{\sigma_{TS}^s{}^2 + \sigma_{XS}^2} \quad (3.2.7)$$

Vi finder det problematisk, at BAB-artiklen holder w konstant, da det er gjort ved at tage gennemsnittet over hele tidsperioden, men dette ville selvfølgelig ikke være tilgængeligt i starten af perioden. Derfor vil det medføre, at BAB-faktoren indeholder selection bias. For kun at se på en effekt ved at justere på w , holdes $\hat{\beta}^{XS}$ konstant på én. Det giver god mening, da den teoretiske værdi af $\hat{\beta}^{XS}$ er én. Dette skyldes, at hvis man har alle aktiver i markedet, så vil tværsnits-betaet være beta af markedsporteføljen som per definition er én. Empirisk får vi resultater omkring én. Den lille afvigelse skyldes, at dataet ikke indeholder alle aktiver i markedet.

Konstant w

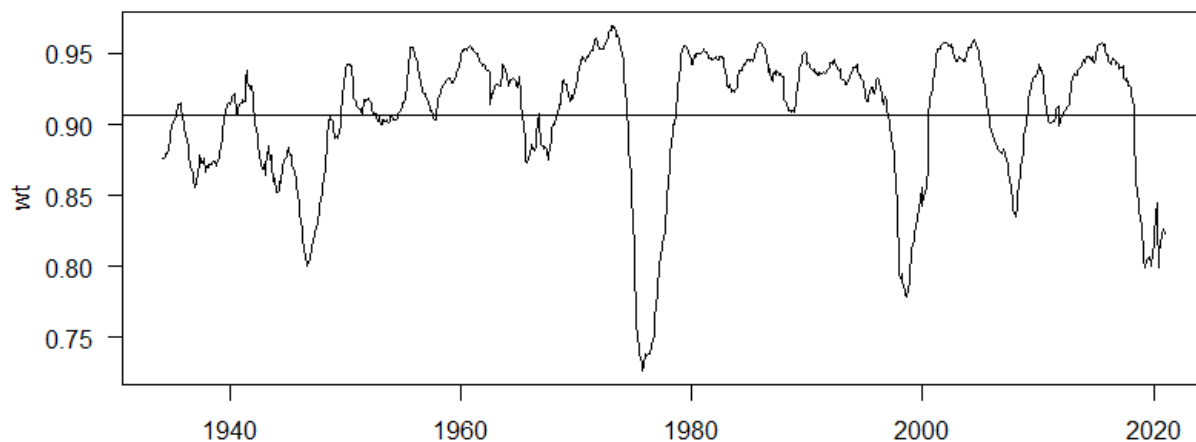
Til at starte med vil vi undersøge, hvordan vores resultater påvirkes, hvis vi også vælger et konstant w , men et der er skabt fra vores data.

I BAB-artiklen er $w = 0,6$ for alle aktiver og alle perioder. Dette gøres som sagt på baggrund af ligning 3.2.7, hvor Frazzini og Pedersen har fundet, at gennemsnittet af alle tidsperioder og alle aktiver ligger på 0,61. Vores aktiver er af en væsentlig anden konstruktion, siden de består af industrier, som indeholder mange aktiver, hvorfor outliers naturligt vil blive formindsket. Vi ønsker dog stadig at forbedre vores estimat for beta. Derfor gennemfører vi lignende beregninger for at finde et passende w til vores data. I forlængelse heraf udregnes w_t^s , det vil sige shrinking faktoren for hver industri s på hvert tidspunkt t .

Vi har valgt at benytte fem års løbende standardafvigelse af de estimerede betaer, hvilket vil medføre lag i w_t^s , da betaerne er baseret på fem års data, hvormed data, der benyttes til at udregne w_t , spænder over 10 år. Årsagen til vores valg af fem års estimering er, at det også bruges til estimering af beta, og en kortere periode muligvis ikke er lige så robust, da sandsynligheden for at fejlestimere w_t^s stiger, jo kortere perioden bliver. Derudover kan en kortere periode resultere i, at w_t^s er for volatil i forhold til markedsbevægelser, hvorfor en kortere periode ikke ville være optimal her. På den anden side ønsker vi heller ikke en meget længere horisont end fem år. Vi ønsker ikke en lang tidshorisont, fordi markedsbevægelsen så vil blive set over en for lang periode, hvilket kan resultere i, at markedsbevægelser bliver glattet for meget ud. Vi bemærker desuden, at jo længere perioder vi benytter i beregningen af w , des lavere bliver den og vice versa. Vi finder $w = 0,91$, og får altså ligning 3.2.6 til at være:

$$\hat{\beta}^s = 0,91 \times \hat{\beta}^{s,TS} + (1 - 0,91) \times 1 \quad (3.3.1)$$

Vores w er væsentlig højere end i BAB-artiklen. Dette kan skyldes, at vi som sagt ikke har enkeltstående aktiver men derimod industrier, som indeholder mange aktiver. En anden årsag kan være, at BAB-artiklen har brugt en anden tidshorisont for beregning af w_t^s . Udover at vi kan se, hvor gennemsnittet ligger, vil vi undersøge nærmere, om det er "fair" at sætte w højere. Vi har derfor lavet en graf, der illustrerer udviklingen i w_t :



Figur 3.3.2: w_t

I figur 3.3.2 ses, hvordan w_t bevæger sig over forskellige tidsperioder. Der er ingen særlig udvikling eller nogen opad- eller nedadgående tendens over hele tidsperioden. w_t svinger ret

konsistent omkring det samme niveau størstedelen af tiden. Dette vælger vi at undersøge statistisk ved at lave en Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS) test (Hyndman and Athanasopoulos, 2014, Kap 8.1). Fra testen kan vi se, at niveauet for w_t er stationært, da nulhypotesen om niveau stationaritet ikke kan afvises på et 5% signifikansniveau, hvilket understøtter, at w_t kan holdes konstant over hele tidsperioden. Testen kan ses i bilag 8.7.

Der er dog nogle signifikante udsving i grafen. Disse udsving passer rigtig godt på diverse finansielle kriser igennem de sidste 80 år. Mest tydeligt kan man se: 2. verdenskrig, oliekrisen (1973), dot.com boblen (1999) og finanskrisen (2007). Dette stemmer med, at ifølge (Schwert, 2011) ændres volatiliteten i markedet i forbindelse med en finansiell krise. Det skal huskes, at der kan være et relativt højt lag, hvilket også medfører, at effekten af corona krisen imidlertid er sværere at identificere på grafen, men der er antydninger af, at der er en form for effekt fra corona. Eftersom w er højere end i genskabelsen, vil spændet mellem høj- og lav-betaerne formindskes mindre. Dette bør påvirke afkastet for BAB-faktoren positivt, da proposition 2 indikerer, at et større spænd mellem høj- og lav-beta porteføljerne medfører et højere forventet afkast. På den anden side vil en højere w^s medføre flere outliers, og dermed et højere realiseret beta.

Genkalder vi ligning 3.1.1, ses det, at valget af w og β^{XS} påvirker $\frac{1}{\beta^L}$ og $\frac{1}{\beta^H}$, men indelingen og vægtene i porteføljerne ændres ikke, da skaleringen af beta ikke ændrer på rangeringen. Ved at benytte de nye værdier fås følgende resultater i tabel 3.3.2. Her bemærkes, at porteføljerne P1-P10 er de samme som i tabel 3.2.2, da rangeringen ikke afhænger af w .

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.90	1.04	0.93	1.01	0.99	1.08	1.04	1.00	0.92	0.93	0.63
	(5.33)	(5.18)	(4.60)	(4.71)	(4.64)	(4.65)	(4.32)	(3.82)	(3.65)	(3.01)	(5.91)
CAPM alfa	0.38	0.38	0.25	0.29	0.26	0.30	0.23	0.12	0.05	-0.09	0.51
	(3.61)	(3.42)	(2.38)	(2.58)	(2.47)	(2.48)	(1.84)	(0.86)	(0.42)	(-0.55)	(4.95)
Tre-faktor alfa	0.28	0.23	0.13	0.15	0.12	0.13	0.07	-0.06	-0.09	-0.25	0.45
	(3.12)	(2.85)	(1.59)	(1.96)	(1.85)	(1.76)	(0.90)	(-0.61)	(-1.03)	(-1.97)	(4.52)
Beta (est.)	0.56	0.71	0.80	0.86	0.91	0.97	1.02	1.09	1.18	1.41	0.00
Beta (real.)	0.83	1.04	1.06	1.12	1.15	1.22	1.26	1.38	1.37	1.59	0.19
Volatilitet	19.51	23.13	23.16	24.55	24.49	26.64	27.61	30.01	29.12	35.39	12.19
Sharpe ratio	0.56	0.54	0.48	0.49	0.48	0.49	0.45	0.40	0.38	0.31	0.62

Tabel 3.3.2: Resultater for $w = 0,91$, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

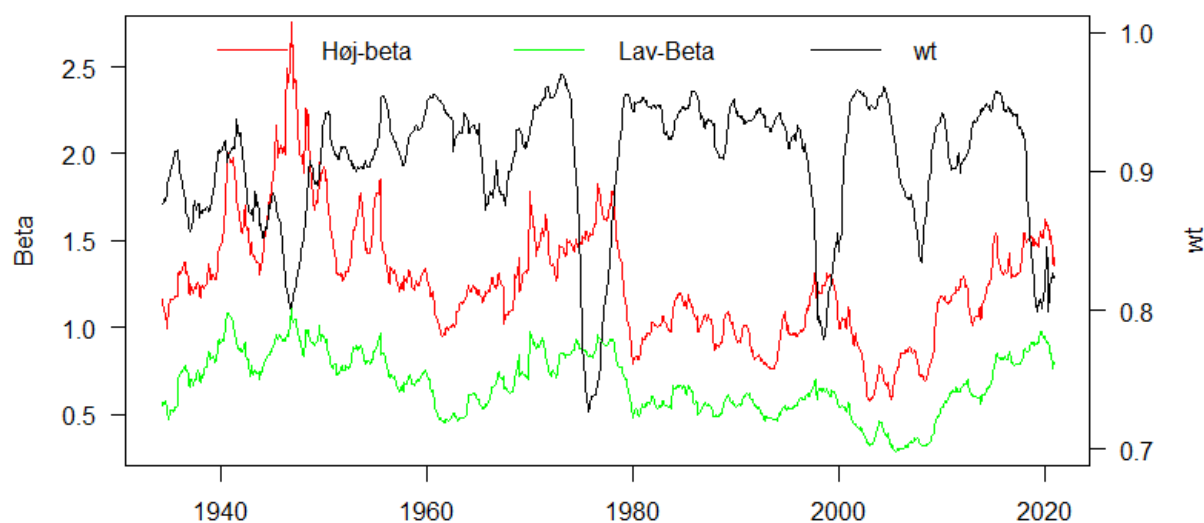
Vi vil nu sammenligne disse resultater i tabel 3.3.2 med resultaterne fra vores genskabelse (tabel 3.2.2) og BAB-artiklens resultater (tabel 3.2.1). Det ses tydeligt, at merafkastet, CAPM alfa og tre-faktor alfa er væsentlig højere for de nye værdier sammenlignet med den originale genskabelse. Disse værdier nærmer sig også de høje afkast, der er i BAB-artiklen. Til gengæld stiger det realiserede beta også, hvilket som sagt er forventeligt, da der justeres mindre for outliers.

Løbende w_t

Før viste vi, at w_t var stationær, hvilket indikerede, at w kan holdes konstant. Dette vil vi dog stille spørgsmålstegn ved, da der i *A Note on Using Cross-Sectional Information in Bayesian Estimation of Security Betas* (Vasicek, 1973) beskrives, at shrinking faktoren skal udregnes til hvert tidspunkt og for hvert aktiv. Vi vil starte med at undersøge effekten af en fælles løbende shrinking faktor, som udregnes til hvert tidspunkt. Dette vil altså resultere i, at vi benytter w_t , som den kan ses i figur 3.3.2. Denne figur antyder også, at der er en sammenhæng mellem observationerne, hvilket f.eks. kan ses ved de nævnte kriser. Der kan derfor argumenteres for, at observationerne afhænger af de forrige observationer. Dette giver en indikation om, at w_t kunne være at foretrække frem for et konstant w . Vi tester ved brug af en Ljung-Box test (Hyndman and Athanasopoulos, 2014, Kap 3.3), hvis

nulhypotese er, at der ikke er serie korrelation mellem observationerne, hvilket betyder, at observationerne er uafhængige af hinanden. Ved at anvende en Ljung-Box test på w_t viser resultatet, at vi afviser nulhypotesen på et 5% signifikansniveau, jf bilag 8.7. Dette betyder, at vi har serie korrelation, hvilket er i overensstemmelse med at estimere w_t løbende, og ligeledes understøtter Vasiceks metode om at estimere w_t over tid. Dermed undersøger vi, hvilken indflydelse det har, hvis der ikke "bare" tages gennemsnittet, men derimod udregnes en shrinking faktor til et hvert tidspunkt. Dette gøres ikke i Frazzini og Pedersen (2013).

Derudover bør en løbende shrinking faktor fungere godt i perioderne med finansielle kriser. Grunden til dette er, at som det kan ses i figur 3.3.3, vil perioder med abnormale β^H og β^L værdier blive modvirket af modsatrettede w_t værdier.



Figur 3.3.3: w_t sammenholdt med β^H og β^L .

w_t udregnes ved at finde w_t^s for alle aktiver og tidspunkter. Herefter tages gennemsnittet over industrierne for hver periode, som betegnes w_t . Dette bruges så til at formindske alle aktiverne til tidspunkt t . w_t vil ikke påvirke rangeringen, og derfor vil vores porteføljer P1-P10 være tæt på ens med tabel 3.3.2. Forskellen består kun i, at perioden ikke er helt ens, grundet at w_t er baseret på fem års beta værdier, og dermed er første punkt fra 1934 i stedet for 1929. Resultaterne for løbende w_t kan ses nedenunder i tabel 3.3.3.

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.99	0.96	0.93	0.95	1.00	1.05	1.05	1.01	0.98	0.89	0.67
	(6.80)	(6.21)	(5.33)	(5.29)	(5.27)	(5.30)	(4.91)	(4.81)	(4.33)	(3.28)	(6.62)
CAPM alfa	0.45	0.31	0.22	0.20	0.20	0.22	0.17	0.13	0.04	-0.19	0.56
	(4.64)	(3.78)	(2.21)	(2.07)	(2.02)	(2.09)	(1.42)	(1.19)	(0.35)	(-1.14)	(5.63)
Tre-faktor alfa	0.38	0.23	0.12	0.08	0.08	0.09	0.02	0.01	-0.09	-0.29	0.50
	(4.25)	(3.47)	(1.59)	(1.27)	(1.16)	(1.26)	(0.23)	(0.15)	(-1.01)	(-2.26)	(5.11)
Beta (est.)	0.47	0.62	0.71	0.77	0.83	0.88	0.93	1.00	1.09	1.33	0.00
Beta (real.)	0.77	0.92	1.02	1.08	1.14	1.19	1.26	1.25	1.34	1.54	0.15
Volatilitet	16.30	17.28	19.51	20.08	21.18	22.11	23.85	23.41	25.27	30.33	11.24
Sharpe ratio	0.73	0.67	0.57	0.57	0.57	0.57	0.53	0.52	0.46	0.35	0.71

Tabel 3.3.3: Resultater for w_t , hvor t-værdien er vist nedenunder estimerterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Her ses, at merafkastet for BAB-faktoren stiger fra 0,63 til 0,67. Dette er på trods af, at det realiserede beta falder fra 0,19 til 0,15. Det er en forbedring af BAB-faktoren, da en essentiel del af teorien bygger på at være markedsneutral. Derfor får vi også, at BAB-faktorens CAPM alfa og tre-faktor alfa stiger med mere end merafkastet. CAPM alfa stiger fra 0,51 til 0,56 og tre-faktor alfa fra 0,45 til 0,50. Disse resultater er alle tættere på BAB-artiklens resultater end i genskabelsen med $w = 0,91$ (tabel 3.3.2). Artiklen har et realiseret beta på -0,06, CAPM alfa på 0,73 og tre-faktor alfa på 0,73. Derudover ser vi, at Sharpe ratioen også nærmer sig resultaterne fra Frazzini og Pedersen (2013). Vi får en Sharpe ratio på 0,71, og BAB-artiklen får 0,78. Afkastet, alfaerne og Sharpe ratioen er også væsentlig bedre end i den første genskabelse (tabel 3.2.2).

Løbende w_t^s

Vi gentager analysen, men denne gang kigger vi på w_t^s . Dette er heller ikke gjort i BAB-artiklen. Vi formoder, at dette er tilfældet, fordi deres datamængde er meget stor, hvorfor det ville tage lang tid at implementere en individuel shrinking faktor til hvert aktiv på alle tidspunkter. Derudover hævder de, at det ikke påvirker deres resultater betydeligt. Det bemærkes, at i denne metode vil porteføljerne P1-P10 og BAB-porteføljen ikke længere være præcis de samme som tidligere, da der nu løbende shrinkes forskelligt på de enkelte

beta-værdier, hvilket i nogle tilfælde kan påvirke rangeringen. Her får vi resultaterne, der ses i tabel 3.3.4.

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	1.08	0.95	0.97	1.06	0.99	0.96	1.00	0.99	1.03	0.79	0.75
	(6.72)	(5.55)	(5.56)	(5.82)	(5.25)	(4.85)	(4.72)	(4.68)	(4.66)	(3.10)	(6.96)
CAPM alfa	0.49	0.29	0.26	0.30	0.21	0.13	0.13	0.12	0.10	-0.24	0.61
	(4.52)	(2.68)	(2.62)	(3.06)	(2.01)	(1.23)	(1.08)	(1.00)	(0.88)	(-1.66)	(5.76)
Tre-faktor alfa	0.41	0.17	0.16	0.19	0.09	0.01	-0.03	0.00	-0.02	-0.32	0.53
	(4.08)	(1.99)	(2.03)	(2.82)	(1.18)	(0.09)	(-0.38)	(0.03)	(-0.22)	(-2.89)	(5.14)
Beta (est.)	0.46	0.62	0.71	0.78	0.83	0.88	0.94	1.00	1.08	1.24	0.00
Beta (real.)	0.84	0.96	1.02	1.09	1.12	1.19	1.25	1.25	1.33	1.48	0.21
Volatilitet	18.00	19.24	19.57	20.41	21.08	22.09	23.65	23.69	24.69	28.59	12.05
Sharpe ratio	0.72	0.60	0.60	0.62	0.56	0.52	0.51	0.50	0.50	0.33	0.75

Tabel 3.3.4: Resultater for w_t^s , hvor t-værdien er vist nedenunder estimerterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Ved at sammenligne tabel 3.3.4 med resultaterne fra w_t (tabel 3.3.3) ses, at merafkastet for BAB-faktoren stiger med 0,08. Her skyldes noget af stigningen en forøgelse i beta, hvilket kan ses ved, at CAPM alfa "kun" stiger med 0,05. Derudover kan vi se fra bilag 8.2, at β^{HML} også stiger, hvorfor at tre-faktor alfa "kun" stiger med 0,03. Der er ikke signifikante resultater for SMB. Den realiserede beta-værdi stiger til 0,21, altså med 0,06, hvilket stadig er meget lavt sammenlignet med lav-beta porteføljen P1, som har et beta på 0,84. Vi ser yderligere, at Sharpe ratioen faktisk stiger lidt sammenlignet med w_t .

Da vi ønsker, at BAB-faktoren skal give høje alfaer, høj Sharpe ratio og betaer tæt på nul, vælger vi at fortsætte med forrige metode, hvor der bruges w_t , som i øvrigt også outperformede det simple w . Dette gøres, fordi vi får resultater, der minder meget om BAB-artiklens. Derudover ønsker vi, at porteføljen er så tæt på markedsneutral som muligt, hvorfor w_t er at foretrække fremfor w_t^s . w_t^s leverer lidt bedre resultater, men vi synes ikke, at de er markant bedre, og som sagt kommer meget af forbedringen i resultaterne fra en højere eksponering overfor markedsporteføljen. Desuden påvirker shrinking faktoren w_t heller ikke rangeringen af BAB-porteføljen i modsætning til w_t^s . Vi fortsætter derfor kun med w_t metoden, hvilket svarer til resultaterne i tabel 3.3.3.

3.3.3 β^{XS}

Vi ønsker nu at se, hvad der sker, hvis vi ikke længere bare antager $\beta^{XS} = 1$. Vores første fremgangsmåde var at udregne β^{XS} for hele perioden. Dette er selvfølgelig problematisk i forhold til selection bias. Vi finder, at gennemsnittet af tværsnitsbetaerne er 0,91, hvilket, man kan argumentere for, er relativt tæt på én. Ved at lave samme beregninger som tidligere finder vi nye værdier for BAB-faktoren og kan se, at ændringen er minimal. Den rykker sig med højst 0,01 procentpoint i alle kategorierne. Derfor går vi ikke videre med den tilgang, da den også indeholder selection bias.

I stedet forsøger vi at udregne et løbende β_t^{XS} . Det gøres med samme fremgangsmåde som for w_t , hvilket vil sige, at tværsnittet for beta bliver regnet for de seneste 5 år. Det bemærkes, at dette selvfølgelig ikke vil påvirke rangeringen af beta-værdierne, jf. ligning 3.2.6. Resultaterne for β_t^{XS} kan ses i tabel 3.3.5.

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.99 (6.80)	0.96 (6.21)	0.93 (5.33)	0.95 (5.29)	1.00 (5.27)	1.05 (5.30)	1.05 (4.91)	1.01 (4.81)	0.98 (4.33)	0.89 (3.28)	0.68 (6.50)
CAPM alfa	0.45 (4.64)	0.31 (3.78)	0.22 (2.21)	0.20 (2.07)	0.20 (2.02)	0.22 (2.09)	0.17 (1.42)	0.13 (1.19)	0.04 (0.35)	-0.19 (-1.14)	0.57 (5.52)
Tre-faktor alfa	0.38 (4.25)	0.23 (3.47)	0.12 (1.59)	0.08 (1.27)	0.08 (1.16)	0.09 (1.26)	0.02 (0.23)	0.01 (0.15)	-0.09 (-1.01)	-0.29 (-2.26)	0.51 (5.00)
Beta (est.)	0.56	0.72	0.80	0.86	0.92	0.97	1.03	1.10	1.18	1.42	0.00
Beta (real.)	0.77	0.92	1.02	1.08	1.14	1.19	1.26	1.25	1.34	1.54	0.15
Volatilitet	16.30	17.28	19.51	20.08	21.18	22.11	23.85	23.41	25.27	30.33	11.63
Sharpe ratio	0.73	0.67	0.57	0.57	0.57	0.57	0.53	0.52	0.46	0.35	0.70

Tabel 3.3.5: Resultater for w_t med β_t^{XS} , hvor t-værdien er vist nedenunder estimerterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Her ses, at resultaterne i tabel 3.3.5 med β_t^{XS} er meget tætte på resultaterne fra $\beta^{XS} = 1$, som kan ses i tabel 3.3.3. Vi vælger herfra at fortsætte med $\beta^{XS} = 1$, da det er mere simpelt og giver god teoretisk mening samtidig med, at der så ikke er nogen standardafvigelse i tværsnitsbetaet, hvor der i den løbende er en standardafvigelse på 0,22.

3.3.4 Værdivægtet eller ligevægtet

Da vi tidligere så på SML (figur 3.3.1), bemærkede vi, at den ikke lignede SML fra teoriafsnittet (figur 3.1.1). Forskellene ligger i, hvordan afkastet for markedet og industrierne bliver beregnet. I figur 3.3.1 benyttes ligevægtede industriafkast og værdivægtede markedsafkast. Dette valg af vægtning medfører, at industriporteføljernes afkast ligger meget højere end markedsafkastet, da ligevægtet afkast generelt er højere end værdivægtet afkast. Dette vil vi komme ind på senere. Denne lille afvigelse, fra hvordan den teoretiske figur ser ud, har medført, at vi vælger at undersøge forskellene ved at benytte de to former for vægtning af afkast.

Markedsafkast

Datasættet indeholder kun værdivægtede markedsafkast. Vi konstruerer derfor det ligevægtede markedsafkast ved at benytte kendskabet til antallet af virksomheder inkluderet i hver af industrierne n^s på et givent tidspunkt t . Et ligevægtet markedsafkast kan derfor beregnes til tid t på følgende måde:

$$r_t^{MLV} = \frac{\sum_s^{49} r_t^s n_t^s}{\sum_s^{49} n_t^s} \quad (3.3.2)$$

Ulempen ved ligevægtede markedsafkast er, at CAPM ikke længere vil holde teoretisk, fordi i CAPM er markedsporteføljen dannet ved brug af værdivægtede afkast. Vi vil alligevel forsøge at sammenligne forskellige kombinationer af værdivægtede og ligevægtede afkast både på industri og marked.

Industriafkast

Frenchs datasæt for industriporteføljer har to forskellige typer vægtning. Der er de ligevægtede og de værdivægtede. Vi vil derfor diskutere fordele og ulemper ved hver type.

I Frazzini og Pedersen (2013) benyttes ligevægtede afkast for amerikanske aktier. Ved at benytte os af værdivægtede vil de store virksomheder i hver industri have en markant påvirkning på den pågældende industris afkast, hvorimod ved brug af ligevægtede porteføljer vil små og store virksomheder have en lige stor andel af industriens afkast. Vækstpotentialer er størst i en ligevægtet portefølje, da små virksomheder har større chance for pludseligt at stige voldsomt. Historisk har ligevægtet afkast overgået værdivægtet afkast (Fama and

French, 2008), hvilket også stemmer overens med, at SMB historisk har givet positivt afkast (Fama and French, 1993). På den anden side medfører dette højere afkast også, at det er forbundet med højere risiko (Fama and French, 2008). Vi har testet dette på vores data. En oversigt over dette kan ses i tabel 3.3.6, og det kan ses for samtlige industrier i bilag 8.4.

	Ligevægtede			Værdivægtede		
	Merafkast	SD	SR	Merafkast	SD	SR
Markedafkast	18,23	17,28	1,05	7,58	17,05	0,44
Gennemsnit af industrier	20,91	25,26	0,86	11,83	24,95	0,49

Tabel 3.3.6: Oversigt over performance for ligevægtede og værdivægtede afkast

For både markedet og for alle industrier er merafkastet højere for det ligevægtede end det værdivægtede. Standardafvigelsen er tilgængelig også lavere for det værdivægtede markeds-merafkast og størstedelen af industrierne. Forskellen her er dog ikke lige så stor, hvilket også kan ses ved, at Sharpe ratioen er højst for det ligevægtede.

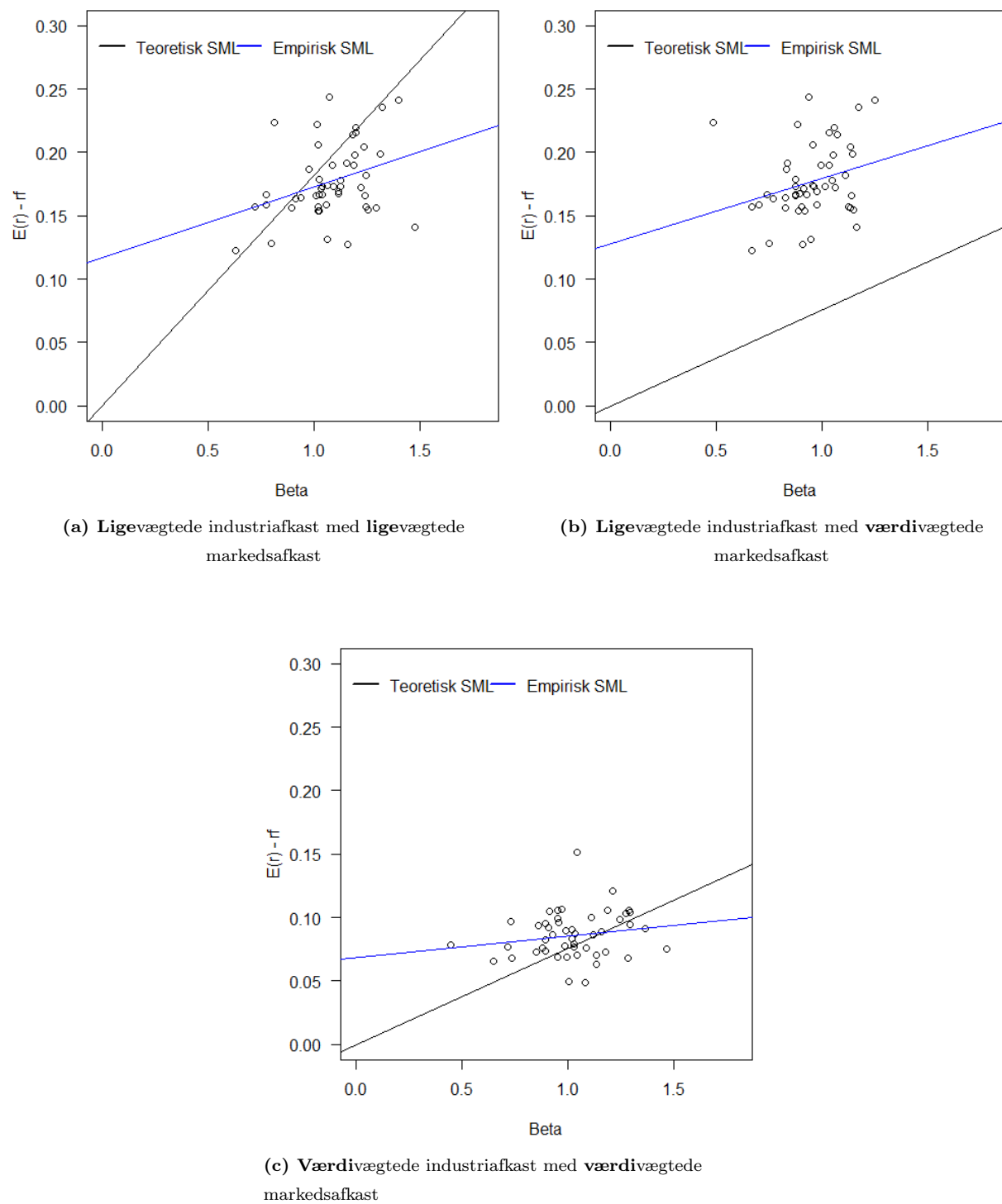
En fordel ved ligevægtet industriafkast er, at hele industriens afkast ikke kommer til at afhænge af få store virksomheder, men af alle virksomheder i industrien. Dette kan betyde, at hvis der er få virksomheder med meget høj markedsværdi, så vil man i værdivægtede industrier ikke kun være eksponeret overfor industrien, men også den idiosynkratiske risiko der er ved disse virksomheder.

Tre scenarier

Vi vil sammenligne tre forskellige kombinationer af markedsafkast og industriafkast:

- **Ligevægtede** industriafkast med **ligevægtede** markedsafkast (LigeLige)
- **Ligevægtede** industriafkast med **værdivægtede** markedsafkast (LigeVærdi)
- **Værdivægtede** industriafkast med **værdivægtede** markedsafkast (VærdiVærdi)

Vi har derfor i figur 3.3.4 vist security market line for de tre scenarier:



Figur 3.3.4: Security market lines

Ved at sammenligne de tre plots i figur 3.3.4, ser vi, at vores valg af vægtning ændrer betydeligt på aktivernes merafkast og beta-værdi. Det ses, at aktiverne i figur (a) og (b) har væsentligt højere merafkast, hvilket som bekendt skyldes, at ligevægtede industriporteføljer har outperformet værdivægtede industriporteføljer. Vi bemærker også, at (b)'s teoretiske SML ligger væsentlig under den empiriske. Igen er grunden, at afkastet for de ligevægtede industrier er meget højere end det værdivægtede markedsafkast. Derudover huskes det, at CAPM ikke holder for (a), fordi markedsafkastet er dannet fra en ligevægtet portefølje. Vi vil nu sammenligne resultaterne af disse kombinationer. Dette er gjort med et løbende w_t som beskrevet i afsnit 3.3.2. Dette kan ses i tabellerne 3.3.3, 3.3.7 og 3.3.8.

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.99	0.97	0.93	0.97	1.07	0.94	0.99	1.03	1.04	0.88	0.60
	(7.32)	(6.30)	(5.41)	(5.33)	(5.66)	(4.78)	(4.86)	(4.69)	(4.54)	(3.18)	(7.21)
CAPM alfa	0.44	0.27	0.11	0.09	0.15	-0.02	-0.01	-0.04	-0.07	-0.40	0.53
	(5.33)	(3.87)	(1.80)	(1.54)	(2.65)	(-0.28)	(-0.17)	(-0.59)	(-1.01)	(-3.36)	(6.33)
3-faktor alfa	0.41	0.24	0.10	0.07	0.15	-0.03	-0.03	-0.06	-0.07	-0.34	0.48
	(5.05)	(3.57)	(1.63)	(1.30)	(2.55)	(-0.45)	(-0.51)	(-0.87)	(-0.94)	(-2.91)	(5.88)
Beta (est.)	0.53	0.70	0.81	0.88	0.94	1.00	1.06	1.13	1.23	1.50	0.00
Beta (real.)	0.57	0.73	0.84	0.92	0.95	0.98	1.03	1.10	1.15	1.33	0.08
Volatilitet	15.15	17.32	19.24	20.39	21.07	21.90	22.80	24.50	25.53	31.14	9.33
Sharpe ratio	0.78	0.68	0.58	0.57	0.61	0.51	0.52	0.50	0.49	0.34	0.77

Tabel 3.3.7: Ligevægtede industriafkast med ligevægtede markedsafkast, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.62	0.80	0.73	0.85	0.74	0.84	0.80	0.83	0.85	0.80	0.46
	(5.00)	(5.94)	(5.13)	(5.65)	(4.72)	(5.05)	(4.46)	(4.44)	(4.21)	(3.42)	(4.75)
CAPM alfa	0.17	0.25	0.11	0.18	0.04	0.09	-0.01	-0.01	-0.04	-0.22	0.37
	(2.00)	(3.27)	(1.66)	(2.75)	(0.54)	(1.35)	(-0.15)	(-0.09)	(-0.47)	(-2.01)	(3.83)
3-faktor alfa	0.16	0.22	0.09	0.13	-0.00	0.04	-0.08	-0.04	-0.09	-0.23	0.33
	(1.83)	(3.01)	(1.29)	(2.11)	(-0.06)	(0.66)	(-1.25)	(-0.58)	(-1.06)	(-2.30)	(3.50)
Beta (est.)	0.48	0.66	0.75	0.83	0.89	0.96	1.04	1.12	1.23	1.48	0.00
Beta (real.)	0.64	0.80	0.88	0.97	1.02	1.07	1.16	1.20	1.28	1.46	0.13
Volatilitet	13.85	15.15	15.89	16.91	17.63	18.51	19.99	20.92	22.51	26.13	10.73
Sharpe ratio	0.54	0.64	0.55	0.61	0.51	0.54	0.48	0.48	0.45	0.37	0.51

Tabel 3.3.8: Værdivægtede industriafkast med værdivægtede markedsafkast, hvor t-værdien er vist nedenunder estimaterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Det ses tydeligt, at tabel 3.3.8 for VærdiVærdi ikke er ligeså god som de andre. Den har et højere realiseret beta end LigeLige og et lavere CAPM alfa, tre-faktor alfa og Sharpe ratio end både LigeLige og LigeVærdi. Derudover minder resultaterne også mindst om resultaterne i BAB-artiklen. Derfor vælger vi ikke at gå videre med VærdiVærdi.

LigeLige og LigeVærdi minder mere om hinanden. Det ses dog, at merafkast, CAPM og tre-faktor alfa er højst for LigeVærdi. På den anden side er beta og Sharpe ratio bedst for LigeLige. Begge tabeller minder relativt meget om resultaterne fra Frazzini og Pedersen (2013). I BAB-artiklen benyttes også ligevægtede aktiver med værdivægtet markedsafkast og derfor minder LigeVærdi mest om deres konstruktion. Derudover er det et stort problem, at CAPM ikke er gældende for LigeLige, da BAB er konstrueret på CAPM. Disse overvejelser medfører, at vi vælger at gå videre med LigeVærdi, altså tabel 3.3.3.

3.3.5 Endeligt valg af parametre

Vi har valgt at arbejde videre med tabel 3.3.3. Denne er konstrueret ved brug af løbende w_t og fast teoretisk $\beta^{XS} = 1$ på de ligevægtede industriafkast og de værdivægtede markedsafkast. Dette valg er taget på baggrund af argumenterne præsenteret i dette afsnit. Det betyder, at fremtidige tabeller og figurer er baseret på disse parametervalg.

3.4 TED spread

Vi har indtil videre arbejdet mest med proposition 1 og 2, men vi vil nu fokusere på proposition 3. Proposition 3 omhandler risikoen forbundet med finansieringschok og disses indflydelse på BAB-faktorens afkast samt dens forventede fremtidige afkast. Imidlertid giver det mere mening at se på proposition 3 som en ændring i finansieringsmulighederne ψ og ikke som et chok i økonomien. For at se på en ændring i ψ ser vi i praksis på en ændring i marginkravene m_t^k . Dette gøres via TED spreadet. TED spreadet er forskellen mellem renten på interbanklån og renten på kortfristet amerikansk statsgæld. Formelt er TED spreadet givet som:

$$\text{TED Spread} = \text{3-måneders LIBOR} - \text{3-måneders Treasury bill rate} \quad (3.4.1)$$

Vi ser på TED spreadet som et mål for kreditforholdene, som dermed afspejler finansieringsbegrænsningerne i markedet. Idéen er her, at hvis bankerne internt kan låne til lave renter (lavt TED spread) medfører det, at aktørerne i økonomien også kan låne billigt, og finansieringsbetingelserne dermed er gode. Omvendt, hvis bankerne har høje renter internt mellem bankerne (højt TED spread), bliver det også dyrere at låne for aktørerne, hvilket vil svare til dårlige finansieringsbetingelser.

Vi genkalder ligning 3.1.26 og 3.1.27 fra proposition 3, og det antages, at TED spreadet måler finansieringsbegrænsningerne, der fremgik som variabelen ψ i modellen. Modellen vil da ud fra ligning 3.1.26 prædiktere en negativ koefficient for ændringen i TED spreadet og ud fra ligning 3.1.27 prædiktere en positiv koefficient for det laggede TED spread.

$$\frac{\partial r_t^{BAB}}{\partial m_t^k} \leq 0 \quad (3.1.26)$$

$$\frac{\partial E_t(r_{t+1}^{BAB})}{\partial m_t^k} \geq 0 \quad (3.1.27)$$

Vi ønsker derfor at opstille en model, der ser på BAB-afkastet sammenlignet med lagged TED spread og ændringen i TED spread. Dette kan dog medføre nogle problemer, fordi vi holder alt andet konstant. Empirisk viser det sig, at andre faktorer i markedet også ændrer sig, når marginkravene ændres. Derfor laver vi endnu en model, der forsøger at tage højde for, at andre faktorer i markedet også ændres. Denne afviger lidt fra Frazzini og Pedersen (2013), da vores model er forsimplet, fordi den ikke har lige så mange forklarende variable,

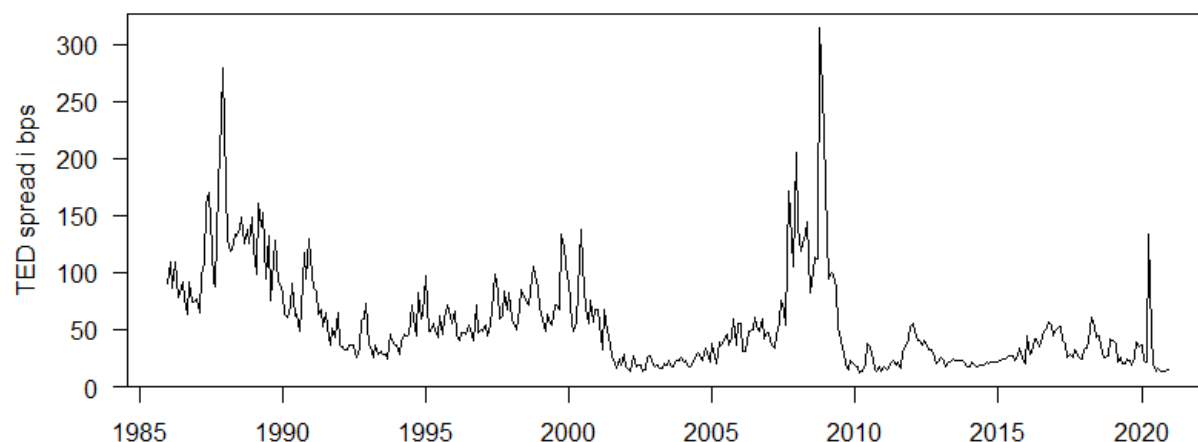
hvilket skyldes manglende data.

Den første model er en simpel regression af BAB-faktoren til tidspunkt t på det laggede TED spread og ændringen i TED spreadet. Her er ændringen i TED spreadet givet som TED spreadets værdi i slutning af måneden til tidspunkt t minus TED spreadets værdi i slutning af måneden til tidspunkt $t-1$. Det laggede TED spread angiver niveauet for TED spreadet i den forrige periode, altså TED spreadets værdi til tidspunkt $t-1$. Den anden model er en udvidelse af den simple model, der som sagt prøver at korrigere for andre faktorer, der kunne tænkes at påvirke BAB-faktoren. Modellen bliver da en regression af BAB-faktoren på det laggede TED spread, ændringen i TED spreadet, betaspreadet, laggede BAB og markedsafkastet. Her er betaspreadet de værdier, som blev udregnet med formelen $\frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}$ i forbindelse med dannelsen af BAB-faktoren i starten af sektionen. Det laggede BAB er afkastene for BAB-faktoren i forrige periode, og markedsafkastet er givet som det månedlige afkast for markedsporteføljen. Betaspreadet medtages på baggrund af, at forventningen til BAB-afkastet er givet ved ligning 3.1.22:

$$E_t(r_{t+1}^{BAB}) = \frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H} \psi_t \geq 0 \quad (3.1.22)$$

Ved at medtage betaspreadet som en forklarende variabel, fjernes muligheden for, at ændringen skyldes, at betaspreadet også ændres. Lagged BAB tages med for at tage højde for eventuel momentum i BAB-faktoren, mens markedsafkastet medtages for at tage højde for eventuel støj i ex ante betaerne, som bruges til at gøre BAB-porteføljen markedsneutral. Vi ender da med en model for BAB-faktorens afkast uden korrigering og en model med korrigering.

Vi undersøger proposition 3 ved hjælp af daglig data for TED spreadet, som løber fra 02/01-1986 til 31/12-2020 og er taget fra [FRED](#). Der mangler i alt 71 observationer for perioden. Vi anser dette som værende insignifikant grundet størrelsen på ændringerne og det relativt lille antal manglende observationer, hvormed der ikke korrigeres herfor, da de manglende observationerne i stedet bare udelades. En graf over TED spreadet kan ses i figur 3.4.1.

**Figur 3.4.1:** TED spread i bps

Vi er dog nødsaget til at omstrukturere vores datasæt for at undersøge proposition 3, da TED spreadet er angivet for daglig data, mens vi imidlertid gerne vil have det for månedlig data. Derudover skal faktorerne lagged TED spread og ændring i TED spread også konstrueres, så vi kan fortage den tidligere beskrevne regression. Det laggede TED spread er værdien i bps, som TED spreadet antog den sidste dag i måneden forinden. Vi anvender dog her værdien (90 bps) for den 2. januar 1986 som sidste datapunkt i december 1985. Ændringen i TED spreadet udregnes simpelt som forskellen mellem månederne. Vi har nu fået konstrueret alt relevant data, og kan dermed påbegynde vores regression og analyse af de to modeller med henblik på en verificering af proposition 3.

3.4.1 Resultater af TED spread

Ved at lave regression over merafkastet for BAB-faktoren i den første genskabelse med $w = 0,6$, for både modellen uden korrigerig og modellen med korrigerig, fås følgende resultater som kan ses i tabel 3.4.1

	Uden korrigering	Med korrigering
Lagged TED-spread	-0.015 <i>(-3.69)</i>	-0.017 <i>(-4.22)</i>
Ændring i TED-spread	0.004 <i>(0.49)</i>	-0.009 <i>(-1.16)</i>
Beta-spread		0.023 <i>(1.22)</i>
Lagged BAB		0.081 <i>(1.73)</i>
Markedafkast		-0.212 <i>(-5.67)</i>

Tabel 3.4.1: Regressionsresultater fra $w = 0, 6$, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift.

Hvis det samme gøres for vores opdaterede genskabelse, altså med løbende w_t , fås resultaterne i tabel 3.4.2.

	Uden korrigering	Med korrigering
Lagged TED spread	-0.025 <i>(-5.30)</i>	-0.020 <i>(-4.17)</i>
Ændring i TED spread	-0.014 <i>(-1.57)</i>	-0.011 <i>(-1.16)</i>
Beta-spread		0.020 <i>(3.53)</i>
Lagged BAB		0.173 <i>(3.53)</i>
Markedafkast		0.051 <i>(1.13)</i>

Tabel 3.4.2: Regressionsresultater fra w_t , hvor t-værdien er vist nedenunder estimerne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift.

Dette sammenholdes med resultaterne fra Frazzini og Pedersen (2013), som er:

	Uden korrigering	Med korrigering
Lagged TED spread	-0.025 (-5.24)	-0.038 (-4.78)
Ændring i TED spread	-0.019 (-2.58)	-0.035 (-4.28)
Beta-spread		0.011 (0.76)
Lagged BAB		0.011 (0.13)
Lagged inflation		-0.077 (-0.87)
Kort volatilitet afkast		-0.238 (-2.27)
Markedafkast		-0.372 (3.40)

Tabel 3.4.3: Regressionsresultater fra Frazzini og Pedersen (2013), hvor t-værdien er vist nedenunder estimaterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift.

Til at starte med vil vi sammenligne koefficienten for ændringen i TED-spreadet, hvilket ifølge vores fortolkning af TED spreadet og proposition 3 (i) skal være negativt. Ændringen i TED spreadet er negativt både for w_t og i artiklen. Vi finder desværre, at vores resultater ikke helt er signifikante på et 5% signifikansniveau. Ændringen i TED spreadet for $w = 0,6$ er ikke signifikante. At artiklens komplicerede model er bedre er dog også forventeligt, da de justerer for flere faktorer og har anvendt mere og potentielt bedre data, end vi har mulighed for.

Det laggede TED spread skal ifølge proposition 3 (ii) være positivt, hvilket vi desværre i alle modellerne har signifikante resultater for er negativt. Dette kan primært skyldes to årsager. Den første er, at TED spreadet ikke direkte måler finansieringsbetingelserne i markedet, men derimod indikerer, at aktørernes finansieringsbetingelser forværres eller forbedres. Med det menes der, at TED spreadet ikke viser finansieringsbetingelserne i øjeblikket, men i stedet viser udviklingen af finansieringsbetingelserne over tid. Dette vil gøre, at resultaterne giver bedre mening i forhold til teorien, da vi i så fald i denne analyse kun kigger på første del af proposition 3. Den anden årsag er, at en af antagelserne i proposition 3 måske er lidt grov. Problemet er, at der argumenteres for, at beta ikke ændres, når

marginkravene ændres, altså ligning 3.1.29, som siger $\beta_t^{Z\text{ efter}} = (\dots) = \beta_t^{Z\text{ før}}$. Her bruges antagelsen om, at forventningerne og usikkerheden omkring priserne til $t+1$ ikke påvirkes af en ændring i marginkravene, da de i følge Frazzini og Pedersen (2013) antages at være eksogene variable. Man kan argumentere for, at forventningen og usikkerheden omkring fremtidige priser bør påvirkes af en pludselig ændring i marginkravene. Hvis vi ser på en ændring i marginkravene, antages det, at ex post marginkravene er lig ex ante forventningerne til marginkravene. Dette er måske en lidt grov antagelse. Hvis denne antagelse ikke tages, medfører det, at aktivernes priser måske ændres. Hvis priserne ændres, vil vægtene i markedsporteføljen også ændres, som derfor medfører, at β^H og β^L ændres, hvorfor betaspændet $\frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}$ ændres, og derfor er det ikke længere sikkert, at proposition 3 holder, da der så også skal redegøres for, i hvilken retning betaspændet ændres.

3.4.2 Ny proxy for finansieringsbetingelser

At TED spreadet måske ikke direkte måler finansieringsbetingelserne i markedet er selvfølgelig problematisk, hvis det er dette, som der ønskes at blive målt. Det er tidligere blevet vist, at eksogene ændringer i marginkrav påvirker hældningen på SML (Jylhä, 2018). I nyere tid har man prøvet at tage højde for, at TED spreadet ikke er et mål for finansieringsbetingelserne i markedet. I *Betting against correlation: Testing theories of the low-risk effect* (Asness et al., 2020) konstrueres i stedet en gearingsmåling, som baseres på mængden af margin-gæld hos kunder i NYSE-medlemsorganisationer. Dette gearingsmål bruges da som proxy for finansieringsbetingelserne. Til dette benyttes data fra 1959 til 2015, som kommer fra NYXDATA. Det endelige mål udformer sig da som forholdet mellem margin-gæld og markedsværdien af NYSE-aktier, som udregnes i slutningen af hver måned. Dette udgør dermed målet *margin debt measure* (MD):

$$MD_t = \frac{\text{Margin debt}_t}{\text{Market capitalization of NYSE firms}_t} \quad (3.4.2)$$

TED spreadet bruges da i stedet som et mål for inflation. Når margin-gæld er lav, fortolkes dette som dårlige finansieringsbetingelser. Det antages implicit, at ændringen i margin-gælden primært er drevet af ændringer i opnåeligheden af gearing. Dette er en forsimpning af virkeligheden, men er i overensstemmelse med idéen om, at margin-gæld er høj i tider med gode finansieringsbetingelser. Interessant nok er margin-gæld negativt korreleret med TED spreadet.

Der laves så en regression med både MD_t og $MD_{t+1} - MD_t$ som forklarende variabel til BAB-afkastet fra periode t til $t+1$. Koefficienterne for denne regression foretaget i Asness et al., (2020) kan ses i 3.4.4.

	$BAB_{t;t+1}$	$BAC_{t;t+1}$
MD_t	-0.31 (-1.69)	-0.31 (-1.83)
$MD_{t+1} - MD_t$	6.18 (3.55)	9.24 (5.64)

Tabel 3.4.4: Betting Against Beta regression på MD, hvor 5% signifikansniveau er markeret med fed. (Udsnit af Tabel 8 i (Asness et al., 2020))

Ved at benytte denne nye regression, kan ligning 3.1.26 og ligning 3.1.27 fra proposition 3 eftervises. Vi starter med at kigge på ligning 3.1.26 som siger:

$$\frac{\partial r_t^{BAB}}{\partial m_t^k} \leq 0 \quad (3.1.26)$$

Hvilket vil sige, at hvis der sker en **ex post** stigning i marginkravene, vil BAB-afkastet til tid t falde. Hvis vi benytter proxien MD , vil en ex post stigning i marginkravene, svare til en negativ ændring af MD fra perioden t til $t+1$. Som vi kan se i tabel 3.4.4, vil en negativ værdi af $MD_{t+1} - MD_t$ medføre, at BAB-afkastet falder, hvilket er i overensstemmelse med, hvad proposition 3 (i) siger.

Vi kigger nu på 3.1.27, altså proposition 3 (ii), som siger:

$$\frac{\partial E_t(r_{t+1}^{BAB})}{\partial m_t^k} \geq 0 \quad (3.1.27)$$

Hvilket vil sige, at hvis der sker en **ex ante** stigning i marginkravene, vil forventningen til BAB-afkastet på tid $t+1$ stige. Hvis margin kravene stiger ex ante en BAB investering, svarer det til et fald i MD_t . Vi har i tabel 3.4.4, at et fald i MD_t medfører en stigning i BAB afkastet på tidspunkt $t+1$, hvilket er i overensstemmelse med, hvad proposition 3 (ii) siger. Resultatet for MD_t er i denne model ikke signifikant, den viser sig dog at være signifikant, når modellen udvides til at indeholde sentiment (Liu et al., 2018) og inflation (her bruges TED spreadet).

I Asness et al., (2020) findes det, at hele effekten af en ændring i marginkravene ikke kan forklares kun med denne model. De deler derfor BAB op i to andre faktorer. Disse er *Betting Against Correlation* (BAC) og *Betting Against Volatility* (BAV). Dette gøres med følgende formel:

$$BAB_t = a_0 + a_1 BAC_t + a_2 BAV_t + \epsilon_t \quad (3.4.3)$$

Faktoren BAC er konstrueret til at beskrive den systematiske risiko og BAV beskriver den idiosynkratiske risiko. Ved at lave en regression for MD ses, at det kun er BAC, der kan forklares fra denne model (tabel 3.4.4). Det vil sige, at modellen kun beskriver en ændring i BAB-faktorens afkast fra systematiske risiko ved en ændring i marginkravene og kan ikke forklare den idiosynkratiske risiko. For at se sammenhængen mellem faktorerne BAC og BAV med BAB laves en regression, som kan ses i tabel 3.4.5.

	BAB
Intercept	0.00 (0.05)
BAC	0.69 (60.03)
BAV	0.58 (63.45)
R^2	0.85
Antal observationer	1020

Tabel 3.4.5: Betting against beta som betting against correlation og betting against volatility. Denne tabel viser resultaterne af regressioner af det månedlige afkast til BAB på det månedlige afkast til BAC og BAV. (Udsnit af Tabel 3 i Asness et al., (2020))

Denne måde at eftervise proposition 3 på giver umiddelbart bedre resultater, da empiriske undersøgelser bekræfter teorien. Vi har ikke forsøgt at genskabe dette grundet manglende data for MD.

Vi har nu dækket teorien samt bevisførelsen og genskabelsen af BAB-faktoren. I næste afsnit vil vi se på, hvordan en eventuel udvikling i BAB-faktorens afkast over tid kan studeres ved at undersøge, hvordan Horenstein lavede lignende undersøgelse for Betting Against Alpha.

4 Betting Against Alpha

Efter at have gennemgået Betting Against Beta, vil vi nu kigge på Horensteins tilgang til at eftervise en effekt af akademisk litteratur på en investeringsstrategi. Dette vil så blive benyttet i sektion 5, hvor vi vil undersøge, om der er lignende effekter på Betting Against Beta faktoren.

4.1 Introduktion

The Unintended Impact of Academic Research on Asset Returns: The Capital Asset Pricing Model Alpha er en artikel af Alex R. Horenstein (2020), som undersøger, hvordan anomalier for aktiv-prisfastsættelse kan forekomme, når investorer ændrer deres porteføljesammensætning i henhold til fundne resultater i akademisk forskning. Særligt finder Horenstein, at aktiver med lave realiserede CAPM alfaer klarer sig bedre end de med høje alfaer. Dette fund vises dog først efter publiceringen af CAPM i 1960'erne, da der ikke er nogen signifikante abnormale afkast før CAPM, idet de alle er tæt på nul. Derudover finder Horenstein, at den udbredte anvendelse af CAPM og ekstrapolation af denne genererer incitamenter til at vippe porteføljer systematisk væk fra aktiver med lavt CAPM-alfa, hvilket får sådanne aktiver til at blive undervurderet i forhold til deres reelle værdi.

For at komme frem til sine resultater konstruerer Horenstein det, han kalder en *Betting Against Alpha* (BAA) strategi til at undersøge, hvordan publiceringen af CAPM har påvirket aktieafkast. Dette gør han ved at studere, hvordan forskellige faktorer har klaret sig i perioden før og perioden efter udgivelsen af CAPM. Han konstruerer den selvfinansierende strategi ved hjælp af rangerede porteføljer ligesom i BAB, men benytter sig derudover også af nogle teknikker, som gør porteføljerne mere robuste og mindre eksponerede overfor aktiver med lav markeds kapitalisering. Da BAA ikke er et gennemgribende koncept for hele perioden, kalder han det for en strategi og ikke en faktor. Han finder afvigelser for alfa i CAPM i perioden efter denne blev publiceret. At alfa afviger fra, hvad CAPM ville prædiktere kunne tildels forklares af long-term price reversal (Bondt and Thaler, 1985) og tilskrives som værende en overreaktion. Dette kan imidlertid ikke være den fulde forklaring, da lignende resultater ikke observeres for perioden før CAPM (1927-1964). En forklaring kan måske findes i, at CAPM er en forsimpning af virkeligheden, da denne kun er en simpel

én-faktor model, hvor alt systematisk risiko er fanget i en enkelt variabel. Meget tyder på, at en multi-faktor model ville være mere passende, hvilket der også er blevet givet udtryk for adskillige gange i litteraturen med over 100 foreslåede nye faktorer til modellen (Merton, 1972; Ross, 1976). Der er faktisk blevet foreslået op til 314 faktorer fra 311 artikler (Harvey et al., 2016). Multi-faktor modeller er alligevel ikke nødvendigvis bedre, da andre studier finder, at multi-faktor modeller ikke prissætter aktivafkast korrekt eller lykkes i at outperforme CAPM (He et al., 2020).

Der er blevet lavet lignende undersøgelser omkring tidligere alfaers evner til at prædiktere fremtidige afkast og alfas langsigtede reverseringseffekt. I Zaremba et al., (2019) vises det, at tidligere kortsigtede alfaer (6–12 måneder) positivt prædikterer afkast, mens langsigtede alfaer (6–120 måneder, med 12 måneders lag) udviser en negativ sammenhæng.

4.2 Data

Dataet brugt i denne artikel er taget fra *Center for Research in Security Prices* (CRSP). Det spænder over perioden januar 1927 til december 2015 og består hovedsageligt af aktier fra NYSE, NASDAQ og AMEX, men investeringer i fast ejendom og amerikanske depotbeviser er ekskluderet. Fama-French faktorerne er taget fra Kenneth Frenchs hjemmeside, mens BAB-faktoren kommer fra Applied Quantitative Researchs (AQR, 2021) hjemmeside.

4.3 Konstruktionen af BAA-strategien

BAA-strategien bliver konstrueret på lignende vis som BAB-faktoren med det twist, at der nu bliver lagt fokus på alfa i stedet for beta, ligesom navnet antyder. Strategien går lang i en portefølje bestående af lav-alfa aktiver og kort i en portefølje bestående af høj-alfa aktiver. De to porteføljer konstrueres efter samme princip som lav-beta og høj-beta porteføljerne. Vi rangerer alle porteføljerne efter deres tidligere realiserede alfaer, og deler derefter op i to porteføljer i forhold til medianen, hvor for perioder med ulige antal vil den midterste observation ikke tillægges nogen portefølje. Slutteligt vægtes de enkelte dele af hver portefølje efter deres estimerede alfa-værdi. Mere specifikt lader vi nl være antallet af aktiver i lav-alfa porteføljen og zl^α være en $nl \times 1$ vektor bestående af alfa-rangeringerne i stigende rækkefølge hvormed $zl_i^\alpha = \text{rang}(\alpha_i)$. Vægten for aktiv i i lav-alfa porteføljen er

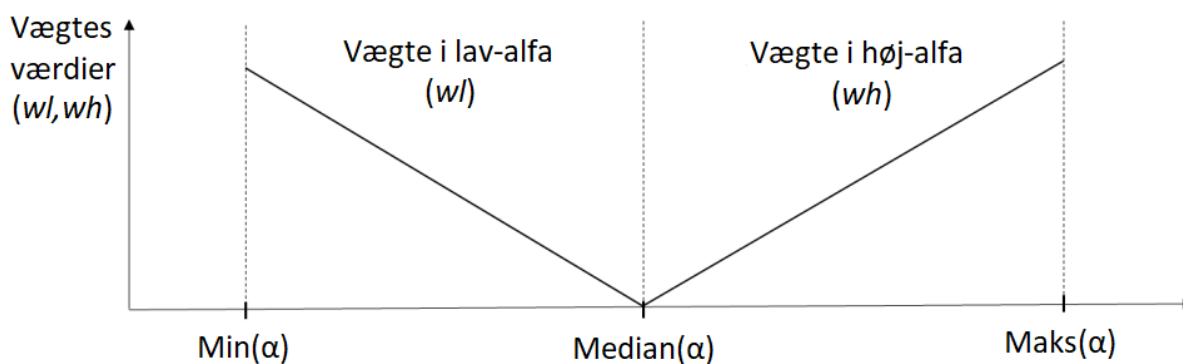
da givet som:

$$wl_i^\alpha = (nl - z l_i^\alpha + 1) / \sum z l_i^\alpha$$

Ligeledes lader vi nh være antallet af aktiver i høj-alfa porteføljen og zh^α være en $nh \times 1$ vektor bestående af alfa-rangeringerne i stigende rækkefølge hvormed $zh_i^\alpha = rang(\alpha_i)$. Vægten for aktiv i i høj-alfa porteføljen er da givet som:

$$wh_i^\alpha = zh_i^\alpha / \sum zh_i^\alpha$$

En grafisk præsentation af disse vægte kan ses i nedenstående figur:



Figur 4.3.1: Forholdet mellem et aktivs alfa og dets vægt i lav- eller høj-alfa porteføljen. (Figur F1 i (Horenstein, 2020))

Vi maksimerer her værdien af vægtene for lav-alfa aktiver i lav-alfa porteføljen og omvendt for vægtene i høj-alfa porteføljen. Afkastene for de to porteføljer er da givet som:

$$r^{\alpha,L} = \sum wl_i^\alpha r_i^L \quad \text{og} \quad r^{\alpha,H} = \sum wh_i^\alpha r_i^H \quad (4.3.1)$$

Derefter definerer vi betaerne for porteføljerne som:

$$\beta^{\alpha,L} = \sum wl_i^\alpha \beta_i^M \quad \text{og} \quad \beta^{\alpha,H} = \sum wh_i^\alpha \beta_i^M \quad (4.3.2)$$

Her er β_i^M markedsbeta for aktiv i , som er udregnet på baggrund af den samme regression, som blev brugt til α_i 'erne. Derudover reducerer denne metode korrelationen mellem vores lang-kort strategi og markedet ved at reskalere porteføljerne med det inverse af deres markedsbeta. Vi ender da med at generere en selvfinansierende (zero cost) strategi,

der ved porteføljedannelse har et markedsbeta på nul. Strategien rebalanceres årligt i slut december, hvormed strategiens afkast er givet som:

$$r_{t+s}^{BAA} = \frac{1}{\beta_t^{\alpha,L}}(r_{t+s}^{\alpha,L} - r_{t+s}^f) - \frac{1}{\beta_t^{\alpha,H}}(r_{t+s}^{\alpha,H} - r_{t+s}^f) \quad (4.3.3)$$

Hvor $s = 1, \dots, 12$ og t svarer til december. Horenstein finder, at $T^{-1} \sum_t \beta^{\alpha,L} = 1,20$ og $T^{-1} \sum_t \beta^{\alpha,H} = 1,19$ for perioden januar 1932 - december 2015, hvilket betyder, at der i gennemsnit ikke bliver gearret meget ved brug af strategien. Horenstein argumenterer yderligere for, at begge porteføljer også har større end gennemsnitlige markedsbetaer og volatiliteter, hvilket betyder, at strategien har en lav korrelation til både markedsfaktoren og BAB-faktoren.

4.4 Kontrol-modeller

Til kontrol af BAA-strategien benytter Horenstein sig af flere modeller.

- CAPM
- Carharts model (Carhart, 1997)
- Fama-French seks-faktor model (FF6) (Fama and French, 2018)
- FF6 + Reversal (REV)
- FF6 + REV + BAB

CAPM indeholder udelukkende markedsporteføljen, mens Carharts model tilføjer momentum-faktoren (MOM) til Fama-French tre-faktor model, jf. afsnit 3.2.3. FF6 modellen bygger igen videre på Carharts model ved at tilføje faktorerne *robust minus weak* (RBW) og *conservative minus aggressive* (CMA). FF6 + REV modellen tilføjer reverseringsfaktorerne, mere specifikt long-term price reversal (LTR) og short-term price reversal (STR) faktorerne, mens FF6 + REV + BAB modellen udvider yderligere med BAB-faktoren. Horenstein benytter sig som sagt af modellerne til kontrol af sine resultater. Han undersøger signifikansniveau for alfa i de forskellige modeller på porteføljerne for de to tidsperioder. Derudover studerer han korrelationen mellem faktorerne fra de forskellige modeller for de to tidsperioder. Nogle af disse resultater vil blive gennemgået i det følgende afsnit.

De to nye faktorer, Fama-French tilføjer i 2015, er som sagt RMW og CMA (Fama and French, 2015). De er dannet med samme fremgangsmåde som i tre-faktor modellen. Der er blevet tilføjet to nye variable, som begge bliver kombineret med størrelse på aktiverne. De nye variable er også inddelt med skæring i den 30. og 70. percentil. Dette medfører naturligvis også, at SMB er defineret på en lidt anden måde, så der også tages højde for de nye variable. De nye variable, som porteføljerne bliver dannet på, er operating profitability til RMW og conservative investment / aggressive investment til CMA. HML har samme formel som i tre-faktor modellen (ligning 3.2.2). Formlerne for SMB, RMW og CMA er givet ved:

$$SMB_{B/M} = \frac{1}{3}(Small\ Value + Small\ Neutral + Small\ Growth) - \frac{1}{3}(Big\ Value + Big\ Neutral + Big\ Growth) \quad (4.4.1)$$

$$SMB_{OP} = \frac{1}{3}(Small\ Robust + Small\ Neutral + Small\ Weak) - \frac{1}{3}(Big\ Robust + Big\ Neutral + Big\ Weak) \quad (4.4.2)$$

$$SMB_{INV} = \frac{1}{3}(Small\ Conservative + Small\ Neutral + Small\ Aggressive) - \frac{1}{3}(Big\ Conservative + Big\ Neutral + Big\ Aggressive) \quad (4.4.3)$$

$$SMB = \frac{1}{3}(SMB_{B/M} + SMB_{OP} + SMB_{INV}) \quad (4.4.4)$$

$$RMW = \frac{1}{2}(Small\ Robust + Big\ Robust) - \frac{1}{2}(Small\ Weak + Big\ Weak) \quad (4.4.5)$$

$$CMA = \frac{1}{2}(Small\ Conservative + Big\ Conservative) - \frac{1}{2}(Small\ Aggressive + Big\ Aggressive) \quad (4.4.6)$$

Variablene til at konstruere STR, MOM og LTR er alle dannet på afkast i forrige periode kombineret med size. STR er for sidste måneds afkast, hvor MOM er for forrige 2-12

måneder, og LTR er for de forrige 13-60 måneder. De har formlerne:

$$\begin{aligned} STR = & \frac{1}{2}(Small\ Low_{return(-1)} + Big\ Low_{return(-1)}) \\ & - \frac{1}{2}(Small\ High_{return(-1)} + Big\ High_{return(-1)}) \end{aligned} \quad (4.4.7)$$

$$\begin{aligned} MOM = & \frac{1}{2}(Small\ Low_{return(-2:-12)} + Big\ Low_{return(-2:-12)}) \\ & - \frac{1}{2}(Small\ High_{return(-2:-12)} + Big\ High_{return(-2:-12)}) \end{aligned} \quad (4.4.8)$$

$$\begin{aligned} LTR = & \frac{1}{2}(Small\ Low_{return(-13:-60)} + Big\ Low_{return(-13:-60)}) \\ & - \frac{1}{2}(Small\ High_{return(-13:-60)} + Big\ High_{return(-13:-60)}) \end{aligned} \quad (4.4.9)$$

Ved tilføjelse af disse tre faktorer, vil der selvfølgelig opstå 18 nye porteføljesorteringer. SMB burde derfor indeholde disse. Dette gør vi dog ikke, da data ikke er tilgængeligt på Frenchs hjemmeside.

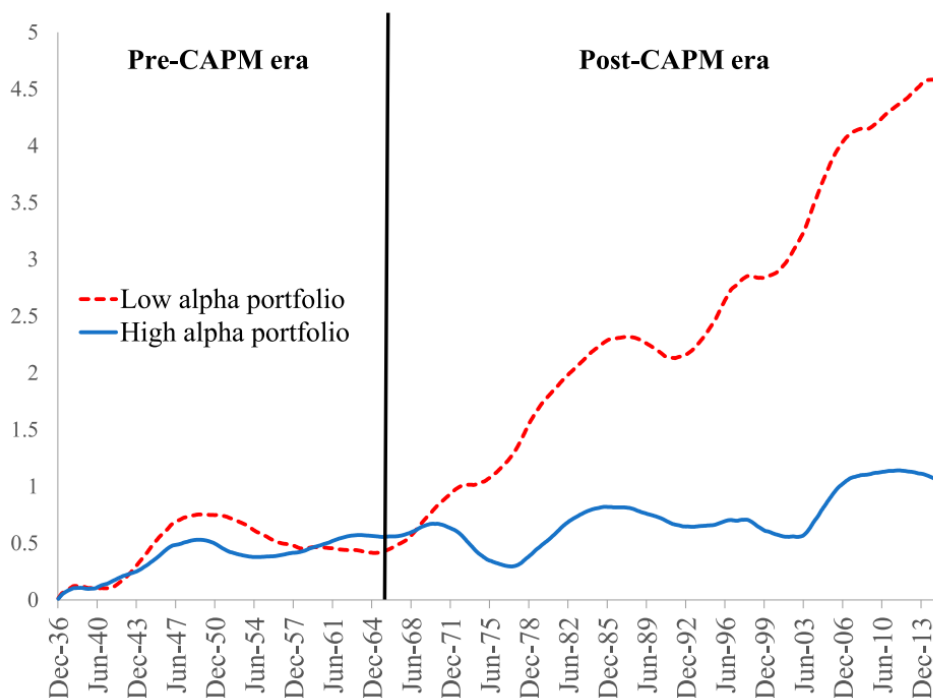
4.5 Horensteins resultater

I dette afsnit vil vi gå i dybden med Horensteins resultater. Horenstein studerer den økonomiske størrelse af BAA-strategien, som oprettes for at fange alfa-reverseringsmønstre. For at gøre dette opdeles analysen i præ CAPM-æraen (før 1965) og post CAPM-æraen (1965 og fremefter). BAA-strategien, som der benchmarkes med, bliver da konstrueret under følgende scenarie:

- BAA-strategien holdes i 12 måneder, hvor beta og alfa estimeres i slutningen af december. Derefter dannes porteføljerne den første handelsdag i januar og holdes i 12 måneder indtil den sidste handelsdag i december. Dette gøres på løbende fem-års data med ordinary least squares.
- Porteføljer dannes ved hjælp af det tidligere gennemgået data, og aktiverne vægtes som tidligere forklaret.
- Analyseperioden er 1927–2015.

BAA-strategien spænder således over perioden 1932–2015, fordi de første fem års data er nødvendige for at beregne det oprindelige realiserede alfa, hvormed strategien først kan implementeres herefter. Figur 4.5.1 viser de månedlige kumulative abnormale CAPM afkast

for Horensteins lav- og høj-alfa porteføljer, som er beregnet ved hjælp af en fem-årig løbende regression.



Figur 4.5.1: Kumulative abnormale afkast for lav- og høj-alfa porteføljerne (Figur 1 i Horenstein (2020))

Af figuren fremgår det, at lav-alfa porteføljen har markant forskellige tendenser før og efter udviklingen af CAPM, mens høj-alfa porteføljen er mere konsistent. Høj-alfa porteføljen har en forholdsvis fladere kumulativ abnormal afkast-serie i hele analyseperioden, mens lav-alfa porteføljen er flad til at starte med, men har en klar opadgående tendens efter midten af 1960'erne, hvor CAPM blev publiceret. En dekomponering af lav- og høj-alfa porteføljerne i deciler præ og post CAPM kan findes i bilag 8.5.1 og bilag 8.5.2. Disse observationer bekræftes også i tabel 4.5.1, som viser nøgletallene for lav- og høj-alfa porteføljerne samt BAA-strategiens præstation for perioden før og efter CAPM.

Portefølje	Panel A: Præ CAPM (1932-1964)			Panel B: Post CAPM (1965-2015)		
	Lav-Alfa Portefølje	Høj-Alfa Portefølje	BAA	Lav-Alfa Portefølje	Høj-Alfa Portefølje	BAA
Sharpe ratio	0,17	0,18	0,06	0,18	0,10	0,22
Merafkast, %	1,82	1,55	0,20	1,12	0,59	0,66
CAPM alfa, %	0,15 (0,0020)	0,06 (0,0012)	-0,05 (0,0014)	0,60 (0,0015)	0,03 (0,0010)	0,69 (0,0011)
Carhart alfa, %	0,19 (0,0009)	0,00 (0,0007)	0,02 (0,0010)	0,49 (0,0011)	-0,04 (0,0007)	0,64 (0,0012)
FF6 alfa, %	-	-	-	0,47 (0,0012)	-0,06 (0,0007)	0,60 (0,0013)
FF6 + Rev alfa, %	-	-	-	0,42 (0,0011)	-0,07 (0,0007)	0,58 (0,0017)
FF6 + Rev + BAB alfa, %	-	-	-	0,36 (0,0011)	-0,10 (0,0007)	0,57 (0,0012)

Tabel 4.5.1: Betting Against Alpha (BAA) præstation før og efter CAPM, hvor t-værdien er vist nedenunder estimaterne. I tabellen ses Sharpe ratio, merafkast, CAPM alfa, Carhart alfa, FF6 alfa, FF6 + Rev alfa og FF6 + Rev + BAB alfa. Statistisk signifikante størrelse er markeret med **fed**, hvor de alle er signifikante på et 1% signifikansniveau på nær Carhart alfa for lav-alfa porteføljen, som er signifikant på et 5% signifikansniveau. Data for de sidste tre er først tilgængeligt for perioden post CAPM, hvormed der ikke er angivet noget for disse i præ CAPM perioden. (Tabel 1 i (Horenstein, 2020))

Det ses, at merafkastene og Sharpe ratioen for de to porteføljer er meget ens i præ CAPM perioden, og at BAA-strategien ikke giver noget signifikant alfa for hverken CAPM eller Carhart. Ses der på post CAPM perioden ændres tallene meget. Sharpe ratioen for lav-alfa porteføljen forbliver tæt på det samme, mens høj-alfa porteføljen falder signifikant, og BAA-strategien mere end tredobles til en værdi på 0,22. Yderligere rapporterer Horenstein, at BAAs Sharpe ratio for post CAPM overgår markedet (0,11), SMB (0,07), HML (0,12), RMW (0,11), CMA (0,17), MOM (0,16), LTR (0,10), og STR (0,13). BAA slås kun af BAB, som har en månedlig Sharpe ratio på 0,25. Derudover ses det, at både BAA-strategien og lav-alfa porteføljen giver statistisk signifikante abnormale afkast for alle modeller i post CAPM perioden. Modsat giver høj-alfa porteføljen ingen statistisk signifikante abnormale afkast, hvormed denne altså prissættes korrekt, hvilket også stemmer overens med det, vi så i figur 4.5.1.

4.6 Genskabelse

Det er ikke lykkedes os at genskabe Horensteins resultater. Dette kan der være flere årsager til. Vi har ikke lagt så meget fokus på genskabelsen af disse resultater i dette speciale, da det mest væsentlige i forhold til artiklen var idéen og Horensteins tilgang, hvor vores intention er at bruge en tilsvarende tilgang på BAB, og prøve at undersøge BAB for lignende tendenser. Hvorvidt vi kunne have genskabt resultaterne ved brug af mere tid er dog stadig tvivlsomt. Vi har taget kontakt til Horenstein i forbindelse med vores interesse for hans artikel og genskabelsen af dens resultater, se bilag 8.6. Horenstein har selv meldt tilbage til os, at med hensyn til brug af Frenchs industriporteføljer til BAA-strategien, har han ikke brugt dem. Han brugte kun individuelle aktier, hvorfor vi måske har et problem med at replikere hans resultater. Horenstein forventede ikke, at vi kunne replikere resultaterne og ej heller, at de holder med industriporteføljer, da hver portefølje er en konveks kombination af individuelle aktiver og derfor en konveks kombination af potentielt lave og høje individuelle alfaer.

Dette betyder dog ikke, at samme fremgangsmåde ikke kan blive benyttet på Betting Against Beta. Vi kan muligvis støde ind i samme problem som her, da industriporteføljerne, vi benytter i konstruktionen af vores BAB-afkast, også indeholder en konveks kombination af lav- og høj-beta aktiver.

5 Betting Against Beta over tid

Dette afsnit tager udgangspunkt i samme fremgangsmåde som præsenteret i sektion 4, hvor vi vil undersøge de tre forskellige hypoteser, som blev præsenteret i starten af spe- cialet. Disse var om, hvorvidt introduktionen af større akademiske udgivelser har påvirket BAB-afkastet. Vi vil gøre dette kronologisk, hvor vi først kigger på scenariet før og efter udgivelsen af CAPM. Dernæst før og efter smart beta æraen og til sidst om udgivelsen af BAB-artiklen har påvirket dets eget afkast.

Betting Against Beta modellen, der bliver brugt til at analysere hypoteserne i dette af- snit, benytter samme parametre som beskrevet i afsnit 3.3.5. Resultaterne for denne model kan genses i tabel 3.3.3. Markedsafkastet og de øvrige faktorer er taget fra Kenneth Frenchs hjemmeside.

5.1 Præ vs Post CAPM (1964)

Som præsenteret i forrige afsnit, så er der evidens for en positiv effekt af introduktionen af CAPM på Betting Against Alpha. Dette perspektiv finder vi interessant i forhold til vores speciale, hvor det kunne være spændende at se, om introduktionen af CAPM har haft samme betydning for Betting Against Beta faktoren. Vi bemærker, at dette imidlertid er en lidt ukonventionel tilgang, i og med at BAB-faktoren blev introduceret mange år efter CAPM og desuden bygger på teorien i CAPM. Dette gør det dog ikke mindre interessant, da det var muligt at konstruere BAB-faktoren før udgivelsen i 2013.

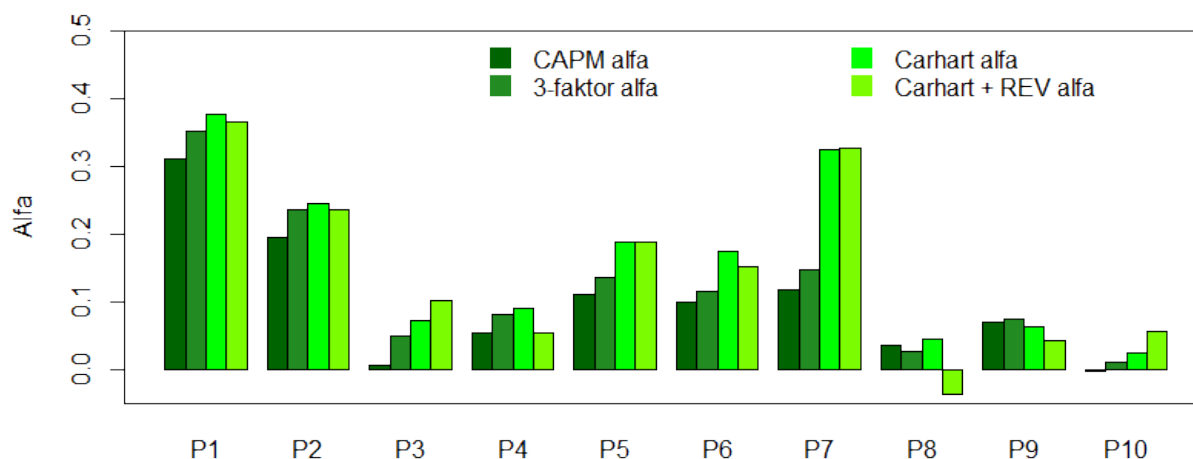
Vores hypotese er, at afkastet og alfa-værdierne for BAB-faktoren bør stige efter udgi- velsen af CAPM i 1964. Dette er grundet, at begrænsede investorer før CAPM "skulle" investere i risikofyldte aktiver for at håbe på et højt afkast. Efter CAPM ville disse inve- storer nu investere i aktiver med højt beta, fordi dette ville give et højt forventet afkast. Grunden, til at de ikke kan investere i lav beta aktiverne, er, at de er begrænsede, og derfor ikke kan geare deres porteføljer til at nå deres ønsket forventet afkast. Dette vil medføre, at SML bliver fladere, hvorfor BAB-afkastet burde stige, jf. figur 3.1.1 samt proposition 2.

Vi vil derfor se på, om markedet har ændret sig. Her vil vi kigge på, om SML har skiftet hældning. Til dette begynder vi med at benytte de 10 porteføljer, som vi introducerede i afsnit 3.2.6. Vi ønsker at undersøge, hvordan disse porteføljer har klaret det før og efter 1964. Til dette bruger vi samme fremgangsmåde som i Horenstein (2020), hvor vi kigger på merafkast, CAPM alfa, tre-faktor alfa, Carhart + REV alfa og Sharpe ratio. Vi har valgt ikke at vise FF6, da der først er data fra efter 1963. Dette giver følgende resultater for præ CAPM (marts 1934 - december 1964).

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Merafkast	1.11	1.12	0.97	1.13	1.28	1.33	1.47	1.27	1.38	1.53
	(4.72)	(4.36)	(3.51)	(3.81)	(3.89)	(3.84)	(3.66)	(3.61)	(3.64)	(3.30)
CAPM alfa	0.31	0.20	0.01	0.06	0.11	0.10	0.12	0.04	0.07	-0.00
	(2.56)	(1.82)	(0.04)	(0.46)	(0.76)	(0.65)	(0.55)	(0.22)	(0.38)	(-0.01)
Tre-faktor alfa	0.35	0.24	0.05	0.08	0.14	0.12	0.15	0.03	0.08	0.01
	(3.11)	(2.87)	(0.50)	(0.92)	(1.34)	(1.14)	(1.02)	(0.20)	(0.54)	(0.06)
Carhart alfa	0.38	0.25	0.07	0.09	0.19	0.18	0.32	0.04	0.06	0.02
	(3.24)	(2.90)	(0.70)	(1.00)	(1.81)	(1.70)	(2.26)	(0.31)	(0.45)	(0.13)
Carhart + REV alfa	0.36	0.24	0.10	0.06	0.19	0.15	0.33	-0.04	0.04	0.06
	(2.92)	(2.61)	(0.92)	(0.56)	(1.71)	(1.37)	(2.13)	(-0.23)	(0.29)	(0.28)
Beta (real.)	0.84	0.97	1.01	1.12	1.23	1.29	1.42	1.29	1.37	1.61
Volatilitet	15.74	17.15	18.54	19.74	22.01	23.15	26.85	23.54	25.26	30.94
Sharpe ratio	0.85	0.78	0.63	0.69	0.70	0.69	0.66	0.65	0.66	0.59

Tabel 5.1.1: Porteføljerne P1-P10 for perioden præ CAPM, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

I tabel 5.1.1 ser vi, at alle porteføljerne klarer sig tilnærmelsesvis lige godt. Man kan se, at P1 måske er lidt bedre end de andre. Tilgængæld kan man f.eks. se, at P7 i Carhart + REV modellen klarer det bedre, end man ville forvente, hvis tendensen var, at lav-beta porteføljer skulle outperforme høj-beta porteføljer. Det er generelt svært at se nogen klar tendens. Derudover er det få af alfaerne, der er signifikante. Tabellen er illustreret grafisk i figur 5.1.1.



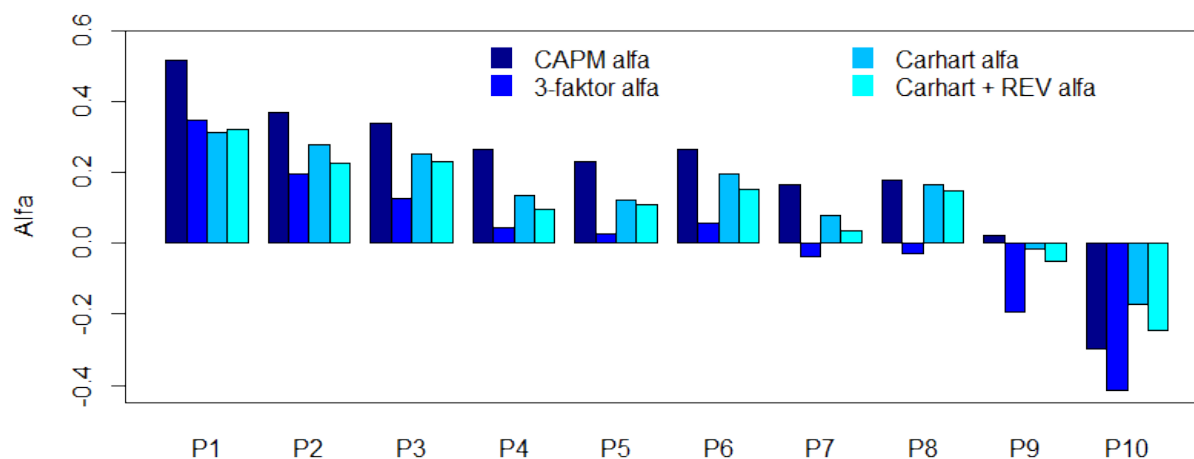
Figur 5.1.1: Forskellige alfa-værdier i perioden præ CAPM

Vi kan se i figur 5.1.1, at der måske er en nedadgående tendens i alfa. Tendensen er dog på ingen klar og der er også nogle høje alfa værdier fra P5-P7, hvorfor at det er meget svært at bekræfte proposition 1 (ii), som siger, at alfa er aftagende i beta. For post CAPM vil vi til gengæld forvente, at der kommer en klar tendens med, at lav-beta porteføljerne outperformer høj-beta porteføljerne. Vi har vist resultaterne for post CAPM (Januar 1965 - 2020 december) i tabel 5.1.2.

Porteføljer	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
Merafkast	0.92 (4.99)	0.87 (4.50)	0.90 (4.05)	0.85 (3.77)	0.84 (3.65)	0.89 (3.72)	0.81 (3.32)	0.86 (3.31)	0.76 (2.69)	0.53 (1.60)
CAPM alfa	0.52 (3.83)	0.37 (3.25)	0.34 (2.48)	0.27 (2.01)	0.23 (1.79)	0.27 (1.92)	0.16 (1.19)	0.18 (1.19)	0.02 (0.14)	-0.30 (-1.43)
Tre-faktor alfa	0.35 (2.93)	0.19 (2.24)	0.13 (1.28)	0.04 (0.49)	0.02 (0.30)	0.06 (0.64)	-0.04 (-0.45)	-0.03 (-0.29)	-0.19 (-1.81)	-0.42 (-2.55)
Carhart alfa	0.31 (2.60)	0.28 (3.18)	0.25 (2.54)	0.14 (1.60)	0.12 (1.47)	0.20 (2.20)	0.08 (0.91)	0.16 (1.61)	-0.02 (-0.15)	-0.17 (-1.07)
Carhart + REV alfa	0.32 (2.62)	0.23 (2.60)	0.23 (2.30)	0.10 (1.14)	0.11 (1.28)	0.15 (1.67)	0.04 (0.43)	0.15 (1.42)	-0.05 (-0.50)	-0.24 (-1.52)
Beta (real.)	0.73	0.90	1.02	1.05	1.10	1.13	1.16	1.23	1.32	1.50
Volatilitet	16.60	17.35	20.04	20.26	20.70	21.50	21.99	23.34	25.25	29.94
Sharpe ratio	0.67	0.60	0.54	0.50	0.49	0.50	0.44	0.44	0.36	0.21

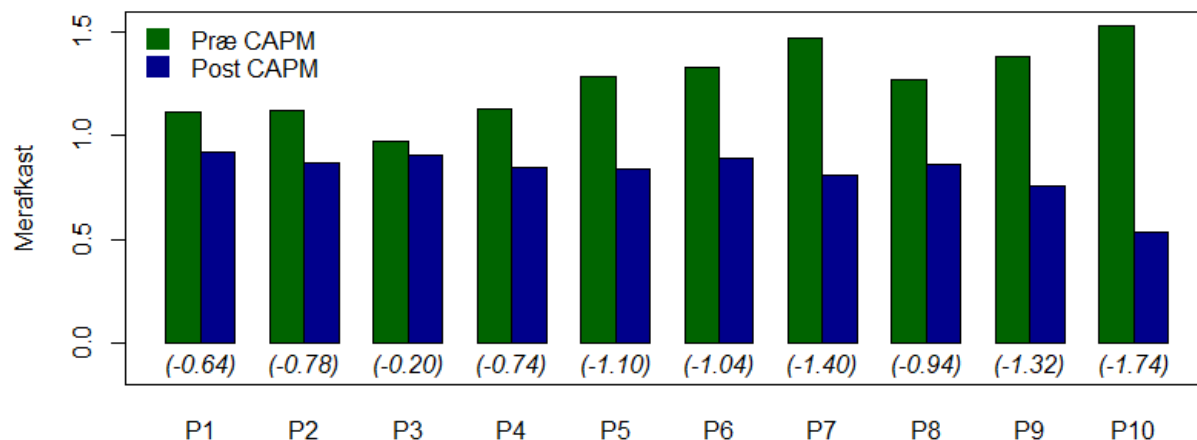
Tabel 5.1.2: Porteføljerne P1-P10 for perioden post CAPM, hvor t-værdien er vist nedenunder estimaterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Der kan i tabel 5.1.2 ses resultater for porteføljerne post CAPM. Her kan vi se, at alfa-værdierne for lav-beta porteføljerne ligger over de tilsvarende i 5.1.1. Ligeledes ligger alfaerne for høj-beta porteføljerne også væsentlig under 5.1.1. Man kan se en tendens i, at alfaerne er aftagende i beta, som proposition 1 (ii) viser. Det kan ses ved, at vi får signifikante positive alfaer for lav-beta porteføljerne, hvorefter vi får insignifikante resultater for mellem-beta porteføljerne, hvilket er udmærket, da vi forventer disse skal være omkring 0. For høj-beta porteføljerne fås kun ét signifikant negativt alfa, men der er en trend for, at de andre alfaer også er negative, selvom de er insignifikante. Dette medfører altså, at alfa er faldende fra P1 til P10, hvilket er den tendens, som vi ønsker at eftervise. Dette kan også ses i figur 5.1.2



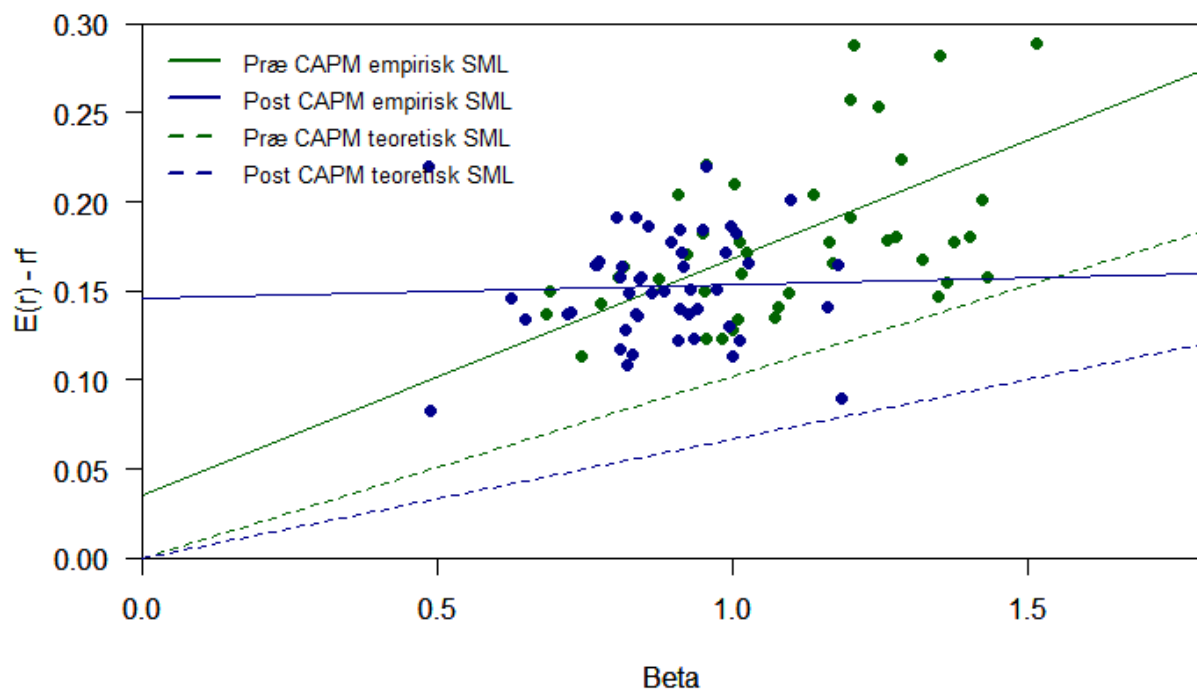
Figur 5.1.2: Forskellige alfa-værdier i perioden post CAPM

Vi kan se, at der sker en ændring i alfa fra præ CAPM til post CAPM. Derfor vil vi nu se lidt nærmere på merafkastet og sammenligne merafkast for P1-P10 præ CAPM med post CAPM. Denne sammenligning kan ses i figur 5.1.3.



Figur 5.1.3: Forskellen i merafkast præ og post CAPM. Under hver søjle ses t-værdien for at forskellene i merafkastet er forskellige mellem præ CAPM og post CAPM.

Vi kan se, at der er en tendens til, at hældningen er blevet fladere, men vi får desværre ikke signifikante resultater. Da vi har beta ud af førsteaksen og merafkast op af andenaksen kan man sammenligne udviklingen i figur 5.1.3 med security market line. Vi undersøger derfor, om SML har ændret hældning. Vi viser SML for præ CAPM og post CAPM i figur 5.1.4.



Figur 5.1.4: Forskellen på SML præ og post introduktionen af CAPM

Ved at lave en t-test for parameterverdierne på hældningen (λ_t) og skæringen (ψ_t) på de empiriske security market lines præ og post CAPM i figur 5.1.4 får vi signifikante resultater for, at de er forskellige både på hældning og skæring. Vi får en t-værdi for ændringen af hældningskoefficienten på -2,77 og en t-værdi for forskellen i skæringspunktet med andenaksen på 2,77. Derudover finder vi, at der ikke er signifikante forskelle på de teoretiske security market lines før og efter CAPM. Derfor kan vi altså se, at fejlprisningen i CAPM er blevet endnu større, end den var før CAPM. Fejlprisning er som bekendt, at lav-beta aktiver næsten giver lige så højt merafkast som høj-beta aktiver, men har lavere risiko. Dette bør medføre, at BAB-faktoren burde blive endnu bedre efter CAPM udgivelsen, som også kan ses i proposition 2, der beskriver, at det forventede merafkast er givet ved produktet mellem $\frac{\beta_t^H - \beta_t^L}{\beta_t^L \beta_t^H}$ og ψ_t . Vi kan tydeligt se, at ψ_t stiger. Det er imidlertid sværere fra denne analyse at forudse, om betaspændet stiger eller falder, men hvis vi laver en meget grov antagelse om, at betaspændet ikke ændrer sig betydeligt, vil det medføre, at BAB-faktoren bør få et højere forventet merafkast.

Betting Against Beta

Efter at have vist at SML ændres efter udgivelsen af CAPM, vil vi undersøge, om vi kan finde den forventede effekt på BAB-afkastet før og efter CAPM. Vi deler BAB-afkastet op i to perioder, præ og post CAPM. I tabel 5.1.3 kan vi se de to porteføljer, som BAB er skabt af (β^H og β^L), og BAB-faktoren selv.

	Præ CAPM (1932-1964)			Post CAPM (1965-2020)			Ændring fra Præ til Post
	β^H portefølje	β^L portefølje	BAB	β^H portefølje	β^L portefølje	BAB	BAB
Merafkast	1.43 (3.62)	1.10 (4.38)	0.52 (4.29)	0.70 (2.50)	0.89 (4.69)	0.75 (5.30)	0.23 (1.22)
CAPM alfa	0.02 (0.11)	0.17 (1.84)	0.34 (2.96)	-0.05 (-0.32)	0.39 (3.63)	0.67 (4.80)	0.33 (1.59)
Tre-faktor alfa	0.05 (0.49)	0.21 (3.44)	0.38 (3.48)	-0.23 (-2.33)	0.20 (2.81)	0.52 (3.94)	0.14 (0.71)
Carhart + REV alfa	0.07 (0.69)	0.23 (3.36)	0.40 (3.36)	-0.08 (-0.82)	0.23 (3.25)	0.44 (3.25)	0.04 (0.18)
Beta (real.)	1.47 (39.54)	0.97 (51.30)	0.19 (7.69)	1.35 (40.09)	0.90 (38.66)	0.13 (4.33)	-0.06 (-1.17)
Volatilitet	26.35	16.73	8.06	25.12	17.01	12.65	4.59
Sharpe ratio	0.65	0.79	0.77	0.33	0.63	0.71	-0.06

Tabel 5.1.3: Betting Against Beta præstation før og efter CAPM, hvor t-værdien er vist nedenunder estimaterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Vi starter med at observere, at merafkastet for høj-beta er højere end merafkastet for lav-beta præ CAPM, og at det er omvendt post CAPM. Derudover ser vi, at lav-beta har højest alfa-værdier for både præ og post CAPM. Yderligere ses det, at spændet mellem alfa-værdierne for høj-beta og lav-beta stiger fra præ CAPM til post CAPM. I den sidste kolonne i 5.1.3 ser vi på ændringen i BAB-faktoren fra præ CAPM til post CAPM. Under ændringen viser vi t-værdien fra en t-test for parameterværdier, som fortæller, hvorvidt der er forskel på de to værdier, jf. afsnit 2.1.1. Der er desværre ikke statistisk belæg for, at der er forskel på præ og post CAPM. Vi kan dog se, at merafkast og alle alfaerne stiger fra præ til post CAPM. Vi ønsker at undersøge dette nærmere og se, om det kan skyldes, at vi ikke har data i høj nok opløsning. Det kan også skyldes, at det ligesom i Betting Against Alpha ikke er muligt at påvise med industriporteføljer. Derfor vælger vi at benytte BAB-afkast fra AQR, som er Lasse Heje Pedersen og Andrea Frazzini's arbejdsplads. Vi laver derfor de samme tests, hvor vi sammenligner deres BAB-afkast med Kenneth French's data. Dette fører til, at vi får følgende resultater i tabel 5.1.4:

	Præ CAPM (1934-1964)	Post CAPM (1965-2020)	Ændring fra Præ til Post
Merafkast	0.56 (4.18)	0.82 (6.37)	0.26 (1.39)
CAPM alfa	0.63 (4.63)	0.85 (6.61)	0.22 (1.09)
Tre-faktor alfa	0.68 (6.00)	0.73 (5.95)	0.05 (0.22)
Carhart + REV alfa	0.60 (4.96)	0.54 (4.50)	-0.06 (-0.34)
Beta (real.)	-0.07 (-2.51)	-0.06 (-2.15)	0.01 (0.25)
Volatilitet	8.94	11.51	2.57
Sharpe Ratio	0.75	0.85	0.10

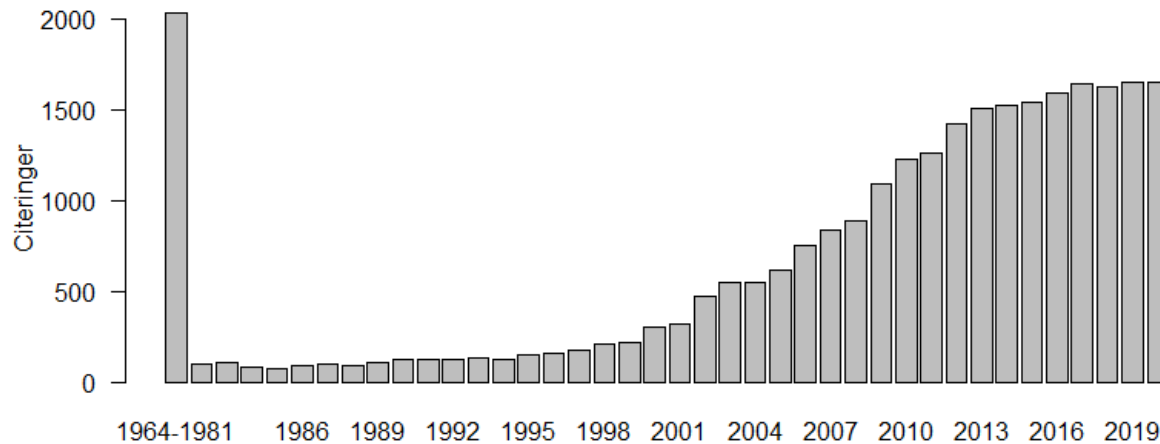
Tabel 5.1.4: Betting Against Beta præstation før og efter CAPM ved brug af data fra AQR, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Vi finder, at der heller ikke er signifikante forskelle mellem præ og post CAPM for resultaterne fra AQR. Vi kan dog se, at det igen ligner, at der sker noget, ud fra at de fleste værdier stiger fra præ til post i både vores data og AQRs data. Vi vil i næste afsnit derfor undersøge, hvorfor vi måske ikke kan se en signifikant effekt.

5.2 Præ vs Post smart beta æraen (1993)

Vi kunne som sagt se en signifikant forskel i SML fra figur 5.1.4, hvilket fortæller os, at der bør være en forskel i BAB-afkastet efter CAPM. Vi vælger derfor at undersøge videre, om der faktisk er en positiv effekt, men at den "bare" er forsinket. Denne forsinkelse kan have flere årsager, hvilket blandt andet kan være, at informationsflowet i 1964 var meget begrænset. Dette kan medføre, at teorien måske mest var benyttet på det akademiske niveau og ikke var kommet ud til alle investorerne. Derudover kan det også være, at der gik lidt tid før artiklen vandt akademisk popularitet, og andre forskere citerede og videreudviklede på teorien og dermed udbredte CAPM. Ved at kigge på citeringer over tid, kan vi se, at William Sharpes artikel om CAPM (Sharpe, 1964) er blevet mere hyppigt citeret igennem

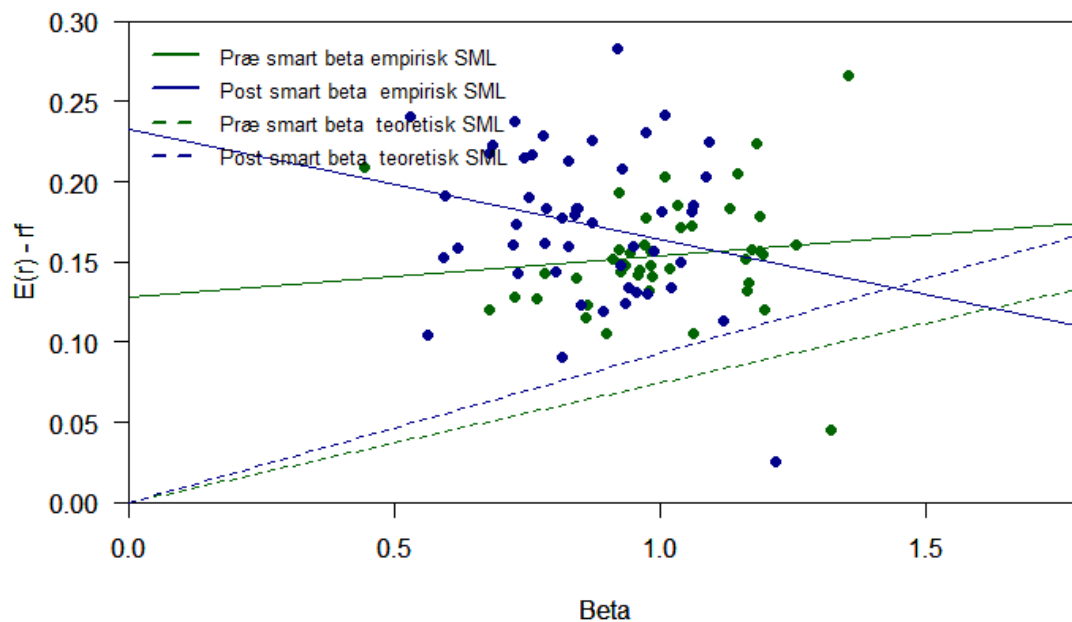
tiden. Denne udvikling kan i høj grad skyldes, at internettet ankom, som gjorde deling af akademisk viden lettere. Citeringer per år af Sharpes artikel er vist i figur 5.2.1.



Figur 5.2.1: Årlige citeringer af Sharpes artikel CAPM, taget fra [Google Scholar](#)

I denne figur ses det, at citeringerne af CAPM har taget fart fra slutningen af 90'erne, og i løbet af 2020 fik den ca. lige så mange citeringer, som den gjorde i dens første 17 år. En anden årsag til forsinkelsen kunne være, at skiftet først skete, da teorien blev videreudviklet med smart beta i 90'erne.

På baggrund af at der gik lidt tid før CAPM for alvor blev citeret meget, og at smart beta æraen ankom, vælger vi undersøge, om der er en effekt før og efter smart beta æraen. Det gør vi ved at tage udgangspunkt i den smart beta artikel, som har haft størst indflydelse på den akademiske litteratur, hvilket er Kenneth French og Eugene Famas artikel *Common risk factors in the returns on stocks and bonds** (Fama and French, 1993). Vi har altså to nye tidsperioder. Én periode fra marts 1934 til december 1993, som vi kalder præ smart beta og én periode fra januar 1994 til december 2020, som vi kalder post smart beta. Vi undersøger derfor SML for post og præ smart beta, dette kan ses i figur 5.2.2



Figur 5.2.2: Forskellen på SML præ og post introduktionen af smart beta

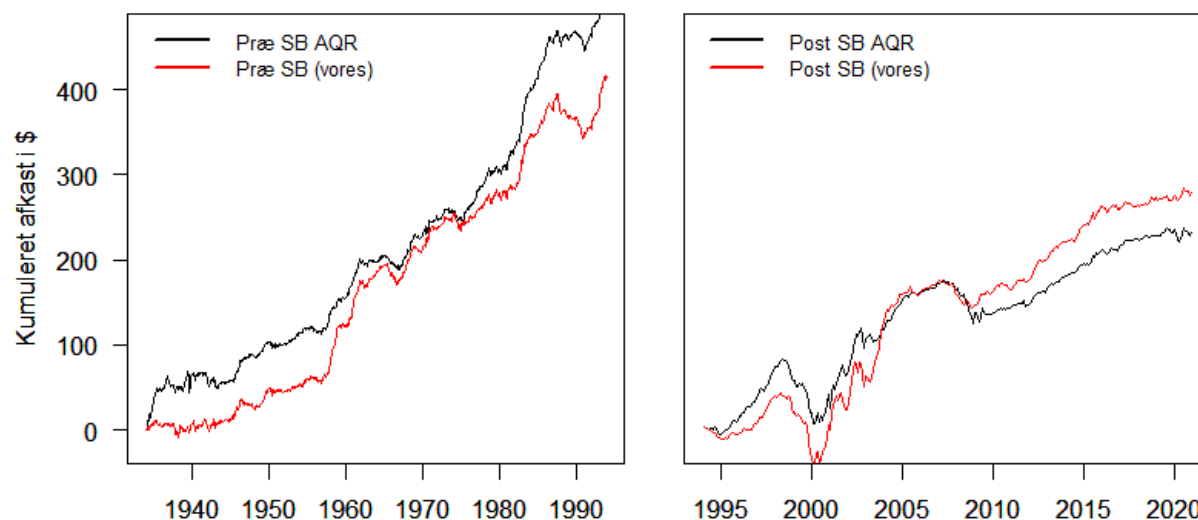
Her får vi også signifikante resultater for en ændring i hældningen med en t-værdi på -2,14 og en t-værdi på 2,46 for ændringen på skæringen med andenaksen. Derudover ser vi at ændringen i skæringen med andenaksen er endnu højere og hældningen er blevet negativ, sammenlignet med figur 5.1.4. Dette bør gøre at misprisning er blevet større, hvorfor vi forhåbentlig kan finde signifikante resultater. Vi laver herefter samme analyse som tidligere for både vores BAB-afkast og BAB-afkastet fra AQR. Resultaterne af disse analyser kan ses i tabel 5.2.1.

	Vores BAB-faktor			AQRs BAB-faktor		
	Præ Smart Beta (1934-1993)	Post Smart Beta (1994-2020)	Ændring fra Præ til Post	Præ Smart Beta (1934-1993)	Post Smart Beta (1994-2020)	Ændring fra Præ til Post
Merafkast	0.58 (6.05)	0.86 (3.53)	0.28 (1.09)	0.73 (7.55)	0.72 (2.18)	-0.01 (-0.04)
CAPM alfa	0.42 (4.80)	0.88 (3.55)	0.46 (2.18)	0.72 (7.37)	0.90 (4.22)	0.18 (0.92)
Tre-faktor alfa	0.42 (4.76)	0.85 (3.74)	0.43 (2.11)	0.78 (8.08)	0.87 (4.42)	0.09 (0.48)
Carhart + REV alfa	0.43 (4.40)	0.74 (3.27)	0.31 (1.49)	0.69 (6.57)	0.67 (3.60)	-0.02 (-0.13)
Beta (real.)	0.23 (12.00)	-0.03 (-0.48)	-0.26 (-5.43)	0.01 (0.61)	-0.25 (-5.33)	-0.26 (-5.92)
Volatilitet	8.84	15.27	6.43	8.97	13.72	4.75
Sharpe Ratio	0.78	0.68	-0.10	0.97	0.63	0.34

Tabel 5.2.1: Betting Against Beta præstation før og efter smart beta, hvor t-værdien er vist nedenunder estimaterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Ved at kigge på tabel 5.2.1 kan vi se, at vi ikke får helt ens resultater med AQR. I vores data kan vi se, at vi får signifikante resultater for, at CAPM alfa og tre-faktor alfa stiger post smart beta. For merafkast og Carhart + REV alfa ser vi, at de også stiger relativt meget, men det er desværre ikke signifikante ændringer. Det ser ud til, at der er en positiv tendens i vores resultater. Hvis vi i stedet kigger på AQRs BAB-faktor, er det meget sværere at konkludere noget. Deres CAPM alfa og tre-faktor alfa stiger også, men deres merafkast og Carhart + REV alfa falder en lille smule. Intet af dette er dog signifikant, så fra deres data er det svært at argumentere for en form for trend i ændringen fra præ til post smart beta. Vi kan se, at vi er enige om, at det realiserede beta falder med 0,26, hvilket højst sandsynligt er årsagen til, at vi får signifikante resultater, og de ikke gør. Vores beta præ smart beta er "dårligere" end AQRs, da den teoretisk skal være nul. Vores beta er på 0,23 præ smart beta og falder så til -0,03, hvilket gør, at vores alfa-værdier stiger. Det samme sker for AQR. De havde bare allerede i præ perioden et realiseret beta på 0,01, hvilket medfører, at efter beta falder, får de et negativt beta. Deres alfa-værdier vil derved også stige, men grundet

de havde rigtig gode alfa-værdier præ smart beta, ser vi ikke en signifikant ændring hos dem. Dette kan også illustreres ved at se på det kumulerede afkast for et månedligt \$100 bet for perioden præ smart beta og post smart beta, som kan ses i figur 5.2.3.



Figur 5.2.3: AQR og vores kumulerede BAB-afkast for månedligt \$100 bet i perioderne før og efter smart beta.

I figur 5.2.3 kan det ses, at AQRs kumulerede BAB-afkast generelt er højere end vores kumulerede BAB-afkast i perioden før smart beta æraen. Efter smart beta æraen kan det ses, at vores kumulerede afkast er mindst lige så godt som AQRs hvis ikke bedre. Dette forklarer, at vi får signifikante resultater for en ændring på vores BAB-faktor, mens det ikke fås for AQRs data, da de har haft gode afkast gennem hele tidsperioden, hvorfor ændringen for deres faktor er mindre for de to perioder. Man kan så undre sig over, hvorfor afkastet for enkeltaktier var bedre end industriporteføljer præ smart beta. En mulig årsag til det første "hop" vi ser i AQRs data i starten af 1930'erne kan være Den Store Depression. Her var volatiliteten på aktiver utrolig høj (Schwert, 2011). Denne høje volatilitet vil formodentlig have ændret mere på beta-værdierne for de enkelte aktier end beta-værdierne for industriporteføljerne, hvilket kan forklare, at AQRs BAB-faktor var bedre i starten. Det næste hop ses omkring starten af 1980'erne. Dette hop kan måske forklares med udbredelsen af CAPM. I takt med at CAPM blev udbredt, ville misprisindeffekten selvfølgelig ramme enkelte aktier før den ville ramme hele industrien. Dette gør altså, at den finere inddeling, som AQR er i stand til at lave, ville være en stor force i den periode, da de bedre ville

kunne udnytte misprisningen og få et realiseret beta tættere på nul. Efter 1994, i plottet til højre, kan man se, at denne effekt ikke er der i samme grad, da CAPM har vundet så meget ind på markedet, at der nu også er en tilsvarende effekt på industriporteføljerne. Det skal her bemærkes, at vi ikke har lavet en grundig undersøgelse af, hvorfor vi ser, at BAB-afkastet klarer sig bedre med enkeltaktiver i forhold til industriporteføljer i perioden før smart beta. De formodede årsager er udelukkende baseret på intuition.

En årsag til, at beta falder med 0,26 for både vores og AQRs BAB-faktor, kan muligvis ses i figur 5.1.4. Dette er godt nok for præ/post CAPM, men det kan ses, at post CAPM industrierne (de blå prikker) ser ud til at have et lavere beta end præ CAPM industrierne (de grønne prikker). Den primære årsag til, at AQR ikke har signifikante resultater, er altså, at deres BAB-afkast også var meget godt inden smart beta, hvor vores BAB-afkast ikke var lige så godt inden. Dette kan skyldes flere årsager. Først kan det skyldes, at vi ikke har data i lige så høj opløsning og derved indeholder vores porteføljer både lav-beta og høj-beta aktiver. En anden realistisk forklaring kan være, at vi benyttede en anden teknik til shrinking, hvilket medfører, at vi shrinker væsentligt mindre end de gør i Frazzini og Pedersen (2013). Vi er altså mere modtagelige overfor outliers, end de er, hvilket resulterer i, at vi får et højere realiseret beta. Denne shrinking var som sagt valgt, fordi vi har industriporteføljer, og dermed har outliers mindre effekt. AQR har derimod været nødt til at være mere konservative, da de har alle aktiver med. I konklusion kan vi sige, at vi ser en tydelig tendens til, at der sker en ændring post smart beta i vores data. Hvorvidt ændringen kommer fra Fama og French artiklen i 1993, eller det er en forsinket reaktion på CAPM, eller det skyldes informationsflowet blev forbedret, er svært at konkludere. Vi tror, at det har været en kombination af disse. Vi kan se en meget svag tendens i AQR, men dette er ikke noget, der kan konkluderes på.

5.3 Præ vs Post udgivelsen af Betting Against Beta artiklen (2013)

Vi har i forrige sektioner undersøgt, om tidligere store udgivelser har påvirket effekten på BAB-faktoren. Som vi også har nævnt før, har dette været en lidt ukonventionel måde at gøre det på, netop fordi BAB-faktoren ikke var en kendt faktor tilbage i tiden. Vi vil i dette afsnit undersøge, hvorvidt udgivelsen af BAB-artiklen selv har påvirket BAB-faktoren. Vi

er på forhånd udmærket godt klar over, at det nok ikke vil give signifikante resultater, da der ikke er nok data tilgængeligt endnu, men dette er nu alligevel en undersøgelse værd.

Hvis vi ser en effekt, vil vi forvente, at den vil påvirke BAB-afkastet negativt. Dette skyldes, at introduktionen af BAB-faktoren kan medføre, at flere investorer bliver opmærksomme på misprisindegangen i markedet. Dette kan lede til, at investorerne vil købe lav-beta aktiver og shorte høj-beta aktiver, som potentielt kan bringe den empiriske SML tilbage mod den teoretiske. Det er dog også muligt, at der ikke ses en effekt, fordi BAB bygger på, at investorerers gearing er begrænset og derved tvinger dem til at investere i høj-beta aktiver for at opnå deres ønskede forventet afkast.

Vi har delt tabel 5.3.1 op i vores BAB-faktor og AQRs BAB-faktor på samme måde som tidligere.

	Vores BAB-faktor			AQRs BAB-faktor		
	Præ BAB (1934-2013)	Post BAB (2014-2020)	Ændring fra Præ til Post	Præ BAB (1934-2013)	Post BAB (2014-2020)	Ændring fra Præ til Post
Merafkast	0.66 (6.25)	0.69 (2.31)	0.03 (0.08)	0.73 (7.27)	0.63 (2.31)	-0.10 (-0.35)
CAPM alfa	0.56 (5.32)	0.65 (2.11)	0.09 (0.25)	0.78 (7.69)	0.64 (2.26)	-0.14 (-0.40)
Tre-faktor alfa	0.46 (4.49)	0.42 (1.37)	-0.04 (-0.11)	0.76 (7.49)	0.61 (2.05)	-0.15 (-0.42)
Carhart + REV alfa	0.42 (3.89)	0.34 (1.12)	-0.08 (-0.20)	0.60 (5.79)	0.57 (2.08)	-0.03 (-0.08)
Beta (real.)	0.16 (7.11)	0.04 (0.51)	-0.12 (-1.49)	-0.07 (-3.20)	-0.01 (-0.14)	0.06 (0.75)
Volatilitet	11.39	9.45	-1.94	10.83	8.69	-2.14
Sharpe Ratio	0.70	0.87	0.17	0.81	0.87	0.06

Tabel 5.3.1: Betting Against Beta præstation før og efter udgivelsen af Betting Against Beta artiklen, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Det første, vi ser i tabel 5.3.1, er, at der ingen signifikante resultater er, hvilket vi havde en forventning om. Man kan måske se en negativ tendens i merafkast og alfa-værdierne for AQRs data. Det er tilgængeligt svært at se noget ud fra vores BAB-afkast, hvor vi har, at nogle værdier falder en lille smule og nogle stiger en lille smule. Intet er tæt på at være signifikant. Dette kan som sagt være et udmærket resultat, da vi som sagt godt kan forvente at BAB-afkast ikke vil falde.

Denne analyse vil være utroligt relevant at kigge på om måske 10-15 år for at undersøge, hvorvidt BAB-faktoren var en anomali, eller om det som påstået i Frazzini og Pedersen (2013) skyldtes friktioner i markedet, hvor investorerne som sagt er begrænsede i at geare, og derfor vælger at investere i høj-beta aktiver. Man kan argumentere for, at BAB-afkastet måske falder i takt med, at brugen af BAB-faktoren vinder popularitet hos investorer, da hvis flere investorer benytter sig af BAB-faktoren, så vil det føre til, at høj-beta aktiver bliver billigere og lav-beta aktiver dyrere. Dette vil som sagt medføre, at den empiriske SML vil blive stejlere og dermed komme tættere på den teoretiske SML. Det er meget usandsynligt, at denne strategi vil rykke den empiriske SML helt tilbage til den teoretiske SML, da investorer stadig vil være begrænset, og alle ikke vil følge denne strategi. Derfor vil vi forvente, at man om nogle år stadig vil kunne få signifikante resultater for, at BAB-faktoren stadig giver høje positive merafkast og alfaere, men at de er faldet en smule siden udgivelsen af BAB-artiklen.

6 Diskussion

Vores primære fokus i dette speciale har været at genskabe resultaterne i BAB-artiklen og undersøge, hvorvidt akademisk litteratur har påvirket afkastet for BAB-faktoren. Først genskabte vi BAB-faktoren ved brug af artiklens originale parametre og fremgangsmåder, hvilket ledte til resultaterne, som kan ses i tabel 3.2.2. Disse tal så ud til at ligge noget lavere, end hvad der var blevet præsenteret i den originale BAB-artikel. Grunden til, at vores tal ligger noget lavere, påstår vi skyldes, at vores datagrundlag er baseret på industriafkast, hvorimod Frazzini og Pedersen (2013) har brugt enkeltaktiver. Industriporteføljerne indeholder aktiver, der både har høje og lave beta-værdier, hvilket gør, at aktiverne, der anvendes i artiklen, kan inddeles finere i høj- og lav-beta porteføljerne. Dermed kan artiklens BAB-faktor generere et højere afkast. Ved brug af industriporteføljer behøver vi ikke at shrinke beta-værdierne i samme grad som i artiklen. Dette skyldes igen, at vi har mange aktiver i vores porteføljer, hvorved outliers naturligt formindskes. Derfor justerede vi på modellens parametre. Her havde vi især fokus på shrinking faktoren w_t . Dette gav os de endelige resultater, der kan ses i tabel 3.3.3, som vi har genkaldt her:

Portefølje	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	BAB
Merafkast	0.99	0.96	0.93	0.95	1.00	1.05	1.05	1.01	0.98	0.89	0.67
	(6.80)	(6.21)	(5.33)	(5.29)	(5.27)	(5.30)	(4.91)	(4.81)	(4.33)	(3.28)	(6.62)
CAPM alfa	0.45	0.31	0.22	0.20	0.20	0.22	0.17	0.13	0.04	-0.19	0.56
	(4.64)	(3.78)	(2.21)	(2.07)	(2.02)	(2.09)	(1.42)	(1.19)	(0.35)	(-1.14)	(5.63)
Tre-faktor alfa	0.38	0.23	0.12	0.08	0.08	0.09	0.02	0.01	-0.09	-0.29	0.50
	(4.25)	(3.47)	(1.59)	(1.27)	(1.16)	(1.26)	(0.23)	(0.15)	(-1.01)	(-2.26)	(5.11)
Beta (est.)	0.47	0.62	0.71	0.77	0.83	0.88	0.93	1.00	1.09	1.33	0.00
Beta (real.)	0.77	0.92	1.02	1.08	1.14	1.19	1.26	1.25	1.34	1.54	0.15
Volatilitet	16.30	17.28	19.51	20.08	21.18	22.11	23.85	23.41	25.27	30.33	11.24
Sharpe ratio	0.73	0.67	0.57	0.57	0.57	0.57	0.53	0.52	0.46	0.35	0.71

Tabel 3.3.3: Resultater for genskabelse med ændring i parametreværdier, hvor t-værdien er vist nedenunder estimerterne, og hvor et 5% signifikansniveau er indikeret med fed skrift. Beta(est.) er det gennemsnitlige estimeret beta i porteføljerne. Beta (real.) er den realiserede faktor på markedet. Volatilitet og Sharpe ratio er opgjort årligt, mens merafkast og alfa er månedligt i procent.

Vi ser i tabellen, at vi får væsentligt bedre resultater end i den første genskabelse, og mange af resultaterne minder om artiklens resultater, dog stadig en smule lavere. Vi kan yderligere

se, at BAB proposition 1 (ii) og (iii) er bekræftet i tabellen, da alfa er aftagende i beta, og Sharpe ratio er højst for lav-beta porteføljerne. Vi kan også se, at merafkast for BAB-faktoren er ikke-negativ, hvilket er resultatet af proposition 2. Vi efterviser også proposition 3. Vi finder, at vi kan delvist forklare propositionen ved hjælp af TED spreadet, men i følge Asness et al. (2020) forklares begge dele af propositionen ved hjælp af proxyen *margin debt measure (MD)*. En anden observation var, at industriernes og markedets vægtning af afkast havde en signifikant effekt på afkastene. Vi fandt, at for Kenneth Frenchs datasæt var der betydeligt højere afkast for de ligevægtede end for de værdivægtede, dette gjaldt både for markedsafkast og industriafkast, jf. 3.3.6. Vi valgte dog at benytte ligevægtet markedsafkast, da CAPM ellers teoretisk ville bryde sammen.

Til sidst undersøgte vi effekten af akademisk litteraturs påvirkning af BAB-faktoren ved at benytte samme fremgangsmåde som præsenteret af Horenstein (2020). Vi valgte her at belyse tre forskellige skæringspunkter, nemlig præ og post perioderne: CAPM (1964), smart beta (1993) og BAB-artiklen selv (2013). Før og efter CAPM fandt vi signifikante resultater for, at SML både havde ændret skæring med andenaksen og hældningskoefficient. Dette indikerede, at afkastet fra BAB-faktoren skulle stige. Vi fandt en tendens i, at afkastet og alfa-værdierne post CAPM var stigene for både vores BAB-faktor og AQRs BAB-faktor. Der var dog ikke statistisk signifikante resultater for dette. Vi undersøgte derfor, hvorvidt det kunne skyldes dårligt informationsflow, så artiklens teori først blev mere anvendt i takt med, at flere artikler citerede den. Derfor undersøgte vi, om effekten først lå efter udvidelsen af teorien med smart beta. Vi fandt, at der igen var signifikante ændringer i hældningskoefficienten og skæringen med andenaksen for SML præ og post smart beta. Derudover så vi, at der var signifikante resultater for, at vores post smart beta BAB-faktor var bedre end præ smart beta BAB-faktoren. Der var desværre ikke samme tendens i AQRs BAB-faktor. Dette skyldes formentlig, at deres faktor har klaret det godt igennem hele perioden, så selvom de umiddelbart klarer sig lidt bedre post CAPM og smart beta, giver det ikke en signifikant ændring.

Til sidst i dette speciale undersøgte vi effekten af BAB-artiklens udgivelse på BAB-faktoren. Her forventede og fandt vi ikke signifikante resultater, da tidsperioden var for kort. Vi så dog en lille tendens til, at alfa-værdierne var faldende eller uændrede, hvilket var i tråd

med vores forventninger. En undersøgelse af den sidste hypotese bør blive udført igen om måske 10-15 år, hvor dataperioden burde være tilstrækkelig lang. Overordnet set fandt vi altså tendenser i de tre perioder, som understøttede vores hypoteser. Vi fandt desværre ikke signifikante resultater til fuldstændig at bekræfte hypoteserne.

Det er især tendenserne, vi skal lægge mærke til i vores resultater, for selvom vi ikke får signifikante resultater, så ses det, at disse er i overensstemmelse med vores hypoteser. Det betyder, at man måske godt kan argumentere for, at akademisk litteratur generelt har en påvirkning på markedet og herunder også BAB-faktoren. Vores resultater antyder dog, at man kan forvente en forsinkelse af effekten, da teorien præsenteret i de akademiske artikler skal have tid til at blive udbredt til investorerne. Det skal bemærkes, at informationsflowet er blevet bedre, end det var tilbage i 1960'erne, hvorfor vi forventer, at en evt. forsinkelse i anvendelsen vil være reduceret.

Som nævnt i afgrænsningsafsnittet ved vi, at resultaterne af denne analyse ikke gælder for alle aktiver og markeder. Derfor kunne det være interessant at lave lignende analyser på et andet datagrundlag. Dette kunne for eksempel være at se på, om forsinkelsen af den akademiske litteraturs effekt på markedet er mere forsinket i andre markeder end det amerikanske. Denne hypotese finder vi sandsynlig, da informationsflowet af amerikansk akademisk litteratur til andre dele af verdenen muligvis var mere begrænset i tidsperioden, hvor William F. Sharpe udgav sin artikel. Denne analyse er imidlertid svær at konstruere, da det historiske datagrundlag for andre markeder oftest ikke er fyldestgørende. En anden analyse kunne som tidligere nævnt være at replikere denne analyse engang i fremtiden, for at undersøge om der kan findes signifikante resultater med den, til den tid, øgede datamængde. En anderledes tilgang er at justere andre parametre i konstruktionen af BAB-faktoren, hvilket kunne være rebalanceringshyppigheden, vægtkonstruktionen, estimeringsmetoden til beta eller estimeringsperioden for kovariansmatricen.

Udover førnævnte kunne det være interessant at kigge på eftervisningen af proposition 3 med en anden proxy end TED spreadet. Her kunne den nævnte metode fra Asness et al., (2020) benyttes. Det kunne være yderst relevant at undersøge, om der kunne genskabes signifikante resultater for proposition 3 med denne metode.

7 Konklusion

I dette speciale har vi succesfuldt genskabt resultaterne præsenteret i Frazzini og Pedersen (2013), hvor vi fandt, at vores BAB-faktors performance var en smule dårligere end artiklens BAB-faktor. Vi argumenterede for, at dette skyldtes, at vores anvendte datasæt benyttede sig af industridata frem for enkelte aktier. Vi justerede derfor shrinking faktoren, hvilket medførte, at vores resultater blev bedre og tættere på artiklens resultater. Dette betød, at vi empirisk kunne se evidens for proposition 1 og 2.

Vi undersøgte derfra vores hypoteser om, hvorledes udgivelser af akademisk litteratur har påvirket afkastet for BAB-faktoren med samme fremgangsmetode, som blev anvendt i Horenstein (2020). Her undersøgte vi, om udgivelsen af CAPM (Sharpe, 1964) havde en positiv påvirkning på BAB-faktoren. Resultaterne viste ingen signifikante forskelle mellem perioden før og efter udgivelsen, dog kunne en positiv tendens observeres. De insignifikante resultater argumenterede vi for kunne skyldes et langsomt informationsflow, hvorfor vi undersøgte en forsinket effekt. Denne forsinkelse centrerede vi omkring smart beta æraen, som vi argumenterede for startede med Fama og Frenchs udgivelse i 1993. Vores resultater viste enkelte signifikante positive ændringer i alfa, hvilket understøttede hypotesen omkring en forsinket effekt. Igen kunne vi se en tendens til, at der var en positiv effekt selv i de insignifikante resultater. Slutteligt undersøgte vi, hvorvidt udgivelsen af BAB-artiklen selv har haft en negativ påvirkning på BAB-faktoren. Her fik vi ingen signifikante resultater, hvilket vi også havde forventet, grundet der ikke er nok data tilgængeligt. Vi observerede dog en svag tendens til, at BAB-faktoren faldt eller var uændret, hvilket var i overensstemmelse med vores hypotese.

Litteratur

- AQR. Betting against beta: Equity factors data, monthly, 2021. URL <https://www.aqr.com/Insights/Datasets/Betting-Against-Beta-Equity-Factors-Monthly>.
- Cliff Asness, Andrea Frazzini, Niels Joachim Gormsenb, and Lasse Heje Pedersen. Betting against correlation: Testing theories of the low-risk effect. *Journal of Financial Economics*, 2020.
- Werner F. M. De Bondt and Richard Thaler. Does the stock market overreact? *The Journal of Finance*, 1985.
- Mark M. Carhart. On persistence in mutual fund performance. *The Journal of Finance*, 1997.
- Edwin J. Elton, Martin J. Gruber, Stephen J. Brown, and William N. Goetzmann. *Portfolio Theory and Investment Analysis*. John Wiley & Sons Inc, 2003.
- Eugene F. Fama and Kenneth R. French. Common risk factors in the returns on stocks and bonds*. *Journal of Financial Economics*, 1993.
- Eugene F. Fama and Kenneth R. French. Dissecting anomalies. *Journal of Financial Economics*, 2008.
- Eugene F. Fama and Kenneth R. French. A five-factor asset pricing model. *Journal of Financial Economics*, 2015.
- Eugene F. Fama and Kenneth R. French. Choosing factors. *Journal of Financial Economics*, 2018.
- Andrea Frazzini and Lasse Heje Pedersen. Betting against beta. *Journal of Financial Economics*, 2013.
- Kenneth R. French. Current research returns, 2021. URL http://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html.
- Campbell R. Harvey, Yan Liu, and Heqing Zhu. ... and the cross-section of expected returns. *The Review of Financial Studies*, 2016.

- Ai He, Dashan Huang, and Guofu Zhou. New factors wanted: Evidence from a simple specification test. *Research Collection Lee Kong Chian School Of Business*, 2020.
- Alex R. Horenstein. The unintended impact of academic research on asset returns: The capital asset pricing model alpha. *Management Science*, 2020.
- Rob J Hyndman and George Athanasopoulos. *Forecasting: Principles and Practice*. OTexts, 2014.
- Michael C. Jensen. The performance of mutual funds in the period 1945-1964. *The Journal of Finance*, 1968.
- Petri Jylhä. Margin requirements and the security market line. *The Journal of Finance*, 2018.
- Jiamin Liu, Hyoung Jin Choi, and Long-Yue Meng. A review of approaches for the design of high-performance metal/graphene electrocatalysts for fuel cell applications. *Journal of Industrial and Engineering Chemistry*, 2018.
- Harry M. Markowitz. *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investments*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1959.
- Robert C. Merton. An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, 1972.
- Robert C. Merton. On estimating the expected return on the market: An exploratory investigation. *Journal of Financial Economics*, 1980.
- Federal Reserve Bank of St. Louis. Ted spread, 2021. URL <https://fred.stlouisfed.org/series/TEDRATE>.
- Stephen A. Ross. The arbitrage theory of capital asset pricing. *Journal of Economic Theory*, 1976.
- G. William Schwert. Stock volatility during the recent financial crisis. *National Bureau of Economic Research*, 2011.
- William F. Sharpe. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, 1964.

James Tobin. Liquidity preference as behavior towards risk. *The Econometric Society*, 1958b.

Oldrich A. Vasicek. A note on using cross-sectional information in bayesian estimation of security betas. *The Journal of Finance*, 1973.

Dennis O Wackerly, Richard L Scheaffer, and William Mendenhall. *Mathematical Statistics with Applications*. Cengage Learning, Inc, 2007.

Adam Zaremba, Mehmet Umutlu, and Andreas Karathanasopoulos. Alpha momentum and alpha reversal in country and industry equity indexes. *Journal of Empirical Finance*, 2019.

8 Bilag

8.1 R-kode og data

Kode og data benyttet til specialet kan tilgås på følgende hjemmeside: <https://github.com/Ami1501/Bilag-til-speciale>

8.2 Beta værdier for 3-faktor model

Ligevægtet industriafkast, værdivægtet markedsafkast, $\beta^{XS} = 1$ og $w = 0,6$

	Estimat	Standard afvigelse	t-værdi
α	0.38	0.09	4.34
β_{marked}	-0.07	0.02	-3.92
β_{SMB}	-0.04	0.03	-1.43
β_{HML}	0.13	0.03	5.00

Tabel 8.2.1

Ligevægtet industriafkast, værdivægtet markedsafkast, $\beta^{XS} = 1$ og $w = 0,9$

	Estimat	Standard afvigelse	t-værdi
α	0.45	0.10	4.52
β^{marked}	0.14	0.02	6.82
β^{SMB}	0.11	0.03	3.47
β^{HML}	0.18	0.03	6.37

Tabel 8.2.2

Ligevægtet industriafkast, værdivægtet markedsafkast, $\beta^{XS} = 1$ og w_t

	Estimat	Standard afvigelse	t-værdi
α	0.50	0.10	5.11
β^{marked}	0.16	0.02	7.00
β^{SMB}	-0.04	0.04	-1.04
β^{HML}	0.22	0.03	6.59

Tabel 8.2.3

Ligevægtet industriafkast, værdivægtet markedsafkast, $\beta^{XS} = 1$ og w_t^i

	Estimat	Standard afvigelse	t-værdi
α	0.53	0.10	5.14
β^{marked}	0.19	0.02	8.13
β^{SMB}	0.05	0.04	1.42
β^{HML}	0.27	0.03	7.94

Tabel 8.2.4

Ligevægtet industriafkast, værdivægtet markedsafkast, β_t^{XS} og w_t

	Estimat	Standard afvigelse	t-værdi
α	0.51	0.10	5.00
β^{marked}	0.16	0.02	6.87
β^{SMB}	-0.04	0.04	-1.01
β^{HML}	0.22	0.03	6.51

Tabel 8.2.5

Ligevægtet industriafkast, ligevægtet markedsafkast, $\beta^{XS} = 1$ og w_t

	Estimat	Standard afvigelse	t-værdi
α	0.48	0.08	5.88
β^{marked}	0.14	0.02	7.65
β^{SMB}	-0.21	0.04	-5.64
β^{HML}	0.11	0.03	3.82

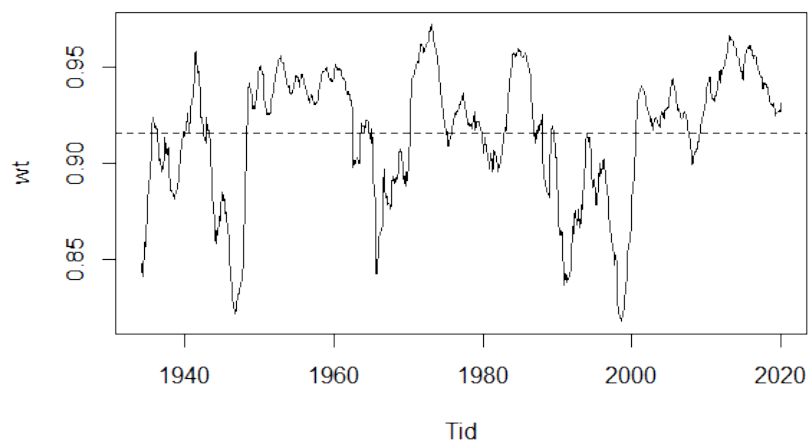
Tabel 8.2.6

Værdivægtet industriafkast, værdivægtet markedsafkast, $\beta^{XS} = 1$ og w_t

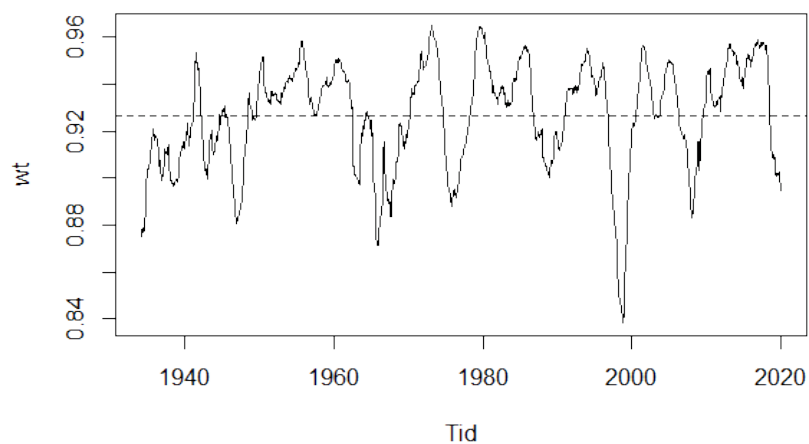
	Estimat	Standard afvigelse	t-værdi
α	0.33	0.09	3.50
β^{marked}	0.15	0.02	7.00
β^{SMB}	-0.11	0.03	-3.26
β^{HML}	0.14	0.03	4.27

Tabel 8.2.7

8.3 w_t



Figur 8.3.1: w_t for ligevægtet industriafkast med ligevægtet markedsafkast



Figur 8.3.2: w_t for værdivægtet industriafkast med værdivægtet markedsafkast

8.4 Nøgletal for ligevægtede og værdivægtede industriafkast

	Ligevægtede			Værdivægtede		
	Merafkast	SD	SR	merafkast	SD	SR
1 MarketReturn	18,23	17,28	1,05	7,58	17,05	0,44
2 Agric	22,06	37,62	0,59	10,7	23,92	0,45
3 Food	18,96	15,33	1,24	10,75	14,72	0,73
4 Soda	20,76	21,34	0,97	13,76	21,89	0,63
5 Beer	18,71	23,82	0,79	13,55	23,01	0,59
6 Smoke	19,69	21,4	0,92	12,78	19,15	0,67
7 Toys	20,26	34,01	0,6	12,52	33,95	0,37
8 Fun	22,87	26,82	0,85	13,65	28,51	0,48
9 Books	18,48	25,41	0,73	10,74	24,82	0,43
10 Hshld	18,76	19,34	0,97	10,42	18,42	0,57
11 Clths	21,7	20,48	1,06	10,32	18,44	0,56
12 Hlth	23,58	21,26	1,11	11,49	24,36	0,47
13 MedEq	19,71	23,91	0,82	13,72	25,14	0,55
14 Drugs	19,94	20,34	0,98	12,29	18,11	0,68
15 Chems	18,94	19,54	0,97	11,8	20,43	0,58
16 Rubbr	20,38	26,35	0,77	13,67	26,3	0,52
17 Txtls	18,42	21,31	0,86	9,91	21,79	0,45
18 BldMt	19,71	19,16	1,03	10,77	20,22	0,53
19 Cnstr	27,18	39,32	0,69	12,16	31,72	0,38
20 Steel	18,54	23,96	0,77	9,86	26,77	0,37
21 FabPr	17,12	23,39	0,73	9,29	24,86	0,37
22 Mach	20,35	20,72	0,98	11,68	21,94	0,53
23 ElcEq	21,25	22,94	0,93	13,35	24,84	0,54
24 Autos	19,65	23,59	0,83	12,92	25,36	0,51
25 Aero	23,49	27,23	0,86	15,19	28,51	0,53
26 Ships	18,78	27,27	0,69	10,64	24,14	0,44
27 Guns	21,18	23,66	0,9	13,95	22,11	0,63
28 Gold	26,77	37,14	0,72	12,25	35,83	0,34

29	Mines	24,58	26,3	0,93	11,4	24,51	0,47
30	Coal	26,64	38,21	0,7	10,31	34,05	0,3
31	Oil	20,88	24,62	0,85	10,86	21,07	0,52
32	Util	15,34	19,07	0,8	9,63	17,46	0,55
33	Telcm	16,21	19,07	0,85	9,9	16,38	0,6
34	PerSv	20,2	32,16	0,63	11,01	31,7	0,35
35	BusSv	25,23	23,53	1,07	13,01	30,89	0,42
36	Hardw	18,69	22,59	0,83	13,65	24,3	0,56
37	Softw	18,55	32,47	0,57	11,95	36,91	0,32
38	Chips	22,9	26,48	0,86	13,46	27,78	0,48
39	LabEq	20,39	20,49	1	13,05	22,59	0,58
40	Paper	22,03	51,07	0,43	18,21	51	0,36
41	Boxes	20,45	21,46	0,95	12,09	20,03	0,6
42	Trans	24,48	22,1	1,11	10,14	21,52	0,47
43	Whlsl	27,4	28,95	0,95	9,92	26,15	0,38
44	Rtail	19,5	17,72	1,1	11,72	18,06	0,65
45	Meals	19,67	21,34	0,92	12,03	21,24	0,57
46	Banks	18,75	19,03	0,99	12,66	23,51	0,54
47	Insur	15,9	20,59	0,77	11,28	21,8	0,52
48	REst	25,05	36,7	0,68	9,36	33,8	0,28
49	Fin	23,62	22,19	1,06	11,96	24,94	0,48
50	Other	20,94	25,04	0,84	7,99	23,5	0,34
Gennemsnit		20,91	25,26	0,86	11,83	24,95	0,49

Tabel 8.4.1

8.5 BAA

	P1 (lav)	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 (høj)
Mål	Panel A: Præ CAPM (1932-1964)									
Sharpe ratio	0,17	0,18	0,16	0,17	0,17	0,19	0,19	0,18	0,18	0,16
Merafkast	2,20	1,79	1,47	1,44	1,42	1,64	1,46	1,58	1,53	1,56
CAPM alfa	0,33	0,15	-0,05	0,03	0,01	0,17	0,13	0,10	0,10	-0,03
Gns. total volatilitet	13,33	11,98	11,24	10,71	10,77	10,88	10,92	11,62	12,55	16,74
Gns. idiosynkratisk volatilitet	10,10	8,70	8,17	7,66	7,77	7,89	7,95	8,52	9,46	13,68
Gns. realiseret CAPM alfa	-1,32	-0,59	-0,28	-0,03	0,19	0,43	0,63	0,89	1,22	2,20
Gns. realiseret markedsbeta	1,44	1,32	1,23	1,18	1,16	1,13	1,11	1,14	1,19	1,37
Størrelse i \$	428.439	900.074	1.255.365	1.366.351	1.509.483	1.353.721	1.692.217	1.561.486	1.395.376	901.276

Tabel 8.5.1: Realiserede alfa-sorterede porteføljer præ CAPM (Tabel 3 fra Horenstein (2020))

	P1 (lav)	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10 (høj)
Mål	Panel A: Post CAPM (1965-2015)									
Sharpe ratio	0,17	0,16	0,17	0,17	0,18	0,17	0,16	0,16	0,12	0,06
Merafkast	1,42	0,96	0,87	0,82	0,83	0,78	0,79	0,82	0,68	0,42
CAPM alfa	0,83	0,46	0,40	0,39	0,40	0,34	0,32	0,32	0,13	-0,21
Gns. total volatilitet	15,33	12,15	10,86	10,06	9,79	10,07	10,64	11,73	13,59	18,86
Gns. idiosynkratisk volatilitet	13,98	10,85	9,59	8,83	8,58	8,87	9,43	10,47	12,24	17,41
Gns. realiseret CAPM alfa	-1,64	-0,71	-0,30	0,00	0,24	0,49	0,75	1,09	1,58	2,89
Gns. realiseret markedsbeta	1,26	1,09	1,01	0,96	0,93	0,95	0,98	1,04	1,15	1,32
Størrelse i \$	1.115.768	1.782.175	2.309.880	2.357.915	2.735.528	2.971.247	2.882.941	2.942.423	2.741.645	1.999.256

Tabel 8.5.2: Realiserede alfa-sorterede porteføljer post CAPM (Tabel 3 fra Horenstein (2020))

8.6 Mail fra Alex R. Horenstein

Re: [EXTERNAL] The Unintended Impact of Academic Research on Asset Returns: The CAPM Alpha

Horenstein, Alex R <horenstein@bus.miami.edu>

Mon 03-05-2021 17:33

Til: Toke K nigsfeldt Larsen <tola15ab@student.cbs.dk>

2 vedh ftede filer (2 MB)

Publication - MS accepted - The Unintended Impact of Academic Research on Asset Returns.pdf; BAA full period - Table 1.gss;

Hi Toke,

Thank you for your interest in my paper. For a more detailed explanation on how to construct the BAA strategy I am sending you attached the complete version of the paper accepted at Management Science (including the Appendix). Check Appendix F as it has more details. Let me know if that suffices.

Regarding using Fama-French portfolios for the BAA strategy, I have not used them. I only used individual stocks, hence your difficulty in replicating my results. While I do not expect my results to hold with portfolios (each portfolio is a convex-combination of individual assets, and therefore a convex-combination of potentially low and high individual alphas), I know a paper that find some power on the BAA strategy when using portfolios. Check the following paper, which in your case could be more relevant to try to replicate given the data you are using:

Zaremba A., M. Umutlu, and A. Karathanasopoulos, 2019, Alpha momentum and alpha reversal in country and industry equity indexes, *Journal of Empirical Finance* 53, 144-161.

I am also sending you attached some program I used to generate the BAA strategy (I used Gauss to program this paper). It is a non-curved program, and it includes many statistics and processes I used to double-check multiple results that are not necessarily related to the calculation of BAA. For this purpose I will ask you to please do not circulate. It is just for your eyes and to help you in your thesis. Starting in line 161 you can see how to calculate the weight of each asset in the low and high Alpha portfolios.

I hope this helps.

All the best,

Alex

On May 1, 2021, at 2:57 PM, Toke K nigsfeldt Larsen <tola15ab@student.cbs.dk> wrote:

CAUTION: This email originated from outside the organization. DO NOT CLICK ON LINKS or OPEN ATTACHMENTS unless you know and trust the sender.

On May 1, 2021, at 2:57 PM, Toke K nigsfeldt Larsen <tola15ab@student.cbs.dk> wrote:

CAUTION: This email originated from outside the organization. DO NOT CLICK ON LINKS or OPEN ATTACHMENTS unless you know and trust the sender.

Hi Mr. Horenstein

We are 3 students from the Master (MSc) in Business Administration and Mathematical Business Economics at Copenhagen Business School (CBS) and are currently writing our Master Thesis. We found your article "The Unintended Impact of Academic Research on Asset Returns: The Capital Asset Pricing Model Alpha" rather interesting and we would like to recreate some of your results from the article in our thesis and also try a similar approach to the betting against beta factor. The data we intend to utilize is Kenneth French's 49 Industry Portfolios from his website. We have had a bit difficulty in recreating your results and would therefore like to ask you if you could be of help by providing us with some more detailed explanation of your calculations and maybe some of the code used for said calculations.

Hope to hear from you.

Best regards,
Anders, Gustav and Toke

Figur 8.6.1: Mailkorrespondance med Alex R. Horenstein

8.7 Test foretaget p  w_t

8.7.1 KPSS test

```
KPSS Test for Level Stationarity  
  
data: rowMeans(wit[, ], na.rm = TRUE)  
KPSS Level = 0.33578, Truncation lag parameter = 7, p-value = 0.1
```

Figur 8.7.1: KPSS test for stationaritet af w_t

8.7.2 Ljung-Box

```
Box-Ljung test  
  
data: rowMeans(wit[, ], na.rm = )  
X-squared = 575.52, df = 0, p-value < 2.2e-16
```

Figur 8.7.2: Ljung-Box test for serie korrelation i w_t

8.8 Betaer for regressioner præ og post CAPM

Model	Beta	Præ CAPM (1932-1964)			Post CAPM (1965-2020)		
		Høj-beta	Lav beta	BAB	Høj-beta	Lav beta	BAB
CAPM	Markeds beta	1.47	0.97	0.19	1.35	0.90	0.13
CAPM		(39.54)	(51.30)	(7.69)	(40.09)	(38.66)	(4.33)
Fama French 3-faktor	Markeds beta	1.13	0.84	0.24	1.16	0.82	0.20
Fama French 3-faktor		(45.54)	(55.36)	(9.03)	(51.33)	(50.44)	(6.43)
Fama French 3-faktor	SMB beta	0.95	0.55	0.07	1.04	0.64	0.02
Fama French 3-faktor		(20.63)	(19.35)	(1.35)	(31.74)	(26.95)	(0.52)
Fama French 3-faktor	HML beta	0.38	-0.04	-0.27	0.22	0.39	0.48
Fama French 3-faktor		(9.90)	(-1.66)	(-6.55)	(6.50)	(15.72)	(10.40)
Carhart	Markeds beta	1.12	0.84	0.24	1.11	0.81	0.21
Carhart		(45.43)	(55.26)	(8.99)	(52.30)	(49.10)	(6.90)
Carhart	SMB beta	0.94	0.54	0.06	1.04	0.64	0.02
Carhart		(19.80)	(18.53)	(1.27)	(34.35)	(27.23)	(0.55)
Carhart	HML beta	0.37	-0.04	-0.27	0.13	0.36	0.51
Carhart		(9.62)	(-1.85)	(-6.51)	(4.12)	(14.39)	(10.82)
Carhart	MOM beta	-0.04	-0.03	-0.01	-0.24	-0.07	0.09
Carhart		(-1.33)	(-1.47)	(-0.20)	(-10.98)	(-4.12)	(2.81)
Carhart + REV	Markeds beta				1.09	0.83	0.27
Carhart + REV					(49.85)	(50.47)	(8.81)
Carhart + REV	SMB beta				1.03	0.70	0.16
Carhart + REV					(33.42)	(30.01)	(3.56)
Carhart + REV	HML beta				0.02	0.17	0.28
Carhart + REV					(0.56)	(5.22)	(4.70)
Carhart + REV	MOM beta				-0.23	-0.08	0.05
Carhart + REV					(-10.86)	(-5.25)	(1.75)
Carhart + REV	RMW beta				-0.09	0.19	0.49
Carhart + REV					(-2.06)	(5.95)	(7.94)
Carhart + REV	CMA beta				-0.09	0.20	0.45
Carhart + REV					(-1.45)	(4.23)	(4.96)