

COPENHAGEN BUSINESS SCHOOL

KANDIDATSPECIALE, CAND.MERC.MAT.

Clustering i momentumstrategier

En undersøgelse af anvendelsen af Machine Learning som delkomponent i en
momentum-investeringsstrategi

Forfattere:

Patrick Bennekou (110542)

Deniz Kiran (109882)

Vejleder:

Martin Christian Richter

Dato: 17. maj 2021

Antal sider: 95 (216863 anslag)

Abstract

In this thesis we take a starting point in the two momentum investment strategies provided in Jegadeesh og Titman (1993) and Moskowitz og Grinblatt (1999).

We demonstrate a further extension of the latter, by implementing alternative, Machine Learning based classifications to replace and to be compared with the established classification provided in GICS and SIC. Furthermore we investigate the performance of these investment strategies from a returns and downside risk perspective, and compare these.

We find that the industry momentum strategy is not able to beat the stock momentum strategy in the period 1963-1995, despite this being a central conclusion in Moskowitz og Grinblatt (1999). Furthermore we show that an industry momentum strategy based on the GICS classification can in fact outperform the stock momentum strategy in the period 1995-2020. At the same time we conclude that using a classification which is more contemporary, has a significant positive impact on the performance of the industry momentum strategy.

Finally, we provide evidence that cluster based momentum strategies are able to generate significant returns and Sharpe Ratios, with downside risk measures relatively similar to the ones achieved by the strategies proposed in the literature in the period 1995-2020. However, we also find that our implementations of the cluster momentum strategies are not able to beat the performance of the GICS based industry momentum strategy, nor the stock momentum strategy in the same period of time.

Indhold

Figurer	v
Tabeller	vi
1 Indledning	1
1.1 Motivation	1
1.2 Problemformulering	4
1.3 Afgrænsning	4
1.4 Struktur	5
2 Teori	7
2.1 Antagelser	7
2.1.1 Investorantagelser	7
2.1.2 Markedsantagelser	7
2.1.3 Omkostninger	7
2.2 Definitioner	8
2.2.1 Notation	8
2.2.2 Teoretiske definitioner	9
2.3 Volatilitetsskalering	19
2.3.1 Baggrund for volatilitetsskalering	19
2.3.2 Implementering af volatilitetsskalering	19
2.4 Rengøring af korrelationsmatricer	20
2.4.1 Marcenko-Pastur-fordelingen	21
2.4.2 Støjreduktion ved ”konstant residuel egenværdi”-metoden	23
2.4.3 Shrinkage	24
2.5 Machine Learning	29
2.5.1 Introduktion til Machine Learning	29
2.5.2 Unsupervised learning	29
2.5.3 Supervised learning	30

2.5.4	Reinforcement learning	31
2.6	Hierarkisk klyngeanalyse	32
2.6.1	SIC klassificering	32
2.6.2	GICS klassificering	33
2.6.3	Introduktion til hierarkisk klyngeanalyse	35
2.6.4	Distancemål	37
2.6.5	Hierarkisk klyngning af aktiver	41
2.6.6	Anvendelse af hierarkisk klyngeanalyse i momentumstrategier	41
2.7	Theory-implied correlation matrices (TIC)	41
2.7.1	Input data	42
2.7.2	TIC algoritmen	42
2.8	Porteføljekonstruktion	44
2.8.1	Ligevægtet portefølje	44
2.8.2	Markedsværdivægtet portefølje	44
2.8.3	Long-short portefølje	45
2.8.4	Reallokering af porteføljevægte	45
2.8.5	Konstruktion af momentumportefølje	47
3	Data	52
3.1	Datakilder	52
3.2	Investeringsunivers	52
3.3	Databehandling	54
3.4	Replikation af resultater	58
4	Metode	59
4.1	Værktøjer	59
4.1.1	Python	59
4.1.2	SQL	59
4.2	Aktiemomentum	60
4.2.1	Implementering af strategien	60
4.3	Industrimomentum	61

4.3.1	Implementering af strategien	61
4.4	Clustermomentum	62
4.4.1	Implementering af strategien vha. Ledoit-Wolf	62
4.4.2	Implementering af strategien vha. OAS	64
4.4.3	Implementering af strategien vha. TIC	65
4.5	Volatilitetsskalering af momentumporteføljer	66
4.5.1	Implementering af volatilitetsskalering	66
5	Analyse	68
5.1	Aktiemomentum vs. SIC20-industrimomentum (1963-1995)	68
5.1.1	Performance-analyse	69
5.1.2	Diskussion af resultater	70
5.2	Aktiemomentum vs. GICS- og SIC20-industrimomentum (1995-2020)	73
5.2.1	Performanceanalyse	73
5.2.2	Diskussion af resultater	75
5.3	Clustermomentum (1995-2020)	77
5.3.1	Performance-analyse	78
5.3.2	Komposition af clusters	81
5.3.3	Diskussion af resultater	85
6	Diskussion	88
6.1	Do Industries Explain Momentum?	88
6.2	Klassificering af finansielle aktiver	89
7	Konklusion	93
7.1	Resultater og konklusioner	93
7.2	Future research	94
	Litteratur	i
	Bilag – kode	iv

Figurer

2.1	Illustration af Value-at-Risk og Expected Shortfall	16
2.2	Akkumuleret afkast fra (2.7), high water mark fra (2.31) og drawdown fra (2.32)	18
2.3	Marcenko-Pastur tæthedsfunktion	22
2.4	Unsupervised learning	30
2.5	Supervised learning	31
2.6	Eksempel på et dendrogram	37
2.7	Illustration af effekten af en nyhed på et aktivs pris	48
5.1	Komposition af TIC clusters, 2020	82
5.2	Dendrogram for den hierarkiske klyngning vha. TIC, 2020	84

Tabeller

2.1	Anvendt gennemsnitlig årlig inflation	8
2.2	Moskowitz SIC20	34
3.1	Beskrivelse af Share Code.	57
5.1	Beskrivelse af anvendte performance-nøgletal	68
5.2	Annualiserede performance-nøgletal i perioden juli 1963 – juli 1995	69
5.3	Downside-risikonøgletal i perioden juli 1963 – juli 1995	70
5.4	Performance-nøgletal uden omkostninger og residualer	72
5.5	Annualiserede performance-nøgletal i perioden juli 1995–2020	74
5.6	Downside-risikonøgletal i perioden juli 1995–2020	75
5.7	Annualiserede performance-nøgletal for clustermomentum i perioden juli 1995–2020	79
5.8	Downside-risikonøgletal for clustermomentum i perioden juli 1995–2020	81
5.9	Komposition af clusters i perioden 1999–2020	81

1 Indledning

1.1 Motivation

Moderne porteføljeteori, som bygger på antagelser om efficiente markeder, har i en lang årrække domineret litteraturen inden for aktivallokering. Daniel, Hirshleifer og Subrahmanyam (1998) og Barberis, Shleifer og Vishny (1998) opstiller teorier om, hvordan investorer reagerer på nyheder, der påvirker et finansielt aktivs værdi. Helt konkret konkluderer de, at investorer underestimerer effekten af en nyhed initielt, mens de på sigt overreagerer, hvilket medfører en forudsigelighed i aktivernes afkast over tid. Dette bryder med antagelsen om efficiente markeder, som i årevis ellers har domineret i litteraturen og medført tilblivelsen af behavioural finance. Denne forudsigelighed blandt aktivers afkast blev allerede observeret et halvt årti forinden af Jegadeesh og Titman (1993), som gjorde det skelsættende arbejde, der lagde fundamentet for, hvad vi i dag kender som momentum inden for investeringsverdenen.

Når en momentumstrategi udføres på aktieniveau, foregår det ved, at man beregner afkast for alle aktierne, som tages i betragtning i sin strategi – altså den pågældende strategis investeringsunivers. Disse afkast beregnes inden for en prædefineret formationsperiode, som typisk er sat til 12 måneders historiske afkast fratrukket seneste måneds afkast, grundet reversal-effekten på kort sigt, dokumenteret i Jegadeesh (1990). Denne formationsperiode kaldes populært en "12-1 periode". Resultatet af dette anvendes som momentumsignal. Disse signaler, i form af historiske afkast, rangeres efterfølgende fra højeste afkast til laveste afkast, og der tages en lang position i de højest rangerede X procent af alle aktierne og en kort position i de lavest rangerede X procent af alle aktierne - altså en lang position i vinderne og en kort position i taberne. Valget af X afhænger af, hvor koncentreret eller diversificeret man ønsker sin momentumstrategi. Vi samler altså aktier, der minder om hinanden afkastmæssigt i en momentumstrategi. Der tages dog udelukkende udgangspunkt i de forskellige aktivers afkast og altså ingen andre beskrivende faktorer i denne strategi.

Moskowitz og Grinblatt (1999) foreslog et alternativ til dette, hvor momentumsignalerne for det samlede investeringsunivers ikke blev beregnet på aktieniveau, men på industriniveau. Alle aktierne i investeringsuniverset får tilknyttet en SIC-kode, der så bliver inddelt i én af 20 kategorier. Derefter beregnes 12-1 momentumsignaler for de markedsværdivægtede industrier, og der tages en ligevægtet lang position i de tre vinder-industrier, som hver især er markedsværdivægtede inden for industrien, og svarende hertil tages der en ligevægtet kort position i de tre taber-industrier. Til forskel for aktiemomentum-strategien, hvor vi samler aktier, som udelukkende minder om hinanden afkastmæssigt, samler industrimomentum-strategien *industrier*, der minder om hinanden afkastmæssigt. Dette gøres ud fra deisen om, at industrispecifikke faktorer i høj grad forklarer aktiespecifik momentum. Moskowitz og Grinblatt (1999) tilføjer altså et ekstra lag oven på aktiemomentum-strategien fra Jegadeesh og Titman (1993). Moskowitz og Grinblatt (1999) bygger sin analyse op omkring et datasæt fra perioden 1963-1995 og anvender SIC-klassificeringen hertil. Fort og Klimek (2018) konkluderer, at SIC er forældet i nyere tid og af samme årsag blev denne erstattet af North American Industry Classification System (NAICS) i 1997, mens Bhojraj, Lee og Oler (2003) konkluderede, at GICS-klassificeringen er signifikant bedre end SIC, NAICS og Fama-French-algoritmen til at forklare korrelationer for aktieafkast. Disse konklusioner motiverer omstruktureringen af industrimomentum-strategien, præsenteret i Moskowitz og Grinblatt (1999), således at denne anvender GICS som klassificering af industrier frem for SIC.

Katselas, Sidhu og Yu (2019) dokumenterede, at dynamiske industriklassificeringer giver bedre performancenøgletal, hvilket giver anledning til at overveje en klassificeringsmetode, som er mere dynamisk end eksempelvis GICS-klassificeringen. Efterspørgslen efter en mere dynamisk klassificeringsmodel har potentiale til at blive imødekommet af Machine Learning-baserede modeller, hvor metoder til hierarkisk klyngning har vundet stort indpas i litteraturen. Her har Mantegna (1999) foreslået at konvertere parvise korrelationer mellem aktiver til et distancemål, som kan anvendes til klyngning af aktiver. Empiriske korrelationsmatricer har imidlertid den udfordring, at de i høj grad er præget af støj, som maskerer de rene korrelationssignaler.

I litteraturen har blandt andet Ledoit og Wolf (2004b), Chen m.fl. (2010) og Lopez de Prado (2019) foreslået at anvende shrinkage-metoder på empiriske korrelationsmatricer med henblik på at isolere de rene korrelationssignaler og derved udlede en mere virkelighedstro korrelationsstruktur. Metoden, foreslået af Lopez de Prado (2019), tager derudover også en teoriimpliceret hierarkisk struktur¹ som input, hvorfor denne korrelationsstruktur både afspejler aktivernes samvariation og den teoretiske struktur, som disse indgår i. Disse korrelationsstrukturer vil vi i denne afhandling anvende som en delkomponent – i form af en alternativ industriklassificering – i en clustermomentum-strategi inspireret af industrimomentum-strategien, præsenteret i Moskowitz og Grinblatt (1999).

Historisk set har momentumstrategier været en velformende strategi målt på Sharpe Ratio og afkast, men en svaghed ved denne strategi er, at man som udgangspunkt vil holde en lang position i finansielle bobler, hvorfor der er stor crash-risiko forbundet hermed. Af denne årsag er det helt centralt for strategiens succes, at dennes risiko bliver overvåget og styret løbende. Hertil foreslår Moreira og Muir (2017) at anvende en invers volatilitetsskalering af sine positioner, således at man holder relativt lavere positioner i tider med høj volatilitet og vice versa. Denne tilgang til risikostyring er en central forudsætning for, at en momentumstrategi ikke skal lide ekstreme drawdowns i perioder med høj usikkerhed.

¹Såsom GICS

1.2 Problemformulering

I forlængelse af ovenstående indledning kan vores overordnede problemformulering formuleres som følger:

Hvordan performer en industrimomentumbaseret investeringsstrategi baseret på hierarkisk klynkning af finansielle aktiver i forhold til traditionelle momentumstrategier fra et afkast- og risikoorienteret perspektiv?

Spørgsmålet vil vi besvare ved at tage udgangspunkt i de følgende problemstillinger for afhandlingen:

- Hvordan performer en industrimomentum-strategi i forhold til en aktiemomentum-strategi fra et afkast- og risikoorienteret perspektiv?
- Hvad er betydningen af en tidssvarende industriklassificering for den risiko- og afkastorienterede performance for en industrimomentum-strategi?
- Hvordan performer clustermomentum-strategien fra et afkast- og risikoorienteret perspektiv?
- Hvordan adskiller klyngerne, der udspringer af hhv. Ledoit-Wolf-, OAS- og TIC-korrelationsstrukturen, sig fra hinanden?

1.3 Afgrænsning

For at holde denne afhandlings fokus på hovedformålene har vi foretaget følgende afgrænsninger:

1. Vi betragter udelukkende ordinære aktier.
2. Vi betragter udelukkende aktiver, der er noteret på det amerikanske marked, og som dermed har priser og afkast i USD.
3. Vi anvender udelukkende 12-1 som formationsperiode i vores momentumstrategier. Vi tester altså ikke effekten af ændringer i formationsperioden.

1.4 Struktur

Dette speciale er struktureret i syv kapitler, som hver især afdækker et af opgavens elementer. De syv kapitler omhandler følgende:

Kapitel 1 - Indledning:

Specialets første kapitel indeholder indledningen til vores afhandling. Her motiverer vi vores valg af emne ved at opsummere den litteratur, der har ført os hertil. Dernæst præsenterer vi vores problemformulering, der indeholder de spørgsmål, som vi vil besvare i løbet af afhandlingen. Afslutningsvist redegør vi for de afgrænsninger, som vi har foretaget med det formål at holde fokus på de centrale problemstillinger i afhandlingen.

Kapitel 2 - Teori:

I kapitel 2 redegør vi for de teorier, der danner rammerne for vores opgave. Først redegør vi for de antagelser, vi gør os, og de definitioner, vi anvender i afhandlingens forløb. Dernæst redegør vi for teorier, der er præsenteret i litteraturen, som vi har anvendt i vores udarbejdelse af afhandlingen.

Kapitel 3 - Data:

I kapitel 3 redegør vi for, hvorfra og hvordan vi har tilgået vores datasæt, heriblandt hvordan vi definerer vores investeringsunivers, som danner rammen for udvælgelsen af vores datasæt. Til slut redegør vi for, hvordan vi rent praktisk har udført vores dataindhentning og databehandling ved hjælp af SQL og Python.

Kapitel 4 - Metode:

I kapitel 4 gennemgår vi de metoder, som vi har anvendt i udarbejdelsen af denne afhandling. Her vil vi indledningsvist definere de værktøjer, som vi har anvendt i udarbejdelse, og dernæst redegør vi i fire afsnit for, hvordan vi implementerer vores investeringstrategier step-by-step.

Kapitel 5 - Analyse:

I kapitel 5 præsenterer vi resultaterne af vores analysearbejde. Kapitlet består af tre afsnit, der omhandler de tre analyser, som vi udfører i denne afhandling. Det første afsnit omhandler de empiriske resultater, som vi opnår ved implementering af hhv. aktiemomentum- og SIC20-industrimomentum-strategierne i perioden 1963-1995. Disse resultater præsenterer vi først, og dernæst diskuterer vi disse i forhold til den gældende teori. I afsnit to præsenterer vi de empiriske resultater for vores implementation af aktiemomentum-strategien og SIC20- og GICS-industrimomentum-strategierne. Dernæst diskuterer vi disse resultater i forhold til den gældende teori på området. I afsnit 3 præsenterer vi resultaterne for vores implementationer af clustermomentum-strategien med tre forskellige implementationer af hierarkisk klynganalyse. Resultaterne for disse tre implementationer sammenligner vi først. Dernæst redegør vi for, hvordan disse tre metoder har opdelt vores investeringsunivers i klynger, og slutteligt diskuterer vi resultaterne fra afsnittet.

Kapitel 6 - Diskussion:

I kapitel 6 diskuterer vi resultaterne fra vores analyse med fokus på resultaterne fra Moskowitz og Grinblatt (1999) og de forskellige metoder til klassificering af finansielle aktiver.

Kapitel 7 - Konklusion:

I specialets sidste kapitel opsummerer og konkluderer vi på resultaterne fra vores analyse og besvarer vores problemformulering med tilhørende problemstillinger som beskrevet ovenfor. Ydermere indfører vi et afsnit, hvor vi kort præsenterer forslag til fremtidig undersøgelse som følge af vores resultater.

2 Teori

2.1 Antagelser

Med henblik på at begrænse omfanget af denne afhandling til, hvad der er relevant for vores problemstillinger, gør vi os nogle forsimplende antagelser om vores investeringsunivers.

2.1.1 Investorantagelser

Vi antager, at vores investor er en institutionel investor, som allokerer XXX USD til investeringsstrategien på starttidspunktet. Der opereres ikke med akkumulerende afkast, men med simple afkast. Investoren har ubegrænset likviditet, hvorfor hun aldrig vil være nødsaget til at likvidere sine positioner grundet udsving i aktivernes priser. Vi antager også, at investoren geninvesterer alle dividender fra et aktiv i det samme aktiv til lukkekursen på ex-udbyttedatoen.

2.1.2 Markedsantagelser

Vi antager, at alle aktiver i vores investeringsunivers er perfekt delelige og likvide, samt at der altid er en agent, der er villig til at købe og sælge alle aktiver i investeringsuniverset til den pågældende dags lukkekurs. Vi antager også, at alle aktiver i investeringsuniverset kan shortes i det omfang, vores strategier kræver, på ethvert tidspunkt.

2.1.3 Omkostninger

Vi antager, at der er transaktionsomkostninger forbundet med at handle aktiverne i investeringsuniverset på 5 bps (1 bps = 0.01%), samt at der betales 20 % i dividendeskat. I forbindelse med korte positioner antager vi, at der betales en årlig rente på 35 bps af værdien af den korte position, takseret månedligt. Investoren hæfter for dividendeudbetalinger i perioder med en aktiv kort position, og der gives ikke skattefradrag for udbetalte dividender i den pågældende periode på samme vis, som der betales skat af dividendeudbetalinger i vores lange positioner.

2.1.3.1 Korrektion for inflation

Da vi arbejder med historiske data er det vigtigt, at korrigere finansielle aktivers markedsværdi m.m., for inflation med henblik på at kunne sammenligne tal på det samme pengemæssige grundlag. Der er taget udgangspunkt i amerikanske inflationsrater, hvor den gennemsnitlige årlige inflation er beregnet i perioderne for at kunne få værdien af historiske tal i 2020-USD. I tabel 2.1 ses de anvendte gennemsnitlige årlige inflationsrater, som er hentet fra U.S. Official Inflation Data, Alioth Finance².

Periode	Gennemsnitlig årlig inflation
1963 - 2020	3.82%
1995 - 2020	2.14%

Tabel 2.1: Anvendt gennemsnitlig årlig inflation
Kilde: <https://www.officialdata.org/us/inflation/>

2.2 Definitioner

I dette afsnit vil vi først redegøre for vores matematiske notation, og dernæst vil vi definere de formler og parametre, som vi vil anvende i vores opgave.

2.2.1 Notation

Med henblik på at skabe klarhed omkring vores definitioner præsenterer vi her den notation, som vi vil anvende i forbindelse med vores teoretiske definitioner. Vi anvender notationen $\bar{(\cdot)}$ om middelværdien af en stokastisk variabel, såsom middelværdien af vores afkast. Vi anvender notationen $\widehat{(\cdot)}$ om et empirisk estimat for et parameter. Denne notation anvendes eksempelvis i forbindelse med estimation af variansen på vores afkast og kovariansen imellem vores aktiver. Vi præsenterer derudover teoretisk definerede vektorer og matricer samt beregninger, som anvender disse. Vi angiver en vektor med et lille bogstav med fed skrift (eksempelvis \mathbf{m}), og en matrix angives med et stort bogstav med fed skrift (eksempelvis \mathbf{M}).

²U.S. Official Inflation Data, Alioth Finance (u.å.). *Inflation Calculator*. <https://www.officialdata.org/us/inflation/>, Sidst besøgt d. 24. april 2021.

2.2.2 Teoretiske definitioner

2.2.2.1 Pris – lukkekurs

Investeringsuniverset består af n aktiver, som investoren kan allokere en andel af sin porteføljeværdi til på ethvert tidspunkt t , $t \in \{0, 1, \dots, T\}$. Aktiverne handles udelukkende til dagens lukkekurs, som er givet ved

$$P_{i,t} \text{ for } i \in \{1, \dots, n\} \quad (2.1)$$

2.2.2.2 Afkast – Total Returns

Afkastet på aktiv i fra tidspunkt $t - 1$ til t er givet ved

$$r_{i,t} = \frac{P_{i,t} + \delta_{i,t} - P_{i,t-1}}{P_{i,t-1}} \quad (2.2)$$

hvor $\delta_{i,t}$ er dividende og andre cash distributions for aktiv i til tidspunkt t . Altså: den relative ændring i aktivets pris i forhold til den foregående periode plus afkast fra corporate actions såsom dividender, tilbagekøb af aktier, spinoffs og aktiesplits, som udbetales i den pågældende periode.

2.2.2.3 Aritmetisk gennemsnit af afkast

Det aritmetiske gennemsnit af historiske afkast for aktiv i er givet ved

$$\bar{r}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{i,t} \quad (2.3)$$

og denne annualiseres ved

$$\bar{r}_{i,ann} = \bar{r}_i \times n \quad (2.4)$$

hvor n er perioder pr. år, som der måles afkast for. Hvis der arbejdes med månedlige afkast vil $n = 12$, eller med daglige afkast vil $n = 252$ som udgangspunkt, hvis man ønsker at annualisere sine aritmetiske gennemsnit af afkast.

2.2.2.4 Geometrisk gennemsnit af afkast

Det geometriske gennemsnit af historiske afkast for aktiv i er givet ved

$$\bar{r}_i^{geo} = \left(\prod_{t=1}^T (1 + r_{i,t}) \right)^{1/T} - 1 \quad (2.5)$$

og denne annualiseres ved

$$\bar{r}_{i,ann}^{geo} = (1 + \bar{r}_i^{geo})^n - 1 \quad (2.6)$$

hvor n ligeledes er antal perioder pr. år, som afkast er opgjort i. Det geometriske gennemsnit tager højde for både autokorrelation og akkumulering af afkast (alle afkast reinvesteres), og derfor betragter investorer typisk det geometriske afkast som mere retvisende end det aritmetiske gennemsnit af afkastet.

2.2.2.5 Akkumuleret afkast

Det akkumulerede afkast for aktiv i over flere perioder, eksempelvis fra tid t til tid s , er givet ved

$$r_{i;t,s} = \prod_{j=t}^s (1 + r_{i,j}) - 1 \quad (2.7)$$

2.2.2.6 Log-afkast

For at opnå en additiv sammenhæng mellem afkast fremfor multiplikativ arbejder vi med log-afkast, som er givet ved

$$\log(r_{i;t,s}) = \log \left(\prod_{j=t}^s (1 + r_{i,j}) - 1 \right) \quad (2.8)$$

$$= \sum_{j=t}^s \log(1 + r_{i,j}) \quad (2.9)$$

2.2.2.7 Varians af afkast

Variansen på aktiv i 's afkast frem til tidspunkt T er givet ved

$$\hat{\sigma}_i^2 = \text{Var} [r_i] = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)^2 \quad (2.10)$$

Denne annualiseres ved

$$\hat{\sigma}_{i,ann}^2 = \hat{\sigma}_i^2 \times n \quad (2.11)$$

2.2.2.8 Volatilitet/standardafvigelse af afkast

Volatiliteten - eller standardafvigelsen, om man vil - på aktiv i 's afkast er da givet ved

$$\hat{\sigma}_i = \sqrt{\hat{\sigma}_i^2} \quad (2.12)$$

og annualiseret ved

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{i,ann} &= \sqrt{\hat{\sigma}_i^2 \times n} \\ &= \hat{\sigma}_i \times \sqrt{n} \end{aligned} \quad (2.13)$$

2.2.2.9 Kovarians mellem aktivers afkast

Kovariansen mellem afkastet for aktiv i og j er givet ved

$$\hat{\sigma}_{i,j} = cov(r_i, r_j) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{j,t} - \bar{r}_j) \quad (2.14)$$

hvoraf det følger, at kovariansen på afkastene mellem aktiv i og aktiv i selv er

$$\hat{\sigma}_{i,i} = cov(r_i, r_i) = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i)(r_{i,t} - \bar{r}_i) = \hat{\sigma}_i^2 \quad (2.15)$$

- altså variansen på aktiv i 's afkast. Da er kovariansmatricen for hele investeringsuniverset givet ved

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_1^2 & \hat{\sigma}_{1,2} & \cdots & \hat{\sigma}_{1,n} \\ \hat{\sigma}_{2,1} & \hat{\sigma}_2^2 & \cdots & \hat{\sigma}_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{\sigma}_{n,1} & \hat{\sigma}_{n,2} & \cdots & \hat{\sigma}_n^2 \end{pmatrix} \quad (2.16)$$

hvor diagonalen er variansen af afkastet for aktiverne, mens det resterende af matricen er kovariansen imellem aktiverne.

2.2.2.10 Korrelation mellem aktivers afkast

Korrelationen mellem afkastet for aktiv i og j er givet ved

$$\hat{\rho}_{i,j} = corr(r_i, r_j) = \frac{\hat{\sigma}_{i,j}}{\hat{\sigma}_i \hat{\sigma}_j} \quad (2.17)$$

hvor $\rho_{i,j} \in [-1; 1]$. En korrelationskoefficient på 1 hhv. -1 angiver, at aktiver er perfekt positivt hhv. negativt korrelerede, mens en korrelationskoefficient på 0 angiver, at aktiverne er perfekt ukorrelerede. Da kan vi opstille korrelationsmatricen for aktiverne, som er givet ved

$$\widehat{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 1 & \widehat{\rho}_{1,2} & \cdots & \widehat{\rho}_{1,n} \\ \widehat{\rho}_{2,1} & 1 & \cdots & \widehat{\rho}_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \widehat{\rho}_{n,1} & \widehat{\rho}_{n,2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

hvoraf det ses, at alle diagonalelementer er lig med 1, og altså er alle aktiver perfekt positivt korrelerede med sig selv.

2.2.2.11 Porteføljeafkast

Vores investeringsstrategier kommer til udtryk i porteføljer med afkast givet ved

$$r_t^P = \mathbf{w}_{t-1}^\top \mathbf{r}_t = \sum_{i=1}^n w_{i,t-1} r_{i,t} \quad (2.19)$$

hvor $w_{i,t-1}$ er porteføljevægten for aktiv i bestemt på tidspunkt $t - 1$ med afkastrate i den næstkommende periode givet ved $r_{i,t}$ og $\mathbf{w}_{t-1}^\top = (w_{1,t-1}, w_{2,t-1}, \dots, w_{n,t-1})$ er en vektor bestående af porteføljevægtene for alle aktiver i investeringsuniverset. Porteføljevægtene har den egenskab, at de summer til 1 svarende til, at alle penge investeres på ethvert tidspunkt

$$\mathbf{w}_t^\top \mathbf{1} = \sum_{i=1}^n w_{i,t} = 1 \quad \forall t \quad (2.20)$$

2.2.2.12 Varians for porteføljer

Variansen for en porteføljes afkast er givet ved

$$\widehat{\sigma}_P^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \text{cov}(r_i, r_j) w_i w_j = \mathbf{w}^\top \widehat{\Sigma} \mathbf{w} \quad (2.21)$$

hvor $\widehat{\Sigma}$ er defineret som ligning (2.16).

2.2.2.13 Sharpe Ratio

Til at evaluere en porteføljes risikojusterede afkast kan man anvende flere forskellige kvantitative mål. Ofte anvendes Sharpe Ratio (SR), som er givet ved

$$\begin{aligned} SR &= \frac{\mathbb{E}[r_P - r_f]}{\sqrt{\text{Var}[r_P - r_f]}} \\ &= \frac{r_P - r_f}{\widehat{\sigma}_P^e} = \frac{r_P^e}{\widehat{\sigma}_P^e} \end{aligned} \quad (2.22)$$

hvor r^P er porteføljes afkast over en given periode, og r^f er den risikofrie rente, således at tælleren i brøken er porteføljes merafkast i forhold til det risikofrie afkast, der kan opnås. Denne skrives også som r_P^e , deraf et "e" for "excess" i superscript. Nævneren, $\widehat{\sigma}_P^e$ er standardafvigelsen/volatiliteten på porteføljes merafkast mht. den risikofrie rente over perioden.

SR kan derfor samlet set fortolkes som porteføljes merafkast pr. enhed risiko, hvor risiko er kvantificeret i form af volatiliteten på porteføljes merafkast. Ofte har investorer stor interesse i at begrænse risikoen for og omfanget af potentielle tab.

Sharpe Ratio annualiseres ved

$$\begin{aligned} SR_{ann} &= \frac{r_{P,ann}^e}{\widehat{\sigma}_{P,ann}^e} \\ &= SR \times \sqrt{n} \end{aligned} \quad (2.23)$$

2.2.2.14 Sortino Ratio

Ulempen ved Sharpe Ratio er, at der ikke skelnes imellem "god" og "dårlig" volatilitet, men at al volatilitet derimod bidrager til porteføljes risiko. En alternativ variation, der tager hånd om denne problemstilling, er Sortino ratio (S), som har volatiliteten på negative returns som nævner.

Sortino ratio er givet ved

$$S = \frac{r^P - r^f}{\widehat{\sigma}_{P,d}^e} \quad (2.24)$$

hvor $\widehat{\sigma}_{P,d}^e$ er volatiliteten på porteføljes downside, som er givet ved

$$\widehat{\sigma}_{P,d}^e = \widehat{\sigma} (\mathbf{1} \{r^P < 0\} * (r^P - r^f)) \quad (2.25)$$

hvor $\mathbf{1} \{\cdot\}$ er en indikatorfunktion, der returnerer

$$\mathbf{1} \{X \geq a\} = \begin{cases} 1, & \text{hvis } X \geq a \\ 0, & \text{hvis } X < a \end{cases} \quad (2.26)$$

Andre metoder til at evaluere en porteføljes downside-risiko omfatter blandt andet Value-at-Risk (VaR) og Conditional Value-at-Risk (CVaR).

2.2.2.15 Value-at-Risk – VaR

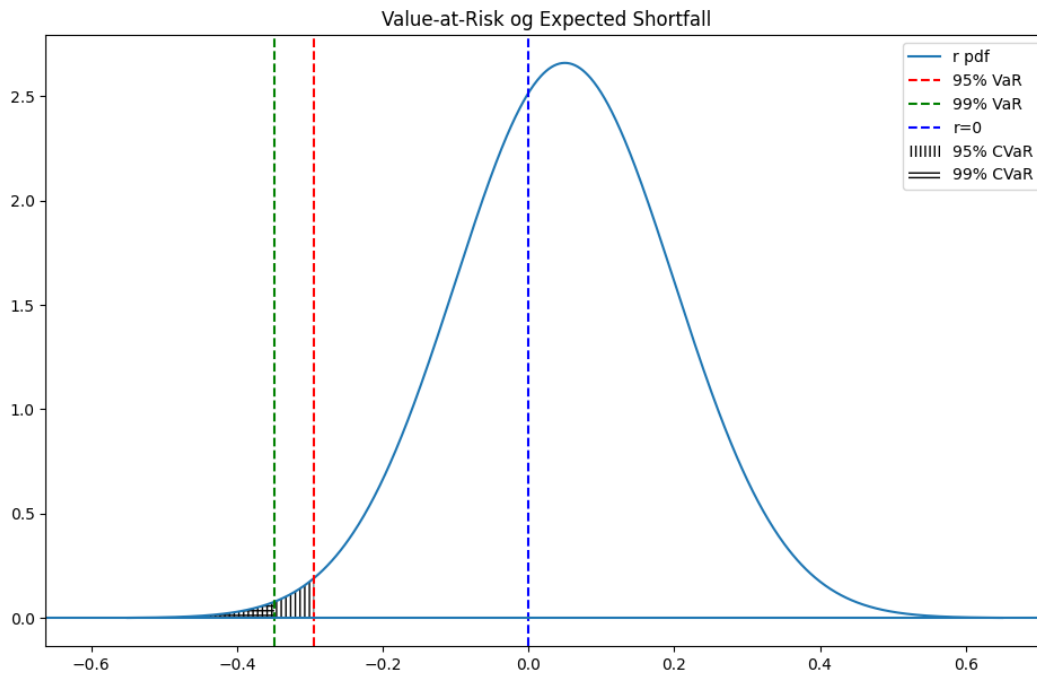
VaR angiver worst-case-tabet på et givent signifikansniveau α . Ofte anvendes $\alpha = 5\%$ og $\alpha = 1\%$.

VaR kan findes ved at løse nedenstående

$$\mathbb{P}(\mathcal{L} \geq VaR(\alpha)) = \alpha \quad (2.27)$$

hvor \mathcal{L} er tabsfordelingen for porteføljen, og $VaR(\alpha)$ er det maksimale forventede tab, som porteføljen vil lide med sandsynlighed $1 - \alpha$. Denne udledning kræver dog, at man kender den reelle tabsfordeling for porteføljen, hvilket er praktisk talt umuligt at udlede. Af den grund estimerer vi VaR ud fra den empiriske tabsfordeling

$$\widehat{VaR}(\alpha) = -S * \widehat{q}(\alpha) \quad (2.28)$$



Figur 2.1: Illustration af Value-at-Risk og Expected Shortfall
Kilde: egen produktion

hvor $\hat{q}(\alpha)$ er det α 'te kvantil af den empiriske afkastfordeling (som er det α 'te øvre kvantil af den empiriske tabsfordeling, \mathcal{L}), og S er positionens størrelse. I figur 2.1 ses Value-at-Risk for 95%-kvantilen og 99%-kvantilen som henholdsvis den røde og grønne vertikale linje for en given afkastfordeling.

2.2.2.16 Conditional Value-at-Risk (CVaR) – Expected Shortfall

CVaR, også kaldet Expected Shortfall, bygger oven på VaR i og med, at denne er defineret som det forventede tab, givet at vi er i en mere ekstrem situation end det α 'te kvantil af tabsfordelingen.

$$CVaR(\alpha) = \mathbb{E}[\mathcal{L} | \mathcal{L} > VaR(\alpha)] \quad (2.29)$$

Eftersom vi ikke kender den sande tabsfordeling, anvender vi igen den empiriske tabsfordeling til formålet. Altså kan vi estimere CVaR som

$$\widehat{CVaR}(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^n \mathcal{L}_i \mathbf{1} \left\{ \mathcal{L}_i > \widehat{VaR}(\alpha) \right\}}{\sum_{i=1}^n \mathbf{1} \left\{ \mathcal{L}_i > \widehat{VaR}(\alpha) \right\}} \quad (2.30)$$

En anden metode til at vurdere en porteføljes downside-risiko er at analysere dennes drawdowns (DD) og heriblandt det maksimale drawdown (MDD). For at kunne beregne en porteføljes historiske drawdowns definerer vi først porteføljes high-water mark (HWM), som angiver porteføljes højeste historiske værdi (eller højeste historiske kumulerede afkast). I figur 2.1 på side 16 ses to skraverede områder, hvor middelværdien af disse udgør Expected Shortfall.

2.2.2.17 High water mark, drawdown og max drawdown

En porteføljes high-water mark er defineret som

$$HWM(t) = \max_{s \leq t} P_s \quad (2.31)$$

Dernæst kan vi definere vores drawdown som den relative ændring i pris i forhold til high-water mark på det pågældende tidspunkt

$$DD(t) = \frac{HWM(t) - P_t}{HWM(t)} \quad (2.32)$$

Med andre ord angiver drawdown hvor mange penge, porteføljen har tabt siden sit historiske peak. Deraf følger det, at

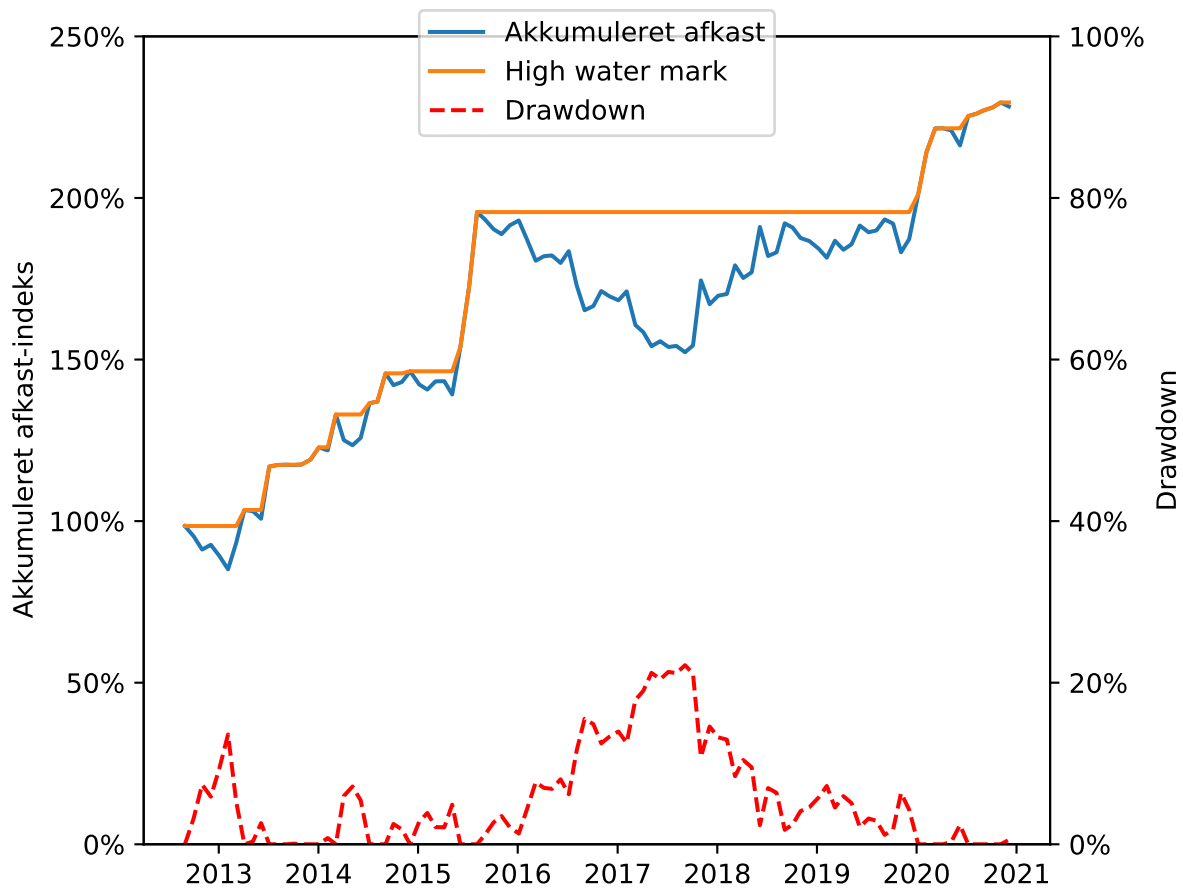
$$HWM(t) = P_t \Leftrightarrow DD(t) = 0 \quad (2.33)$$

Altså er drawdown 0, hvis den nuværende værdi af porteføljen er den højeste værdi til dato. Ofte anvendes det maksimale drawdown som en kvantificering af downside-risikoen for en portefølje, da denne angiver det største sammenhængende fald i værdi fra det daværende peak.

Vi definerer det maksimale drawdown som

$$MDD(T) = \max_{t \leq T} DD(t) \quad (2.34)$$

I figur 2.2 på side 18 ses et eksempel på akkumuleret afkast for et aktiv, high-water mark og drawdown. Max drawdown er bestemt som den højeste værdi på den stiplede drawdown-kurve



Figur 2.2: Akkumuleret afkast fra (2.7), high water mark fra (2.31) og drawdown fra (2.32)
Kilde: egen produktion

2.3 Volatilitetsskalering

Klassisk porteføljeteori bygger på et princip om, at en investor ønsker at maksimere sit afkast givet en bestemt risiko eller omvendt at minimere sin risiko givet et ønsket afkast. Til dette formål findes utallige strategier, som baserer sig på metoder til netop at maksimere afkast eller minimere risiko. I dette afsnit vil vi redegøre for volatilitetsskalering, som er en metode, der kan benyttes til at øge afkastet og mindske risikoen forbundet med en investering i risikofyldte aktiver. Essensen af metoden består i, at man positionerer sig baseret på aktivernes volatilitet, hvorfor man køber relativt mindre position, når der er stor usikkerhed i aktiverne og omvendt. Desuden vil vi redegøre for, hvordan volatilitetsskalering implementeres i praksis med henblik på at anvende metoden som en delkomponent i momentumstrategier.

2.3.1 Baggrund for volatilitetsskalering

Volatilitetsskalering bygger ifølge Harvey m.fl. (2018) på en antagelse om, at markedets volatilitet varierer over tid, samt at markedets volatilitet er negativt korreleret med markedets momentum. Altså vil volatiliteten være høj i perioder med nedadgående momentum, og tilsvarende vil volatiliteten være lav i perioder med opadgående momentum. Heraf udspringer metoden, som bygger på, at man kan nedbringe en porteføljes risiko og realisere bedre risikojusterede afkast ved at skalere sin position i forhold til volatiliteten og dermed implicit i forhold til markedets momentum. I praksis er målet en konstant realiseret volatilitet over tid.

2.3.2 Implementering af volatilitetsskalering

Vores porteføljer volatilitetsskaleres ved at skalere porteføljens merafkast med den inverse betingede varians som beskrevet og defineret i Moreira og Muir (2017). Vores volatilitetsskalerede portefølje er defineret som

$$r_{t+1}^{scaled} = \frac{c}{\hat{\sigma}_t^2(r_t)} r_{t+1} \quad (2.35)$$

hvor r_{t+1} er den pågældende porteføljes merafkast ("excess return") efter subtraktion af den risikofri rente), $\hat{\sigma}_t^2(r_t)$ er estimatet for porteføljets betingede varians, og c er en konstant, der, i vores tilfælde, sættes til at ramme et ønsket niveau for porteføljets mer-volatilitet. På denne måde vil vi have en relativt konstant eksponering til risiko over tid. Hver måned prædikerer vi den næste måneds betingede varians ved hjælp af den foregående måneds (21 dage) afkast. Estimatet for porteføljets betingede varians er givet ved realiseret varians. Således er vores prædiktions af den næste måneds betingede varians til tidspunkt t givet ved

$$\sigma_t^2(r_t) = RV_t^2(r_t) = \sum_{d=1/21}^1 \left(r_{t+d} - \frac{\sum_{d=1/21}^1 r_{t+d}}{21} \right)^2 \quad (2.36)$$

Moreira og Muir (2017) beskriver dette estimat for den betingede varians som tiltalende, da den ikke afhænger af parameterestimation og derfor nemt kan implementeres af investor, men stadig er en stærk og velfungerende estimator.

2.4 Rengøring af korrelationsmatricer

Konceptet om korrelationer imellem aktiver er en af hjørnesteenene i moderne porteføljeteori, som anvendes hyppigt i forbindelse med blandt andet risikostyring og porteføljeoptimering. Finansielle korrelationsmatricer kvantificerer aktivers tendens til at samvariere, men ved at udlede disse på traditionel vis ved hjælp af formel (2.17) opnås et estimat, der først og fremmest er bagudskuende, men som derudover i høj grad er influeret af støj i markedet. Udledning af pålidelige estimatorer for finansielle kovarians- og korrelationsmatricer har været en stor udfordring historisk set grundet den høje dimensionalitet af data. Hvis tidsserien har en tilstrækkelig størrelse, kan korrelationen estimeres med stor nøjagtighed, men hvis der er tilsvarende mange finansielle aktiver – som det ofte ses i den finansielle verden – vil korrelationsestimatet i høj grad være præget af systematiske fejl grundet støjen i aktivernes afkast. Dette kan korrigeres for ved at anvende støjreduktionsmetoder.

2.4.1 Marcenko-Pastur-fordelingen

For at kunne anvende støjreduktionsmetoder må vi først forstå intuitionen i Marcenko-Pastur-fordelingen. Marčenko og Pastur (1967) dokumenterede en asymptotisk adfærd for egenverdier for store, singulære matricer. Men da det originale værk er skrevet på russisk, har vi valgt at tage udgangspunkt i en definition og anvendelse fra bogen *Machine Learning for Asset Managers* af López de Prado. Vi tager udgangspunkt i en $T \times N$ -matrix, \mathbf{X} bestående af N uafhængige identisk fordelte stokastiske variable, hvor den underliggende proces har middelværdi $\mu = 0$ og varians givet ved σ^2 . Matricen $\mathbf{C} = T^{-1}\mathbf{X}^\top\mathbf{X}$ har egenverdier λ , som asymptotisk konvergerer mod Marcenko-Pastur tæthedsfunktionen

$$f(\lambda) = \begin{cases} \frac{T}{N} \frac{\sqrt{(\lambda_+ - \lambda)(\lambda - \lambda_-)}}{2\pi\lambda\sigma^2} & \text{hvis } \lambda \in [\lambda_-, \lambda_+] \\ 0 & \text{hvis } \lambda \notin [\lambda_-, \lambda_+] \end{cases} \quad (2.37)$$

hvor den maksimale forventede egenverdi er givet ved

$$\lambda_+ = \sigma^2 \left(1 + \sqrt{\frac{N}{T}} \right)^2 \quad (2.38)$$

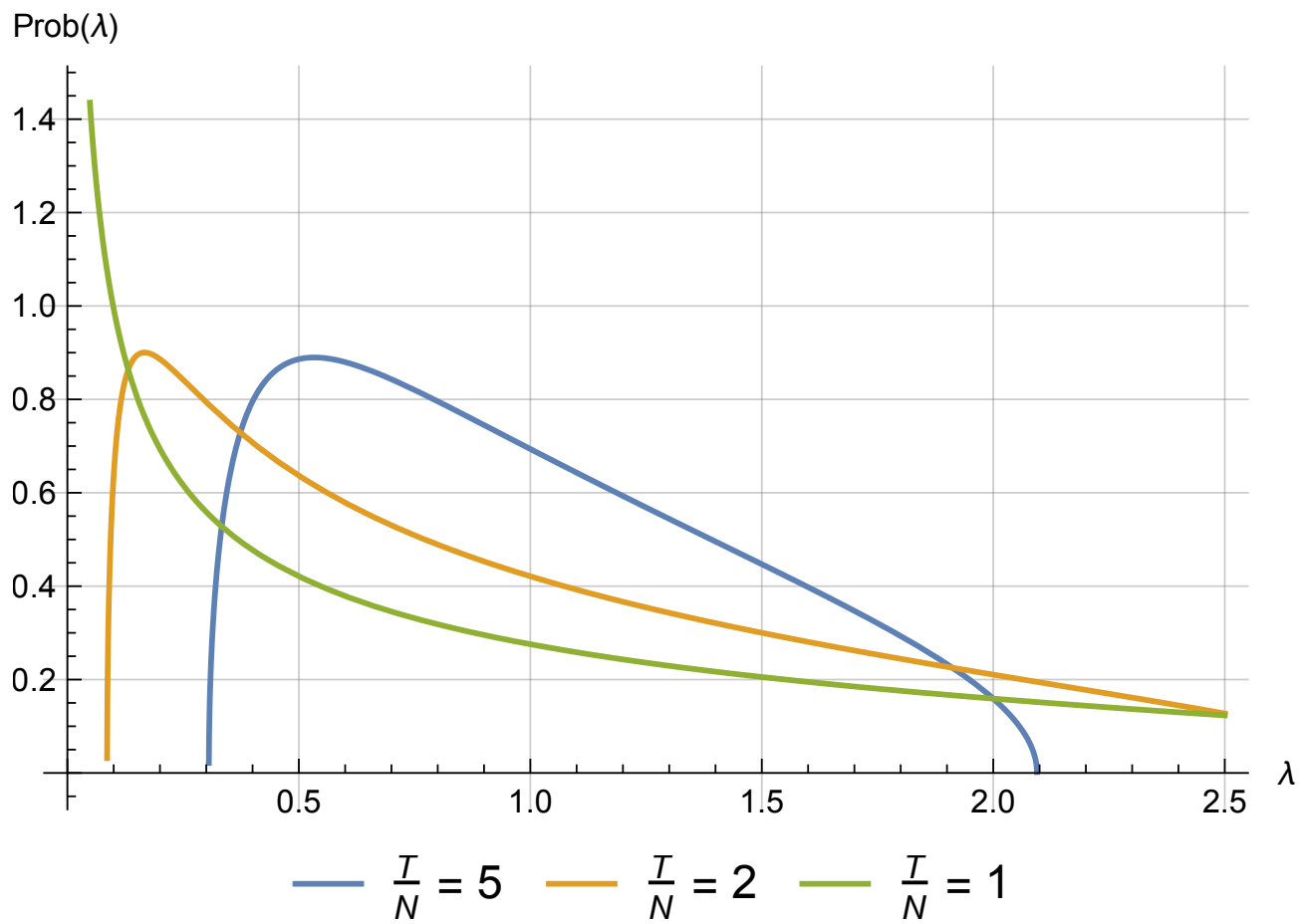
og den minimale forventede egenverdi er givet ved

$$\lambda_- = \sigma^2 \left(1 - \sqrt{\frac{N}{T}} \right)^2 \quad (2.39)$$

Matricen $\mathbf{C} = T^{-1}\mathbf{X}^\top\mathbf{X}$ konvergerer asymptotisk mod Marcenko-Pastur tæthedsfunktionen, når $N \rightarrow \infty$ og $T \rightarrow \infty$, hvor $1 < \frac{T}{N} < \infty$. Figur 2.3 på side 22 viser Marcenko-Pastur tæthedsfunktionen for forskellige værdier af $\frac{T}{N}$

Når $\sigma^2 = 1$, vil \mathbf{C} være korrelationsmatricen for \mathbf{X} .

Egenverdier $\lambda \in [\lambda_-, \lambda_+]$ er konsistente med random behaviour, mens egenverdier i komplementærmængden $\lambda \notin [\lambda_-, \lambda_+]$ er konsistente med ikke-random behaviour, altså er disse egenverdier signifikante.



Figur 2.3: Marcenko-Pastur tætheddsfunktion
Kilde: egen produktion

Af denne grund associeres egenverdier $\lambda \in [0, \lambda_+]$ med støj, da alle egenverdier i den nedre ende af komplementærmængden, altså $[0, \lambda_-]$ er mindre end egenverdierne i mængden $\lambda \in [\lambda_-, \lambda_+]$. Med andre ord er de eneste signifikante egenverdier $\lambda > \lambda_+$, da vi ønsker egenverdierne så store som muligt.

En generel problemstilling i forhold til empiriske korrelationsmatricer er, at størstedelen af egenverdierne for disse falder uden for Marcenko-Pastur-fordelingen, og disse er derfor insignifikante. Marcenko-Pastur-fordelingen giver os altså værktøjerne til at identificere de egenverdier, som associeres med støj, og derved kan vi korrigere for dette uden at udvande signalerne fra de egenverdier, som ikke associeres med støj.

2.4.2 Støjreduktion ved ”konstant residuel egenverdi”-metoden

Vi lader nu $\{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$ betegne mængden bestående af alle egenverdier for korrelationsmatricen \mathbf{C} , sorteret i aftagende rækkefølge, og vi lader i betegne positionen for egenverdien, som opfylder, at $\lambda_i > \lambda_+$ og $\lambda_{i+1} \leq \lambda_+$, hvor λ_+ er givet af Marcenko-Pastur-fordelingen i formel (2.38). Fra afsnit 2.4.1 ved vi, at egenverdier $\lambda \in [0, \lambda_+]$ associeres med støj, hvorfor vi transformerer alle egenverdier λ_j hvor $j > i$. Dette gøres ved at sætte de $N - i$ mindste egenverdier lig med gennemsnittet af egenverdierne i $\{\lambda_{i+1}, \dots, \lambda_N\}$.

$$\lambda_j = \frac{1}{N - i} \sum_{k=i+1}^N \lambda_k \quad (2.40)$$

På denne måde bevares sporet af matricen også. Givet egenvektordekompositionen $\mathbf{A}\mathbf{Q} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}$ kan vi opstille den støjreducerede korrelationsmatrix \mathbf{C}_1 som:

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 = \mathbf{Q}\tilde{\mathbf{\Lambda}}\mathbf{Q}^\top \quad (2.41)$$

$$\mathbf{C}_1 = \text{diag}(\tilde{\mathbf{C}}_1)^{-\frac{1}{2}} \tilde{\mathbf{C}}_1 \text{diag}(\tilde{\mathbf{C}}_1)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.42)$$

hvor $\tilde{\Lambda}$ er en diagonalmatrix bestående af de korrigerede egenverdier. Transformationen i ligning (2.42) udføres med henblik på at reskalere $\tilde{\mathbf{C}}_1$, således at diagonalen er en vektor af 1-taller, hvilket er en nødvendighed for, at matricen har egenskaber som en korrelationsmatrix.

2.4.3 Shrinkage

Som nævnt indledningsvist i afsnit 2.4 vil empiriske finansielle kovarians- og korrelationsmatricer i høj grad være præget af støj. Med henblik på at mindske estimationsfejlen af den sande sammenhæng imellem aktiverne, foreslår Ledoit & Wolf (2003) at anvende såkaldte shrinkage-metoder til at pålægge den empiriske kovariansmatrix struktur og derved korrigere denne for støj. Dette gøres i praksis ved at beregne kovariansen som et vægtet gennemsnit af den empiriske kovarian og et shrinkage target. Her tillægges der en vægt på $(1 - \alpha)$ hhv. α til de to delkomponenter, hvor $0 \leq \alpha \leq 1$. Jo større værdi af α , der vælges, des mere struktur pålægges der til kovariansmatricen. Shrinkage target betegner en antaget forudgående kovarianstruktur, hvor et passende shrinkage target bør indeholde få frie parametre og derved meget struktur, men derudover bør dette også afspejle karakteristika for den sande kovarianstruktur. Samlet set har vi altså følgende sammenhæng, som estimerer kovariansmatricen:

$$\boldsymbol{\Sigma} = (1 - \alpha)\hat{\boldsymbol{\Sigma}} + \alpha\mathbf{S} \quad (2.43)$$

Metoden for denne estimation bygger på to steps. Først bestemmes modellens shrinkage target og dernæst bestemmes den optimale shrinkage-koefficient α .

2.4.3.1 Ledoit-Wolf shrinkage

I Ledoit & Wolf (2004) foreslås det at vælge sit shrinkage target som en konstant korrelationsmodel, da dette giver god performance, og desuden er modellen simpel at implementere. Modellen antager, at alle parvise korrelationer er identiske og givet ved den gennemsnitlige empiriske korrelation.

$$\bar{\rho} = \frac{2}{(N-1)N} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N \rho_{i,j} \quad (2.44)$$

Heraf defineres shrinkage target'et for konstituenterne af \mathbf{S} , s , som en funktion af konstituenternes varians og den gennemsnitlige korrelation

$$s_{i,j} = \bar{\rho} \sqrt{\sigma_{i,i} \sigma_{j,j}} \quad (2.45)$$

hvor $s_{i,i} = \sigma_{i,i} = \sigma_i^2$. Dette giver anledning til et shrinkage target af følgende struktur:

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \sigma_{1,1} & s_{1,2} & \dots & s_{1,n} \\ s_{2,1} & \sigma_{2,2} & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_{n,1} & \dots & \dots & \sigma_{n,n} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

Dernæst bestemmes den optimale shrinkage-koefficient, α^* . Typisk vil estimation af denne kræve en invertibel kovariansmatrix, hvorfor $N \geq T$ er påkrævet for disse. Ledoit & Wolf (2004) foreslår en formel til beregning af denne, som minimerer den forventede distance imellem shrinkage-estimatoren og den sande kovariansmatrix. Derudover har denne løsning den attraktive egenskab, at den ikke kræver inversion af kovariansmatrixen, hvorfor metoden kan benyttes på relativt korte tidsserier med mange observationer for mange finansielle aktiver. Denne løsning er baseret på en tabsfunktion givet ved den kvadrerede afstand imellem den sande og den estimerede kovariansmatrix baseret på Frobenius-normen.

Frobenius-normen af en symmetrisk $N \times N$ -matrix \mathbf{Z} med konstituenten $z_{i,j}$ er defineret som

$$\|\mathbf{Z}\|^2 = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N z_{i,j}^2 \quad (2.47)$$

Denne tabsfunktion anvendes på differencen imellem shrinkage-estimatoren og den sande kovariansmatrix, $\mathbf{\Sigma}$, hvorved vi får

$$\begin{aligned} L(\alpha) &= \|\mathbf{\Sigma}^* - \mathbf{\Sigma}\|^2 \\ &= \|(1 - \alpha)\hat{\mathbf{\Sigma}} + \alpha\mathbf{S} - \mathbf{\Sigma}\|^2 \end{aligned} \quad (2.48)$$

Formålet hermed er at minimere det forventede tab givet ved

$$R(\alpha) = E[L(\alpha)] \quad (2.49)$$

Under antagelse af at N er konstant, og at $T \rightarrow \infty$, beviser Ledoit & Wolf (2003), at den optimale shrinkage-koefficient α^* asymptotisk opfører sig som en konstant, κ , givet ved

$$\kappa = \frac{\pi - \theta}{\gamma} \quad (2.50)$$

Hvor π er summen af de asymptotiske varianser af konstituenterne af den empiriske kovariansmatrix skaleret med \sqrt{T} . Tilsvarende betegner θ summen af de asymptotiske kovarianser mellem konstituenterne af shrinkage-target'et og den empiriske kovariansmatrix skaleret med \sqrt{T} , og slutteligt angiver γ misspecifikationen af populationens shrinkage-target. Alle disse parametre er ukendte, men konsistente estimatører for disse udledes i Ledoit & Wolf (2003). En konsistent estimator for π er givet ved

$$\hat{\pi} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \hat{\pi}_{i,j} \quad (2.51)$$

hvor

$$\hat{\pi}_{i,j} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [(y_{i,t} - \bar{y}_i)(y_{j,t} - \bar{y}_j) - \sigma_{i,j}] \quad (2.52)$$

En konsistent estimator for θ er givet ved

$$\hat{\theta} = \sum_{i=1}^N \hat{\pi}_{i,i} + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \frac{\bar{r}}{2} \left(\sqrt{\frac{\sigma_{j,j}}{\sigma_{i,i}} \hat{\vartheta}_{i,i;i,j}} + \sqrt{\frac{\sigma_{i,i}}{\sigma_{j,j}} \hat{\vartheta}_{j,j;i,j}} \right) \quad (2.53)$$

hvor

$$\hat{\vartheta}_{i,i;i,j} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [(y_{j,t} - \bar{y}_j)^2 - \sigma_{j,j}] [(y_{i,t} - \bar{y}_i)(y_{j,t} - \bar{y}_j) - \sigma_{i,j}] \quad (2.54)$$

Slutteligt er en konsistent estimator for γ givet ved

$$\hat{\gamma} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N (s_{i,j} - \sigma_{i,j})^2 \quad (2.55)$$

Samlet set giver dette anledning til en konsistent estimator for κ , som er givet ved

$$\hat{\kappa} = \frac{\hat{\pi} - \hat{\theta}}{\hat{\gamma}} \quad (2.56)$$

I praksis ville den optimale shrinkage-koefficient være givet ved $\alpha = \frac{\hat{\kappa}}{T}$, hvor vi anvender vores konsistente estimator for denne, hvorfor vi har, at $\hat{\alpha} = \frac{\hat{\kappa}}{T}$. Det er dog ikke altid tilfældet, at $0 < \frac{\hat{\kappa}}{T} < 1$, hvorfor vi anvender følgende transformation:

$$\hat{\alpha}^* = \max \left\{ 0, \min \left\{ \frac{\hat{\kappa}}{T}, 1 \right\} \right\} \quad (2.57)$$

hvilket er den shrinkage-koefficient, der minimerer det forventede tab. Dette giver anledning til følgende shrinkage-estimator:

$$\Sigma^* = (1 - \hat{\alpha}^*) \hat{\Sigma} + \hat{\alpha}^* S \quad (2.58)$$

2.4.3.2 Oracle Approximating Shrinkage

Den bagvedliggende idé ved Ledoit & Wolfs shrinkage-estimator er at approksimere den shrinkage, der minimerer det forventede tab for en tabsfunktion givet ved Frobenius-normen mellem shrinkage-estimatoren og den sande kovariansmatrix, typisk kaldet Oracle i litteraturen. Ledoit & Wolfs estimator minimerer MSE asymptotisk for $T \rightarrow \infty$, men for endelige værdier af T , hvilket typisk er området af interesse, er der ingen garanti for, at dette holder. Af den grund har Chen m.fl. (2010) udviklet en algoritme, som minimerer Oracle for endelige værdier af T under antagelse af, at data er normalfordelt. Algoritmen initialiseres med et gæt på kovariansmatrixen Σ_0 , som typisk vil være den empiriske kovariansmatrix, $\hat{\sigma}$. Ved at erstatte Σ i Oracle-løsningen med Σ_0 fås Σ_1 , som genererer Σ_2 gennem den foreslåede iteration. Iterationsprocessen, der foreslås af Chen m.fl., er givet ved

$$\hat{\alpha}_{j+1} = \frac{\left(\frac{1-2}{n}\right) Tr(\Sigma_j \hat{\Sigma}) + Tr^2(\Sigma_j)}{\left(\frac{T+1-2}{N}\right) Tr(\Sigma_j \hat{\Sigma}) + \left(\frac{1-T}{N}\right) Tr^2(\Sigma_j)} \quad (2.59)$$

$$\Sigma_{j+1} = (1 - \hat{\alpha}_{j+1})\hat{\Sigma} + \hat{\alpha}_{j+1}\hat{\mathbf{S}} \quad (2.60)$$

Denne iterationsproces gentages indtil konvergens, hvor der i grænsen opnås et optimalt estimat for shrinkage-koefficienten, som betegnes $\hat{\alpha}_{OAS}^*$, givet ved

$$\hat{\alpha}_{OAS}^* = \min \left\{ \frac{\left(\frac{1-2}{n}\right) Tr(\hat{\Sigma}^2) + Tr^2(\hat{\Sigma})}{\left(\frac{T+1-2}{N}\right) \left[Tr(\hat{\Sigma}) - \frac{Tr^2(\hat{\Sigma})}{N}\right]}, 1 \right\} \quad (2.61)$$

hvor $0 < \hat{\alpha}_{OAS}^* < 1$. Denne shrinkage-koefficient giver anledning til det følgende optimale shrinkage-estimat:

$$\Sigma_{OAS}^* = (1 - \hat{\alpha}_{OAS}^*)\hat{\Sigma} + \hat{\alpha}_{OAS}^*\mathbf{S} \quad (2.62)$$

2.5 Machine Learning

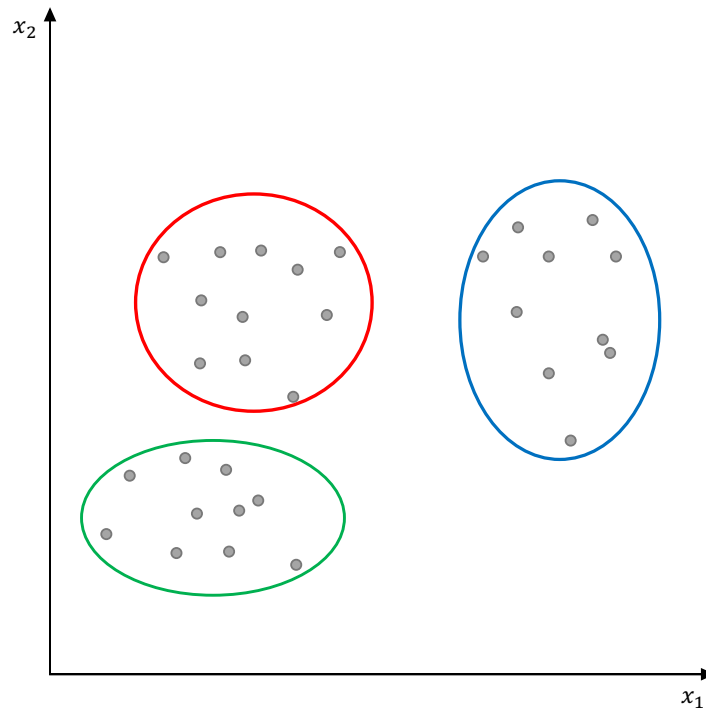
I dette afsnit vil vi introducere Machine Learning, herunder de paradigmer, der danner rammerne for metoder i Machine Learning. Dernæst vil vi redegøre for metoder, som kan anvendes til hierarkisk klyngning af aktiver. Disse metoder vil vi anvende i vores analyseafsnit til at klynge vores investeringsunivers på baggrund af aktivernes similaritet, kvantificeret ved hjælp af korrelationsmatricen for aktivernes afkast.

2.5.1 Introduktion til Machine Learning

Machine Learning er en afgren af kunstig intelligens, som anvender algoritmer til at lære mønstre og underliggende strukturer i data med henblik på at forudsige resultater af fremtidige hændelser. Overordnet bygger Machine Learning på en idé om at bruge en computer til lære af data og således blive bedre til at udføre en opgave. Indenfor Machine Learning er der tre overordnede paradigmer (unsupervised, supervised og reinforcement learning), som er vidt forskellige i måden, hvorpå de lærer af data, men som alligevel har meget til fælles i forhold til, at den overordnede idé er at etablere prædiktionsregler ud fra de underliggende strukturer i et datasæt.

2.5.2 Unsupervised learning

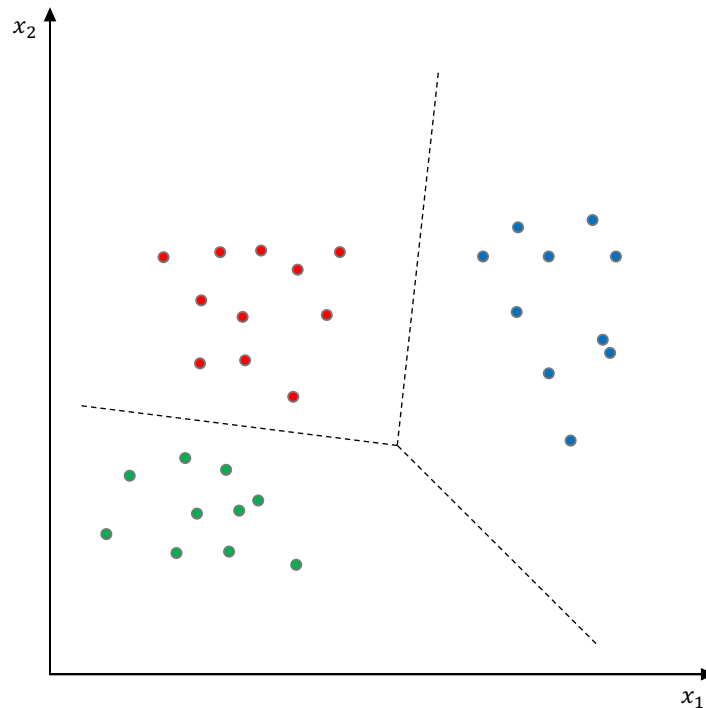
Unsupervised learning er, som det fremgår af navnet, læring uden en supervisor – eller lærer, om man vil. Formålet med unsupervised learning er at finde underliggende strukturer og mønstre i et datasæt uden at kende den sande sammenhæng på forhånd. Altså er input til modellen et rå datasæt med observationer uden labels (som angiver observationernes gruppetilhørsforhold), mens output er et sæt af labels til hver enkelt observation. Typiske metoder inden for unsupervised learning er klyngeanalyse og principalkomponentanalyse. Et eksempel på unsupervised learning ses i figur 2.4, hvor en klyngningsmetode (K-means clustering, som ikke er beskrevet nærmere i dette speciale) er anvendt på de uklassificerede grå datapunkter.



Figur 2.4: Unsupervised learning
Kilde: egen produktion

2.5.3 Supervised learning

Supervised learning er et andet paradigme af læringsmetoder indenfor Machine Learning, som – modsat unsupervised learning – tager et træningsdatasæt med tilhørende labels som input og ud fra dette etableres et decision boundary, der definerer, hvordan testdata skal klassificeres på bedst mulig vis. Altså er output for modellerne en hypotese h , som er en funktion der prædikerer labels'ne for testdatasættet ud fra træningsdatasættet. Typiske metoder inden for supervised learning omfatter regressioner, K-Nearest-Neighbors, Artificial Neural Networks og Support Vector Machines. I figur 2.5 ses et eksempel på supervised learning, hvor de farvede, klassificerede datapunkter fra træningsdatasættet har fået etableret et decision boundary ved anvendelse af en klassificeringsmetode (ikke beskrevet nærmere i dette speciale) i form af de stiplede linjer.



Figur 2.5: Supervised learning
Kilde: egen produktion

2.5.4 Reinforcement learning

Reinforcement learning tager i stil med unsupervised learning ingen labels som input, men blot et råt datasæt med observationer som input. Reinforcement learning har en mere dynamisk måde at lære på. Man starter ikke med et input-output par, men med en input-observation, som forsøges at klassificeres korrekt. Efter dette er gjort, vil algoritmen modtage feedback om, hvorvidt det var en god eller dårlig klassificering, der blev foretaget af algoritmen. Efterfølgende vil denne vurdering tages med i betragtning ved klassificering af næste input-observation. Jo mere input-data, der gives til algoritmer af dette læringsparadigme, jo bedre vil algoritmen blive til at klassificere input. De klassiske eksempler på reinforcement learning er neurale netværk, der spiller skak, dam og backgammon mod sig selv og hele tiden forbedrer sit spil afhængigt af, om algoritmen vinder eller taber spillet med de træk, der blev foretaget.

2.6 Hierarkisk klyngeanalyse

I dette afsnit vil vi introducere klyngeanalyse og heriblandt hierarkisk klyngeanalyse. Vi vil redegøre for metodologien bag hierarkisk klyngeanalyse, og hvordan metoderne kan anvendes med henblik på at løse data-relaterede problemstillinger. Dernæst vil vi redegøre for The Global Industry Classification Standard (GICS) samt for en alternativ hierarkisk opdeling af aktiver ved brug af Machine Learning. Til slut vil vi diskutere, hvordan man kan anvende hierarkisk klyngeanalyse i en momentumstrategi inspireret af industrimomentum-strategien i Moskowitz og Grinblatt (1999).

2.6.1 SIC klassificering

Standard Industrial Classification (SIC) blev udviklet af USAs regering i 1937 med henblik på at skabe en fælles taksonomi til anvendelse på tværs af de forskellige statslige myndigheder i USA. Behovet opstod af, at de statslige myndigheder havde hver deres fortolkning og kategorisering af forskellige industri-grupper. Dette gjorde det besværligt for de forskellige myndigheder at forene information fra forskellige kilder, og derfor blev SIC udviklet for at skabe en ensartet klassificeringsstandard. Virksomhederne blev klassificeret i industrier, både med udgangspunkt i deres primære produktsortiment og med udgangspunkt i efterspørgselsmæssige faktorer³

SIC-klassificeringen har en hierarkisk top-down klyngestruktur, hvor hvert niveau er indlejret i det foregående niveau. Taksonomien er opdelt i 11 forskellige divisioner, derefter i 83 hoved-industrigrupper, 416 industrigrupper og 1005 industrier, hvor industrierne er det mest detaljerede niveau, og divisionerne er det mest generiske niveau i klassificeringsstrukturen.

I 1997 blev SIC-klassificeringen erstattet med en 6-cifret NAICS-klassificering (North American Industry Classification System), primært forårsaget af, at SIC-klassificeringen ikke længere var tidssvarende i forhold til markederne, som beskrevet i Fort og Klimek (2018).

³Fort og Klimek (2018).

SIC var tilpasset mere traditionelle industrier fra 1970'erne, hvor markedet var mere produktionsbaseret, hvorimod markedet hovedsageligt er servicebaseret i dag. SIC har derfor været meget dårlig til at følge med tiden og tilpasse sig nye sektorer under udvikling såsom Informationsteknologi-sektoren.

SIC-koderne er fire-cifrede koder, hvor de to første cifre er hoved-industrigrupperne, de tre første cifre er industrigrupperne på et mere detaljeret niveau, og de fire cifre tilsammen udgør industrierne. Hver division indeholder en række af fire-cifrede SIC-koder. Eksempelvis har Microsoft (ticker MSFT) SIC-koden '7372', hvor '73' er hoved-industrigruppen "Business Services", '737' er industrigruppen "Computer and Data Processing Services", og '7372' er "Prepackaged software". Divisionen, som Microsoft tilhører, er '7000-8999: Services'.

2.6.1.1 Moskowitz' definition af 20 industrier – SIC20

Moskowitz og Grinblatt (1999) dannede 20 industri-porteføljer med udgangspunkt i to-cifrede SIC-koder med henblik på at sikre en fornuftig og ensartet fordeling imellem industrierne, og at størrelserne af industrierne er mere medgørlige. Denne opdeling af industrier ses i tabel 2.2 på side 34.

2.6.2 GICS klassificering

The Global Industry Classification (GICS) blev udviklet af MSCI og Standard & Poor's i 1999 med henblik på at udbyde et universelt, pålideligt, fleksibelt og evolutionært investeringsværktøj. GICS udbyder industriklassificeringer for mere end 26.000 virksomheder og over 29.000 finansielle aktiver med et omfang svarende til omtrent 95% af den totale markedsværdi af alle aktiemarkeder verden over. GICS-taksonomien er bredt anerkendt som markedsstandard inden for industriklassificering af virksomheder og finansielle aktiver, hvorfor langt størstedelen af verdens finansielle virksomheder anvender GICS-klassificeringer i deres modeller.

	Industrier	SIC-koder	Gns. antal aktier	Mindste antal aktier	Gns. % af markedsværdi
1	Mining	14	132.60	56	5.25%
2	Food	20	70.40	43	5.03%
3	Apparel	22-23	44.18	19	0.44%
4	Paper	26	37.21	24	2.71%
5	Chemical	28	144.09	66	11.83%
6	Petroleum	29	28.76	22	9.46%
7	Construction	32	21.09	14	0.47%
8	Prim. Metals	33	45.40	32	1.72%
9	Fab. Metals	34	47.73	27	0.70%
10	Machinery	35	131.00	43	5.54%
11	Electrical Eq.	36	123.84	52	2.94%
12	Transport Eq.	37	67.97	51	6.00%
13	Manufacturing	38-39	109.06	31	2.17%
14	Railroads	40	13.18	8	1.20%
15	Other Transport.	41-47	45.64	19	1.02%
16	Utilities	49	155.98	92	8.28%
17	Dept. Stores	53	28.96	16	3.17%
18	Retail	50-52, 54-59	176.30	53	3.08%
19	Financial	60-69	345.81	41	8.19%
20	Other	other	398.15	109	20.79%

Tabel 2.2: Moskowitz SIC20

GICS-klassificeringen er opbygget som en hierarkisk klyngestruktur tilsvarende de strukturer, som opnås ved hjælp af hierarkiske klyngeanalysemetoder, hvor hvert niveau i hierarkiet er indlejret i det foregående niveau. Således opdeles virksomhedsuniverset i 11 sektorer, 24 industrigrupper, 69 industrier og 158 underindustrier, som er karakteriseret ved, at de betegner virksomhedens primære branche opdelt i de fire niveauer.

Virksomhedernes GICS-klassificering er udtrykt ved en otte-cifret kode, hvor de første to cifre er udtryk for sektorerne – første niveau af GICS-taksonomien – og de otte cifre tilsammen er udtryk for industrigrupperne, som er fjerde niveau af GICS-taksonomien. De første fire og seks cifre er industrigrupperne, henholdsvis industrierne. Eksempelvis har Microsoft (ticker MSFT) GICS-koden '45103020'⁴, hvor '45' er sektoren "Information Technology", '4510' er industrigruppen "Software & Services", '451030' er industrien "Software", og '45103020' er underindustrien "Systems Software"⁵.

En virksomhed får tildelt en GICS-kode helt ned på underindustri-niveau af Standard & Poor's og MSCI med udgangspunkt i virksomhedens primære forretningsaktiviteter. De primære forretningsaktiviteter er hovedsageligt bestemt ud fra virksomhedens største indtægtskilde, men der ses også på analyse af indtjening og markedets opfattelse af virksomheden⁶.

2.6.3 Introduktion til hierarkisk klyngeanalyse

Klyngeanalyse er en metode indenfor eksplorativ dataanalyse, som har til formål at lokalisere naturlige grupperinger i data på baggrund af similariteter mellem observationer og underliggende strukturer herimellem. Metoder inden for klyngeanalyse vil typisk være algoritmer, som har til formål at løse et optimeringsproblem med henblik på at maksimere similariteten imellem observationer i en klynge og på samme tid maksimere dissimilariteten imellem klyngerne. Der skelnes imellem partitionelle og hierarkisk klyngeanalysemetoder, hvor de partitionelle metoder opdeler data i et forudbestemt antal klynger, som reallokeres indtil den optimale klyngning af observationerne opnås.

⁴Fra CRSP pr. d. 4. maj 2021

⁵Side 8 i <https://www.msci.com/documents/1296102/11185224/GICS+Methodology+2020.pdf>

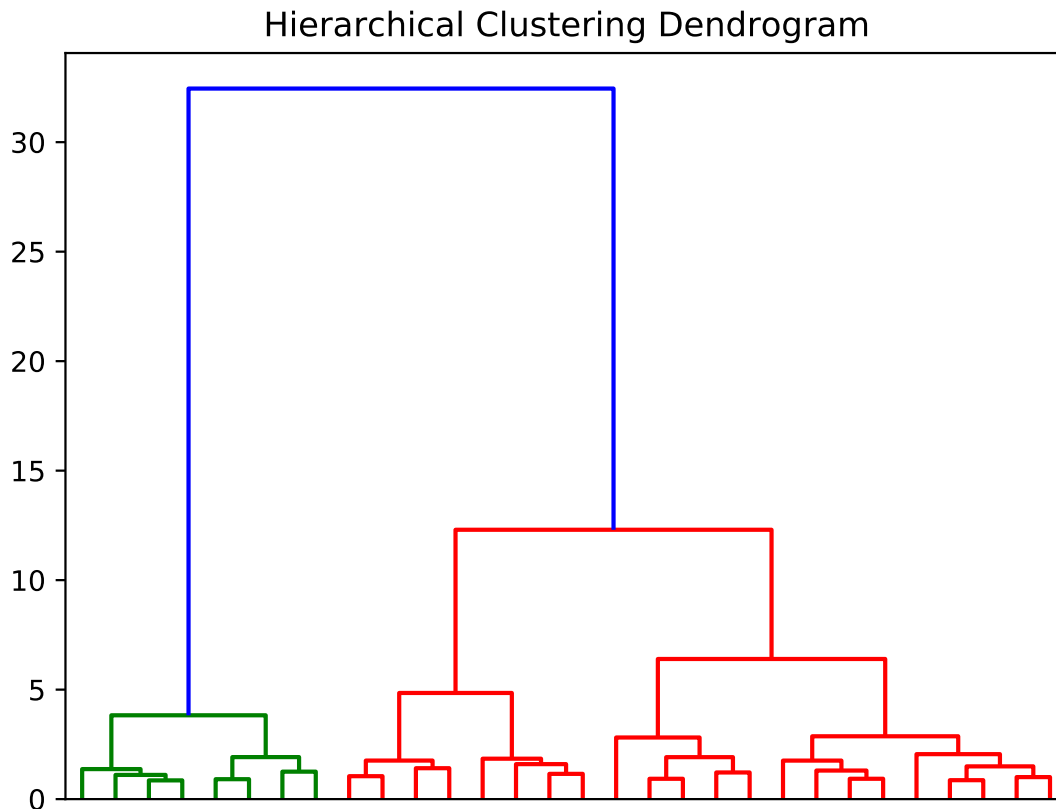
⁶Side 3 i <https://www.msci.com/documents/10199/5973a128-47f0-4317-b083-716a10207b50>

Modsat har vi hierarkisk klyngeanalyse, som består af hhv. agglomerative og divisive metoder. Disse har det tilfælles, at resultatet heraf er en hierarkisk struktur, som forbinder observationer i klynger, der spænder fra klynger bestående af én observation hver til én klynge bestående af samtlige observationer.

De divisive klyngemetoder tager udgangspunkt i én klynge bestående af samtlige observationer, som adskilles rekursivt ud fra et distancemål og en linkage-metode, når man bevæger sig ned igennem den hierarkiske struktur. Omvendt starter de agglomerative metoder fra bunden af hierarkiet, hvor hver observation danner sin egen klynge. Dernæst sammensmeltes klyngerne ud fra distancemålet og linkage-metoden, når man bevæger sig op igennem hierarkiet, indtil alle observationer er samlet i én klynge.

Den hierarkiske struktur, som etableres ved hierarkisk klyngning, afbilledes typisk i et dendrogram, som er et diagram, der illustrerer den træstruktur, der impliceres af den agglomerative klyngealgoritme.

Et eksempel på et dendrogram ses i figur 2.6, som illustrerer, hvordan et datasæt bliver klynget agglomerativt. En sammensmeltning mellem to klynger bliver heri repræsenteret som to vertikale linjer, der smelter sammen til én. På andenaksen ser vi et mål for klyngernes nærhed, når de sammensmeltes, hvorfor to klynger, der sammensmeltes tidligt (i bunden) i dendrogrammet er tættere på hinanden end to klynger, der sammensmeltes senere i dendrogrammet.



Figur 2.6: Eksempel på et dendrogram
Kilde: egen produktion

2.6.4 Distancemål

Som nævnt i afsnittet ovenfor anvendes hierarkiske klyngningsmetoder til at klynge aktiver i naturlige grupperinger baseret på deres similariteter. Typisk vil man anvende et Euklidisk distancemål som mål for similariteten imellem to aktiver.

López de Prado (2016) foreslår, at et mål for similariteten kan beregnes ud fra den estimerede parvise korrelation imellem aktiverne, således at distancen mellem aktiv i og j er givet ved

$$d_{i,j} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 - \rho_{i,j})} \quad (2.63)$$

hvilket giver anledning til den følgende distancematrix

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 0 & d_{1,2} & \cdots & d_{1,n} \\ d_{2,1} & 0 & \cdots & d_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{n,1} & d_{n,2} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

hvorefter similaritetsmålet er givet som den Euklidiske distance imellem kolonnerne i distancematrixen \mathbf{D} .

$$\tilde{d}_{i,j} = \tilde{d}[\mathbf{D}_i, \mathbf{D}_j] = \sqrt{\sum_{n=1}^N (d_{n,i} - d_{n,j})^2} \quad (2.65)$$

hvor \mathbf{D}_i er den i 'te søjle i \mathbf{D} . Ud fra de Euklidiske distancemål for aktiverne opstilles den endelige distancematrix, som er givet ved

$$\tilde{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{d}_{1,2} & \cdots & \tilde{d}_{1,n} \\ \tilde{d}_{2,1} & 0 & \cdots & \tilde{d}_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{d}_{n,1} & \tilde{d}_{n,2} & \cdots & 0 \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

Denne bruges til at lave en hierarkisk klyngning af observationerne, hvor linkage-metoder definerer, hvordan distancen imellem klynger bestående af flere observationer skal beregnes. Nedenfor er de mest hyppigt anvendte linkage-metoder opřidset:

2.6.4.1 Single linkage

Single linkage – også kaldet nearest-neighbor-metoden – betegner distancen imellem to klynger, $D(X, Y)$, som den minimale distance imellem en observation i den ene klynge og en observation i den anden klynge.

$$D(X, Y) = \min_{x, y} \{d(x, y)\}, \quad x \in X, \quad y \in Y$$

hvor $d(x, y)$ er distancen imellem en observation i klyngen X og en observation i klyngen Y . Denne linkage-metode medfører, at observationerne med størst similaritet bliver kædet sammen tidligst i hierarkiet, hvilket kan være en fordel i den forstand, at de mest relevante forbindelser bliver kædet sammen. Omvendt kan dette medføre en kædestruktur i hierarkiet, hvor der ofte er stor distance imellem endepunkterne i kæden. Derudover kræver det kun to observationer med høj similaritet at sammenkæde to klynger, hvilket kan føre til misvisende hierarkiske sammenhænge, da alle observationer i en klynge ikke nødvendigvis har høj similaritet.

2.6.4.2 Complete linkage

Complete linkage betegner distancen mellem to klynger som den længste distance mellem to observationer i klyngerne.

$$D(X, Y) = \max_{x, y} \{d(x, y)\}, \quad x \in X, \quad y \in Y$$

Altså er distancen imellem to klynger givet ved distancen imellem de to observationer med den laveste similaritet, hvilket giver anledning til relativt kompakte klynger. Dette kan dog betyde, at observationer kan komme til at indgå i én klynge, selvom den ligger tættere på en anden klynge.

2.6.4.3 Average linkage

Average linkage betegner distancen imellem to klynger som den gennemsnitlige distance imellem observationerne i de to klynger.

$$D(X, Y) = E[d(x, y)], \quad x \in X, \quad y \in Y$$

Denne metode er en middelvej mellem single og complete linkage. Eftersom metoden tillægger vægt til samtlige parvise afstande imellem observationer i to klynger, kan kædedannelse i høj grad undgås, og af samme grund undgås det, at observationer indgår i én klynge, selvom de er tættere på en anden klynge. Dette har til formål at danne klynger med høj similaritet inden for klyngerne og lav similaritet imellem klyngerne, men på samme tid at ekstremere i forhold til størrelse af klyngerne.

2.6.4.4 Ward linkage

Wards linkage-metode er et alternativ til de tre foregående metoder, som – fremfor at tage udgangspunkt i afstandene imellem klyngerne – analyserer variansen inden for klyngerne. Metoden har til formål at minimere den forøgning af variansen inden for klyngen, som forekommer ved at sammensmelte to klynger. Distancen imellem to klynger beregnes således:

$$D(X, Y) = \frac{n_X n_Y}{n_X + n_Y} \|c_X - c_Y\|^2$$

hvor n_X og n_Y er antal observation i hhv. klynge X og Y , og c_X og c_Y er klyngernes centroider, hvor centroiden er defineret som klyngens midtpunkt. Wards metode har en tendens til at danne relativt store klynger, men til gengæld er metoden meget robust i forhold til støj og outliers.

2.6.5 Hierarkisk klyngning af aktiver

Til at klynge aktive hierarkisk anvender vi tidsserier for disses afkast. På baggrund af teorien beskrevet i afsnittene 2.7, 2.4.3.1 og 2.4.3.2 udleder vi korrelationsstrukturen for aktiverne, og denne struktur omdannes til et distancemål ved hjælp af teorien beskrevet i afsnit 2.6.4. Disse distancer anvender vi som input til en agglomerativ klyngeanalyse med Ward linkage, og som resultat heraf får vi en klassificering af vores investeringsunivers i klynger med høj similaritet indbyrdes.

2.6.6 Anvendelse af hierarkisk klyngeanalyse i momentumstrategier

Hierarkisk klyngeanalyse er hyppigt anvendt i litteraturen som et redskab i forbindelse med porteføljeoptimering og risikostyring. I denne afhandling foreslår vi en alternativ anvendelse af hierarkisk klyngeanalyse, hvor denne metode anvendes som en delkomponent i en momentumstrategi. Nærmere bestemt foreslår vi at anvende hierarkisk klyngenanalyse til at opdele data i grupperinger med høj indbyrdes similaritet og opstille markedsværdivægtede porteføljer inden for disse klynger. Disse porteføljer anvender vi som et alternativ til industriporteføljerne, der anvendes i Moskowitz og Grinblatts videnskabelige artikel „Do Industries Explain Momentum?“ Dette har til formål at tilvejebringe en klassificering af investeringsuniverset, som i høj grad er dynamisk over tid, med henblik på at afspejle kort- og mellemsigtede ændringer i markedets underlæggende struktur. Heri vurderer vi, at der kan ligge et potentiale for at forbedre industrimomentum-strategien, som blev præsenteret i Moskowitz og Grinblatt (1999).

2.7 Theory-implied correlation matrices (TIC)

Det er et kendt faktum, at korrelationsmatricer estimeret udelukkende ud fra historisk data er upålidelige, og at disse har dårlige prædiktive egenskaber. Ydermere er faktorbaserede korrelationsmatricer typisk ikke-hierarkiske, hvorfor disse ikke tager højde for interaktioner på flere niveauer, hvilket strider imod, at finansielle aktiver typisk indgår i en indlejret klyngestruktur såsom MSCI's fire GICS-niveauer.

I dette afsnit vil vi gennemgå en Machine Learning-metode, fremsat i Lopez de Prado (2019), som kan anvendes til at estimere fremadskuende korrelationsmatricer, der er implicerede af den teoretiske hierarkiske struktur, som aktiverne indgår i. Metoden fitter en korrelationsmatrix i overensstemmelse med den teoretiske repræsentation af fremtiden, som er fremsat i den hierarkiske struktur.

2.7.1 Input data

TIC algoritmen tager udgangspunkt i empirisk data samt den økonomiske teori for sammenhængen imellem aktiver beskrevet ved den hierarkiske træstruktur. Træstrukturen er ikke begrænset i forhold til antal niveauer, grene og blade, og ydermere er det ikke en nødvendighed at alle grene har lige mange niveauer. Det empiriske data er repræsenteret i form af den empiriske korrelationsmatrix mellem aktivernes afkast, som kan estimeres ud fra formel (2.17) og (2.18). Det er ikke nødvendigt at korrelationsmatricen er invertibel, positivt definit eller ikke-singulær, hvilket har stor praktisk værdi, da man derved kan udlede en TIC-matrix for N aktiver uden at gøre brug af mindst $\frac{1}{2}N(N - 1)$ observationer, som ellers er mindstekravet for at opnå de tre ovenstående egenskaber.

2.7.2 TIC algoritmen

TIC algoritmen fitter en træstruktur til en empirisk korrelationsmatrix ved hjælp af de tre følgende steps.

1. Udledning af linkage-struktur.
2. Udledning af impliceret korrelationsmatrix.
3. Rengøring af korrelationsmatrix.

I step 1 fittes den teoretiske hierarkiske struktur til den empiriske korrelationsmatrix. Her repræsenterer den hierarkiske struktur relationerne imellem aktiverne, mens den empiriske korrelationsmatrix definerer, hvor nær relationen mellem aktiverne er. Disse to input kan sammenføres ved at berige træstrukturen med et distancemål, udledt fra den empiriske korrelationsmatrix.

Dette resulterer i en hierarkisk struktur, der klynger to aktiver sammen sekventielt og på samme tid angiver nærheden af relationen imellem disse aktiver, indtil alle aktiver indgår i én klynge.

Empiriske korrelationer opfylder ikke egenskaberne for et distancemål, hvorfor disse transformeres til et velegnet distancemål ved hjælp af formel (2.63). Dernæst kan linkage-strukturen udledes ved at klynge aktiverne sammen agglomerativt, men niveauerne i den hierarkiske struktur begrænser hvilke aktiver, der kan klynges sammen, således at to aktiver med høj similaritet udelukkende kan klynges sammen, hvis de indgår i den samme kategori i den hierarkiske struktur. Dette resulterer i flere partielle linkage-strukturer, som hver især er en delmængde af den globale linkage-struktur. Når alle aktiver er klynget sammen genberegnes distancerne, hvor klyngerne nu indgår som objekter, hvorefter klyngerne klynges sammen på det næste niveau i den hierarkiske struktur. Denne proces gentages indtil strukturen er beskrevet i én samlet linkage-struktur.

I step 2 udledes den implicerede korrelationsmatrix fra linkage-strukturen fra step 1. En korrelationsmatrix er kendetegnet ved, at alle diagonalelementer i matricen er givet ved $\rho_{i,i} = 1$, mens elementerne uden for diagonalen angiver korrelationen imellem to forskellige aktiver. Korrelationsmatricen udledes ved hjælp af følgende formel:

$$\rho_{i,j} = 1 - 2d_{i,j}^2 \quad (2.67)$$

Dette resulterer i en korrelationsmatrix af samme struktur som matricen illustreret i ligning (2.18).

Den udledte korrelationsmatrix er ikke nødvendigvis positiv definit, og høje condition numbers kan ligeledes forekomme. Denne udfordring tages der hånd om i step 3, hvor der anvendes teknikker til rengøring af korrelationsmatricer, præsenteret i afsnit 2.4, med henblik på at udlede en mindre støjfyldt korrelationsstruktur.

2.8 Porteføljekonstruktion

I dette afsnit vil vi gennemgå nogle af de meste gængse metoder til at allokere vægte til aktiver, når man opstiller porteføljer. Disse metoder vil vi anvende i forbindelse med vores implementationer af momentumstrategier. Derudover vil vi redegøre for reallokering af porteføljevægte og betydningen af, hvornår dette gøres.

2.8.1 Ligevægtet portefølje

En ligevægtet portefølje er, som navnet antyder, en portefølje, hvori der tillægges en lige stor initial nominal værdi - vægt - til hvert aktiv i porteføljen. Altså vil porteføljevægtene være givet ved

$$w_i = \frac{1}{n} \text{ for } i \in \{1, \dots, n\} \quad (2.68)$$

I praksis betyder dette, at man har en lige stor nominal eksponering til alle aktiver uanset, hvordan aktivernes profil med hensyn til risiko, likviditet, korrelation og forventet afkast ser ud. Typisk vil et aktiv med lav market capitalization og lav pris være relativt mere volatil end et aktiv med højere market capitalization og højere pris. Af den grund kan denne metode i nogle tilfælde medføre forhøjet risiko, da der allokeres lige store vægte til alle aktiver.

2.8.2 Markedsværdivægtet portefølje

I en markedsværdivægtet portefølje allokeres aktiver ud fra deres markedsværdi relativt til den samlede markedsværdi af aktiverne i porteføljen. I praksis opstiller vi en markedsværdivægtet portefølje som

$$w_i = \frac{MV_i}{\sum_{j=1}^n MV_j} \quad (2.69)$$

hvor MV_i er markedsværdi til aktiv i . Altså allokeres der en større nominal værdi til aktiver med en relativt større markedsværdi. Denne vægtallokeringsmetode allokerer højere vægte til aktiver med en høj markedsværdi og dermed også lavere vægte til aktiver med en lav markedsværdi.

På den måde undgås risiko forbundet med mikrostrukturer i markedet såsom high-frequency-trading i højere grad end ved en ligevægtet portefølje.

2.8.3 Long-short portefølje

Momentum udtrykkes typisk i relative termer, hvilket vil sige, at man vurderer et aktivs momentum relativt til et andet aktiv. Altså er det ikke en streng nødvendighed, at et aktivs værdi er steget i formationsperioden, for at aktivet kan indgå i vinder-porteføljen bestående af aktiverne med højest momentum. Dette kommer til udtryk i en long-short (ofte kaldet selvfinansierende) portefølje, hvori man satser på, at vinderne outperformer taberne i modsætning til en long-only portefølje, hvori afkastet udelukkende er drevet af prisændringernes retning. Hvis man gør lang- og kort-benet i porteføljen dollar-neutrale, hvilket vil sige, at man investerer lige meget i hvert ben, vil man opnå en portefølje, som er relativt markedsneutral, hvorfor afkastet i høj grad vil være drevet af faktorer, der er specifikke for aktiverne i porteføljen, fremfor af faktorer, der er fælles for hele markedet. Afkastet for en dollar-neutral long-short portefølje er givet ved

$$r_t^{LS} = r_t^L + r_t^S \quad (2.70)$$

hvor r_t^L og r_t^S er periodeafkastet for lang- hhv. kort-benet i porteføljen.

2.8.4 Reallokering af porteføljevægte

I dette afsnit tager vi udgangspunkt i reallokering af porteføljevægte i en long-short momentum-strategi, da vi senere vil anvende dette på netop denne type investeringsstrategi. Med henblik på at holde et nogenlunde konstant forhold imellem lang- og short-benet i vores portefølje samt at optimere vores valg af aktiver i forhold til markedet er det helt centralt at reallokere porteføljevægtene over tid. Frekvensen af reallokeringen og betydningen heraf er hyppigt diskuteret i litteraturen, hvor der ikke er et entydigt svar på, hvornår, hvordan og hvor meget man skal reallokere porteføljevægtene.

Hvis man reallokerer sine vægte dagligt, sikrer man sig, at man altid holder en position, der er bestemt af investeringsstrategien, hvilket umiddelbart lyder optimalt. Dette er dog langt fra tilfældet, da man ved at reallokere porteføljevægtene dagligt også påtager sig en daglig omkostning ved at handle aktiverne, hvorved en stor del af porteføljens afkast vil blive udlignet af omkostningerne ved at handle denne dagligt. Derudover vil daglig rebalancering have en anti-momentumeffekt i og med, at vægten i et aktiv stiger, når aktivet stiger relativt til de andre aktiver i porteføljen.

Når porteføljen rebalanceres, er man da nødt til at sælge ud af aktiver, som er steget relativt til andre aktiver, og købe aktiver, som er steget relativt mindre, hvilket står i direkte modsætning til en momentumstrategi. Hvis man omvendt reallokerer porteføljevægtene årligt, vil man i slutningen af perioden stå med en portefølje med vægte, som ikke er bestemt af strategien, og et forhold mellem lang- og kort-benet, som sandsynligvis er langt fra det initiale forhold, hvilket åbenlyst er paradoksalt, når udgangspunktet er at følge strategien. Til gengæld vil dette medføre relativt mindre samlede handelsomkostninger end ved daglig rebalancering, men til gengæld er handelsomkostningerne som regel store, når de falder. Det er altså åbenlyst, at frekvensen af porteføljerebalanceringen er et trade-off mellem handelsomkostning og porteføljeoptimalitet, hvorfor en mellemting imellem højfrekvent og lavfrekvent rebalancering vil være at foretrække.

I de næste delafsnit vil vi gennemgå nogle rebalanceringsmetoder, som er blevet foreslået i litteraturen, med henblik på at rebalancere på det rette tidspunkt og/eller i det rette omfang.

2.8.4.1 Månedlig rebalancering

Den første og mest simple rebalanceringsmetode er et simpelt kompromis imellem højfrekvent og lavfrekvent rebalancering. Ved at rebalancere momentumporteføljen månedligt får positionerne tid til at udvikle sig, og derved kan man lade momentumeffekten drive porteføljens performance.

Denne metode rebalancerer ikke for ofte, hvorfor handelsomkostninger ikke har stor indflydelse på strategiens performance, og på samme tid giver det intuitivt mening at anvende denne model, da man ikke lader positionerne bevæge sig for langt fra optimum i og med, at positionen kun holdes i en måned, men på samme tid tillader man positionernes momentumeffekt at drive afkastet. Ved rebalancering vil man da handle således, at den optimale portefølje holdes initielt, uanset om den forhenværende portefølje var tæt på optimum eller ej. Altså er risikoen ved denne type rebalancering, at man påtager sig handelsomkostninger, som strengt taget ikke er nødvendige.

2.8.4.2 Threshold-rebalancering

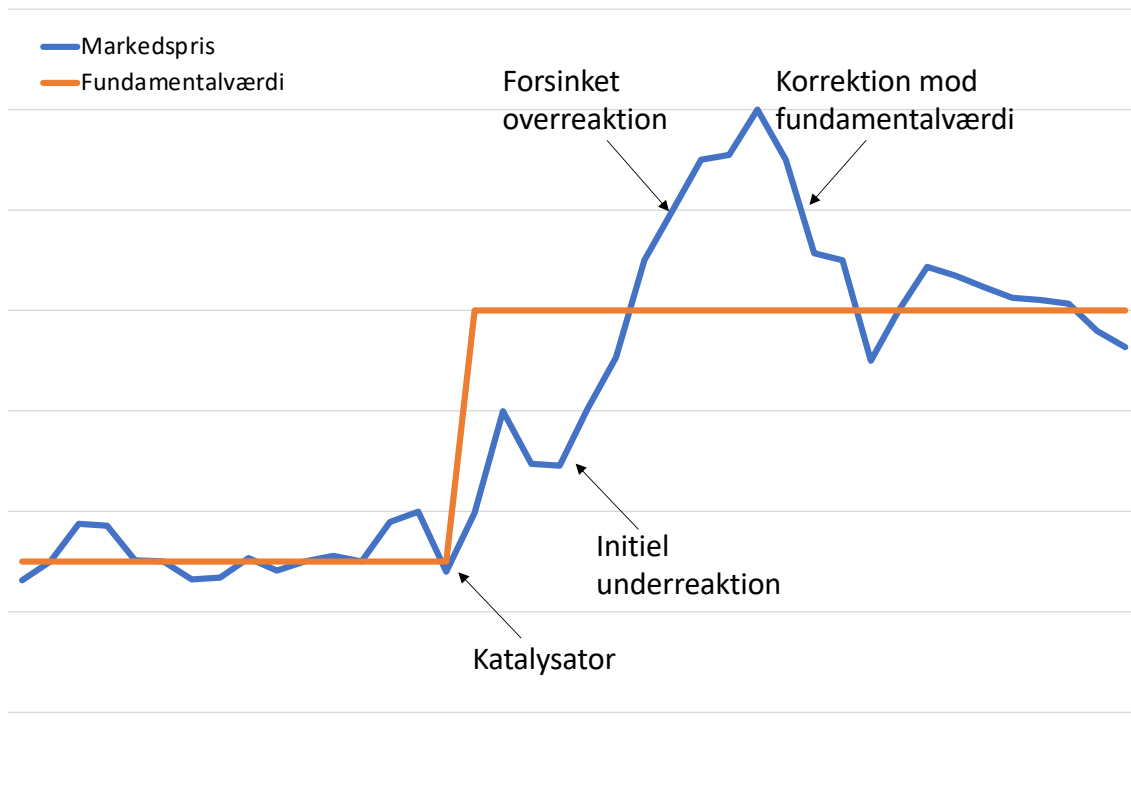
Som alternativ til månedlig rebalancering kan man benytte sig af threshold-rebalancering. Denne metode bygger på en underliggende idé om, at man lader positionerne udvikle sig frit, indtil den samlede portefølje når et forudbestemt threshold for uoptimalitet, hvorefter der handles tilbage til den optimale position. Dette threshold kunne eksempelvis være, at den procentvise forskel på den nominelle værdi imellem lang- og kort-benet ikke må overstige 10%. Fordelen herved er, at man ikke påtager sig unødvendige handelsomkostninger, hvilket er en reel risiko ved at anvende månedlig rebalancering. Ulempen er dog, at denne metode risikerer at lede til væsentligt højere turnover i perioder med høj volatilitet i markedet, hvorfor handelsomkostning vil få større indflydelse på porteføljens performance i perioder og mindre indflydelse i perioder med lav volatilitet i markedet.

2.8.5 Konstruktion af momentumportefølje

En nøgleegenskab ved risikofyldte aktiver såsom aktier er, at disse har en tendens til at have relativt prædiktive trends. Dette skyldes de adfærdsmæssige aspekter forbundet med aktiehandel, som i praksis udmønter sig i to delkomponenter.

Prisen på et finansielt aktiv vil som følge af en nyhed⁷ være udsat for:

1. En initial underreaktion
2. En forsinket overreaktion efterfulgt af en korrektion



Figur 2.7: Illustration af effekten af en nyhed på et aktivs pris
Kilde: egen produktion

Den initielle underreaktion betyder i praksis, at den fulde værdi af en nyhed ikke afspejles i aktivets pris initielt, hvorfor prisen vil have en opadgående trend, indtil prisen afspejler den sande værdi. Dernæst kommer den forsinkede overreaktion, som skyldes, at folk har en tendens til at følge trends i markedet, hvorfor prisen på det givne aktiv handles unaturligt højt op.

⁷Pedersen (2015), side 210

Dette kulminerer i en korrektion, hvor prisen på aktivet handles ned i et niveau, der afspejler aktivets sande værdi. De samme effekter gør sig typisk gældende for negative nyheder, hvor prisen vil have en nedadgående tendens over tid, indtil korrektioner retter prisen således, at denne afspejler den reelle værdi af aktivet. Disse adfærdsmæssige effekter på et aktivs pris giver anledning til en investeringsstrategi, som udnytter, at en tendens i markedet vil være relativt vedholdende over tid – dette er momentumeffekten, og deraf udspringer momentumstrategien.

Momentumstrategien har set flere forskellige implementationer i litteraturen, hvor der både findes varianter, som er long-only og long-short, markeds-neutrale, sektor-neutrale og strategier med konstant risiko. Fælles for disse er, at de alle forsøger at udnytte den initiale underreaktion og den forsinkede overreaktion i prisfastsættelsen af aktier.

I denne afhandling fokuserer vi på varianter af long-short momentumstrategien, som har den egenskab, at den er relativt markedsneutral i og med, at man har en lige stor nominel eksponering på det korte og det lange ben, hvorfor markeds-betaet vil blive elimineret fra porteføljen. Hvis vi beskuer denne strategi i forhold til en long-only (eller short-only), er den væsentligste forskel på de to, at en long-only (eller short-only) strategi udelukkende er en eksponering mod retningen af aktivernes prisændring og størrelsen heraf, mens en long-short strategi udelukkende involverer en eksponering mod, hvorvidt det lange ben outperformer det korte ben, hvorfor prisændringernes retning har relativt mindre betydning for denne strategi.

Long-short momentumstrategien implementeres således, at man går lang i aktier med det bedste momentum over en formationsperiode. Typisk anvendes de seneste 12 måneders afkast fratrukket den seneste måneds afkast som et aktivs formationsperiodeafkast. Den seneste måneds afkast fratrækkes, jævnfør teorien i punkt 2 i dette afsnit, som foreskriver, at den forsinkede overreaktion efterfølges af en korrektion. I litteraturen er det bredt anerkendt, at man bør fratække den sidste måneds afkast for at undgå, at korrektionen skal indgå i formationsperiodens afkast, som dokumenteret i Jegadeesh (1990), hvorfor vi anvender denne praksis.

Aktiverne rangeres dernæst efter deres afkast i formationsperioden, og den initieres en lang position i den øverste $n\%$ -kvantil og tilsvarende en kort position i den nederste $n\%$ -kvantil, hvor valget af n varierer i litteraturen. Disse to positioner initieres med lige stor nominal eksponering, som holdes i en periode på 1 måned, hvorpå porteføljerne reallokeres således, at disse afspejler ændringer i markedet. Dette er den grundlæggende strategi, som vi anvender, mens vi i vores implementering bygger ovenpå denne ved at tilføje yderligere lag.

2.8.5.1 Aktiemomentum

I vores aktiemomentum-strategi anvender vi ovenstående teori til at handle en long-short portefølje bestående af aktiverne med de højeste hhv. laveste afkast i formationsperioden.

2.8.5.2 Industrimomentum

I vores industrimomentum-strategi samler vi vores aktiver i markedsværdivægtede porteføljer bestående af aktiver, der indgår i samme industri, hvor industrien er defineret af aktivenes SIC20 hhv. GICS niveau 2-klassificeringer. Dernæst anvender vi ovenstående teori på disse porteføljer, hvorfor vi handler en long-short portefølje bestående af positioner i de industriporteføljer med afkast i top $n\%$ - og bund $n\%$ -kvantilen over formationsperioden. Denne strategi blev beskrevet i Moskowitz og Grinblatt (1999), hvor resultaterne viste, at en industrimomentum-strategi outperformer aktiemomentum-strategier målt på blandt andet downside-risiko i perioden 1963-1995 på det amerikanske aktiemarked.

2.8.5.3 Clustermomentum

I vores clustermomentum-strategi benytter vi os af den samme overordnede idé, som Moskowitz (1999) gjorde brug af. Vi samler aktiverne i nogle klynger, som har høj similaritet, og anvender en momentumstrategi på disse. Til forskel fra Moskowitz (1999) foreslår vi en alternativ klassificering af aktiverne, som i højere grad er præget af deres tendens til at samvariere i modsætning til GICS og SIC20-klassificeringen, som bygger på aktivernes industritilhørsforhold.

Derudover er vores clustermomentum-strategi mere dynamisk over tid, da klassificeringen er dynamisk og bestemt forud for hver formationsperiode, hvorfor den seneste tendens i aktivernes samvariation er afspejlet heri.

Først udleder vi korrelationsstrukturen i markedet og anvender tre forskellige metoder til at støjreducere disse præsenteret i litteraturen af Ledoit og Wolf (2004b), Chen m.fl. (2010) og Lopez de Prado (2019). Denne korrelationsstruktur omregner vi til et distancemål, som angiver den euklidiske afstand imellem aktiverne, hvorefter vi anvender dette distancemål til at klynge aktiverne agglomerativt ved hjælp af Wards linkage-metode. Dette resulterer i en klassificering af aktiverne, som udledes forud for hver formationsperiode, og dernæst opstiller vi markedsværdivægtede klyngeporteføljer tilsvarende vores industriporteføljer i det foregående afsnit. Disse rangerer vi efter deres afkast i formationsperioden, og vi initierer da en lang position i de n porteføljer, der har højest afkast, og en kort position i de n porteføljer, der har lavest afkast i formationsperioden. Disse positioner holdes i en måned, hvorefter porteføljen reallokeres.

2.8.5.4 Volatilitetsskaleret momentum

Vores volatilitetsskaleringsstrategi har til formål at tilføje et ekstra lag af risikostyring på vores momentumstrategier. Af den grund implementerer vi volatilitetsskalering, jævnfør teorien præsenteret i afsnit 2.3, hvorved vi får en konstant forventet risikoeksponering. Dette betyder, at vi i praksis vil skalere vores positioner således, at vi har en konstant forventet volatilitet over tid, og dermed vil vi være relativt mindre eksponerede overfor momentumcrashes i forhold til den ikke-risikostyrede strategi. Volatilitetsskaleringen står ikke alene som en strategi i vores tilfælde, men tilføjes blot som et ekstra lag på de tre ovenstående momentumstrategier med henblik på at mindske risikoen forbundet med disse.

3 Data

I dette afsnit præsenterer vi de anvendte datakilder, vores investeringsunivers samt behandlingen af denne data til vores ønskede formål. Ydermere beskriver vi hvilke variable og informationer, der er hentet fra CRSP, samt den risikofri rente, som bliver anvendt i performance-risikomål såsom SR.

3.1 Datakilder

Vi har anvendt data for amerikanske aktier fra Center for Research in Security Prices (CRSP), hvilket vi har tilgået gennem et API til Wharton Research Data Services' (WRDS) databaser. Dette har vi gjort i Python, og output er gemt i en .feather-fil for at undgå at udtrække data mere end én gang, da det er en langsom og tidskrævende proces at hente data igennem API'et. Til start anvendte vi en .csv-fil, men eftersom denne fil fyldte cirka 4 GB og var meget langsom at eksportere til/importere fra via Python, valgte vi at gemme data i en .feather-fil, som fylder mindre, og som er væsentligt hurtigere at importere data fra. Denne fil fylder blot cirka 900 MB, men indeholder samme information.

Data indhentede vi fra CRSP vha. dette API, som foregår ved at oprette forbindelse til API'et ved at importere "wrds"-biblioteket i Python og derefter få adgang via en "database controller". Vi har lavet en funktion til dette formål (`enterWRDS()`), som er defineret i `dbController.py`), der opretter forbindelse til CRSPs databaser med vores brugernavn og adgangskode.

3.2 Investeringsunivers

For at kvalitetssikre data har vi opsat en række kriterier for valget af aktier, der indgår i vores investeringsunivers. Vi har kun udvalgt aktier, der opfylder samtlige af nedenstående kriterier:

- Aktien er en ordinær aktie.

Vores dataudtræk indeholdt alle typer af finansielle instrumenter, hvoraf ETF'er og warrants udgjorde en betydelig del. Alle disse samt adskillige andre aktivklasser blev frasorteret ved hjælp af datasættets variabel shrCD, der indeholder en Share Code for hvert aktiv. Denne to-cifrede Share Code beskriver hvilken type aktiv, det enkelte finansielle instrument er.

- Aktien har en markedsværdi på mindst 1 mia. USD i 2020-USD til ethvert tidspunkt.

Dette kriterie er fremsat på baggrund af en antagelse om, at aktier med en markedsværdi på mindre end 1 mia. USD ikke vil være mulige at shorte i det omfang, der kræves af vores strategier. Med 2020-USD menes der, at vi tager den årlige gennemsnitlige inflation, der har været i den pågældende analyseperiode, og diskonterer markedsværdigrænsen med denne, som beskrevet i afsnit 2.1.3.1.

I SIC20-scenariet fandt vi, at den gennemsnitlige årlige inflation fra 1963 til 2020 er 3.82%, og i GICS-scenariet fandt vi, at den gennemsnitlige årlige inflation fra 1995 til 2020 er 2.14%

- NB: Der blev foretaget en dynamisk screening af vores investeringsunivers på månedlig basis, hvor vi indsatte aktier med en markedsværdi på over 1 mia. 2020-USD i vores investeringsunivers og udsmed aktier med en markedsværdi på under 700 mio. 2020-USD for at undgå scenarier, hvor en aktie fluktuerer omkring 1 mia. 2020-USD og dermed hele tiden blev hevet ind og kastet ud af investeringsuniverset.

- Aktien har en lukkekurs på mindst 1 2020-USD på sidste handelsdag i datasættet.

Dette for at undgå "microstructure"-effekten i Penny-stocks.

Her blev denne minimumspris også tilbagediskonteret med den årlige gennemsnitlige inflation, og der blev ligeledes foretaget en dynamisk screening af investeringsunivers med udgangspunkt i dette kriterie.

- Aktien har mindst 13 sammenhængende måneders tilgængelig data forud for sidste handelsdag i datasættet.

Denne tilgængelighed af data er nødvendig for at kunne beregne momentum-signaler med 12-måneders lookback og evaluere strategien ved en 1-månedes holdeperiode.

Dette resulterer i et samlet datasæt bestående af data med daglig frekvens fra SIC20-scenariet for 3507 forskellige amerikanske aktier (hvoraf det maksimale antal investerbare aktier til ethvert tidspunkt er 2596) over en tidsperiode, der spænder fra d. 01-07-1963 til og med d. 01-07-1995.

I GICS-scenariet får vi et samlet datasæt indeholdende data med daglig frekvens for 6872 forskellige amerikanske aktier, hvoraf det maksimale antal investerbare aktier til ethvert tidspunkt er 4600 over en tidsperiode, der spænder fra d. 01-07-1995 til og med d. 31-12-2020.

3.3 Databehandling

Efter forbindelsen til API'et blev oprettet, hentedes daglige data fra CRSP-databasen ved anvendelse af SQL-queries i Python. Til dette formål har vi lavet tre funktioner, som alle er defineret i "dbController.py", nemlig "fetchSICData(db)", "fetchGICSData(db)" og "fetchStockData(db, SQLCondition)", hvor "db" er vores database-forbindelse, som bliver oprettet ved kørsel af enterWRDS(), og SQLCondition er en komma-separeret liste med "permno" (som er et unikt og permanent identifikationsnummer for ethvert aktiv⁸) for de ordinære aktier, der opfylder kriterierne for vores investeringsunivers.

I GICS-scenariet fra 1995 til 2020 er fetchGICSData(db) den første funktion, der kaldes. Denne tager vores etablerede database-forbindelse som input. Derefter sendes et SQL-query igennem til databasen. Dette SQL-query opretter forbindelse til en kombineret CRSP/COMPU-STAT database med henblik på at udtrække GICS-klassificeringer for vores aktiver. Samtidig defineres det i dette SQL-query, at vi kun ønsker aktier indenfor vores investeringsunivers. Dette defineres ved at sætte kriterier på vores SQL-query. Følgende kriterier er tre sammenhængende kriterier, som tjekker, at vores ordinære aktier simultant har haft markedsværdi og pris over 1 mia. 2020-USD og en lukkekurs på over 1 2020-USD på mindst ét tidspunkt, begge tilbagediskonteret til første dato med det tilhørende årlige inflationsgennemsnit.

⁸<http://www.crsp.org/products/documentation/crsp-link>

Ideen med dette er allerede at kunne indsnævre investeringsuniverset så vidt muligt ved dette punkt for at undgå at hente for meget unødvendig data på aktier. De tre kriterier er følgende:

- `date between '1995-07-01' and '2020-12-31'` – dette er i formatet 'YYYY-MM-DD'
- $ABS(prc) * shrout * 1000 > 1.000.000.000 / (1.0214^{(25)})$
prc er lukkekursen d. 31-12-2020, og den numeriske værdi af denne pris beregnes, da prc godt kan have negativt fortegn i CRSP-databasen. Det negative fortegn forekommer, hvis et aktiv ikke har en lukkekurs – i dette tilfælde beregnes gennemsnittet af bid/ask og indsættes i stedet for den manglende lukkekurs. Dette illustreres med et minus foran og betyder ikke, at aktivet har en negativ kurs⁹. Denne lukkekurs multipliceres med `shrout * 1000`, hvor `shrout` er antal udestående aktier opgjort i tusinder, som derfor multipliceres med 1000 for at få det i totale termer. Der tilbagediskonteres 25 gange, da der er 25 år imellem 1995 og 2020.
- $ABS(prc) >= 1 / (1.0214^{(25)})$ – numerisk værdi beregnes endnu engang for at bestemme alle aktier med en kurs over 1 2020-USD på mindst ét tidspunkt.

Denne funktion returnerer et dataframe med to kolonner, `PERMNO` og `subind`, som indeholder et 8-cifret klassificeringsnummer som beskrevet i kapitel 2.6.2

Funktionen `fetchSI CData(db)` fungerer på samme måde som beskrevet foroven, dog med de forskelle, at markedsværdien og aktiekursen tilbagediskonteres med 3.82% i stedet for 2.14%, og disse begrænsninger for markedsværdi og pris tilbagediskonteres 57 gange, da der er 57 år imellem 1963 og 2020. Ydermere er datoen sat til `date between '1963-07-01' and '1995-07-01'`. Funktionen returnerer et dataframe med kolonnerne `PERMNO` og `si c`, som indeholder et to-cifret industriklassificeringsnummer som beskrevet i kapitel 2.6.1

⁹https://wrds-web.wharton.upenn.edu/wrds/query_forms/variable_documentation.cfm?vendorCode=CRSP&libraryCode=crspa&fileCode=dsf&id=prc (kræver login)

Ved kørsel af denne funktion er der forekommet få tilfælde af ordinære aktier, der opfylder alle kriterier for vores investeringsunivers, men som ikke har en GICS-klassificering. Ligeledes er der forekommet få tilfælde af ordinære aktier inden for vores investeringsunivers, som har flere forskellige GICS-klassificeringer.

Disse ordinære aktier er udeladt fra undersøgelsen af flere årsager. Hvad angår aktierne uden en GICS-klassificering gælder det, at disse ikke kan inddrages i analysen af industrimomentum og derfor ikke har nogen værdi. Hvad angår aktierne med flere forskellige GICS-klassificeringer kræver det, at den korrekte GICS-klassificering fremsøges manuelt, og denne proces vurderes at have en for stor potentiel operationel risiko ved at "udvælge" en GICS-klassificering, som viser sig at være ukorrekt. Tilsammen udgør disse tilfælde 162 aktier ud af 8233 aktier, hvilket resulterer i 8071 aktier i GICS-scenariet. I SIC20-scenariet får vi 82 tilfælde ud af 6721 aktier, som resulterer i 6639 aktier.

Da vores SQL-queries er skrevet så simpelt som muligt for i stedet at sætte kriterierne i Python, får vi en masse aktier i de to datasæt, som aldrig vil blive en del af vores investeringsunivers på noget tidspunkt. Efter evaluering af kriterierne for vores investeringsunivers på det hentede data får vi 6872 aktier i GICS-scenariet og 3507 aktier i SIC20-scenariet.

Efterfølgende hentes data for de ordinære aktier såsom PERMNO, dato, daglig lukkekurs, daglige total returns, total returns uden cash distributions og markedsværdi. Dette data returneres af vores funktion `fetchStockData(db, SQLCondition)`, hvor `SQLCondition` er en komma-separeret liste af PERMNOs for de 2224 ordinære aktier. Denne komma-separerede liste frembringes fra det seneste output efter udeladelse af aktier med upræcis definition af GICS-klassificering og anvendes som input til `fetchStockData`-funktionen. `fetchStockData` sender SQL-query'et til CRSP-databasen med følgende kriterie:

- $shrcd \in \{10, 11, 12, 18\}$.

Share Code skal være enten 10, 11, 12 eller 18 for at sikre, at vi udelukkende henter ordinære aktier. Figur 3.1 på side 57 viser CRSPs beskrivelse af Share Code.

Code	First Digit - Share Code - Security Type - Definition
1	Ordinary Common Shares
2	Certificates
3	ADRs (American Depository Receipts)
4	SBIs (Shares of Beneficial Interest)
7	Units (Depository Units, Units of Beneficial Interest, Units of Limited Partnership Interest, Depository Receipts, etc.)

Code	Second Digit - Share Code - Security Type - Definition
0	Securities which have not been further defined.
1	Securities which need not be further defined.
2	Companies incorporated outside the US
3	Americus Trust Components (Primes and Scores).
4	Closed-end funds.
5	Closed-end fund companies incorporated outside the US
8	REIT's (Real Estate Investment Trusts).

Tabel 3.1: Beskrivelse af Share Code.

Kilde: CRSP

Efter kørsel af `db = enterWRDS()`, enten `fetchSICData(db)` eller `fetchGLCSData(db)` og `fetchStockData(db, SQLCondition)`, fås et dataframe med 12.963.601 observationer, som er udgjort af PERMNO, dato, daglig lukkekurs, daglige total returns, total returns uden cash distributions og markedsværdi. Disse seks variable udtrækkes for alle aktier inden for begrænsningerne foretaget i `fetchGLCSData(db)` og `fetchSICData(db)` for alle de tilgængelige datoer, hvor der foreligger data for aktierne.

3.4 Replikation af resultater

I dette afsnit vil vi kort gennemgå hvordan vores kode eksekveres, med henblik på at replikere vores resultater.

Vedhæftet som bilag er .zip-fil, som indholder følgende:

- En tom Data-mappe.
- En mappe kaldet PythonWorkFolder
- En readme.md fil

Data-mappen anvendes til at opbevare statiske output-filer fra vores kode. PythonWorkFolder indeholder vores kode. Al kode eksekveres ved at eksekvere filen `__main__.py`. I filen `readme.md` er det beskrevet hvordan brugeren initialiserer et virtual environment med alle vores dependencies, indstiller variable og eksekverer koden.

4 Metode

I dette afsnit præsenterer vi vores metodiske tilgang i denne afhandling samt vores praktiske implementering af de teoretiske rammer beskrevet i afsnit 2.

4.1 Værktøjer

I dette afsnit redegør vi for de værktøjer, vi har anvendt i forbindelse med vores implementation af teorien.

4.1.1 Python

Python er et fortolket open-source programmeringssprog, hvilket betyder, at Python-scripts eksekverer instruktionerne deri uden at kompilere koden først. Python begrænser ikke brugeren til et bestemt udviklingsparadigme, men derimod understøtter sproget funktionel, struktureret, objektorienteret og aspektorienteret programmering. Python er som nævnt et open-source programmeringssprog, hvorfor eksterne udviklere kan designe og publicere libraries med funktioner, som kan eksekveres i Python.

I denne afhandling anvendes tilføjelsespakkerne NumPy (datahåndtering og datatransformation), pandas (datahåndtering og datatransformation), matplotlib (datavisualisering), WRDS (indhentning af data), sklearn (machine learning), portfolio (machine learning) og scipy (machine learning).

4.1.2 SQL

SQL er et deklarativt programmeringssprog, som anvendes til relationelle databaser. At sproget er deklarativt betyder, at brugeren udelukkende angiver kommandoer som en handling, men ikke en metode. Sproget understøtter både definition af databaser, læsning af data og datamanipulation, men til denne afhandlings formål benytter vi os udelukkende af datalæsning.

Datalæsning i SQL foregår ved hjælp af en SQL-query, som indeholder et "select"-statement, der angiver hvilke datakolonner, der skal læses, efterfulgt af et "from"-statement, der angiver de tabeller i databasen, hvor data skal hentes fra. Hvis man ønsker at læse et datasæt, som er en kombination af flere forskellige tabeller, kan man sammensætte tabeller med et "join table on key"-statement, hvor table er den tabel man ønsker at sammensætte med den foregående tabel, og key er tabellernes fælles join-key, som er en kolonne, der er defineret i hver tabel med henblik på netop at kunne sammensætte tabeller. Hvis man udelukkende er interesseret i nogle bestemte tabel-rækker i sit dataudtræk, kan man anvende et "where"-statement efterfulgt af en eller flere betingelser, som skal gøre sig gældende for rækkerne i data, for at de bliver inkluderet i udtrækket.

4.2 Aktiemomentum

Aktiemomentum-strategien, beskrevet i afsnit 2.8.5, implementeres ved at rangere aktiverne i vores investeringsunivers efter deres log-afkast i den specificerede formationsperiode for strategien. For eksempel anvendes en 12-1 formationsperiode ofte, hvor der rangeres efter 12 måneders historiske afkast fratrukket den seneste måneds afkast med henblik på at undgå reversal-effekten i 1-måneders afkast, som dokumenteret af Jegadeesh (1990)). Når rangeringen er udført udformes en zero-net-cost portefølje af de højest rangerede aktiver (vinderne), som finansieres ved korte positioner i de lavest rangerede aktiver (taberne). Denne position holdes så i den næste måned, for så vidt 12-1 momentumstrategien angår.

4.2.1 Implementering af strategien

Når data for vores investeringsunivers er importeret i Python, som beskrevet i kapitel 3.3, beregnes momentum-signalerne og de optimale porteføljevægte, jævnfør ovenstående metode, med følgende fremgangsmåde:

1. Datasættet hentes fra CRSP-databaser hos WRDS og dette klargøres, jævnfør afsnit 3.3
2. Aktivernes afkast for de foregående 12 – 1 måneder beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.2)

3. Aktivernes afkast for den seneste måned beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.2)
4. Aktiverne rangeres til hvert tidspunkt i forhold til deres afkast over de seneste 12 – 1 måneder.
5. Vi tager en lang position i aktiverne med afkast i den øverste 15%-kvantil i hver periode. Den samlede position i hver aktie i det lange ben er givet ved aktiens andel af den samlede markedsværdi for konstituenterne af kvantilen, jævnfør afsnit 2.8.2
6. Vi tager en kort position i aktiverne med afkast i den nederste 15%-kvantil i hver periode. Den samlede position i hver aktie i det korte ben er givet ved aktiens andel af den samlede markedsværdi for konstituenterne af kvantilen, jævnfør afsnit 2.8.2

4.3 Industrimomentum

Vi udarbejder denne strategi ved først og fremmest at inddele vores virksomheder i deres respektive "GICS niveau 2"-klassificering, som består af 24 industrigrupper. Dette gøres i praksis ved at inddele vores aktieunivers, som er defineret i vores kode ud fra deres "permno", ind i disse industrigrupper. Disse industrigruppe-klassificeringer er trukket fra COMPUSTAT, hvor de er direkte tilgængelige. Dernæst vægter vi industri-porteføljerne ud fra deres markedsværdi inden for industriporteføljerne, præcis som ved aktiemomentum-strategien. Den selvsamme vægtning bruges så til at udregne industriporteføljernes returns ved alle datoer ved et simpelt sumprodukt, hvor vi multiplicerer hver akties total return med deres markedsværdi-vægt og summerer alle disse multiplicerede total returns for at finde det samlede return for en industrigruppe.

4.3.1 Implementering af strategien

Strategien implementeres som følger:

1. Datasættet hentes fra CRSP-databaser hos WRDS og dette klargøres, jævnfør afsnit 3.3
2. Datasættet beriges med GICS-klassificeringer for alle aktier

3. Markedsværdivægte for konstituenterne af hver industriportefølje beregnes til hvert tidspunkt, jævnfør afsnit 2.8.2
4. Industriporteføljernes afkast for de foregående 12 – 1 måneder beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
5. Industriporteføljernes afkast for den seneste måned beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
6. Industriporteføljerne rangeres til hvert tidspunkt i forhold til deres afkast over de seneste 12 – 1 måneder.
7. Vi tager en lang position i aktiverne i de 4 industrier med de største afkast i hver periode. Den samlede position i hver industri vægter 25% af det lange ben
8. Vi tager en kort position i aktiverne i de 4 industrier med de mindste afkast i hver periode. Den samlede position i hver industri vægter 25% af det korte ben

4.4 Clustermomentum

Vores clustermomentum-strategi bygger på samme overordnede tankegang som industrimomentum-strategien. Forskellen på disse to strategier er, at vi inddeler aktiverne i 24 klynger, som er bestemt ud fra disses similaritet, hvorefter vi anvender en momentumstrategi på disse klynger, svarende til den vi anvendte i vores industrimomentum-strategi. De 24 klynger bestemmes ved hjælp af agglomerativ klyngeanalyse, som anvendes på distancemål, der er bestemt ud fra korrelationsmatricerne for aktivuniverset over tid. Korrelationsmatricerne bestemmes ved hjælp af hhv. Ledoit-Wolf shrinkage, Oracle Approximating shrinkage (OAS) og Theory Implied Correlation (TIC) matrices, hvorfor vi samlet set har implementeret tre forskellige clustermomentum-porteføljer.

4.4.1 Implementering af strategien vha. Ledoit-Wolf

Strategien implementeres som følger:

1. Datasættet hentes fra CRSP-databaser hos WRDS, og dette klargøres, jævnfør afsnit 3.3

2. Ledoit-Wolf shrinkage-estimatoren for kovariansmatricen, som redegjort for i afsnit 2.4.3.1, beregnes med årlig frekvens og disse transformeres til en korrelationsmatricer
3. De parvise distancemål, som redegjort for i ligning (2.63), beregnes mellem alle aktiver til alle tidspunkter
4. Aktiverne klynges i 24 klynger ved hjælp af agglomerativ klyngeanalyse, som redegjort for i afsnit 2.6.5, med den euklidiske afstand mellem aktiver som distancemål og Wards metode som linkage-funktion.
5. Datasættet beriges med klassificeringerne, som blev opnået i punkt 4, for alle aktier for hver periode
6. Markedsværdivægte for konstituenterne af hver cluster-portefølje beregnes til hvert tidspunkt, jævnfør afsnit 2.8.2
7. Cluster-porteføljernes afkast for de foregående 12 – 1 måneder beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
8. Cluster-porteføljernes afkast for den seneste måned beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
9. Cluster-porteføljerne rangeres til hvert tidspunkt i forhold til deres afkast over de seneste 12 – 1 måneder.
10. Vi tager en lang position i aktiverne i de 4 clusters med de største afkast i hver periode. Den samlede position i hver industri vægter 25% af det lange ben
11. Vi tager en kort position i aktiverne i de 4 industrier med de mindste afkast i hver periode. Den samlede position i hver industri vægter 25% af det korte ben

4.4.2 Implementering af strategien vha. OAS

Strategien implementeres som følger:

1. Datasættet hentes fra CRSP-databaser hos WRDS, og dette klargøres, jævnfør afsnit 3.3
2. OAS shrinkage-estimatoren for kovariansmatricen, som redegjort for i afsnit 2.4.3.2, beregnes med årlig frekvens, og disse transformeres til en korrelationsmatricer
3. De parvise distancemål, som redegjort for i ligning (2.63), beregnes mellem alle aktiver til alle tidspunkter
4. Aktiverne klynges i 24 klynger ved hjælp af agglomerativ klyngeanalyse, som redegjort for i afsnit 2.6.5, med den euklidiske afstand mellem aktiver som distancemål og Wards metode som linkage-funktion.
5. Datasættet beriges med klassificeringerne, som blev opnået i punkt 4, for alle aktier for hver periode
6. Markedsværdivægte for konstituenterne af hver cluster-portefølje beregnes til hvert tidspunkt, jævnfør afsnit 2.8.2
7. Cluster-porteføljernes afkast for de foregående 12 – 1 måneder beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
8. Cluster-porteføljernes afkast for den seneste måned beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
9. Cluster-porteføljerne rangeres til hvert tidspunkt i forhold til deres afkast over de seneste 12 – 1 måneder.
10. Vi tager en lang position i aktiverne i de 4 clusters med de største afkast i hver periode. Den samlede position i hver industri vægter 25% af det lange ben
11. Vi tager en kort position i aktiverne i de 4 industrier med de mindste afkast i hver periode. Den samlede position i hver industri vægter 25% af det korte ben

4.4.3 Implementering af strategien vha. TIC

Strategien implementeres som følger:

1. Datasættet hentes fra CRSP-databaser hos WRDS, og dette klargøres, jævnfør afsnit 3.3
2. Den empiriske korrelationsmatrix beregnes med årlig frekvens.
3. TIC-algoritmen, som redegjort for i afsnit 2.7, initialiseres med den empiriske korrelationsmatrix samt den hierarkiske struktur mellem aktiverne, som udspændes af GICS-klassificeringen. Output herfra er en støjreduceret kovariansmatrix, som tager højde for aktivernes hierarkiske sammenhænge. Disse beregnes med årlig frekvens, hvorefter de transformeres til korrelationsmatricer.
4. De parvise distancemål, som redegjort for i ligning (2.63), beregnes mellem alle aktiver til alle tidspunkter
5. Aktiverne klynges i 24 klynger ved hjælp af agglomerativ klyngeanalyse, som redegjort for i afsnit 2.6.5, med den euklidiske afstand mellem aktiver som distancemål og Wards metode som linkage-funktion.
6. Datasættet beriges med klassificeringerne, som blev opnået i punkt 5, for alle aktier for hver periode
7. Markedsværdivægte for konstituenterne af hver cluster-portefølje beregnes til hvert tidspunkt, jævnfør afsnit 2.8.2
8. Cluster-porteføljernes afkast for de foregående 12 – 1 måneder beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
9. Cluster-porteføljernes afkast for den seneste måned beregnes til alle tidspunkter, jævnfør ligning (2.19)
10. Cluster-porteføljerne rangeres til hvert tidspunkt i forhold til deres afkast over de seneste 12 – 1 måneder.

11. Vi tager en lang position i aktiverne i de 4 clusters med de største afkast i hver periode.
Den samlede position i hver industri vægter 25% af det lange ben
12. Vi tager en kort position i aktiverne i de 4 industrier med de mindste afkast i hver periode.
Den samlede position i hver industri vægter 25% af det korte ben

4.5 Volatilitetsskalering af momentumporteføljer

De tre momentumstrategier fra afsnit 4.2, 4.3 og 4.4 bliver volatilitetsskaleret, jævnfør afsnit 2.3, med henblik på at nedbringe porteføljernes risiko og realisere bedre risikøjusterede afkast, som dokumenteret i Harvey m.fl. (2018). Volatilitetsskaleringen implementeres, som defineret i afsnit 2.3.2, hvor vores ønskede niveau for porteføljens mer-volatilitet er sat til 15%. Denne volatilitet er gennemgående i alle volatilitetsskaleringer for bedre sammenligning af drawdowns såvel som gennemsnitlige merafkast på tværs af de forskellige momentumstrategier. Det bemærkes, at volatilitetsskaleringen fungerer således, at porteføljens Sharpe Ratio efter volatilitetsskalering vil være konstant uanset valg af den arbitrære konstant c til skalering¹⁰.

4.5.1 Implementering af volatilitetsskalering

Volatilitetsskaleringen er implementeret som følger:

1. Daglige excess returns for en af de tre momentumstrategier gives som input
2. Rullende månedlig varians udregnes med udgangspunkt i (2.35). Dette foregår i praksis ved følgende kode i Python: `varforecast = 20 * excessReturns.rolling(21).var()` hvor `".rolling(21).var()"` returnerer rullende månedlig varians på daglig basis. Da denne varians-funktion som standard normaliseres med $n - 1$ (hvor $n = 21$ i dette tilfælde), multipliceres denne med 20 for at vores resultat bliver på samme form som (2.35).
3. Den inverse af den rullende månedlige varians multipliceres med konstanten c , som ønskes valgt, så den annualiserede mer-volatilitet bliver lig de ønskede 15%.

¹⁰Moreira og Muir (2017)

Dette gøres ved at vælge $c = \frac{15\%}{\hat{\sigma}_{P,ann}^e}$, hvor $\hat{\sigma}_{P,ann}^e$ er den historiske annualiserede mer-volatilitet for den uskalerede portefølje, udregnet som defineret i (2.13).

4. Vi får da, at den volatilitetsskalerede portefølje med et volatilitetstarget på 15% beregnes ved

$$r_{t+1}^{scaled} = \frac{c}{\hat{\sigma}_t^2(r_t)} r_{t+1} = \frac{15\%}{\hat{\sigma}_{P,ann}^e} \frac{1}{\hat{\sigma}_t^2(r_t)} r_{t+1} \quad (4.1)$$

5 Analyse

I dette afsnit vil vi præsentere vores analyser, som indebærer performance measures for vores aktie-, industri- og clustermomentum-strategier og heriblandt effekten af volatilitetsskalering på disse. Her vil vi præsentere annualiserede excess returns, annualiseret volatilitet, annualiseret Sharpe Ratio, max drawdown, Value-at-Risk (VaR) og Expected Shortfall (CVaR). Derudover vil vi analysere kompositionen af de klynger, som vi udarbejdede i forbindelse med vores clustermomentum-strategi, med henblik på at analysere, hvorvidt der er en sammenhæng imellem klyngerne og vores GICS- og SIC20-klassificeringer. Derudover vurderer vi, hvorvidt klyngerne tenderer til at være relativt statiske, eller om der er stor udskiftning i disse som følge af ændringer i markedet.

Performance-nøgletal	Beskrivelse
Sharpe Ratio	Forholdet mellem det gennemsnitlige excess afkast og den gennemsnitlige volatilitet
Max drawdown	Det største procentvise tab, fra den højeste værdi af aktivet
Value-at-Risk	Det største månedlige tab der realiseres i de $n\%$ værste tilfælde
Expected Shortfall	Det gennemsnitlige månedlige tab, givet at afkastet er mere ekstremt end Value-at-Risk

Tabel 5.1: Beskrivelse af anvendte performance-nøgletal

5.1 Aktiemomentum vs. SIC20-industrimomentum (1963-1995)

I dette afsnit vil vi med udgangspunkt i Moskowitz' artikel "Do Industries Explain Momentum" (1999) præsentere performance for vores aktiemomentum (fra afsnit 4.2) hhv. industrimomentum (fra afsnit 4.3) på det amerikanske marked i perioden 1963-1995 med henblik på at eftervise Moskowitz' resultater. Derudover tilføjer vi et yderligere lag til strategierne i form af volatilitetsskalering af positionerne med henblik på at holde usikkerheden relativt konstant over tid, og performance for de volatilitetsskalerede strategier vil ligeledes blive præsenteret. Til slut vil vi analysere vores resultater og diskutere disse.

5.1.1 Performance-analyse

Vi kigger nu på performance for aktiemomentum hhv. SIC20-industrimomentum i perioden 1963-1995. Af tabel 5.2 fremgår det, at vores aktiemomentum-strategi outperformer SIC20-industrimomentum-strategien på alle performance-parametre i perioden. Aktiemomentum præsterer et gennemsnitligt årligt afkast på 3.09% og en annualiseret volatilitet på 16.77% og deraf en Sharpe Ratio på 0.1839 imod SIC20-momentums gennemsnitlige årlige afkast på -2.70% og annualiserede volatilitet på 15.15%, hvilket medfører en Sharpe Ratio på -0.1783. Derudover ser vi, at volatilitetsskalering har stor indflydelse på begge strategiers performance, hvor både det gennemsnitlige årlige afkast og Sharpe Ratio mere end tredobles for aktiemomentum-strategien til 8.71% hhv. 0.5804. Vi ser ligeledes, at SIC20-momentumstrategien drager nytte af risikostyring ved volatilitetsskalering, hvor både det gennemsnitlige årlige afkast og Sharpe Ratio forbedres betragteligt, hvorved der opnås et gennemsnitligt årligt afkast på 1.27% og en Sharpe Ratio på 0.0846. Vi ser altså, at man med fordel kunne risikostyre momentumporteføljer i perioden 1963-1995, da dette giver betydeligt bedre afkast og ligeledes bedre risikojusterede afkast for begge strategier.

		Average arithmetic excess return	Average geometric excess return	Excess Volatility	Sharpe Ratio
Aktie	Uskaleret	3.09%	1.68%	16.77%	0.1839
	Skaleret	8.71%	7.86%	15.00%	0.5804
SIC20	Uskaleret	-2.70%	-3.79%	15.15%	-0.1783
	Skaleret	1.27%	0.17%	15.00%	0.0846

Tabel 5.2: Annualiserede performance-nøgletal i perioden juli 1963 – juli 1995

Hvis vi kigger på strategiernes downside-risiko i tabel 5.3, ser vi, at aktiemomentum realiserer en månedlig 95% Value-at-Risk på -8.59% og en månedlig 99% Value-at-Risk på -12.46%, hvilket er de største månedlige tab, som porteføljen forventes at lide på et 95% hhv. 99% konfidensniveau. Derudover ser vi, at strategiens Expected Shortfall er -11.02% på et 95% konfidensniveau og -14.30% på et 99% konfidensniveau, hvilket er det forventede tab givet afkast, der er mere ekstreme end 95% hhv. 99% Value-at-Risk. Desuden ses det, at det maksimale drawdown er 66.42%, hvilket svarer til, at det største historiske fald fra toppen er 66.42% i perioden 1963-1995.

Til sammenligning er det maksimale drawdown for den risikostyrede aktiemomentum-strategi 37.84%, hvilket næsten er en halvering i forhold til den uskalerede strategi. Vi ser desuden, at Value-at-Risk for den skalerede strategi er -5.50% på et 95% konfidensniveau og -9.92% på et 99% konfidensniveau, hvilket er en lille forbedring i forhold til den uskalerede strategi. Expected Shortfall er derimod næsten uændret. 95% hhv. 99% Expected Shortfall er -8.55% hhv. -14.64% for den skalerede strategi. Hvis vi sammenligner med SIC20-industrimomentum ser vi, at denne strategi realiserer et maksimalt drawdown på 80.54%, hvilket fortæller, at det største historiske tab over tid er 80.54% fra toppen. Strategien har et 95% hhv. 99% Value-at-Risk på -7.20% hhv. -11.75% med et Expected Shortfall på -10.19% hhv. 12.66% for de samme konfidensniveauer. Hvis vi kigger på den risikostyrede SIC20-industrimomentum-strategi, ser vi, at det maksimale drawdown er 60.94%, og altså mindskes det maksimale historiske tab for strategien betydeligt herved. Ligeledes forbedres både Value-at-Risk og Expected Shortfall marginalt ved volatilitetsskalering, hvor 95% Value-at-Risk er -6.52% , og 99% Value-at-Risk er -10.57% ved volatilitetsskalering. Ligeledes ser vi en forbedring i 95% Expected Shortfall på -8.91% , mens 99% Expected Shortfall forværres marginalt, da denne nu er -12.86% .

		Max drawdown	Value-at-Risk		Expected Shortfall	
			95%	99%	95%	99%
Aktie	Uskaleret	66.42%	-8.59%	-12.46%	-11.02%	-14.30%
	Skaleret	37.84%	-5.50%	-9.92%	-8.55%	-14.64%
SIC20	Uskaleret	80.54%	-7.20%	-11.14%	-10.19%	-12.66%
	Skaleret	60.94%	-6.52%	-10.57%	-8.91%	-12.86%

Tabel 5.3: Downside-risikonøgletal i perioden juli 1963 – juli 1995

5.1.2 Diskussion af resultater

Med udgangspunkt i konklusionerne fra Moskowitz (1999) vil vi nu diskutere performance af vores aktie- og industrimomentum-strategier. Moskowitz konkluderede i "Do Industries Explain Momentum", at industrimomentum i høj grad bidrager til profitabiliteten af aktiemomentum-strategier, hvorfor industribaserede momentumstrategier fremgår mere profitable end aktiebaserede momentumstrategier.

Denne konklusion har vi forsøgt at replikere ved at anvende data fra det samme marked (det amerikanske) fra den samme tidsperiode (juli 1963 – juli 1995) og med den samme industriklassificering (se tabel 2.2), som Moskowitz anvendte i artiklen. Som det fremgår af vores performance measurements i afsnit 5.1.1, har det ikke været muligt for os at replikere resultaterne i Moskowitz og Grinblatt (1999) i den forstand at vores SIC-baserede industrimomentum-strategi ikke slår vores aktiemomentum-strategi med hensyn til performance eller downside-risiko – hverken for den simple 1-dollar-1-dollar long-short strategi eller for den volatilitetsjusterede strategi. Derudover er performance for vores SIC-baserede momentumstrategi langt fra imponerende i sig selv med en Sharpe Ratio på 0.0846 for den risikostyrede strategi, hvilket er i modstrid med Moskowitz' konklusion om, at industrimomentum i høj grad forklarer aktiemomentum, samt at industrimomentum bør være mere profitabelt end aktiemomentum.

Indledningsvist konkluderer vi altså, at vi ikke har kunnet opnå performance measurement for vores SIC-baserede industrimomentum-strategi, som er konsistente med Moskowitz' konklusioner. Denne inkonsistens er ikke til at overse, men den kan muligvis forklares med afvigelser i vores implementation af industrimomentum-strategien i forhold til Moskowitz implementation samt afvigelser i data. I Moskowitz' artikel fremgår det ikke tydeligt, hvordan han har afgrænset sit investeringsunivers – hvis han overhovedet har afgrænset dette. Som det fremgår af afsnit 3.3, har vi begrænset vores investeringsunivers til udelukkende at omfatte ordinære aktier med en pris større end 1 USD tilbagediskonteret samt en markedsværdi større end 1 mia. USD tilbagediskonteret, hvorfor der formentligt kan være en forskel på det underliggende data for vores analyse i forhold til Moskowitz og Grinblatts data. Derudover har vi anvendt både handelsomkostninger, shorting-omkostninger og udbytteskatter i vores analyse, hvilket har en negativ effekt på performance. Se tabel 5.4 på side 72, som indeholder performance-nøgletal for aktiemomentum og SIC20-momentum uden handelsomkostninger, shorting-omkostninger og udbytteskatter. Det ses ud fra tabellen, at SIC20-industrimomentum vil have en større positiv effekt af at udelade omkostninger og skatter – enten forårsaget af højere turnover i industrimomentum eller af en stor andel af afkast for industrimomentum, som kommer fra udbyttebetalinger.

Denne negative effekt kan på ingen måde forklare hele strategiens underperformance, men den kan være én blandt flere medvirkende faktorer hertil. Slutteligt implementerer vi strategien forskelligt fra Moskowitz og Grinblatt i den forstand, at vi kører en 12-1 strategi med 1 måneds holding-periode, mens Moskowitz og Grinblatt kører med 6 måneders holding-periode, hvori de holder en ligevægtet kombination af de seneste 6 måneders vinder- og taberindustrier på månedlig basis, hvorved han opnår en portefølje med mindre koncentrerede positioner i aktiverne med størst momentum. Dette kan være med til at mindske downside-risikoen og volatiliteten for strategien som følge af potentielt øget diversifikation og derved facilitere afvigelsen imellem Moskowitz og Grinblatts og vores implementation af strategien.

		Average arithmetic excess return	Average geometric excess return	Excess Volatility	Sharpe Ratio
Aktie	Uskaleret	4.78%	3.41%	16.79%	0.2846
	<i>Residual (%pts.)</i>	1.69%	1.73%	0.02%	0.1007
	Skaleret	9.88%	9.14%	15.00%	0.6589
	<i>Residual (%pts.)</i>	1.17%	1.28%	0%	0.0785
SIC20	Uskaleret	-0.09%	-2.02%	15.11%	-0.0593
	<i>Residual (%pts.)</i>	2.61%	1.66%	-0.04%	0.1190
	Skaleret	3.28%	2.20%	15.00%	0.2184
	<i>Residual (%pts.)</i>	2.01%	2.03%	0%	0.1338

Tabel 5.4: Performance-nøgletal uden omkostninger og residualer

Disse fund giver os anledning til at overveje, hvorvidt en industrimomentum-strategi ville fungere bedre i nyere tid – dette særligt med tanke på, at momentumfaktoren har været iblandt de bedst performende faktorer i nyere tid, som blandt andet dokumenteret af MSCI¹¹. I det næste afsnit vil vi derfor undersøge, hvorvidt vi kan opnå bedre resultater for vores SIC-baserede industrimomentum-strategi i perioden juli 1995-2020. Derudover implementerer vi en lignende strategi, som anvender MSCIs GICS-klassificering, med henblik på at teste om en alternativ og mere tidssvarende klassificering kan forbedre performance yderligere. Begge disse strategier sammenholdes med aktiemomentum-strategien, hvilket har til formål at efterprøve konklusionerne fra Moskowitz (1999) i en alternativ tidsperiode.

¹¹<https://www.msci.com/documents/1296102/8473352/Momentum-brochure.pdf/b16eab4e-1dca-4b32-80e0-6645d7bd748a>

5.2 Aktiemomentum vs. GICS- og SIC20-industrimomentum (1995-2020)

I dette afsnit undersøges det om SIC20-industrimomentum vil performe bedre end aktiemomentum i nyere tid. Samtidig sammenholdes disse med GICS-industrimomentum med henblik på at undersøge forskelle imellem den samme model med samme data, men for forskellige klassificeringsstandarder, som beskrevet i tidligere afsnit. Den tidligere analyse i afsnit 5.1 tog afsæt i data fra juli 1963 til primo juli 1995. Denne analyse vil tage afsæt i data fra primo juli 1963 til ultimo december 2020 for at undgå overlap med data anvendt i tidligere analyse. Hensigten er både at verificere tidligere resultater og, såfremt SIC20-industrimomentum også underperformer i denne analyse, at undersøge, hvorvidt industrimomentums underperformance er konsistent på tværs af begge industriklassificeringer, eller om underperformance af industrimomentum udelukkende er gældende for SIC20-klassificeringen.

Disse forskellige strategier volatilitetsskaleres ligeledes som tidligere, og afsnittet afsluttes med en analyse og diskussion af de præsenterede resultater.

5.2.1 Performanceanalyse

Performance-nøgletal for aktiemomentum, SIC20-industrimomentum og GICS-industrimomentum i perioden juli 1995 - 2020 er indsat i tabel 5.5 på side 74.

Med udgangspunkt i performance-nøgletal for de uskalerede, rå momentumstrategier ses det, at aktiemomentum med en annualiseret Sharpe Ratio på 0.1633 igen outperformer både SIC20-industrimomentum og GICS-industrimomentum, som har henholdsvis 0.1220 og 0.1448 i Sharpe Ratio. Aktiemomentums Sharpe Ratio på 0.1633 er som følge af et annualiseret gennemsnitligt aritmetisk merafkast på 4.92% kombineret med en annualiseret mer-volatilitet på 30.18%. SIC20-industrimomentum har et væsentligt lavere merafkast på 2.63% i samme periode. Strategien har dog også en lavere mer-volatilitet på 21.54%, men denne positive forskel i forhold til aktiemomentum er ikke nok til at opveje den negative forskel i merafkast nok til at resultere i en højere Sharpe Ratio for SIC20-industrimomentum. Vi ser for GICS-industrimomentum, at der også realiseres et lavere merafkast end aktiemomentum på 3.01% med en mer-volatilitet på 20.75%.

Dette er heller ikke tilstrækkeligt til at opnå en højere Sharpe Ratio end aktiemomentum – dog er både merafkast og mer-volatilitet højere, henholdsvis lavere for GICS-industrimomentum end for SIC20-industrimomentum.

Ved volatilitetsskalering ses det dog, at GICS-industrimomentum outperformer både aktiemomentum og SIC20-industrimomentum ved volatilitetsskalering, hvor mer-volatiliteten er sat til 15%. Vi får en betydeligt bedre Sharpe Ratio på 0.5871 for GICS-industrimomentum som følge af et annualiseret gennemsnitligt aritmetisk merafkast på 8.81%, som er væsentligt bedre end aktiemomentum, som har en Sharpe Ratio på 0.4889 med merafkast på 7.33%. SIC20-industrimomentum har en Sharpe Ratio på 0.2790 med merafkast på 4.19%. Alle performance-nøgletal er blevet markant forbedret af volatilitetsskaleringen, men det ses dog, at SIC20-industrimomentum endnu engang har den værste performance af de tre momentumstrategier.

		Average arithmetic excess return	Average geometric excess return	Excess Volatility	Sharpe Ratio
Aktie	Uskaleret	4.92%	0.00%	30.18%	0.1633
	Skaleret	7.33%	6.34%	15.00%	0.4889
GICS	Uskaleret	3.01%	0.78%	20.75%	0.1448
	Skaleret	8.81%	8.02%	15.00%	0.5871
SIC20	Uskaleret	2.63%	0.31%	21.54%	0.1220
	Skaleret	4.19%	3.11%	15.00%	0.2790

Tabel 5.5: Annualiserede performance-nøgletal i perioden juli 1995–2020

De tre strategiers downside-risikonøgletal ses i tabel 5.6 på side 75. Det ses her, at Value-at-Risk for (uskaleret) aktiemomentum på 99%-niveau er på -31.02%, hvor Value-at-Risk for GICS-industrimomentum er -16.89% og for SIC20-industrimomentum er -15.20%. Expected Shortfall på 99%-niveau for aktiemomentum er på -37.78%, hvor vi får 26.38% for GICS-industrimomentum og -21.51% for SIC20-industrimomentum. Det ses altså, at aktiemomentums outperformance også bevirker højere risikoparametre og tungere haler. Dette kombineret med en maksimal drawdown på 79.84% for aktiemomentum imod 72.56% for GICS-industrimomentum og 52.90% for SIC20-industrimomentum viser, at aktiemomentum-strategien har den største downside-risiko af de tre strategier.

Volatilitetsskalering af de tre momentumstrategier medfører en Value-at-Risk for aktiemomentum på 99%-niveau på -10.59% imod -8.08% for GICS-industrimomentum og -12.29% for SIC20-industrimomentum. Expected Shortfall for aktiemomentum på 99%-niveau er -20.91% imod -9.04% for GICS-industrimomentum og -14.76% for SIC20-industrimomentum. Dette i kombination med en maksimal drawdown på 37.53% for aktiemomentum imod en maksimal drawdown på 25.3% for GICS-industrimomentum og 33.58% for SIC20-industrimomentum viser klart, at GICS-industrimomentum har væsentligt lavere downside-risiko end de to andre strategier på trods af, at strategiens Sharpe Ratio er signifikant højere end Sharpe Ratio for aktiemomentum. I øvrigt ses det, at alle downside-risikonøgletal bliver markant forbedrede ved volatilitetsskalering.

		Max drawdown	Value-at-Risk		Expected Shortfall	
			95%	99%	95%	99%
Aktie	Uskaleret	79.84%	-15.25%	-31.02%	-24.00%	-37.78%
	Skaleret	37.53%	-5.21%	-10.59%	-9.51%	-20.91%
GICS	Uskaleret	72.56%	-7.96%	-16.89%	-15.01%	-26.38%
	Skaleret	25.3%	-5.58%	-8.08%	-6.85%	-9.04%
SIC20	Uskaleret	52.90%	-9.82%	-15.20%	-13.76%	-21.51%
	Skaleret	33.58%	-6.57%	-12.29%	-9.92%	-14.76%

Tabel 5.6: Downside-risikonøgletal i perioden juli 1995–2020

5.2.2 Diskussion af resultater

Konsistent med performanceanalysen i afsnit 5.1.1 ser vi, at begge uskalerede industrimomentumstrategier outperformes af aktiemomentum. Der ses dog en lavere mer-volatilitet og et højere mer-afkast for GICS-industrimomentum end for SIC20-industrimomentum. Dette kan muligvis være forklaret ved, at GICS-klassificeringen er en mere tidssvarende klassificeringsstandard end SIC-klassificeringen og især Moskowitz' kategorisering af SIC-koderne til 20 industrier, som beskrevet i tabel 2.2 på side 34. Denne kategorisering blev vurderet som tidssvarende af Moskowitz i studiets analyseperiode fra 1963-1995, men vi vurderer denne til ikke at være tidssvarende i analyseperioden 1995-2020.

Dette argumenteres for blandt andet ved, at ét af de definerede industrier af Moskowitz er "Railroads", men der er ingen defineret industri for "Information Technology" eller lignende. Derfor vil alle virksomheder med primær forretningsaktivitet i Informationsteknologi ryge ind under kategorien "other" i SIC20-kategoriseringen. GICS-industrimomentums outperformance af SIC20-industrimomentum tillægges derfor netop at klassificeringen af aktierne er mere tidssvarende i GICS end i SIC20.

Downside-risikonøgletallene indikerer, at SIC20 har den laveste maksimale drawdown og den laveste Value-at-Risk og Expected Shortfall. Dette skyldes muligvis, at SIC20-strategien ikke er koncentreret nok i de forskellige industrier med høj momentum, da de 20 industrier ikke er tidssvarende og dermed med høj sandsynlighed ikke nødvendigvis korrelerer positivt i forhold til hinanden. Det kan resultere i, at man er for diversificeret i strategiens positioner, som medfører et lavere merafkast end GICS-strategien på trods af en marginal forskel i mer-volatiliteten.

En volatilitetsskalering af de tre momentumstrategier resulterer i, at GICS-industrimomentum er bedre end aktiemomentum på alle parametre. Performancemæssigt er begge disse signifikant bedre end SIC20-industrimomentum. Hvis vi kigger på downside-risiko, ser vi, at GICS i høj grad outperformer både aktiemomentum og SIC20-industrimomentum med hensyn til både max drawdown samt 99% Value-at-Risk og Expected Shortfall. Ud fra disse resultater viser det sig, at der alligevel er håb for industrimomentum, da vi på performance-nøgletallene såvel som downside-risikonøgletallene ser, at GICS-strategien klart er den optimale strategi i forhold til aktiemomentum og SIC20-industrimomentum.

Dette resultat antyder, at en mulig årsag til, at SIC20-strategien ikke fungerede i forrige analyse fra 1963-1995 samt i denne analyse fra 1995-2020, er den anvendte klassificeringsstandard. Dette giver os et incitament til at dykke dybere ned i klassificeringen og kategoriseringen af aktiverne i vores investeringsunivers for at se, om de yderst positive resultater fra den skalerede GICS-strategi kan forbedres yderligere. Fælles for GICS-klassificeringen og SIC-klassificeringen (herunder også SIC20) er, at de er statiske klassificeringsstandarder.

Virksomheder ændrer ikke så ofte industri på trods af, at de forskellige virksomheders aktiviteter i samme industri kan blive forskellige, samt at virksomhedernes pengestrømme kan ændre sig til at komme fra forskellige aktiviteter på forskellige markeder i forhold til hinanden. Derfor ønskes det at identificere og anvende en mere dynamisk form for kategorisering og klyngning af aktiver – en klassificering af aktiver, som ikke tager afsæt i hverken indtægter (GICS) eller primær produktsortiment (SIC/SIC20). Da momentumstrategien er en prisdrevet faktorinvesteringsstrategi, mener vi, at det vil give mening og være interessant at klynge aktiverne i vores investeringsunivers med udgangspunkt i deres pris/afkast. En måde, hvorpå denne idé kan realiseres, er ved anvendelse af Machine Learning i form af clustering-metoder, som klynger vores aktiver sammen ud fra aktivernes samvariation i afkast baseret på størst similaritet indenfor klyngerne og størst dissimilaritet imellem klyngerne. Da disse kovariansmatricer som regel er forbundet med støj pga. dimensionen af disse, som beskrevet i afsnit 2.4, anvendes der tre metoder til at reducere støjen i kovariansmatricerne inden klyngningen finder sted: Ledoit & Wolf, som defineret i afsnit 2.4.3.1, OAS, som defineret i afsnit 2.4.3.2, og Theory Implied Correlation (TIC), som defineret i afsnit 2.7.

5.3 Clustermomentum (1995-2020)

I dette afsnit vil vi præsentere vores performance measures for vores tre clustermomentumstrategier, som er baserede på hhv. Ledoit-Wolf shrinkage (LW), Oracle Approximation Shrinkage (OAS) og Theory-Implied Correlation (TIC), hvilket er beskrevet i afsnit 2.6. Strategierne er blevet udtænkt med henblik på at opnå en klassificering af aktiverne, der er dynamisk over tid i modsætning til de klassificeringer, der er til rådighed i SIC-klassificeringen og MSCI's GICS-klassificering, som begge er relativt statiske. I den forbindelse vil vi analysere de klynger, som fremkommer som resultat af vores implementation og i den forbindelse undersøge, hvorvidt disse har karakteristika, der minder om industrier, og, i den forbindelse, om der bemærkelsesværdige overlap med GICS-klassificeringen. Derudover vil vi analysere størrelsen af klyngerne og se, om der er tendens til omskiftelighed i disse med henblik på at undersøge, hvorvidt vores klassificering er mere dynamisk end GICS-klassificeringen.

Dernæst vil vi analysere vores performance measures i relation til vores GICS-baserede industrimomentum-strategi med henblik på at vurdere, hvorvidt vores cluster-baserede momentumstrategier er profitable, og om disse kan konkurrere med GICS-baseret momentum med hensyn til både performance og downside-risiko.

5.3.1 Performance-analyse

I dette afsnit vil vi gennemgå performance for vores Ledoit-Wolf-, OAS- og TIC-baserede clustermomentum-strategier. I tabel 5.7 er det i første omgang iøjnefaldende, at alle tre strategier realiserer negative annualiserede afkast og Sharpe Ratio, når de ikke risikostyres. Ledoit-Wolf metodologien resulterer i et gennemsnitligt årligt afkast på -2.34% , hvilket er under, hvad man normalvist ville forvente af en long-short momentumstrategi. Dette afkast kombineret med en volatilitet på 16.72% resulterer i en Sharpe Ratio på -0.14 for den uskalerede strategi, hvilket er utroligt uønsket, da en negativ Sharpe Ratio vil sige, at strategien performer værre end den risikofrie rente. Tilsvarende realiserer den OAS-baserede momentumstrategi et gennemsnitligt annualiseret afkast på -4.08% med en annualiseret volatilitet på 19.46% , hvilket har ligheder med resultaterne fra Ledoit-Wolf-implementationen i form af et negativt gennemsnitligt afkast og en volatilitet på knap 3 procentpoint højere. Dette resulterer i en annualiseret Sharpe Ratio på -0.2097 , hvilket igen er en Sharpe Ratio, der er negativ og derfor er strategien direkte uønsket modsat det risikofrie aktiv og de uskalerede momentumstrategier fra afsnit 5.2. Den TIC-baserede strategi, som skiller sig ud fra de to foregående ved at denne både tager højde for den implicerede hierarkiske struktur imellem aktiverne og for korrelationen imellem aktiverne, realiserer performance measures, der i høj grad minder om disse for de to foregående strategier. Strategien realiserer et årligt afkast på -3.39% med en volatilitet på 15.27% , hvilket giver en Sharpe Ratio på -0.2223 . Altså et afkast pr. enhed risiko, som endnu engang er negativt.

Hvis vi risikostyrer strategierne ved hjælp af volatilitetsskalering, ser vi, at de annualiserede afkast stiger betydeligt til positive værdier, og det samme gør Sharpe Ratio. Den Ledoit-Wolf-baserede strategi realiserer et gennemsnitligt annualiseret afkast på 3.24% ved en annualiseret volatilitet på 15% , hvilket giver en betydeligt forbedret Sharpe Ratio på 0.2159 .

For den OAS-baserede strategi er det gennemsnitlige annualiserede afkast ligeledes forbedret drastisk, og dette ligger nu på 5.97% ved en årlig volatilitet på 15%, hvilket giver en Sharpe Ratio på 0.3978. En væsentlig forbedring i forhold til den uskalerede strategi, men det er værd at bemærke, at denne strategi nu outperformer den skalerede Ledoit-Wolf-baserede strategi, hvis man risikostyrer porteføljerne, hvilket den ikke gjorde i den rene, uskalerede strategi. Den TIC-baserede strategi realiserer et gennemsnitligt annualiseret afkast på 1.14% ved en årlig volatilitet på 15%, hvilket giver en Sharpe Ratio på 0.0761. Den TIC-baserede strategi præsterer altså de dårligste performance measures af de tre strategier, både for den rene og den risikostyrede strategi.

		Average arithmetic excess return	Average geometric excess return	Excess Volatility	Sharpe Ratio
Ledoit-Wolf	Uskaleret	-2.34%	-3.69%	16.72%	-0.1400
	Skaleret	3.24%	2.20%	15.00%	0.2159
OAS	Uskaleret	-4.08%	-5.91%	19.46%	-0.2097
	Skaleret	5.97%	4.98%	15.00%	0.3978
TIC	Uskaleret	-3.39%	-3.52%	15.27%	-0.2223
	Skaleret	1.14%	0.04%	15.00%	0.0761

Tabel 5.7: Annualiserede performance-nøgletal for clustermomentum i perioden juli 1995–2020

Hvis vi i stedet kigger på downside-risiko, som fremgår af tabel 5.8, ser vi, at de uskalerede strategier alle realiserer markante maksimale drawdowns på 70.66%, 80.95% og 66.60% for hhv. Ledoit-Wolf, OAS og TIC. Altså er det maksimale historiske tab fra toppen for disse strategier i perioden 1995-2020 mindst 66.60% (for TIC) og helt op imod 80.95% af porteføljens samlede værdi (for OAS). Disse ekstreme drawdown komplementeres af tilsvarende, relativt ekstreme, værdier for Value-at-Risk og Expected Shortfall, hvor den Ledoit-Wolf-baserede strategi har et 95% Value-at-Risk på -7.71% og et 99% Value-at-Risk på -15.30% , hvilket fortæller os, at den uskalerede strategi i har en stor eksponering forbundet med ekstreme afkast. Det forventede tab i de 5% værste tilfælde – 95% Expected Shortfall – er 12.84% , og i de 1% værste tilfælde forventes tabet at være 17.33% . Den OAS-baserede strategi realiserer endnu mere ekstreme downside-risikomål med en 95% og 99% Value-at-Risk på hhv. -11.09% og -17.02% . Expected Shortfall for strategien på de samme konfidensniveauer er -16.28% hhv. -25.73% , hvilket fortæller, at i de 1% værste måneder forventes porteføljen at tabe 25.73% af sin værdi.

For den TIC-baserede strategi ser vi, at 95% Value-at-Risk er -6.20% , og 99% Value-at-Risk er -11.29% , hvilket er relativt moderat i forhold til de to andre strategier. Til gengæld er strategiens Expected Shortfall, som er hhv. -11.46% på et 95% konfidensniveau og -20.24% på et 99% konfidensniveau, i den højere ende. Det forventes altså, at en portefølje, der følger denne strategi, vil tabe mere end 20% af sin værdi i de 1% værste måneder.

For de risikostyrede strategier er billedet imidlertid et andet. Det maksimale drawdown for Ledoit-Wolf-strategien reduceres til 46.33% med et 95% Value-at-Risk på -6.15% og et 99% Value-at-Risk på -9.69% , hvilket er langt mere rimeligt og i høj grad sammenligneligt med downside-risikoen forbundet med strategierne, der blev præsenteret i afsnit 5.2. Strategien har et Expected Shortfall på -7.88% på et 95% konfidensniveau, og på et 99% konfidensniveau er Expected Shortfall -10.70% , hvilket er en klar forbedring i forhold til den uskalerede strategi. For OAS-strategien mindskes det maksimale drawdown til bare 28.77%, hvilket er mere end en halvering i forhold til den uskalerede strategi. Strategiens 95% hhv. 99% Value-at-Risk mindskes til hhv. -5.81% og -10.03% og strategiens 95% Expected Shortfall er -8.77% og -12.62% på et 99% konfidensniveau. Den TIC-baserede strategi realiserer et maksimalt drawdown på 45.67%, hvilket er en klar forbedring i forhold til den uskalerede strategi. Dette komplementeres af en 95% Value-at-Risk på -7.31% og en 99% Value-at-Risk på -9.34% , hvoraf vi ser, at 95% Value-at-Risk forværres marginalt, men til gengæld forbedres strategiens 99% Value-at-Risk markant. Strategiens Expected Shortfall ligger på -9.05% på et 95% konfidensniveau, mens denne er -10.98% på et 99% konfidensniveau. Altså ses det, at alle tre strategier med fordel kan risikostyres med henblik på at nedbringe downside-risikoen markant, og dette vil på samme tid styrke strategiens performance målt på Sharpe Ratio, som det fremgår af tabel 5.7.

		Max drawdown	Value-at-Risk		Expected Shortfall	
			95%	99%	95%	99%
Ledoit-Wolf	Uskaleret	70.66%	-7.71%	-15.30%	-12.84%	-17.33%
	Skaleret	46.33%	-6.15%	-9.69%	-7.88%	-10.70%
OAS	Uskaleret	80.95%	-11.00%	-17.02%	-16.28%	-25.73%
	Skaleret	28.77%	-5.81%	-10.03%	-8.77%	-12.62%
TIC	Uskaleret	66.60%	-6.20%	-11.29%	-11.46%	-20.24%
	Skaleret	45.67%	-7.31%	-9.34%	-9.05%	-10.98%

Tabel 5.8: Downside-risikonøgletal for clustermomentum i perioden juli 1995–2020

5.3.2 Komposition af clusters

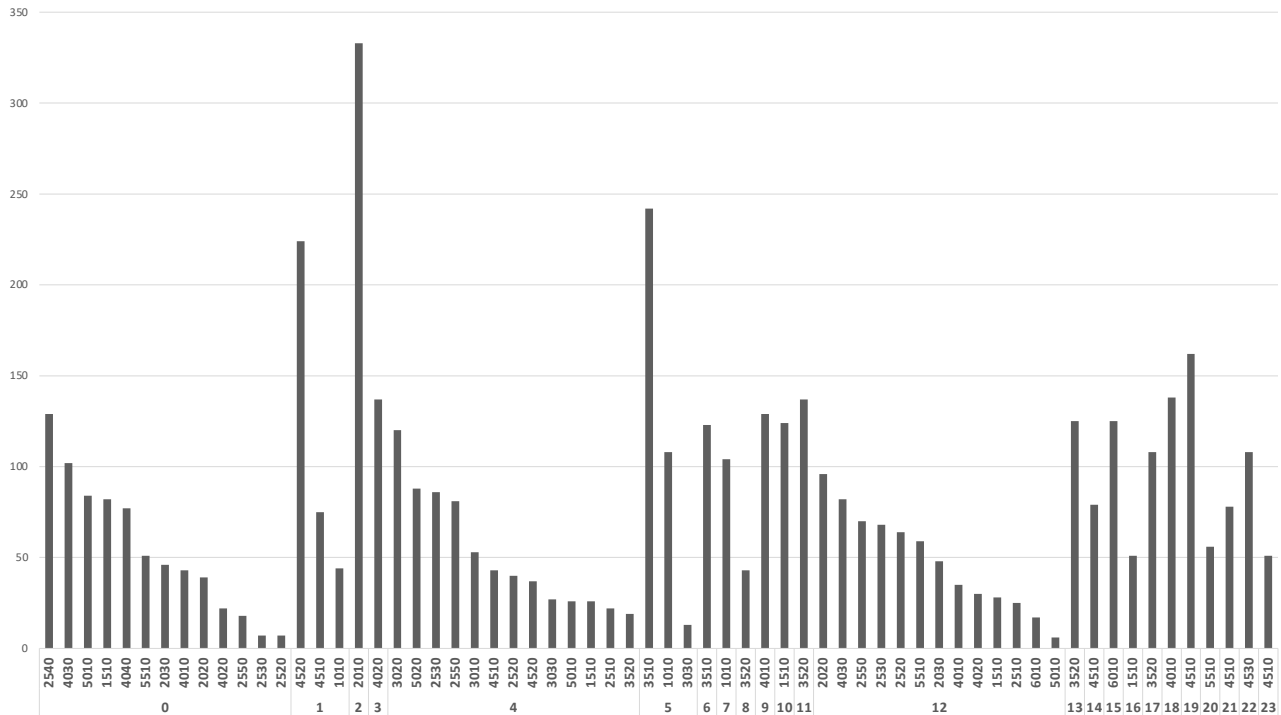
	Gns. #GICS lvl. 2 pr. cluster	Gns. #clusters pr. GICS lvl. 2 (2020)
Ledoit-Wolf	12.05	14.04
OAS	11.88	13.96
TIC	2.26	2.46

Tabel 5.9: Komposition af clusters i perioden 1999–2020

I dette afsnit vil vi analysere kompositionen af vores klynger, som anvendes til vores clustermomentum-strategi. Hvis vi kigger på tabel 5.9, ser vi, at der for Ledoit-Wolf- og OAS-metoderne i gennemsnit indgår ca. 12 forskellige GICS niveau 2-klassificeringer i hver klynge, samt at hver GICS niveau 2 klassificering i gennemsnit indgår i ca. 14 klynger (ud af 24).

Det fremgår altså tydeligt heraf, at når korrelationer, opnået ved hjælp af Ledoit-Wolf- og OAS-metoderne, anvendes til hierarkisk klyngeanalyse, resulterer dette i en klyngestruktur, som ikke minder om GICS-klassificeringen. Hvis vi derimod kigger på kompositionen af klyngerne, som blev bestemt ud fra vores Theory-Implied Correlation matrix, ser vi, at vores hierarkiske klyngeanalyse i høj grad resulterer i klynger, der minder om GICS niveau 2. Vi ser, at der i gennemsnit indgår 2.26 GICS niveau 2-klassificeringer i hver klynge, samt at hver GICS niveau 2-klassificering i gennemsnit indgår i 2.46 klynger i år 2020. Altså har vi ved brug af TIC til hierarkisk klyngning af aktiverne opnået en klassificering, der grupperer aktiver på baggrund af deres similaritet i forhold til både deres industrigrupper og deres korrelation.

I og med at hver af vores 24 TIC-baserede klynger ikke består udelukkende af én GICS niveau 2-klassificering, kan vi på samme tid udlede, at aktiver i samme industrigruppe ikke nødvendigvis har højere korrelation med aktiver i deres klynge end med aktiverne udenfor denne, selv når vi tager højde for den hierarkiske struktur, når vi beregner distancerne.



Figur 5.1: Komposition af TIC clusters, 2020
Kilde: egen produktion

Hvis vi kigger på figur 5.1, ser vi fordelingen af GICS-industrigrupper i klyngerne vi fandt ved brug af distance beregnet ud fra TIC-matricen for år 2020. Vi ser, at en stor andel af klyngerne udelukkende består af én GICS-industrigruppe, mens der umiddelbart er tre klynger – klynge 0, 4 og 12 – som indeholder en bred vifte af industrigrupper, der ikke har en entydig forbindelse i deres industrigrupper. Derudover er klynge 1 og 5 værd at bemærke, da disse er de eneste klynger, der er relativt små, men som stadig indeholder mere end én GICS-industrigruppe.

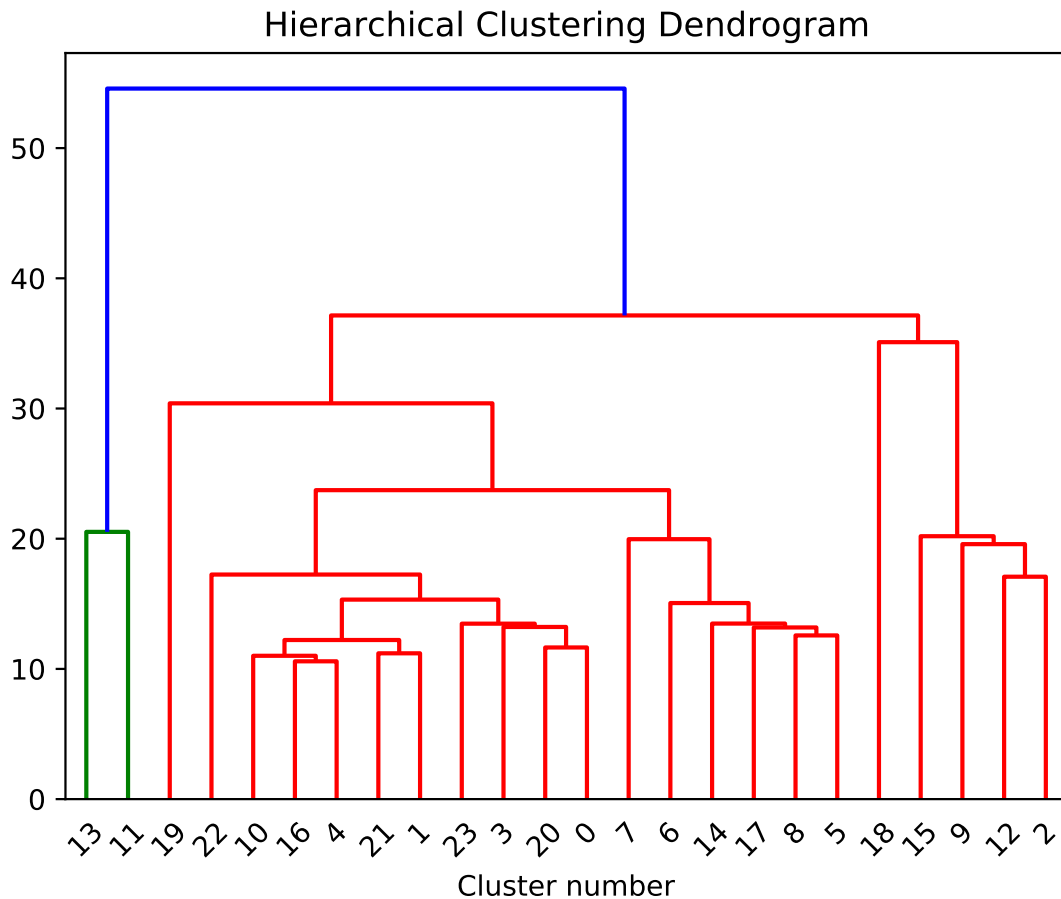
Klynge 1 indeholder industrigrupperne 1010 (Energy), 4510 (Software & Services) og 4520 (Technology Hardware & Equipment), hvoraf de to sidstnævnte er i samme GICS-sektor, hvorfor der intuitivt er en klar forbindelse imellem disse, da produkter fra den ene industrigruppe ofte afhænger af produkter fra den anden. Sammenhængen mellem disse to industrigrupper og den tredje i gruppen, energi, er ikke lige så slående, men set i lyset af, at produktion af både teknologisk hardware og software i høj grad er energikrævende processer, kan der alligevel godt argumenteres for, at der kunne være en samvariation i afkast for virksomheder i disse industrigrupper.

Hvis vi kigger på klynge 5, ser vi, at denne indholder industrigrupperne 1010 (Energy), 3030 (Household and Personal Products) og 3510 (Health Care Equipment & Services), hvor kombinationen af de to sidstnævnte i høj grad giver intuitiv mening med tanke på, at vi kigger på klynger for år 2020. 2020 er, som bekendt, kendetegnet ved Covid-19-pandemien, hvor både sygehusvæsenet – og dermed også deres leverandører af udstyr – har været travlt beskæftigede.

Ligeledes har nogle af nøglesætningerne for 2020 været ”sprit af”, ”vask hænder” og ”brug mundbind”, hvorfor efterspørgslen efter håndsprit, håndsæbe og mundbind har været tårnhøj. Disse produkter produceres alle af virksomheder i industrigrupperne 3030 og 3510, hvorfor det forekommer naturligt, at disse industrigrupper må have en høj samvariation. Derudover indgår industrigruppen Energy også i denne klynge, hvilket forekommer som en mindre intuitiv forbindelse. Hvis man kigger på forbruget af energi i USA i år 2020¹², ser man, at energiforbruget er faldet drastisk fra 2019 til 2020, hvilket står i skærende kontrast til det øgede forbrug af produkter fra de to øvrige industrigrupper i klyngen. Altså må sammenhængen umiddelbart skyldes, at der har været en relativt stor samvariation imellem afkastene for aktiverne i de tre industrigrupper.

Hvis vi kigger på dendrogrammet afbilledet i figur 5.2, kan vi forsøge at undersøge intuitionen bag klynge 1 og 5 yderligere. Som det fremgår af dendrogrammet, udspringer klynge 1 af en større delklynge bestående af virksomheder inden for blandt andet GICS-industrigrupperne 1510 (Materials) og 2510 (Automobiles & Components), hvilket igen er industrier, som er relativt tæt relaterede i forhold til de varer, som de producerer.

¹²<https://www.eia.gov/outlooks/aeo/consumption/sub-topic-01.php>



Figur 5.2: Dendrogram for den hierarkiske klyngning vha. TIC, 2020
Kilde: egen produktion

Hvis vi kigger på klynge 5, ser vi, at denne udspringer af en større klynge bestående af blandt andet en lang række af virksomheder indenfor GICS-industrigruppen 3520 (Pharmaceuticals, Biotechnology & Life Sciences) og flere virksomheder indenfor 1010 (Energy). Dette kan ses ved opslag i klyngernes komposition i figur 5.1. Endnu engang er der nogle relativt åbenlyse sammenhænge imellem disse industrier, hvor særligt 3520 har meget tilfælles med 3030 og 3510 i kraft af, at deres primære virke er indenfor sundhed. Omvendt er det svært at se en intuitiv sammenhæng imellem disse industrigrupper og industrigruppen Energy, som ikke umiddelbart kan knyttes til de andre virksomheder på et velbegrunderet grundlag.

5.3.3 Diskussion af resultater

Med udgangspunkt i de to foregående afsnit, 5.3.1 og 5.3.2, vil vi nu diskutere resultaterne heraf. Dette vil vi blandt andet gøre med fokus på performance- og downside-risikonøgletal for strategien samt kompositionen af de forskellige clusters, som bliver dannet af de tre forskellige metoder. Derudover vil vi diskutere disse i relation til resultaterne af vores aktie- og industrimomentum-strategier i perioden 1995-2020 fra afsnit 5.2.

Vi ser af afsnit 5.3.2, at TIC opdeler GICS-industrigrupper i flere klynger, hvorved vi mister diversifikationseffekten, der før lå implicit i industrigrupperne. Dette skyldes, at vi i nogle tilfælde opdeler industrigrupper i mindre klynger, som i høj grad samvarierer. Eksempelvis ser vi for 2020, at tre ud af de 24 genererede TIC-clusters består af 13 forskellige GICS-industrigrupper, to TIC-clusters består af tre forskellige GICS-industrigrupper, og de resterende 19 TIC-clusters består udelukkende af én GICS-industrigruppe. Dette er illustreret i figur 5.1 på side 82. Denne opdeling kan medføre en øget crash-risk i forhold til vores GICS-baserede industrimomentum-strategi, da aktiverne i vores TIC-clusters er relativt stærkt korrelerede i forhold til aktiverne i GICS industrigrupperne. Dette afspejles i både max drawdown, Value-at-Risk og Expected Shortfall, hvor TIC outperformes af GICS på alle tre parametre. Det samme billede tegner sig for performance, hvor TIC realiserer et gennemsnitligt årligt afkast på bare 1.14% og en tilsvarende lav Sharpe Ratio på 0.0761, mens GICS outperformer dette i stor stil. Derudover er det værd at bemærke, at den TIC-baserede clustermomentum-strategi overgås af den SIC-baserede industrimomentum-strategi, som bygger på en klassificering, der ikke er lige så tidssvarende i perioden 1995-2020.

Hvis vi kigger på Ledoit-Wolf-metoden, ser vi igen, at GICS industrimomentum outperformer denne, både i forhold til downside-risiko og performance. Det er også værd at bemærke, at Ledoit-Wolf outperformer TIC i forhold til performance, mens disse metoders downside-risikoprofil er meget sammenlignelige.

Dette er et overraskende resultat, da Ledoit-Wolf-metoden udelukkende klynger aktiverne på baggrund af deres indbyrdes korrelationer, imens den TIC-baserede klyngning - udover aktivernes korrelationer - også tager den hierarkiske struktur imellem aktiverne in mente, når disse klynges. Dette resultat kan muligvis forklares ved, at Ledoit-Wolf-klyngerne i høj grad indeholder et væld af GICS-industrigrupper. Faktisk indeholder de så mange, at hver klynge i gennemsnit indeholder mere end halvdelen af de 24 GICS industrigrupper i år 2020. Dette betyder, at selvom der initielt er en stor samvariation imellem aktiverne i de Ledoit-Wolf-baserede klynger, så kan denne samvariation resultere i en diversifikationseffekt på sigt, da korrelationer imellem aktiver i høj grad er variable over tid, som dokumenteret i Forbes og Rigobon (2002). Af denne årsag vil de Ledoit-Wolf-baserede klynger muligvis opnå et større risikojusteret afkast (Sharpe Ratio), hvilket kan forklare, hvorfor denne metode realiserer højere Sharpe Ratios end den TIC-baserede metode i perioden 1995-2020.

Den OAS-baserede clustermomentum-strategi realiserer i samme periode et gennemsnitligt annualiseret afkast på 5.97% med en Sharpe Ratio på 0.3978. Dette er isoleret set et pænt risikojusteret afkast for en long-short portefølje, men på trods af dette er strategien stadig ikke tæt på at outperforme den GICS-baserede industrimomentum-strategi i perioden - ej heller i forhold til downside-risikonøgletallene, hvor OAS-klassificeringen har større downside-risiko end GICS på trods af, at OAS på dette punkt er en klar forbedring i forhold til TIC og Ledoit-Wolf. Det bemærkelsesværdige ved den OAS-baserede momentumstrategi er, at dennes maksimale drawdown over den 25 år lange periode fra 1995 til 2020 kun er 28.77%, hvilket ligger meget tæt på dette for GICS. Dette vidner om en strategi, som i høj grad positionerer sig fornuftigt i forhold til at mitigere crash-risiko i markedet. Denne egenskab for den OAS-baserede strategi kan i høj grad tilskrives diversifikation i og med, at klyngerne, der udspringer heraf, i gennemsnit indeholder 11.88 ud af de 24 GICS-industrigrupper, hvilket er meget sammenligneligt med kompositionen af klyngerne, som blev fundet vha. Ledoit-Wolf-metoden. Når der så alligevel er relativt stor forskel på performance og risikoprofilen for disse to strategier, kan dette sandsynligvis forklares med de shrinkage-metoder, som anvendes – Ledoit-Wolf hhv. OAS. Det er klart, at to forskellige metoder sandsynligvis vil producere to forskellige resultater, men alligevel fremstår det intuitivt, at det er OAS, der outperformer signifikant.

Dette skyldes, at Ledoit & Wolf's shrinkage-metode opstiller en støjreduceret korrelationsmatrix som en linearkombination imellem den empiriske korrelationsmatrix og et shrinkage target, hvorimod OAS-metoden udelukkende shrinker egenværdier, som associeres med støj, jævnfør Marcenko-Pastur-fordelingen, hvorfor de rene signaler bevares. Dette betyder at OAS-metoden er mere effektiv i forhold til at estimere støjreducerede korrelationsmatricer, som defineret i Bun, Bouchaud og Potters (2016) og Chen m.fl. (2010), hvor den rene korrelation imellem aktiver i høj grad er bevaret. Dette medfører en mere virkelighedstro – omend bagudskuende – korrelationsstruktur, som dermed har bedre prædiktive egenskaber og derved har bedre forsudsætninger for at samle aktiverne i alternative klynger (i forhold til GICS) med similære karakteristika. Af denne grund er det både intuitivt, at OAS giver en bedre klassificering end Ledoit-Wolf, men derudover viser performance og downside-risiko også, at denne klassificering i høj grad er anvendelig som alternativ klassificering i en industrimomentum-inspireret investeringsstrategi på trods af, at GICS-klassifikationen outperformer denne strategi.

6 Diskussion

I dette afsnit vil vi diskutere vores resultater i denne afhandling. Her vil vi med udgangspunkt i Moskowitz og Grinblatts „Do Industries Explain Momentum?“ først diskutere, hvordan vores resultater relaterer til konklusionerne i artiklen. Dernæst vil vi diskutere de gængse måder, hvorpå man klassificerer aktiver med udgangspunkt i GICS- og SIC-klassificeringen samt hvilke elementer af disse klassificeringer, der kan give anledning til udfordringer. Efterfølgende vil vi diskutere kombinationen af hierarkisk klyngning og momentumstrategier med henblik på at bestemme, hvorvidt denne kombination har potentiale og i så fald klargøre hvilke elementer heraf, der kan have gode anvendelsesmuligheder i fremtiden.

6.1 Do Industries Explain Momentum?

Moskowitz og Grinblatt (1999) konkluderer i ”Do Industries Explain Momentum”, at industri-baserede momentumstrategier er mere profitable end aktiebaserede momentumstrategier, da industrier i høj grad forklarer merafkast for aktiebaserede momentumstrategier. Derudover ligger Moskowitz og Grinblatt vægt på, at industrimomentum-strategier er meget robuste, hvorfor hans resultater i høj grad er anvendelige i praksis.

I afsnit 5.1 fandt vi imidlertid ikke resultater, der stemmer overens med Moskowitz og Grinblatts konklusioner på trods af, at vi anvendte en lignende strategi på et lignende datasæt fra det samme marked over den samme tidsperiode, som Moskowitz og Grinblatt anvendte i artiklen.

I afsnit 5.1.2 diskuterede vi mulige årsager til dette resultat, som blandt andet omfatter vores inklusion af handelsomkostninger og udbyttebeskatninger, vores indskrænkning af universet og teknikaliteter i forhold til forskelle i vores implementeringer af industrimomentum-strategien i form af performance-måling.

Vores inklusion af handelsomkostninger og udbyttebeskatninger viste at have en større negativ effekt på SIC20-industrimomentum end på aktiemomentum, jævnfør tabel 5.4 på side 72.

Vores afgrænsning af investeringsuniverset kan have forårsaget, at vi har udelukket aktier, som har været direkte afgørende for Moskowitz og Grinblatts resultater. Vores anderledes implementering i forhold til udførelsen af både aktiemomentum og industrimomentum fra Moskowitz og Grinblatt vurderer vi til at være en afgørende faktor for afvigelsen af vores resultater.

På trods af disse forskelle kan man stadig stille sig undrende overfor, at der er så markant en forskel på den relative performance imellem Moskowitz og Grinblatts implementation og vores med tanke på, at Moskowitz og Grinblatt i høj grad advokerer for robustheden af industrimomentumstrategien. Ifølge CrossRef er „Do Industries Explain Momentum?“ blevet citeret 937 gange¹³, hvorimod eksempelvis „Value and Momentum Everywhere“, udgivet af Asness, Moskowitz og Pedersen i 2013, som er en videnskabelig artikel omhandlende momentum-faktoren og fra samme tidsskrift som Moskowitz og Grinblatt (1999) (hvor Moskowitz og Grinblatt i øvrigt er en af forfatterne), er blevet citeret 1128 gange¹⁴. Det lave antal citeringer af Moskowitz og Grinblatt (1999) kombineret med, at der næsten ikke er blevet foretaget yderligere research med udgangspunkt i denne artikel, tyder på, at Moskowitz og Grinblatts model, eksakt som beskrevet i artiklen, ikke er bredt anvendt i praksis.

Vi ser dog ud fra vores resultater i afsnit 5.2, at Moskowitz og Grinblatts model alligevel er i stand til at slå aktiemomentum med vores alternative implementering og performance-måling for GICS level 2-industrier i perioden 1995-2020.

6.2 Klassificering af finansielle aktiver

Hierarkisk klyngeanalyse er hyppigt anvendt i litteraturen som et redskab til at klassificere aktiver, hvor disse hierarkiske klyngestrukturer blandt andet har set bred anvendelse inden for porteføljeoptimering og risikostyring. Af denne årsag er klassificering af finansielle aktiver et udbredt diskussionsemne i litteraturen, hvor flere aktører har givet deres besyv med, hvordan aktiver kan klassificeres.

¹³<https://doi.org/10.1111/0022-1082.00146>

¹⁴<https://doi.org/10.1111/jofi.12021>

I denne afhandling har vi anvendt to af disse klassificeringer – SIC hhv. GICS – som har været bredt anvendt i litteraturen og i praksis - historisk såvel som i nyere tid. SIC-klassificeringsmetoden er kendetegnet ved, at virksomheder klynges på baggrund af klassificeringen af virksomhedens primære produktsortiment, hvorimod GICS-klassificeringen klynger virksomheder på baggrund af virksomhedens primære kilde til omsætning. Disse metoder er derfor i høj grad knyttet til virksomhedernes varesalg, hvilket i mange tilfælde er en god indikator for virksomhedens industriklassificering.

Årsagen til, at klassificering af finansielle aktiver stadig er et udbredt diskussionsemne, skal blandt andet findes i den teknologiske udvikling i samfundet samt den øgede efterspørgsel efter dynamiske modeller. På trods af at GICS er bredt anerkendt som standarden for industriklassificering af finansielle aktiver, er dette hverken ensbetydende med, at GICS-klassificeringen er et faktum, eller at modellen ikke har sine svagheder. En svaghed ved moderne klassificeringer af finansielle aktiver såsom GICS er, at disse har en diskretionær tilgang til klassificering. Det betyder, at virksomheder med aktiviteter i flere industrier vil blive placeret i den industri, hvori de passer bedst i forhold til de parametre, der anvendes til klassificeringen. Dette giver god mening, da den praktiske værdi af at have en entydig klassificering er høj i modsætning til, hvis man eksempelvis klassificerede virksomheder i et spektrum, hvorved der ikke ville være veldefinerede grupperinger i markedet.

Udfordringen ved den diskretionære tilgang til klassificering er omvendt, at virksomheder i nyere tid i høj grad har aktiviteter, der breder sig over flere aktiviteter, og som ikke nødvendigvis giver udslag på de parametre, der anvendes til at bestemme virksomhedernes industriklassificering, hvorfor sådanne virksomheder kan være vanskelige at klassificere entydigt, og derudover kan denne klassificering være flertydig alt efter hvilke parametre, der anvendes i klassificeringen. Her kan en virksomhed som Amazon.com blandt andet nævnes som eksempel på en virksomhed, hvor GICS-klassificeringen ikke nødvendigvis er det entydige svar på, hvordan virksomheden skal klassificeres. MSCI har i GICS-klassificeringen placeret Amazon.com i sektoren "Consumer Discretionary" og herunder i industrien "Internet & Direct Marketing Retail", der er kendetegnet ved at indeholde virksomheder, som udbyder detailhandel på internettet.

Dette er åbenlyst en industri, hvor Amazon.com passer ind i den forstand, at de netop udbyder internethandel som en af deres services.

På den anden side udbyder Amazon.com både underholdning og en af verdens største cloud-baserede platforme, som blandt andet tilbyder cloud-computing og API-løsninger til private, virksomheder og regeringer. På trods af at disse ikke er de aktiviteter, som genererer den største omsætning for Amazon.com, jævnfør GICS-klassificeringen af virksomheden, er det stadig aktiviteter, som har en enorm værdi for virksomheden både i dag og på sigt, og man kan argumentere for, at disse forretningsområder har et endnu større potentiale end detailhandel, som GICS har angivet som virksomhedens primære industri.

En yderligere svaghed ved de typisk anvendte klassificeringer af finansielle aktiver er, at disse i høj grad er statiske, hvorfor det kan tage lang tid, før en klassificering bliver ændret til at tage højde for ændringer i en virksomheds aktiviteter. Her ville Amazon.com igen være et godt eksempel på en virksomhed, som med lidt god vilje kunne tildeles en alternativ industriklassificering, der i højere grad er repræsentativ for virksomhedens aktiviteter. Fordi GICS-klassificeringen både er diskretionær og i høj grad statisk, er der netop et udviklingspotentiale for klassificeringsmodeller, som anvendes til hierarkisk klyngning af finansielle aktiver.

Modeller, som skal kunne udbyde en klassificering, der har en høj praktisk anvendelighed i den finansielle sektor i form af en entydig klassificering af virksomheder, men som samtidig har en følsomhed overfor ændringer i virksomheders aktiviteter, og som derudover kan afspejle virksomheder med primære aktivitetsområder, som ikke nødvendigvis kan aflæses på bundlinjen af virksomhedens regnskaber.

I denne afhandling har vi anvendt tre alternative klassificeringsmetoder (Ledoit & Wolf, OAS, TIC), som bygger på hierarkisk klyngning af finansielle aktiver på baggrund af korrelationer i disse afkast, samt TIC-metoden med et yderligere input i form af den hierarkiske struktur, der er fremsat i MSCIs GICS-klassificering. Formålet hermed har været at fremsætte alternative klassificeringsmetoder samt at undersøge, hvorvidt disse med succes kan anvendes som et alternativ til GICS-klassificeringen i en momentumstrategi inspireret af Moskowitz og Grinblatts industrimomentum-strategi fra „Do Industries Explain Momentum?“

I den forbindelse har vi blandt andet vist, at man med fordel kan anvende TIC til at udlede en hierarkisk struktur imellem finansielle aktiver, som i høj grad er repræsentativ for virksomhedernes GICS-klassificeringer, men som ligeledes tager højde for virksomheders interne korrelationer, hvorfor den foreslåede struktur ikke er begrænset af et enkelt parameter i klassificeringen, som GICS eksempelvis er. En kritik af vores klassificeringsmetoder er til gengæld, at prisdrevne korrelationer i høj grad er variable over tid, og derudover er disse prægede af støj. Dette har vi forsøgt at imødekomme ved at anvende shrinkage-metoder til at isolere de rene korrelationssignaler og derved frasortere støj.

En prisdreven klassificeringsmodel har stor praktisk værdi, da denne udelukkende bygger på data, som er lettilgængelige, hvorfor denne er relativt nem at implementere i praksis. Når det er sagt, kan man stadig argumentere for, at der kunne eksistere et væld af parametre, som ville være bedre egnede til at bestemme en virksomheds industriklassificering, som ligger udenfor afgrænsningen af denne afhandling. Dette kunne eksempelvis være anvendelse af alternative nøgletal for virksomheder og eventuelt kombinationer af disse som et middel til at klassificere virksomheder på baggrund af disses aktiviteter. Dette vil vi komme nærmere ind på i afsnit 7.2, hvor vi giver vores forslag til fremtidig research på området.

7 Konklusion

Dette afsnit er opdelt i to dele. I den første del vil vi præsentere vores endegyldige resultater af denne afhandling og anvende disse til at konkludere på vores problemformulering. Den anden del vil omhandle hierarkisk klyngning af finansielle aktiver, og i den forbindelse vil vi foreslå områder, hvor der er potentiale for fremtidig research.

7.1 Resultater og konklusioner

Formålet med dette speciale er at undersøge, om hierarkisk klyngning af finansielle aktiver baseret på Machine Learning-algoritmer kan anvendes med signifikante performance-resultater i en industrimomentum-baseret investeringsstrategi. Vi har i dette speciale foretaget en komparativ analyse af tre forskellige momentumstrategier – en aktiemomentum-strategi, en industrimomentum-strategi og vores eget forslag til en ”cluster momentum”-strategi.

Med udgangspunkt i Jegadeesh og Titman (1993) og Moskowitz og Grinblatt (1999) implementerede vi velfungerende aktiemomentum- og industrimomentum-strategier med henblik på at undersøge, hvorvidt industrimomentum kan opnå bedre performance og lavere downside-risiko end aktiemomentum. Vores omfangsrige analyse i afsnit 5.1 resulterede i, at aktiemomentum signifikant outperformede industrimomentum i perioden juli 1963-juli 1995. Volatilitetsskaleret aktiemomentum realiserer en annualiseret Sharpe Ratio på 0.5804, hvor SIC20-momentum realiserer en annualiseret Sharpe Ratio på 0.0846. I diskussionsafsnittet præsenterede vi forslag til de afgørende forskelle på vores og Moskowitz og Grinblatts metode, som kan have haft indflydelse på denne inkonsistens i vores resultater.

I Fort og Klimek (2018) oplyses det, at SIC-klassificeringen er forældet, og i den forbindelse blev denne erstattet af NAICS-klassificeringen i 1997. Bhojraj, Lee og Oler (2003) dokumenterer i øvrigt, at GICS-klassificeringen er signifikant bedre end SIC, NAICS og FF-algoritmen til at forklare korrelationer for aktieafkast.

Dette ledte os til at analysere Moskowitz og Grinblatt (1999) for det samme afgrænsede investeringsunivers, men i tidsperioden juli 1995-ultimo 2020 med henblik på at undersøge, om industrimomentum kan forbedres ved en alternativ og mere tidssvarende industriklassificering. I afsnit 5.2 foretog vi en analyse i samme stil med analysen fra afsnit 5.1, og det resulterede i, at industrimomentum baseret på GICS-klassificeringen outperformer både industrimomentum baseret på SIC20-klassificeringen¹⁵ og aktiemomentum. Volatilitetsskaleret GICS-momentum realiserer en annualiseret Sharpe Ratio på 0.5871, hvor aktiemomentum og SIC20-momentum realiserer en annualiseret Sharpe Ratio på hhv. 0.4889 og 0.2790. For uskaleret momentum er resultatet dog, at aktiemomentum er marginalt bedre end GICS-momentum.

I afsnit 5.3 foretog vi en analyse for tre industrimomentum-baserede investeringsstrategier, som tager klynger som input. Disse klynger er bestemt vha. hierarkisk klyngeanalyse, som er en gren indenfor Machine Learning. Analysen blev foretaget med samme data som analysen fra afsnit 5.2: juli 1995-ultimo 2020. Vi fik, at alle tre strategier har negativ Sharpe Ratio i de uskalerede scenarier. De volatilitetsskalerede porteføljer har dog alle positiv Sharpe Ratio, hvor OAS-momentum realiserer en annualiseret Sharpe Ratio på 0.3978 imod Ledoit-Wolf-momentum og TIC-momentum, der realiserer en annualiseret Sharpe Ratio på henholdsvis 0.2159 og 0.0761. På trods af de gode resultater, især for OAS-momentum, er det altså ikke muligt at outperforme GICS-momentum i samme tidsperiode.

7.2 Future research

Som nævnt i afsnit 6.2 er der potentiale for fremtidig research inden for alternativer til GICS-klassificeringen. Dette skyldes, at GICS i høj grad er en statisk klassificering, hvor det tager lang tid for modellen at opfange ændringer i markedets struktur og virksomheders foretagender. I Katselas, Sidhu og Yu (2019) blev det udledt, at en dynamisk klassificering giver bedre performance-nøgletal end en statisk klassificering, hvorfor vi i denne afhandling foreslår at anvende hierarkisk klyngeanalyse på aktieafkast til dette formål.

¹⁵Som defineret i tabel 2.2

I denne afhandling anvendte vi støjreducerede empiriske korrelationer for aktieafkast til at udlede en hierarkisk klyngestruktur ved hjælp af Machine Learning-metoder. Vi er indforståede med, at korrelationer på baggrund af aktieafkast i høj grad er præget af støj, og derudover er korrelationen imellem disse ikke konstant over tid. Af denne grund er aktieafkast ikke nødvendigvis det mest velegnede parameter til at bestemme den hierarkiske struktur imellem finansielle aktiver. Hertil er vores forslag til fremtidig research på området at undersøge, hvorvidt man kan anvende alternative finansielle nøgletal til at udlede hierarkiske strukturer imellem finansielle aktiver. Dette kan med fordel implementeres med henblik på at opnå en mere dynamisk industriklassificering, der imødekommer efterspørgslen efter netop dette, som etableres i Katselas, Sidhu og Yu (2019). Modeller som denne skal altså kunne bidrage med en klassificering på baggrund af parametre, der afspejler de primære værdiskabende foretagender hos virksomhederne, samt en model, der tilbyder øget dynamik i forhold til GICS. Eksempelvis kunne man forsøge at anvende ESG-faktorer eller text-analytics til udledning af ikke-finansielle faktorer fra regnskaber, der kan anvendes som input til en hierarkisk klyngeanalyse.

Litteratur

- Adrienne Ross Tobias J. Moskowitz, Ronen Israel og Laura Serban (2017). „Implementing Momentum: What Have We Learned?“ I:
- Asness, Clifford S., Tobias J. Moskowitz og Lasse Heje Pedersen (2013). „Value and Momentum Everywhere“. I: *The Journal of Finance* 68(3), s. 929–985. URL: <https://doi.org/10.1111/jofi.12021>.
- Barberis, Nicholas, Andrei Shleifer og Robert Vishny (1998). „A model of investor sentiment“. I: *Journal of Financial Economics* 49(3), s. 307–343.
- Bhojraj, Sanjeev, Charles M. C. Lee og Derek K. Oler (2003). „What’s My Line? A Comparison of Industry Classification Schemes for Capital Market Research“. I: *Journal of Accounting Research* 41(5), s. 745–774. DOI: <https://doi.org/10.1046/j.1475-679X.2003.00122.x>.
- Bun, Joël, Jean-Philippe Bouchaud og Marc Potters (2016). URL: <https://www.risk.net/risk-magazine/technical-paper/2452666>.
- Chen, Yilun m.fl. (2010). „Shrinkage Algorithms for MMSE Covariance Estimation“. I: *IEEE Transactions on Signal Processing* 58(10), s. 5016–5029. DOI: 10.1109/TSP.2010.2053029.
- Clifford S. Asness Andrea Frazzini, Ronen Israel og Tobias J. Moskowitz (2014). „Fact, Fiction and Momentum Investing“. I: *The Journal of Portfolio Management* 40(5), s. 75–92.
- Daniel, Kent, David Hirshleifer og Avanidhar Subrahmanyam (1998). „Investor Psychology and Security Market under- and Overreactions“. I: *The Journal of Finance* 53(6), s. 1839–1885.
- Forbes, Kristin J. og Roberto Rigobon (2002). „No Contagion, Only Interdependence: Measuring Stock Market Comovements“. I: *The Journal of Finance* 57(5), s. 2223–2261. DOI: <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00494>.
- Fort, Teresa C. og Shawn D. Klimek (2018). *The Effects of Industry Classification Changes on US Employment Composition*. Working Papers 18–28. Center for Economic Studies, U.S. Census Bureau. URL: <https://ideas.repec.org/p/cen/wpaper/18-28.html>.
- Frazzini, Andrea (2006). „The Disposition Effect and Under-reaction to News“. I: *The Journal of Finance* 61(4), s. 2017–2046.

- Harvey, Campbell R. m.fl. (2018). „The Impact of Volatility Targeting“. I: *The Journal of Portfolio Management* 45(1), s. 14–33.
- Jaeger, Markus m.fl. (2020). „Understanding Machine Learning for Diversified Portfolio Construction by eXplainable AI“. I: *SSRN Electronic Journal*. DOI: <https://doi.org/10.2139/ssrn.3528616>.
- Jegadeesh, Narasimhan (1990). „Evidence of Predictable Behavior of Security Returns“. I: *The Journal of Finance* 45(3), s. 881–898.
- Jegadeesh, Narasimhan og Sheridan Titman (1993). „Returns to Buying Winners and Selling Losers: Implications for Stock Market Efficiency“. I: *The Journal of Finance* 48(1), s. 65–91.
- Jr., Roberto C. Gutierrez og Christo A. Pirinsky (2007). „Momentum, Reversal, and the Trading Behaviors of Institutions“. I: *The Journal of Financial Markets* 10(1), s. 48–75.
- Katselas, Dean, Baljit K. Sidhu og Chuan Yu (2019). „Know your industry: the implications of using static GICS classifications in financial research“. I: *Accounting & Finance* 59(2), s. 1131–1162. DOI: <https://doi.org/10.1111/acfi.12285>.
- Ledoit, Olivier og Michael Wolf (2004a). „A well-conditioned estimator for large-dimensional covariance matrices“. I: *Journal of Multivariate Analysis* 88(2), s. 365–411. ISSN: 0047-259X. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0047-259X\(03\)00096-4](https://doi.org/10.1016/S0047-259X(03)00096-4).
- Ledoit, Olivier og Michael Wolf (2004b). „Honey, I Shrunk the Sample Covariance Matrix“. I: *The Journal of Portfolio Management* 30(4), s. 110–119.
- Lopez de Prado, Marcos (2019). *Estimation of Theory-Implied Correlation Matrices*. Tekn. rap. Cornell University - Operations Research & Industrial Engineering; True Positive Technologies. DOI: <https://dx.doi.org/10.2139/ssrn.3484152>.
- López de Prado, Marcos M. (2016). „Building Diversified Portfolios that Outperform Out of Sample“. I: *The Journal of Portfolio Management* 42(4), s. 59–69. DOI: 10.3905/jpm.2016.42.4.059. URL: <https://jpm.pm-research.com/content/42/4/59>.
- López de Prado, Marcos M. (2020). *Machine Learning for Asset Managers*. Cambridge University Press.

- Mantegna, R.N. (sep. 1999). „Hierarchical structure in financial markets“. I: *The European Physical Journal B* 11(1), s. 193–197. ISSN: 1434-6028. DOI: 10.1007/s100510050929. URL: <http://dx.doi.org/10.1007/s100510050929>.
- Marčenko, V. A. og L. A. Pastur (1967). „Distribution of eigenvalues for some sets of random matrices“. I: *Mathematics of the USSR - Sbornik* 1(4), s. 457–483. DOI: <https://doi.org/10.1070/SM1967v001n04ABEH001994>.
- Moreira, Alan og Tyler Muir (2017). „Volatility-Managed Portfolios“. I: *The Journal of Finance* 72(4), s. 1611–1644.
- Moskowitz, Tobias J. (2010). „EXPLANATIONS FOR THE MOMENTUM PREMIUM“. I: *The Journal of Finance* 65(4), s. 1299–1336. DOI: <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.2010.01611.x>.
- Moskowitz, Tobias J. og Mark Grinblatt (1999). „Do Industries Explain Momentum?“ I: *The Journal of Finance* 54(4), s. 1249–1290. URL: <https://doi.org/10.1111/0022-1082.00146>.
- Pedersen, Lasse Heje (2015). *Efficiently Inefficient: How Smart Money Invests and Market Prices Are Determined*. Princeton University Press.
- U.S. Official Inflation Data, Alioth Finance (u.å.). *Inflation Calculator*. <https://www.officialdata.org/us/inflation/>, Sidst besøgt d. 24. april 2021.

Bilag – kode

Se vedhæftet .zip-fil Special eKode.zip, som indeholder vores Python workfolder, og en README-fil med beskrivelse af, hvordan koden eksekveres.