

Alternative investeringer i danske pensionsselskabers porteføljer

Kvantificering af optimale og realistiske porteføljer med fokus på alternative investeringer

17. maj 2021

Engelsk titel: Alternative investments in Danish pension funds' portfolios

Katrine Samdal (110391)
Cand.Merc. Finansiering og Regnskab (FIR)
Kontrakt nr.: CFIR 18592

Christoffer Munk (110443)
MSc Accounting, Strategy and Control (ASC)
Kontrakt nr.: CASC 18594

Vejleder: Robert Neumann
Sider (tegn): 119 (252.712)

Copenhagen Business School
Kandidatafhandling



ABSTRACT

This thesis investigates how to quantify an optimal and realistic portfolio for Danish pension funds when alternative investments are included in the portfolio. The motivation for the thesis is inspired by the falling interest rates that have led institutional investors to become less risk averse and increase allocation to riskier assets such as equity and alternative investments. The study uses a deductive method based on modern portfolio theory, where three different approaches to construct optimal and realistic portfolios are applied 1) a multifactor approach, 2) revised portfolios based on a robust covariance matrix with an EWMA model, and 3) a Black-Litterman approach based on estimations from the Danish Council of Expected Returns to compare with a more practical method.

Alternative investments are highly affected by lack of data that accurately depicts risk and return, which has led to the need for extensive data processing. Despite this, the thesis finds the theoretical multifactor approach yields unrealistic portfolio weights due to lack of data and data quality. Thus, the multifactor approach is not an optimal method to create realistic portfolios. It is concluded that the revised portfolios are more robust as less shift in weights are observed across the efficient frontier due to a more robust covariance matrix. Despite this, the report concludes that the multifactor approach and the revised portfolios do not match Danish pension funds' portfolio weights. For a more practical approach the Black-Litterman model is used. The model is based on expected risk, returns and correlations estimated by The Council of Expected Returns and it is found that the model yields more realistic portfolios in comparison with pension funds' actual allocations. Furthermore, the model implies that Danish pension funds have more positive views on three asset classes compared to the Council of Expected Returns: global equity, emerging markets equity, and private equity. This suggests that Danish pension funds expect higher growth rates for the three equity assets.

There are several opportunities when incorporating alternative investments in the portfolio, such as increased expected returns and diversification. However, extensive costs are associated with investments in these assets, and it is found that there is no direct link between Danish pension funds' percentage of allocation to alternatives and increased returns.

Concludingly, there are several difficulties when estimating an optimal portfolio including alternative assets as classic portfolio models are affected by lack of data and thus yields unrealistic portfolio weights. Therefore, improved data and/or extensive data modeling is necessary when estimating a portfolio including alternatives.

INDHOLDSFORTEGNELSE

| | |
|---|-----------|
| Abstract | 1 |
| Indholdsfortegnelse | 2 |
| Figuroversigt | 5 |
| Tabeloversigt | 6 |
| 1 Indledning | 7 |
| 2 Litteratur review | 8 |
| 2.1 Optimal allokeringssats til alternative investeringer | 8 |
| 2.2 Alternative investeringers historiske performance..... | 9 |
| 2.3 Opsummering af litteratur review | 12 |
| 3 Problemfelt | 13 |
| 4 Afgrænsning | 14 |
| 5 Metode | 16 |
| 5.1 Videnskabsteoretiske overvejelser | 16 |
| 5.2 Undersøgelsesdesign | 17 |
| 6 Data | 18 |
| 6.1 Kvantitative og kvalitative data | 18 |
| 6.2 Kvalitetskriterier | 20 |
| 7 Teori | 21 |
| 7.1 Introduktion til pensionsselskabers investeringer | 21 |
| 7.2 Danske pensionsselskabers porteføljer | 23 |
| 7.3 Alternative investeringer..... | 24 |
| 7.3.1 Private equity | 25 |
| 7.3.2 Private debt | 26 |
| 7.3.3 Infrastruktur | 26 |
| 7.3.4 Ejendomme | 26 |
| 7.3.5 Hedgefonde | 26 |
| 7.4 Biases på alternative investeringer..... | 27 |
| 7.5 Porteføljeteori | 29 |
| 7.5.1 Mean-variance optimering | 29 |
| 7.5.2 Flerfaktor model..... | 33 |
| 8 Aktivklasser og faktorer | 34 |
| 8.1 Aktiver | 35 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 8.1.1 | Globale aktier..... | 36 |
| 8.1.2 | Statsobligationer..... | 36 |
| 8.1.3 | Realkreditobligationer..... | 36 |
| 8.1.4 | Investment grade obligationer..... | 37 |
| 8.1.5 | High yield obligationer | 37 |
| 8.1.6 | Emerging markets obligationer | 37 |
| 8.1.7 | Emerging markets aktier | 37 |
| 8.1.8 | Private equity | 37 |
| 8.1.9 | Private debt | 38 |
| 8.1.10 | Infrastruktur | 39 |
| 8.1.11 | Ejendomme | 39 |
| 8.1.12 | Hedgefonde..... | 40 |
| 8.1.13 | Overblik over aktivernes benchmarks..... | 41 |
| 8.1.14 | Aktivernes historiske afkast og risiko | 41 |
| 8.2 | Faktorer..... | 45 |
| 8.2.1 | Økonomisk vækst..... | 46 |
| 8.2.2 | Statsobligationsrente | 46 |
| 8.2.3 | Realkreditrente | 46 |
| 8.2.4 | Investment grade credit spread..... | 46 |
| 8.2.5 | High yield credit spread | 46 |
| 8.2.6 | Emerging markets rente | 46 |
| 8.2.7 | Emerging markets vækst..... | 47 |
| 8.2.8 | Inflation..... | 47 |
| 8.2.9 | Likviditet..... | 47 |
| 8.2.10 | Overblik over faktorerens benchmarks | 48 |
| 8.3 | Databehandling | 48 |
| 8.3.1 | Databehandling af aktivklasserne | 48 |
| 8.3.2 | Databehandling af faktorerne..... | 52 |
| 8.3.3 | Opsummering af datamodellering..... | 55 |
| 9 | Porteføljekonstruktioner | 56 |
| 9.1 | Forventet afkast og risiko for faktorerne..... | 57 |
| 9.2 | Kovariansmatrice for faktorerne | 58 |
| 9.3 | Regressioner..... | 58 |
| 9.3.1 | Investment grade obligationer..... | 60 |
| 9.3.2 | High yield obligationer | 62 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 9.3.3 | Emerging markets obligationer | 64 |
| 9.3.4 | Private equity | 66 |
| 9.3.5 | Private debt | 68 |
| 9.3.6 | Infrastruktur | 69 |
| 9.3.7 | Ejendomme | 71 |
| 9.3.8 | Hedgefonde | 73 |
| 9.3.9 | Overblik over faktorerens påvirkning på aktiver | 74 |
| 9.4 | Porteføljer (1)..... | 75 |
| 9.4.1 | Forventet afkast og risiko for aktiverne | 75 |
| 9.4.2 | Kovariansmatrice for aktiverne..... | 77 |
| 9.4.3 | Porteføljeestimeringer | 79 |
| 9.4.4 | Opsummering af porteføljer (1) | 83 |
| 9.5 | Reviderede porteføljer (2)..... | 83 |
| 9.5.1 | Robust kovariansmatrice..... | 83 |
| 9.5.2 | Kovariansmatrice for aktiverne..... | 87 |
| 9.5.3 | Forventet afkast og risiko for aktiverne | 89 |
| 9.5.4 | Porteføljeestimeringer | 90 |
| 9.5.5 | Opsummering af reviderede porteføljer (2) | 96 |
| 9.6 | Scenarieanalyse..... | 97 |
| 9.7 | Black-Litterman model | 101 |
| 9.8 | Delkonklusion på analyse | 108 |
| 10 | Diskussion: Pensionsselskabers porteføljeallokeringer | 109 |
| 11 | Be- eller afkræftelse af hypoteser | 115 |
| 12 | Konklusion..... | 116 |
| 12.1 | Videre forskning | 118 |
| 13 | Litteraturliste | 120 |

FIGUROVERSIGT

| | |
|---|-----|
| Figur 3-1: Afhandlingens struktur..... | 14 |
| Figur 5-1: Den deduktive proces..... | 17 |
| Figur 7-1: Den efficiente rand..... | 32 |
| Figur 8-1: Databehandlings flowchart | 56 |
| Figur 9-1: Regression, IG obligationer | 61 |
| Figur 9-2: Heteroskedasticitet tests, IG obligationer (SPSS udklip)..... | 62 |
| Figur 9-3: Robuste standard errors, IG obligationer (SPSS udklip) | 62 |
| Figur 9-4: Regression, HY obligationer..... | 63 |
| Figur 9-5: Heteroskedasticitet tests, HY obligationer (SPSS udklip) | 64 |
| Figur 9-6: Robuste standard errors, HY obligationer (SPSS udklip)..... | 64 |
| Figur 9-7: Regression, EM obligationer | 65 |
| Figur 9-8: Heteroskedasticitet tests, EM obligationer (SPSS udklip)..... | 66 |
| Figur 9-9: Regression, PE..... | 67 |
| Figur 9-10: Heteroskedasticitet tests, PE (SPSS udklip) | 67 |
| Figur 9-11: Regression, PD..... | 68 |
| Figur 9-12: Heteroskedasticitet tests, PD (SPSS udklip)..... | 69 |
| Figur 9-13: Robuste standard errors, PD (SPSS udklip)..... | 69 |
| Figur 9-14: Regression, infrastruktur..... | 70 |
| Figur 9-15: Heteroskedasticitet tests, infrastruktur (SPSS udklip) | 71 |
| Figur 9-16: Regression, ejendomme | 71 |
| Figur 9-17: Heteroskedasticitet tests, ejendomme (SPSS udklip) | 72 |
| Figur 9-18: Robuste standard errors, ejendomme (SPSS udklip) | 72 |
| Figur 9-19: Regression, HF..... | 73 |
| Figur 9-20: Heteroskedasticitet tests, HF (SPSS udklip) | 74 |
| Figur 9-21: Robuste standard errors, HF (SPSS udklip)..... | 74 |
| Figur 9-22: Betaværdier og residual MS ($\text{Var}[e_i]$) | 74 |
| Figur 9-23: Den efficiente rand (årlig), Porteføljer (1)..... | 81 |
| Figur 9-24: Andele i tangent porteføljer (1)..... | 82 |
| Figur 9-25: Den efficiente rand (årlig), Reviderede porteføljer (2) | 91 |
| Figur 9-26: Andele i tangent porteføljer (2)..... | 93 |
| Figur 9-27: Den efficiente rand (årlig), Reviderede porteføljer (2) uden alternative investeringer..... | 96 |
| Figur 9-28: Scenarieanalyse..... | 99 |
| Figur 9-29: BL proces..... | 102 |
| Figur 10-1: Pensionssselskaber, årligt afkast | 110 |
| Figur 10-2: Pensionssselskaber, årligt afkast & allokering til alternative investeringer | 111 |
| Figur 10-3: Pensionssselskaber, gennemsnitligt afkast & allokering til alternative investeringer | 112 |

TABELOVERSIGT

| | |
|--|-----|
| Tabel 7-1: Udvikling i pensionsvirksomhedernes alternative investeringer | 23 |
| Tabel 7-2: Porteføljeandelen i alternative investeringer | 24 |
| Tabel 8-1: Aktivernes benchmarks | 41 |
| Tabel 8-2: Aktivernes historiske afkast og risiko | 42 |
| Tabel 8-3: Faktorenes benchmarks | 48 |
| Tabel 8-4: Desmoothing | 49 |
| Tabel 8-5: Faktor korrelationsmatrice..... | 53 |
| Tabel 8-6: VIF grænser | 54 |
| Tabel 8-7: VIF for faktorer | 54 |
| Tabel 8-8: Ny VIF for faktorer | 55 |
| Tabel 9-1: Samfundsforudsætninger & Yale, forventet afkast og risiko | 57 |
| Tabel 9-2: Faktorenes forventede afkast og risiko..... | 57 |
| Tabel 9-3: Faktor kovariansmatrice | 58 |
| Tabel 9-4: Faktor-påvirkning på aktivklasser | 59 |
| Tabel 9-5: Aktivers forventede afkast og risiko..... | 77 |
| Tabel 9-6: Aktiv kovariansmatrice (1)..... | 78 |
| Tabel 9-7: Aktiv korrelationsmatrice | 78 |
| Tabel 9-8: Porteføljer (1) | 80 |
| Tabel 9-9: Aktiv kovariansmatrice (2)..... | 88 |
| Tabel 9-10: Aktiv korrelationsmatrice (2) | 89 |
| Tabel 9-11: Aktivernes forventede afkast og risiko..... | 90 |
| Tabel 9-12: Reviderede porteføljer (2) | 91 |
| Tabel 9-13: Porteføljer (2.2), historisk kovariansmatrice | 94 |
| Tabel 9-14: Markedsvægte | 97 |
| Tabel 9-15: Fordeling af PE og PD..... | 98 |
| Tabel 9-16: BL, aktivers markedspræmier | 103 |
| Tabel 9-17: BL, private views..... | 104 |
| Tabel 9-18: BL porteføljevægte..... | 105 |
| Tabel 9-19: BL, reviderede private views..... | 107 |
| Tabel 11-1: Hypotesekonklusioner | 115 |

1 INDLEDNING

I de senere år har der været en markant nedgang i renteniveauet blandt andet på det europæiske og amerikanske marked, hvilket har ført til historisk lave renteniveauer. Over 85% af udviklede markeder har statsobligationsrenter på under 1%, og 35% har negative renter (J.P. Morgan Asset Management, 2021). Denne nedgang i renteniveauet skyldes, at centralbankerne har sænket renterne for at stimulere økonomisk vækst, da lavere finansieringsomkostninger opfordrer til lån og investeringer i økonomien. Dog har de lave renteniveauer skabt ekstraordinære udfordringer for institutionelle investorer, der historisk set har sat sin lid til obligationsinvestering som kilde til stabil indkomst og beskyttelse mod volatilitet. De lave renter har medført utilfredsstillende afkast på obligationer og medvirker desuden til at værdiansættelsen af aktiemarkedet stiger, som følge af en lav diskonteringsrate. Aktier vil derfor være prissat højt, hvilket vil mindske de fremtidige forventede afkast. Finanstilsynet har i sit risikobillede beskrevet, at de lave renter presser indtjeningen i de finansielle virksomheder, hvilket vurderes at give anledning til stigende risikoappetit (Finanstilsynet, 2019). Traditionelle aktivklasser kan ikke alene generere tilfredsstillende afkast samt beskyttelse mod inflation og recessioner. Alternative investeringer drives ikke op i pris på samme måde som traditionelle investeringer blandt andet grundet deres illikviditet, hvorfor disse har opnået en stigende popularitet blandt pensionselskaberne (Finanstilsynet, 2019).

Pensionsopsparing har en langsigtet investeringshorisont, idet kunden typisk først skal bruge pengene om flere år. Det gør alternative investeringer oplagte for pensionselskaber, idet alternativer besidder nogle helt andre risikokarakteristika i kraft af deres langsigtede og illikvide natur. Alternative investeringer er ikke på samme måde som aktier og obligationer tilgængelige for den private investor, idet minimumsbeløbene er meget høje og investeringer heri således kræver store summer af penge. Pensionselskaberne har derfor mulighed for at udnytte dette med henblik på at opnå højere afkast, særligt i et lavrentemiljø. Den øgede tilslutning til investering i alternative investeringer har dog medført stor kritik fra Finanstilsynet blandt andet grundet den begrænsede adgang til information, som understøtter aktivernes værdi. Det stiller store krav til investorernes løbende monitorering og værdiansættelser post investeringen for at leve op til prudent person-princippet, som blev indført sammen med Solvency II direktivet.

Alternative investeringer adskiller sig således fra traditionelle investeringer i forhold til mængde, kvalitet og validitet af offentlige oplysninger og kan således siges at være præget af langt mere uigennemsigthed end noterede aktiver. Idet de ikke handles på aktive markeder, kan værdien af en alternativ investering ikke aflæses direkte af kurslisten. Det medfører større uigennemsigthed for alternative aktiver, og heraf udfordres de klassiske porteføljemodeller i høj grad. Herunder er mean-variance analysen meget følsom overfor

input og kan derfor risikere at resultere i ekstreme vægte og urealistiske porteføljer. Disse problemstillinger danner grundlag for afhandlingens motivation for at foretage en undersøgelse af danske pensionssekskabers porteføljekonstruktion inklusiv alternative investeringer.

2 LITTERATUR REVIEW

Det overordnede formål med specialets litteratur review er kortfattet at undersøge og klarlægge eksisterende empiri inden for det valgte emne af alternative investeringer i danske pensionssekskabers porteføljer, som danner fundament for videre undersøgelse, og dermed hvad dette speciale skal bygge videre på. Litteratur reviewet indeholder en undersøgelse af litteraturen inden for 1) eksisterende litteratur omhandlende optimal allokering til alternative investeringer, og 2) studier vedrørende historisk performance på udvalgte alternative aktivklasser i form af afkast og risiko for at eksplicite, hvorfor disse aktivklasser vurderes at være relevante at inddrage i institutionelle investorers porteføljer.

2.1 OPTIMAL ALLOKERINGSSATS TIL ALTERNATIVE INVESTERINGER

Inden for de senere år har danske pensionssekskaber i højere grad allokere andele af deres kapital til traditionelle investeringer med længere tidshorizont. Udfordringen ved alternative investeringer er dog blandt andet at klarlægge den optimale allokering dertil, da disse aktiver som nævnt kan være svære at måle og evaluere løbende (Terhaar, Staub, & Singer, 2003).

Mange pensionssekskabers aktivallokeringer er baseret på koncepterne bag moderne porteføljeteori (MPT), der blev beskrevet af blandt andet Harry Markowitz. Porteføljeoptimering 'mean-variance' (MV) udviklet af Markowitz (1952) er en kendt model, der bestemmer optimale porteføljer over en given tidsperiode. Dog er modellen ikke lige til at anvende, når alternative investeringer indgår i porteføljen særligt grundet mangel på data og begrænsninger af datakvaliteten (Mathonet & Meyer, 2007, s. 318). Flere teoretikere anvender faktormodellering til at udregne kovariansmatricen. Argumenter for dette skyldes, at man med faktormodellering kan gøre brug af de faktorer, der har en underliggende effekt på aktivernes afkast i porteføljen (Pedersen, Page, & He, 2014; Terhaar, Staub, & Singer, 2003; Dorsey, 2007).

En af de store fortalere for en høj allokering til alternative investeringer er Swensen (2000), der argumenter for, at man som minimum skal allokere 10-15% til hver aktivklasse, som man inkluderer i sin portefølje. Andet giver ifølge ham ikke mening, da aktivklassen dermed ikke har potentiale til at påvirke den overordnede portefølje. Af den årsag beskæftiger han sig også kun med fire til fem aktivklasser og argumenterer for, at det generelt er bedre at have færre aktivklasser, da inkludering af for mange aktivklasser

vil være uhåndterbart (Swensen, 2000, s. 102). Fraser-Sampson (2006) tilslutter sig argumentationen om en højere allokering til alternativer, og beskriver, at det kan anskues som en af de større fordele ved investeringer i alternative investeringer, at de indebærer en høj grad af illikviditet. Ifølge Fraser-Sampson er det et grundlæggende faktum, at likvide aktiver kommer med en høj pris i form af lavere afkast. Sagt med andre ord får man en likviditetsrabat ved at investere i illikvide aktiver, hvorfor man kan drage fordel af at undgå dyre likvide aktiver og i stedet søge mod mere illikvide markeder (Fraser-Sampson, 2006).

Terhaar, Staub & Singer (2003) kommer i deres analyse frem til en allokeringssats på 20% til alternative investeringer og 80% til en portefølje af diversificerede globale værdipapirer. Ved at inkludere alternative investeringer formår de at øge deres sharpe ratio med 19% fra 0,26 til 0,31 som følge af højere afkast og mindsket gennemsnitlig risiko.

Baseret på data fra Boston Consulting Group beskriver Stewart, Piros og Heisler (2019), at allokeringer til alternative investeringer stadig udgør en markant mindre del end aktier og obligationer, men udgør alligevel en signifikant andel af porteføljen på 23,2% fordelt på råvarer, ejendomme, private equity og hedgefonde.

2.2 ALTERNATIVE INVESTERINGERS HISTORISKE PERFORMANCE

Dette afsnit vil undersøge, hvordan forskellige alternative aktivklasser har performet historisk med henblik på risiko og afkast, og vil således analysere følgende typer af aktiver: private equity (buyouts & venture capital (VC)), private debt, ejendomme, infrastruktur og hedgefonde. Baggrunden for de valgte aktivklasser uddybes i afsnit 7.3.

Inden for performance på **private equity** investeringer er der lavet en masse studier, der – på baggrund af forskellige datasæt – analyserer, hvordan private equity har performet historisk. Ljungqvist & Richardson (2003) studerer afkast på private equity på baggrund af et datasæt bestående af investeringer i 73 VC og buyout-fonde fra 1981 til 1993, hvor de konkluderer, at fondene outperformer aktiemarkedet med over 5% årligt. Dette er dog et mindre datasæt bestående af 19 VC fonde og 54 leveraged buyout (LBO) fonde (Ljungqvist & Richardson, 2003). Kaplan & Schoar (2005) udfører et lignende studie, hvor de finder frem til samme konklusion om, at private equity outperformer aktiemarkedet. Deres studie bygger på kvartalsvis data for buyout og VC inden for individuelle private equity fonde, der strækker sig fra 1980 til 2001. I deres analyse finder de frem til, at private equity samlet set outperformer aktiemarkedet (benchmarket op imod S&P500) med en public market equivalent (PME) på 1,05. Dog ses det også, at kun VC performer bedre end S&P 500 og ikke buyouts (Kaplan & Schoar, 2005).

I et senere studie af Harris, Jenkinson og Kaplan (2014) analyseres 1.400 US buyout og VC fonde med et datasæt fra Burgiss. Her konkluderes det, at buyout fonde har outperformat aktiemarkedet med 3% årligt i 90'erne og frem til 00'erne (benchmarket imod S&P 500). VC har ligeledes outperformat aktiemarkedet i 80'erne og 90'erne, men siden slut 90'erne har de underperformat aktiemarkedet. De konkluderer endvidere, at VC fonde gennemsnitligt har underperformat aktiemarkedet med cirka 5% over fondens livstid. Dette studie står hermed i kontrast til det tidligere studie af Kaplan & Schoar (2005), der konkluderede, at VC outperformede aktiemarkedet, men ikke buyouts gjorde. Harris, Jenkinson og Kaplan (2014) rygdækker afslutningsvis deres analyser ved at estimere PME'er ved hjælp af IRR rapporteret af Cambridge Associates og Preqin, hvilket giver lignende performance resultater. De konkluderer derfor, at deres datasæt giver en unbiased estimering af den overordnede performance på buyouts og VC (Harris, Jenkinson, & Kaplan, 2014).

Siden 2000 har man set stor vækst i **private debt** (Preqin, 2021). Da der særligt for denne aktivklasse forekommer begrænsede mængder af offentlig tilgængelige data (British Business Bank, 2020), er det derfor ikke muligt at undersøge den historiske performance i dybden på samme måde som for andre aktivklasser. Ifølge ILPA har private debt (repræsenteret ved S&P/LTSA Leveraged Loan Index) tilbudt højere risikojusteret afkast i perioden 1999 til 2015 med en sharpe ratio på 0,84 sammenholdt med high yield obligationer (0,59) og S&P 500 (0,3). Det beskrives, hvordan private debt har set stor vækst de senere år, hvor institutionelle investorer har været villige til at ofre likviditet for højere afkast. Endvidere udregner de en default rate på 3,42%, som er væsentligt lavere end for high yield obligationer, der har en default rate på 4,45% (TIAA Global Asset Management, 2016). Guizio, Gintschel & Paterlini (2018) beskriver, at man ved at inddrage private debt i porteføljen kan opnå bedre diversifikation og højere forventet afkast end porteføljer, der ikke investerer i private debt.

I **ejendomsinvesteringer** skelner man mellem direkte og indirekte ejendomsinvesteringer, hvor de indirekte indebærer *private real estate* (traditionelt set målt i US af NCREIF indekset) og *publicly traded real estate investment trusts* (REITs) (Ilmanen, 2011, s. 210). I tidligere litteratur forekommer der et utal af analyser omhandlende korrelationen mellem direkte og indirekte ejendomsinvesteringer. Adskillelige forfattere såsom Ross og Zisler (1991) konkluderer, at REITs ikke er et godt mål for det underliggende ejendomsmarked, da REITs er integreret med aktiemarkedet, og det direkte ejendomsmarked er segmenteret fra aktiemarkedet. Tomperi (2010) argumenterer på den anden side for, at der er en positiv og forventelig sammenhæng mellem REITs og det underliggende direkte ejendomsmarkeds performance under en fonds levetid, samt at der forekommer en signifikant positiv korrelation med inflation under fondens levetid. Glascock, Lu, and So (2000) finder empirisk evidens for, at investorer vil modtage lignende performance i

REIT markedet og ved det direkte ejendomsmarked på lang sigt men ikke på kort sigt. Alcock, Baum, Colley, og Steiner (2013) argumenterer også for, at REITs er forholdsvis forbundet med det underliggende ejendomsmarked.

Fra investorers synsvinkel kan REITs være attraktive, da de er mere likvide og deraf er transaktionsomkostninger mindre og har bedre værdiansættelser mv. Der kan være bekymringer fra investorers synsvinkel om, hvorvidt REITs giver den risiko og afkast, der forventes af investorerne i forhold til, hvad de havde håbet at opnå ved at investere i ejendomsmarkedet. Ifølge Ilmanen (2011) giver private real estate et årligt afkast på lidt over 7% siden 1984, hvor REITs giver et afkast på 8%. Generelt er holdningen, at ejendomsmarkedet er attraktivt, da investorer kan opnå (store) diversifikationsgevinster (Baker & Filbeck, 2013, s. 80), hvorfor denne aktivklasse er relevant at inddrage i afhandlingens analyse.

Undersøger man aktivklassen **infrastruktur**, der i stigende grad ses som en særskilt alternativ aktivklasse (modsat tidligere), forekommer der ikke meget empiri på området. Jævnfør Ilmanen (2011, s. 218) er total årligt afkast på infrastruktur-aktier på 9,3% i perioden 1990 til 2009, hvilket er en outperformance set i forhold til globale ejendomsaktier og globale aktier, der har haft et afkast på 5-6% i samme tidsperiode. Med højere afkast følger ofte en højere risiko, hvilket også gør sig gældende i dette tilfælde med en volatilitet på 18,6% sammenlignet med globale ejendomsaktier og globale aktier på 15-16%. Infrastruktur, der går under reale aktiver, forventes at være en god inflationshedge (Ilmanen, 2011, s. 218).

I en analyse af noteret infrastruktur i Australien foretaget af Newell, Peng og Francesco (2011, s. 66) ses det, at noteret infrastruktur har haft en stærk performance i perioden 1995 til 2009 med et gennemsnitligt årligt afkast på 14,07% og en volatilitet på 6,27% (heraf sharpe ratio på 1,34). Unoteret infrastruktur opnår den højeste sharpe ratio med undtagelse af direkte ejendomsinvesteringer, der har en sharpe ratio på 1,63. Ergo outperformer unoteret infrastruktur både noteret infrastruktur (0,45), global noteret infrastruktur (0,19), REITs (-0,05), aktier (0,25) og obligationer (0,30) i deres studie. Unoteret infrastruktur viser en signifikant portefølje-diversifikationsfordel, og det er påvist, at aktivklassen har leveret et historisk højt afkast til en let reduceret risiko (Newell, Peng, & Francesco, 2011, s. 61). Det skal understreges, at man ikke nødvendigvis kan drage direkte paralleller fra infrastruktur-performance i Australien til resten af markedet, men kan dog give en indikation af performance inden for aktivklassen, når der er relativt lidt empiri inden for området.

I et studie foretaget af Oyedele, Adair og McGreal (2014) konkluderes det, at rollen ved global infrastruktur i en multi-aktiv portefølje har vist sig at være mere risiko reducerende end at forbedre afkastet, hvor *UBS*

global infrastructure index havde det højeste gennemsnitlige afkast på 10,82% og en volatilitet på 16,65% (heraf en sharpe ratio på 0,52) i perioden 2001 til 2010, når man sammenligner med aktier, obligationer og REITs. Dette er en højere sharpe ratio end Newell, Peng og Francesco (2011) konkluderer for deres analyse af global listed infrastruktur, hvilket kan skyldes tidsperioden i artiklerne, der ikke matcher.

Ackermann, McEnally & Ravenscraft (1999) analyserer performance på **hedgefonde** ud fra et datasæt fra 1988 til 1995, der indeholder forskellige investor-tidshorisoner, hvor det konkluderes, at hedgefonde konsistent slår investeringsforeninger men ikke markedet, målt på absolut afkast eller totale risikjusterede afkast. Desuden findes det, at de opnåede excess returns stort set udlignes af incitaments- og administrationsgebyr. Dog findes det også, at hedgefonde generelt har en lav betaværdi, hvorfor de kan være et værdifuldt tillæg til nogle investorers porteføljer (Ackermann, McEnally, & Ravenscraft, 1999). I et studie af Ibbotson, Chen & Zhu (2011) analyseres afkast på hedgefonde baseret på data fra 1995 til 2009, hvor de justerer for både survivorship¹ og backfill biases². Her kommer de frem til en gennemsnitlig positiv alpha på 3%, hvor alpha har været positiv alle årene, der er analyseret (inklusive under finanskrisen). Ifølge Stewart, Piro & Heisler (2019) led hedgefonde (repræsenteret ved funds of funds) kun halvdelen af tabet sammenlignet med aktiemarkedet under finanskrisen.

2.3 OPSUMMERING AF LITTERATUR REVIEW

Ovenstående litteratur review har til formål at undersøge eksisterende litteratur om allokeringssatser til alternative investeringer såvel som historisk performance på aktivklasserne. Dette danner grundlag for kortlægning af 'huller' og mangler i eksisterende litteratur med formålet om at formulere en problemformulering, der kan bygge videre på samt udfordre eksisterende litteratur. Heraf blev det fundet, at der er flere studier, som anvender en faktorbaseret model til analyse af allokering til alternativer, og alle finder frem til en relativ høj allokeringssats. Endvidere konkluderes det, at de alternative investeringer historisk set har haft god performance og kan tilbyde institutionelle investorer øget diversifikation og afkast. Disse studier er dog funderet i amerikanske og andre udenlandske investorers synsvinkel, hvilket gør det nærliggende at undersøge, hvorledes *danske* pensionsselskaber agerer.

Endvidere er det vigtigt at nævne, at der er forskellige definitioner af både, hvad der anses som værende alternative investeringer men i lige så høj grad, hvad indgår i de respektive aktivklasser. Eksempelvis medtager Finanstilsynet ikke ejendomme som alternative investeringer.

¹ Survivorship bias er tendens til at vurdere performance på en aktivklasse uden at tage højde for de aktiver, der er gået konkurs.

² Backfill bias er hvor hedgefonde venter med at rapportere deres performance, indtil de har opnået en track record med positive resultater.

3 PROBLEMFELT

I lyset af de faldende renter har pensionsselskaber søgt efter afkast i andre aktivklasser end traditionelle aktier og obligationer, hvilket har resulteret i en stigende allokering til alternative investeringer. De faldende renter har givet utilfredsstillende afkast på obligationer, og en øget allokering til aktier vil medføre en markant større porteføljerisiko. Inkludering af alternative investeringer kan give en stigning i forventet afkast samt øget diversifikation. På baggrund af alternative investeringers illikviditet og kompleksitet mv. kan det være vanskeligt at kvantificere alternative aktivklasser i en (traditionel) porteføljekonstruktion. Dette skyldes i høj grad, at der forekommer meget begrænset data for alternativer, idet værdiudviklingen af disse ikke optræder på det noterede marked. I forlængelse heraf er der databaser, som udbyder data på alternative aktiver (hvis man har abonnement), men fordi der er forholdsvis lav regulering inden for datakrav af alternative aktiver, indeholder disse databaser biases mv., hvilket forringer datakvalitet.

Med andre ord er datatilgængelighed og datakvalitet en stor udfordring og medvirker derfor til, at det kan være vanskeligt at kvantificere en optimal porteføljekonstruktion bestående af både likvide og alternative aktivklasser, der på samme tid er realistisk og praktisk anvendelig for pensionsselskaberne. Dette leder således op til afhandlingens problemformulering:

Hvordan kvantificeres en optimal og realistisk porteføljesammensætning for danske pensionsselskaber, når alternative aktivklasser inkluderes?

Ovenstående problemformulering vil blive besvaret gennem følgende problemstillinger:

- Hvordan estimeres en optimal teoretisk portefølje ud fra en flerfaktormodel?
- Hvilke tiltag kan medvirke til, at de udregnede porteføljer bliver mere realistiske og intuitive?
- Er der forskel på en teoretisk og en praktisk porteføljekonstruktion? Hvis ja, hvad kan det skyldes?

Afhandlingen før denne struktur:



Figur 3-1: Afhandlingens struktur

4 AFGRÆNSNING

I dette afsnit beskrives specialets overordnede afgrænsninger, der har været nødvendige at foretage for at besvare afhandlingens problemfelt. Mindre afgrænsninger vil introduceres i de relevante afsnit.

Analysen afgrænses til at omhandle pensionselskaber i Danmark og deres anvendelse af alternative investeringer. Dette gøres, da pensionselskaber har mulighed for at investere store summer penge med lang investeringshorisont, hvorfor alternative investeringer kan være særligt relevant for disse typer af selskaber.

Afhandlingen afgrænses til at tage afsæt i 12 aktivklasser, hvoraf 5 af disse er alternative aktiver. Baggrunden for valget af disse aktivklasser samt yderligere definitioner heraf er beskrevet i afsnit 7.3. Definitionen af alternative investeringer er meget bred, og der er forskellige bud på, hvad alternative investeringer indebærer. I denne afhandling afgrænses der til at fokusere på private equity, private debt, infrastruktur, ejendomme og hedgefonde. Man kunne have inddraget flere aktivklasser (såsom råvarer/naturressourcer), men afgrænsningen skyldes hovedsageligt databegrænsning. Derudover inddrager opgaven kun investeringer, der giver et løbende cash flow, hvor eksempelvis investering i råvarer/naturressourcer ikke genererer løbende cash flow og vil derfor være ren spekulation i fremtidige prisstigninger. Man kunne man endvidere have delt private equity op i VC og buyouts, men disse antages at indgå i aktivklassen private equity.

Analysen er afgrænset til kun at omfatte data, fra 2002 til 2020, grundet manglende track-record på valide indekser for nogle af aktivklasserne. Denne periode er dog tilstrækkelig lang til, at den indeholder perioder med forskellige økonomiske konjunkturer.

Ligeledes er afhandlingen udarbejdet ud fra antagelsen, at læseren er bekendt med porteføljeteori og basale matematiske udtryk. Der afgrænses dermed fra store fundamentale redegørelser af teori inden for området.

Afhandlingens primære fremgangsmåde til porteføljeoptimering baserer sig på en mean-variance optimering, hvor der ligeledes sammensættes en risk parity portefølje og en portefølje baseret på Black-Litterman modellen. Hertil skal det dog understreges, at der eksisterer en række andre metoder til at sammensætte porteføljer. I analysen er det desuden antaget, at forskellige indekser kan agere som repræsenterende for aktivklasser og faktorer. Af den grund skal der tages forbehold for, at analysens konklusioner kan ændre sig afhængigt af valg af indeks. Dog er der analyseret afkast, varians og korrelation på sammenlignelige indekser for at sikre, at de tilgængelige indekser giver sammenlignelige resultater og dermed testet validiteten af analysen. Endvidere er det værd at nævne, at offentligt tilgængelige data på alternative aktivklasser er meget begrænset og indeholder ofte en række biases, hvorfor det kan være meget vanskeligt at finde valide data på de alternative aktivklasser. Derfor er der anvendt indeks hentet fra Bloomberg eller Cambridge Associates. Dog eksisterer der også en række indekser (herunder JP Morgan indeks), som kræver en særlig adgang, hvilket ikke har været muligt at skaffe. Ved anvendelse af flerfaktormodellen har vi udvalgt ni faktorer, der vil blive argumenteret for i afhandlingen, således at der forekommer en valid hjemmel for

inddragelse af netop disse faktorer. I kraft af manglende datatilgængelig har opgaven været nødsaget til at tage afsæt i noterede indeks som repræsenterede for infrastruktur og private debt, hvilken anses som værende en central svaghed for opgaven.

Endvidere tager analysen ikke højde for transaktionsomkostninger eller finansielle reguleringer og lovkrav, som pensionsselskaber skal leve op til, da data ikke lægger op til at kunne besvare, hvor stor en effekt det kan have for porteføljekonstrueringen. Afhandlingen vil dog afslutningsvis diskutere dette i lyset af de teoretisk estimerede porteføljer versus, hvordan allokeringen hos pensionsselskaber forekommer at være i praksis.

5 METODE

Dette afsnit vil først klargøre afhandlingens videnskabelige overvejelser (paradigme). Hensigten med afhandlingen er at producere ny viden, og for at sikre valide og pålidelige resultater er der foretaget en række videnskabelige overvejelser, som vil blive gennemgået i første del af metodeafsnittet. Dernæst beskrives de metodiske valg samt undersøgelsesdesignet for projektet.

5.1 VIDENSKABSTEORETISKE OVERVEJELSER

Ifølge Kuhn (1962) styres forskningspraksis af et videnskabeligt paradigme eller forskningsfilosofi, hvoraf kriterier for metoden etableres. Forskningsfilosofien bestemmer, hvordan data indsamles, analyseres og anvendes. Det er derfor relevant og vigtigt for afhandlingen at beslutte, hvilken videnskabelig tilgang der gøres brug af (Holm, 2018). Da dette speciale undersøger, hvordan man kvantificerer og estimerer en optimal portefølje fra en investors synsvinkel, vil en signifikant størrelse af finansielle data blive analyseret, og derfor vil data primært være af kvantitativ form.

Afhandlingen tager afsæt i det neo-positivistiske paradigme. Ontologien i det neo-positivistiske paradigme er kritisk realistisk og beskriver, hvordan virkeligheden findes, hvor vi som forskere konstant påvirkes af egne subjektive holdninger og værdier. Neo-positivismen erkender således, at virkeligheden eksisterer, hvor det er forfatterens formål at nærme sig virkeligheden så vidt muligt. Epistemologien er modificeret objektiv, hvor forskerens bias bør søges at minimeres mest muligt ved erkendelsen af sandheden, hvilket gøres ved at behandle data med en så stor grad af objektivitet som muligt. Det objektive ideal medvirker til, at reliabilitet og validitet især er afgørende kvalitetskriterier (Olsen & Pedersen, 2003).

Den neo-positivistiske tilgang har sin berettigelse i kraft af pensionsselskabernes forskellige holdninger og værdier til porteføljekonstruktion, herunder alternative investeringer. Paradigmet erkender således, at der findes en sandhed, en optimal portefølje, men denne påvirkes dog af subjektive holdninger og værdier. Man bør derfor stræbe efter at mindske den humane bias i erkendelsen af denne. Dette gøres ved at udvælge og behandle data så objektivt som muligt. Der vil derfor være et fokus på metodemangfoldighed for på den måde at minimere subjektiviteten og heraf styrke projektets argumentation, hvorfor der vil blive gjort brug af flere kilder til empiri og flere metoder. Dette betegnes som kritisk multiplisme og øger objektiviteten, i og med det mindsker risikoen for et forvrænget resultat (Letournea & Allen, 2006). Derfor vil afsnit '6 Data' inddrage overvejelser om dataindsamling samt validitet, reliabilitet og tilstrækkelighed i forbindelse med opgavens litteratur og data.

5.2 UNDERSØGELSESDSIGN

Afhandlingens metode tager udgangspunkt i en hypotetisk deduktiv undersøgelsestilgang, hvor undersøgelsen går fra eksisterende teori og litteratur til resultat, som illustreret nedenfor (Andersen, 2016).



Figur 5-1: Den deduktive proces

Med afsæt i en teori (mean-variance), udformes nedenstående hypoteser.

Hypotese 1

Det er velkendt, at mean-variance er meget følsom overfor input, hvor små ændringer i input kan medføre store ændringer i output. Da der forekommer begrænset adgang til retvisende data på alternative investeringer, formuleres følgende hypotese:

H1: En mean-variance analyse inklusiv alternative investeringer vil resultere i urealistiske og ekstreme porteføljevægte.

Hypotese 2

Et centralt element i en porteføljekonstruktion er kovariansmatricen samt forventet afkast og risiko for aktiverne. For at estimere intuitive og realistiske resultater er det vigtigt, at kovariansmatricen er robust, samt at afkast og risiko for aktiverne afspejler fremadrettede forventninger. Heraf konstrueres hypotese 2:

H2: En robust kovariansmatrice og retvisende forventede afkast og risiko vil give mere intuitive resultater.

Hypotese 3

Da danske pensionsselskaber er underlagt en række reguleringer og lovkrav, samt må forventes at have interne risikorammer og retningslinjer, må det alt andet lige formodes, at teoretisk estimerede porteføljekonstruktioner ikke afspejler de praktiske porteføljeallokeringer, der ses i pensionsselskaberne. Dette motiverer følgende hypotese:

H3: Der er forskel mellem teoretisk udregnede og praktisk observerede porteføljevægte inklusiv alternative investeringer.

Undersøgelsen har til formål at be- eller afkræfte de opstillede hypoteser på baggrund af afhandlingens indsamlede data og analyse. Undersøgelsen foretages som nævnt med udgangspunkt i det neopositivistiske paradigme, da der findes en objektiv sandhed, som man som forsker søger at erkende med en så stor grad af objektivitet som muligt.

6 DATA

Datagrundlaget for afhandlingens problemfelt beskrives og diskuteres i det følgende, hvor validiteten, reliabiliteten og tilstrækkeligheden af data behandles. Herunder inddrages en kritisk vurdering af tilgængeligheden og kvaliteten af data for alternative investeringer.

6.1 KVANTITATIVE OG KVALITATIVE DATA

Opgavens dataindsamling består både af kvantitative og kvalitative data men primært kvantitativ som følge af problemfeltets søgen. De kvantitative data indebærer en række indekser, der skal repræsentere aktivklasserne og faktorerne. Disse er alle hentet fra Bloomberg, Cambridge Associates og Eikon, og datakilderne anses som nogle af de mest anerkendte og anvendte inden for industrien. Heraf vurderes det kvantitative data at have en høj grad af pålidelighed. Der gøres ligeledes brug af data fra Rådet for Afkastforventninger (2021).

Yderligere består den kvantitative data af fem større danske pensionsselskabers årsregnskaber samt de seneste års regnskaber for amerikanske endowment fonde. Endvidere er der gjort brug af kvantitative analyser foretaget af anerkendte professorer inden for økonomi, heriblandt professor i Corporate Finance og Equity Valuation ved Stern School of Business NY, Aswath Damodaran og professor i Financial Management hos IESE Business School samt formand for PWC Corporate Finance, Pablo Fernandez. Idet specialet blandt

andet er inspireret af Finanstilsynets seneste kritik af pensionsselskabers håndtering af alternative investeringer, tager afhandlingen også afsæt i en række rapporter udgivet af Finanstilsynet samt brancheorganisationen Forsikring & Pension.

Da alternative investeringer er unoterede, og derfor ikke er en direkte observerbar kurs som for noterede aktiver, kan det være vanskeligt at anskaffe pålidelige data. Som følge heraf er kurserne/afkastene på alternative investeringer præget af mere uigennemsigthed sammenlignet med data på noterede aktiver som allerede nævnt. Der findes en række udbydere, der står for at indsamle data på alternative investeringer. Eksempelvis Cambridge Associates, Preqin, Burgiss og Thomson VentureXpert. Dog er disse databaser ikke offentlig tilgængelige, medmindre man køber et abonnement. Derudover indsamles og opgøres data for databaserne på hver sin måde, hvorfor output kan blive forskelligt. Dette kan skyldes forskellige definitioner, biases, timing mv. Dermed er det et større problem at få adgang til repræsentativt data og samtidig sikre, at det er et validt datasæt, der afspejler den objektive sandhed på tværs af udbydere.

Generelt forekommer det ligeså for litterære undersøgelser af alternativens performance, at der er forskel i niveauet af afkast og risiko blandt andet jævnfør litteratur reviewet. Havde datatilgængeligheden og dermed gennemsigtheden på området været større, ville der højst sandsynligt være væsentlig mindre uenighed i afkast og risiko. Denne uigennemsigthed medvirker selvsagt til, at alternative investeringer er sværere at håndtere i en porteføljekonstruktion, der kræver, at man kan analysere og forstå den underliggende og fremtidige risiko mv. til at estimere optimale porteføljer. Grundet den begrænsede adgang til data for de unoterede aktivklasser, vil der under afsnit '8 Aktivklasser og faktorer' blive argumenteret for udvalgte benchmarks, der skal repræsentere hver af aktivklasserne og faktorerne, således at disse kvantificeres til brug af porteføljeestimeringer. Derfor er der en svaghed ved opgaven i, at nogle af indeksene er noterede indeks, hvilket skyldes begrænset datatilgængelighed. Optimalt set burde de være af unoterede værdiansættelser. Dog ville disse sandsynligvis indeholde biases, hvilket kan være en ulempe ved at bruge disse nævnte databaser af alternative investeringer.

De kvalitative sekundære data optræder i afhandlingen i form af (finansielle og porteføljeteoritiske) lærebøger, videnskabelige artikler samt relevante analyser udformet af højt troværdige kilder såsom Finanstilsynet, Preqin m.m. Fokus ved udvælgelse af litteratur og kilder har været at indsamle data med høj troværdighed samt med velansete forfattere. Af samme årsag gør specialet i begrænset omfang brug af dagsmedier såsom Finans etc., idet disse indeholder subjektive perspektiver. Afhandlingens metodiske fremgang er i høj grad inspireret af anerkendte forskeres tilgang til porteføljekonstruktion, anvendelse af faktormodeller samt estimering af robust kovariansmatrice.

6.2 KVALITETSKRITERIER

For at sikre kvaliteten af afhandlingen gøres der brug af triangulering, hvilket med andre ord vil sige, at der bruges flere metoder i form af både kvantitativ og kvalitativ metode. Selve kvalitetskriterierne er validitet, reliabilitet og tilstrækkelighed, som vil blive behandlet i det følgende (Olsen & Pedersen, 2003).

Validitet

Validitet (gyldighed) angiver, om analysen måler det, der var formålet ud fra problemfeltet (Saunders, Lewis, & Thornhill, 2016). Det vurderes, at undersøgelsen har et veldokumenteret og argumenteret datasæt, idet der diskuteres styrker/svagheder for de valgte indeks, der ligeledes sammenholdes med andre alternativer. Derudover fortolkes der ud fra afhandlingens analyse på de estimerede porteføljekonstruktioner og der sørges således for, at der er en klar sammenhæng mellem data og afhandlingens konklusion for, hvordan man estimerer en optimal portefølje inklusiv alternative investeringer. Herunder gøres der brug af kendte og afprøvede metoder, hvilket ligeledes sikrer validitet.

Overordnet set vurderes validitet at være af tilstrækkelig høj grad, hvor afhandlingens anvendte metode og heraf det indsamlede materiale sørger for at belyse det, som afhandlingen – på baggrund af problemformuleringen – undersøger. I forlængelse heraf vurderes det ligeledes, at data anses at være pålidelige, og da fortolkningen af data og analysen forekommer at være med en høj grad af objektivitet, så forudindtagede ideer og fordomme ikke i høj grad har haft en påvirkning, anses validiteten at være høj for opgaven.

Reliabilitet

Reliabilitet (pålidelighed) angiver nøjagtigheden af dataindsamling og behandling heraf. Da afhandlingen primært består af en kvantitativ metodetilgang ved brug af offentlig tilgængelige data via finansielle databaser som Bloomberg, betyder dette, at man kan replicere hele analysen. Der er dog klart, at de valgte aktivklasser, faktorer og de tilhørende benchmarks kan variere fra analyse til analyse, hvis andre skulle foretage samme undersøgelse. Dog vurderes det, at på baggrund af de udvalgte velargumenterede benchmarks, vil en lignende analyse få lignende resultater i overordnede termer. Hertil skal det understreges, at konklusionerne kan ændre sig afhængigt af den valgte periode. Indsamlingsmetoden og målingen anses at være pålidelig, og undersøgelsen at være teknisk uafhængig af forskeren, således at den kunne gentages af en anden og give samme resultat. Dette skyldes, at undersøgelsen gør brug af en ensartet metode, samt faste og velbeskrevne procedurer.

Det skal dog understreges, at mangel på datakvalitet for alternative investeringer (tilgængelighed og måling) truer reliabiliteten af dette studie. For at producere gyldige resultater skal vores operationalisering og

kvantitative måling af alternative investeringer nøjagtigt ligne den objektive sandhed og ikke indeholde systemiske målefejl. Alligevel er dette ingen let opgave, da der i opgaven gøres brug af indekser som benchmarks for alternative investeringer på aktivklasserne, grundet den manglende adgang til data på alternative investeringer som allerede nævnt. Dog vurderes indekserne at give det bedst mulige bud på alternative investeringer under de beskrevne omstændigheder af, hvad der er muligt med de adgange til databaser, som CBS giver, og da der sammenlignes med flere forskellige indekser for at sikre konsistens i den pågældende aktivklasses udvikling, vurderes dette at højne reliabiliteten.

Tilstrækkelighed

Tilstrækkelighed regulerer, i hvilken grad data fungerer som belæg for undersøgelsens hypoteser og konklusioner. Afhandlingen vurderes at være tilstrækkelig set i forhold til opgavens omfang og afgrænsninger, idet data medvirker til en fyldestgørende analyse og besvarelse af opgavens problemformulering. Hertil skal det nævnes, at grundet den manglende regulering og begrænsede data, er tilstrækkeligheden et område, hvor der er grundlag for videre analyse til modellering af realistiske porteføljekonstruktioner.

7 TEORI

Hensigten med teoriafsnittet er at give en kort introduktion til pensionsselskaber og deres investeringsstrategi. Herefter gives en introduktion til alternative investeringer, baggrunden for deres stigende popularitet og udfordringer og begrænsninger ved brugen af alternative investeringer. De valgte alternative investeringer i denne afhandling er som nævnt private equity, private debt, infrastruktur, ejendomme og hedgefonde, som der vil gives en kort introduktion til i dette afsnit. Dette efterfølges af en redegørelse for afhandlingens anvendte teorier og modeller, som analysen vil tage udgangspunkt i. Det inkluderer en gennemgang af mean-variance porteføljeoptimering, herunder den efficiente rand, minimumvariansporteføljen, maksimumhædningsporteføljen, tangentporteføljen samt risk parity porteføljen. Slutteligt gennemgås en faktortilgang til porteføljeoptimering. Således danner teoriafsnittet grundlag for den videre analyse af kvantificering af en optimal og realistisk portefølje inklusiv alternative investeringer.

7.1 INTRODUKTION TIL PENSIONSSKABERS INVESTERINGER

Overordnet set findes der to former for pensionsselskaber; livforsikringsselskaber og pensionskasser. Et livsforsikringsselskab tilbyder livsforsikringskontrakter, der typisk løber over lang tid og ofte er opbygget som en kombination af opsparingsbaseret pensionsordning, udbetaling ved forsikredes død og/eller forsikring mod tab af erhvervsevne. En pensionskasse tilbyder pensionsordninger, der kan klassificeres som en form for forsikring arrangeret af virksomheden for dets medarbejdere for at give dem en indkomst, når de

går på pension. Ofte foretager både virksomheden og dets medarbejdere månedlige indbetalinger til pensionsordningen, hvor midlerne på pensionsordningen er investeret (Hull, 2018).

I 2017 udgjorde livsforsikringssekskabers balancesum cirka 75% af forsikringskoncernens medlemmer af brancheorganisationen Forsikring & Pension. Pensionsopsparing er en langsigtet opsparing, hvorfor pensionssekskaberne har mulighed for at investere dele af opsparingen i risikofyldte aktiver i håbet om at opnå højere forventede afkast. Dette kan eksempelvis være alternative investeringer (Forsikring & Pension, 2018). De afkast der opnås via investering af opsparedede pensionsmidler på de finansielle markeder, er centrale for pensionen, som pensionister får udbetalt. Det er heraf relevant at undersøge, hvordan pensionssekskaber kan forvalte pensionsmidler så efficient som muligt.

Pensionssekskaber tilbyder to former for pensionsprodukter; gennemsnitsrenteprodukt og markedsrenteprodukter. Sparer man op i **gennemsnitsrente**, får man en gennemsnitlig forrentning (depotrente), der meldes ud i starten af et nyt år og gælder for det kommende år. I gennemsnitsrenteprodukter har man et stabilt afkast med en garanteret minimumsudbetaling, når man går på pension. Denne er beregnet på baggrund af forudsætninger om forventet levetid, risiko for nedsat erhvervsevne, omkostninger og forrentning. Af den grund investeres opsparingen med lav risiko, og man har desuden ingen indflydelse på investeringerne. Afkastet på gennemsnitsrente er ofte lavere end i markedsrenteprodukter, hvor der er større risiko og ingen garanti. Et gennemsnitsprodukt vil være attraktivt i år med finansielle kriser og negative afkast, eller hvis der er kort tid til, at man går på pension, og man derfor ikke vil risikere store tabt lige inden, at den udbetales (PFA, 2021).

Vælger man i stedet et **markedsrenteprodukt** kan man modsat et gennemsnitsrenteprodukt selv tilpasse investeringsstrategien, således at den passer til ens egen risikoprofil og antal år til pension (PFA, 2021). Investeringsrisikoen opgjort som aktieandelen af investeringsaktiverne og andelen af alternative investeringer er generelt større i markedsrenteprodukter (Finanstilsynet, 2019).

Prudent person

Solvency II blev implementeret i 2016 og fastsætter en række krav til forsikringssekskaber. Et af tiltagene der blev implementeret sammen med Solvency II, er prudent person-princippet (PPP), der grundlæggende omhandler, at pensionssekskaber skal tilrettelægge sine investeringer, så de på bedste vis varetager kundernes interesser. Dette indebærer, at investeringerne, herunder risiko og afkast, afspejler det, som kunderne er stillet i udsigt. Det betyder desuden, at det enkelte sekskab alene må investere i aktiver, hvortil der knytter

sig risici, som det pågældende selskab kan *identificere, måle overvåge, forvalte, kontrollere* og *rapportere om*. Det gælder både for aktiver og den overordnede portefølje, og selskaberne skal have fokus på porteføljens samlede sikkerhed, kvalitet, likviditet og rentabilitet (Finanstilsynet, 2018).

7.2 DANSKE PENSIONSSKABERS PORTEFØLJER

I følgende afsnit gives en kort introduktion til danske pensionsselskabers alternative investeringer. Dette gøres med afsæt i data fra Finanstilsynets opgørelse over pensionsselskabernes samlede investeringer. Af Finanstilsynets markedsudviklingsrapport fremgår det, at alternative investeringer i alt har haft en gennemsnitlig årlig positiv vækst på 17% fra 2012 til 2016 og en gennemsnitlig årlig vækst på 12% fra 2016 til 2019, jævnfør nedenstående tabel.

| Udvikling i pensionsvirksomhedernes alternative investeringer | | | | | | | | | Vækst p.a. i pct. | Vækst p.a. i pct. |
|---|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------------|-------------------|
| <i>mia. kr.</i> | 2012 | 2013* | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 | 2012-16 | 2016-19 |
| Private equity | 59 | N/A | 78 | 85 | 93 | 111 | 136 | 154 | 11% | 18% |
| Kredit | 44 | N/A | 81 | 85 | 110 | 107 | 130 | 152 | 24% | 11% |
| Infrastruktur | 20 | N/A | 44 | 57 | 82 | 91 | 112 | 119 | 36% | 13% |
| Jordbrug | 16 | N/A | 12 | 13 | 13 | 10 | 8 | 8 | -4% | -17% |
| Hedgefonde | 13 | N/A | 14 | 12 | 41 | 41 | 37 | 38 | -4% | -2% |
| Alternativer investeringer i alt | 152 | N/A | 229 | 253 | 338 | 359 | 423 | 470 | 17% | 12% |

Tabel 7-1: Udvikling i pensionsvirksomhedernes alternative investeringer

Kilde: (Finanstilsynet, 2019)

*Det har ikke været muligt at skaffe data for udviklingen i pensionsvirksomhedernes alternative investeringer for 2013.

Yderligere fremgår det af tabel 7-2, at private equity og kredit udgør størstedelen af de alternative investeringer, hvor infrastruktur udgør en stigende andel. Alternative investeringer udgør en stigende del af den samlede investeringsportefølje, hvor de i 2014 kun udgjorde 9,9% af den samlede investeringsportefølje, udgjorde de 13,6% i 2019. I 2018 bestod alternative investeringer af 14,3%, og andelen faldt således i 2019. Den faldende andel af alternative investeringer skal dog ses i lyset af kursfald på aktiemarkedet i 2018 samt markante kursstigninger i 2019, der medførte en stigning i samlede investeringsaktiver på 17% i 2019. Dog skal det understreges, at Finanstilsynet ikke inkluderer ejendomme som alternative investeringer.

| Porteføljeandelen i alternative investeringer (pct.) | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|--|------|------|------|------|------|------|
| Private Equity | 3,1% | 3,3% | 3,2% | 3,7% | 3,6% | 4,4% |

| | | | | | | |
|--|-------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Kredit | 3,1% | 3,3% | 3,8% | 3,5% | 4,4% | 4,4% |
| Infrastruktur | 1,9% | 2,4% | 2,8% | 3,0% | 3,8% | 3,4% |
| Jordbrug | 0,5% | 0,5% | 0,4% | 0,3% | 0,3% | 0,2% |
| Hedgefonde | 1,3% | 1,4% | 1,4% | 1,4% | 1,2% | 1,1% |
| Alternative investeringer i alt | 9,9% | 10,9% | 11,6% | 11,9% | 14,3% | 13,6% |

Tabel 7-2: Porteføljeandelen i alternative investeringer

Kilde: (Finanstilsynet, 2019)

7.3 ALTERNATIVE INVESTERINGER

Investorer har gennem tiden haft en tendens til at anse alternative investeringer som en aktivklasse, der kan tilbyde yderligere portefølje diversifikation, men også have den ulempe, at de er for volatile til, at større allokeringer kan forsvares. En af de helt store fortalere for en høj allokering til alternative aktiver er Yale Endowment, der har været en af first-moverne i forhold til at øge allokeringen til disse aktivklasser. Yale Endowment har i de seneste 30 år sænket afhængigheden af investering i traditionelle aktivklasser og derimod øget allokeringen til alternative aktivklasser. I 1989 var cirka en tredjedel af deres investeringer bundet i amerikanske aktier og obligationer samt likvide midler. I dag udgør amerikanske traditionelle aktiver mindre end en tiendedel af deres portefølje, hvor udenlandske aktier, private equity og absolutte afkast strategier udgør ni tiendedele. De begrundet deres høje allokering med det høje afkastpotentiale samt diversifikationskraft. Endvidere argumenterer de, at alternative aktiver har en tendens til at være mindre effektivt prissat end traditionelle aktiver, hvilket giver en mulighed for at udnytte inefficente markeder gennem aktiv investering (Yale Investments Office, 2021b).

Valg af alternative aktivklasser

I 2018 blev det indført, at et sagkyndigt og uafhængigt råd, kaldet Rådet for Afkastforventninger, halvårligt fastsætter forudsætningerne for prognoser for pensionsopsparingen ved at indhente oplysninger fra internationale finanshuse som BlackRock, JP Morgan, Mercer og State Street. Rådet består på nuværende tidspunkt af formand Jesper Rangvid, professor på CBS, Torben M. Andersen, professor ved Aarhus Universitet og Peter Engberg Jensen, tidl. adm. direktør i Nykredit (Rådet for Afkastforventninger, 2021). Rådet fastsætter såkaldte samfundsforudsætninger, hvilket er forventninger til afkast m.v. på kort sigt (1-5 år), mellemlangt sigt (6-10 år) og lang sigt (11 < år) (Forsikring & Pension og Finans Danmark, 2018). Samfundsforudsætningerne inddrager de aktivklasser, som pensionskasser og pengeinstitutter er mest eksponeret imod. Med andre ord indebærer det de aktivklasser, som de har behov for at estimere forventede afkast til for at kunne lave prognoser. Samfundsforudsætningerne er ikke nødvendigvis 100% præcist og udtøm-

mende med hensyn til aktivklasser. Dog anses deres estimater, opgørelser og metoder som værende pålidelige og af højere kvalitet grundet deres viden og erfaring inden for området. Af denne grund tager afhandlingen afsæt i samfundsforudsætningernes definition af alternative aktiver. De inddrager følgende alternative aktivklasser i deres opgørelse: private equity, infrastruktur, ejendomme og hedgefonde (Rådet for Afkastforventninger, 2021). Aktivklassen private debt indgår dog ikke i samfundsforudsætningerne, hvilket skyldes, at denne alternative aktivklasse ikke endnu er udbredt nok i pensionskasser og pengeinstitutter til, at der har været ønske om, at Rådet for Afkastforventninger leverer forventet afkast på dette (Rådet for Afkastforventninger 2021). Som det observeres af tabel 7.2 indgår private debt som en betydelig aktivklasse i Finanstilsynets (2019) opgørelse. Derfor vurderer vi, at private debt vil være relevant at inkludere som aktivklasse i afhandlingen. Således gøres der brug af private equity, private debt, infrastruktur, ejendomme og hedgefonde som de alternative aktivklasser.

7.3.1 Private equity

Private equity er investering i private/unoterede virksomheder og handles derfor ikke på aktive markeder, hvorfor investeringerne er langsigtede og illikvide (Preqin, 2021c). Der findes en række forskellige strategier for private equity investering, hvor de mest populære kort vil blive beskrevet nedenfor.

Buyouts er investering i private virksomheder med målet om at omstrukturere virksomheden og forbedre profitabiliteten og dermed værdiansættelsen af virksomhed, før de sælges videre. *Growth capital* er hvor der hjælpes med kapital såvel som strategisk og operationel guidance til mere etablerede private virksomheder, som søger at ekspandere eller omstrukturere for at vækste omsætningen. *Turnaround* investeringer sker i selskaber med finansielle problemer, hvor man forsøger at omstrukturere virksomheden for at forbedre virksomhedens finansielle situation og sælge investeringen med en fortjeneste. *Venture capital* er investeringer i startups eller early-stage virksomheder med behov for kapital og eventuel ledelsesekspertise. Afkastet på VC realiseres, når virksomheden bliver børsnoteret eller er solgt til et andet selskab eller investorer. Både VC og buyouts er ofte struktureret som limited partnerships (LPs) eller limited liability companies (LLCs).

Private equity virksomheder kræver ofte et fast gebyr på 2-3% samt 20-30% af eventuel profit. Investorer (limited partner) bidrager med kapital over tid, når det kaldes af manageren (general partner). En typisk fond investerer over en 5-årig periode og frasælger ligeledes over en 5-årig periode.

Historiske data på private equity giver begrænset guidance i forhold til fremtidige afkastmuligheder. Færre marks-to-market bevirker, at private equity aktiver fremstår mindre volatile, end de i virkeligheden er. Startups vil blive værdiansat med lavere frekvens, hvilket mindsker den observerede risiko, hvorimod et selskab

der netop er blevet børsnoteret, vil se en massiv stigning i volatiliteten grundet daglig trading. I og med risikoen burde falde i takt med, at en virksomhed bliver mere etableret, ses det således, hvordan risikoen på private virksomheder underestimeres (Swensen, 2000, s. 118).

7.3.2 Private debt

En øget allokering til private debt er en relativ ny trend inden for alternative investeringer (Preqin, 2021a). Der findes mange forskellige former for private debt, herunder direkte lån til erhvervsvirksomheder, private pantebreve eller mere specialiserede kreditter foretaget igennem fonde. I modsætning til likvide kreditobligationer handles private debt ikke på noterede markeder og er således unoterede gældsinstrumenter, hvor graden af illikviditet vil variere afhængig af instrumentet. Pensionsselskaber har oplyst til Finanstilsynet, at formålet med at investere i illikvid kredit er at opnå højere afkast samt risikospredning (Finanstilsynet, 2021).

7.3.3 Infrastruktur

Investering i infrastruktur indebærer investeringer i eksempelvis transport, kommunikation, skov, energi etc., hvor der oftest ses en længere investeringshorisont sammenlignet med andre alternative aktivklasser. Infrastruktur hører til den bredere kategori af realaktiver og anses for at være en god inflationsafdækning (Ilmanen, 2011, s. 217). Ligesom de andre alternative investeringer bærer infrastruktur præg af illikviditet og mangel på transparens som følgende af begrænset data.

7.3.4 Ejendomme

Ejendomsinvestering er et vigtigt realaktiv for institutionelle investorer og en god diversifikationsmulighed samt bedre inflationsafdækning end de fleste finansielle aktiver. Investering i ejendomme kan ske gennem Real Estate Investment Trusts (REITs), limited partnerships (LPs og LLCs) og gennem direkte investering. Investering i ejendomme kan anses som værende en sikker tilføjelse til porteføljen, idet den giver et relativt stabilt cash flow i form af lejeindtægter og rentebetalinger (Preqin, 2021d).

7.3.5 Hedgefonde

Hedgefonde investerer hyppigt i noterede aktier og obligationer men anses alligevel for at være en alternativ investering grundet deres høje gearing, hedging og derivater som ofte anvendes i deres porteføljekonstruktioner for at opnå højere og mere ukorrelerede afkast. Hedgefonde karakteriseres ofte som 'absolute return strategies', der er forholdsvis ukorrelerede med noterede markeder.

Hedgefonde anvender dog en bred vifte af forskellige strategier som eksempelvis lang/kort strategier, hvor de optager lange positioner i aktier, de anser som værende undervurderet, og korte positioner i aktier de estimerer til at være overvurderede. En anden udbredt strategi er en event-drevet strategi, hvor hedgefonde

handler i specifikke selskaber for at udnytte ineffektiviteter i markedet før eller efter et event har fundet sted. Mange af disse strategier anvender således likvide produkter, hvor kundernes likviditet dog er låst i en bestemt periode (Prequin, 2021e).

Ligesom VC struktureres hedgefonde ofte som LLC'er eller LPer. Hedgefondes gebyr består ofte af et fast management gebyr på cirka 2% og et variabelt performancegebyr på cirka 20%. I nogle hedgefonde betales performance gebyret kun på afkast over en specifik grænse. Modsat investeringsforeninger tilbyder hedgefonde ikke daglig likviditet, hvorfor investorer kræves at investere sine penge for længere perioder. Likviditet varierer, men normen er, at man kvartalsvis kan sælge sin beholdning (Stewart, Piros, & Heisler, 2019).

7.4 BIASES PÅ ALTERNATIVE INVESTERINGER

På baggrund af alternative investeringers illikvide natur og generelle mangel på regulering, opstår der en række problemer med evaluering af performance på aktivklasser. Følgende afsnit giver en kort introduktion til biases associeret med vurdering af performance for private equity, ejendomme og hedgefonde. Det vurderes, at det tilgængelige data særligt på disse tre aktivklasser vil indeholde en række biases for afkast og risiko, hvorfor disse vil blive beskrevet i de følgende afsnit.

Bias på private equity

Biases ved vurdering af performance på private equity investeringer inkluderer en ufuldkommen cash flow historik, manglende evne til at vurdere risiko-justeret performance, vanskeligheder i at determinere funding og illikviditetsomkostninger, mangel på tilgængelig performance information og mangel på en konsistent definition af vintage år af fonden. Private equity fonde har en gennemsnitlig varighed på over 10 år og kræver derfor en lang tidshorisont før performance på investeringen kan måles. Performance på private equity afhænger i høj grad af fondens vintage år. Fonde startet i år med økonomisk opsving har underperformeret, idet GPerne har overbetalt for selskaberne. Forskellige definitioner af vintage år gør dog dette svært at sammenholde (Baker, Filbeck, & Kiyamaz, 2015).

På baggrund af manglende regulering kan fondenes managere selv vælge, om de vil rapportere fondens performance. Ofte har fonde incitament til at rapportere, når de søger kapital. Dette leder til flere potentielle biases, som både gør sig gældende for private equity og hedgefonde.

Selection bias er den bias, der opstår som følge af, at fonde frivilligt vælger, om de vil rapportere performance. Heraf er der en højere tilbøjelighed til at fonde, der performer godt, vil rapportere deres performance, hvorimod fonde der har performeret dårligt eller er lukket for nye investorer, ikke har incitament til at rapportere deres performance. Af den grund kan det også være svært at vurdere, om selection bias påvirker de rapporterede afkast i en opadgående eller nedadgående retning, hvorfor det kan være svært at korrigere for.

End-of-life reporting bias: Hvis en fond stopper med at rapportere gennem de sidste måneder af den levetid før likvidering grundet dårlig performance eller efter lukning af nye business. Dette giver et net positivt bias i afkastserien.

Survivorship bias forekommer hvis en database kun inkluderer eksisterende fonde og fjerner fonde, som er lukket eller ikke længere rapporterer. Dette vil medføre, at kun succesfulde fonde inkluderes i databasen, hvilket giver et opadgående afkast-bias.

Backfill bias: Når en fond tilføjes til en database, vil dens afkasthistorik også typisk inkluderes (backfill). Såfremt fonde med en succesfuld performancehistorik har en højere tilbøjelighed til at blive tilføjet til databasen, vil der være en opadgående afkast-bias. En fond med dårlige afkast har lavere tilbøjelighed til at rapportere dette til databasen og vil således ikke blive tilføjet.

Bias på benchmarks for ejendomme

NCREIF Property Index (NPI) er baseret på investeringsmanagernes egne værdiansættelser af ejendomme. Performance på ejendomme lider under en række biases herunder lagging- og smoothing-bias. NCREIF indsamler vurderingsbaserede afkast, hvor mange af ejendommenes værdiansættelser i NPI forbliver uændret i to eller flere fortløbende kvartaler, og dermed indeholder indekset ikke altid den seneste information, hvorfor volatiliteten og korrelationen har en nedadgående bias, hvilket medfører end overestimeret sharpe ratio. Dette kan føre til unaturligt høje vægte i en mean-variance porteføljeoptimering, hvorfor man kan drage fordel af at desmoothe ens data. Derudover kritiseres værdiansættelserne ofte for at være for subjektive i sin natur. Selvom private real estate således er et langt større marked end det noterede segment, er datakvaliteten også langt værre (Ilmanen, 2011).

Bias på hedgefonde

Som nævnt indeholder private equity og hedgefonde mange af de samme biases, grundet manglende regulering for rapportering af performance. En måde hvorpå man kan få et bedre estimat af hedgefondes performance er at anvende funds of funds (FoFs), hvilket er en multi-manager struktur, hvor en hedgefond investerer i andre hedgefonde og besidder ofte samme gebyrstruktur. Ifølge Stewart, Piros & Heisler (2019) samt Baker & Filbeck (2013) anses FoFs for at være en bedre repræsentation af afkast og risiko ved investering i hedgefonde, idet konkursramte hedgefonde inkluderes og dermed mindsker dataproblemerne (Stewart, Piros, & Heisler, 2019) (Baker & Filbeck, 2013a).

Som resultat af biases på alternative investeringer vil man således ikke nødvendigvis kunne udlede reelle optimale allokeringer af alternative investeringer ved blot at anvende historisk afkast, volatilitet og korrelation fra offentligt tilgængelige data.

7.5 PORTEFØLJETEORI

I dette afsnit introduceres relevant porteføljet teori, der skal danne grundlag for videreudvikling af en model til at udregne en optimal portefølje inklusiv alternative investeringer. Først beskrives den traditionelle tilgang baseret på mean-variance og dernæst en flerfaktor tilgang, der vil medvirke til at kunne estimere kovariansmatricen, hvilket er en af de centrale udfordringer i en mean-variance porteføljeudregning inklusiv alternative investeringer. De følgende afsnit tager afsæt i Munk (2019).

7.5.1 Mean-variance optimering

Allokering til aktiver beskriver sættet af vægte i en portefølje bestående af flere investeringer. Investors mål er at optimere afkast og risiko (målt ved varians) ved at finde de optimale vægte i en portefølje. Mean-variance fremgangsmåden er originalt udviklet af Harry Markowitz (1952) og er den mest kendte og anvendte model til at udregne optimale porteføljer for en given tidsperiode (Stewart, Piros, & Heisler, 2019, s. 63). Modellen bygger på tre essentielle komponenter forventet afkast på aktiverne $E(r_i)$, varians σ_i^2 og kovariansen mellem aktiverne $Cov(r_i, r_j)$.

Modellen er funderet i en række antagelser, herunder blandt andet at investor er risikoavers og nyttemaksimerende og dermed foretrækker et så højt afkast som muligt med så lav en risiko (variens) som mulig, samt at markedet er friktionsløst (kortsalg er muligt, ingen skatter eller transaktionsomkostninger etc.). En investor med sådanne præferencer siges at være *mean-variance optimizer*.

Porteføljens forventede afkast udregnes ved summen af vægtene (π) gange aktivklassernes respektive forventede afkast (μ).

$$\mu(\pi) = \pi * \mu = \sum_{i=1}^N \pi_i \mu_i \quad (1)$$

Variansen (σ^2) er en centralt mål for risiko for et finansielt aktiv og udleder standardafvigelsen, som procentuelt forklarer, hvor meget observationerne gennemsnitligt afviger fra middelværdien. Når flere aktiver samles i en portefølje, afhænger risikoen ikke kun af variansen, men også af kovariansen mellem aktiverne. Formlen for variansen for porteføljen udregnes som følger:

$$\sigma^2(\pi) = \pi * \underline{\underline{\Sigma}} \pi = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \pi_i \pi_j \Sigma_{ij} \quad (2)$$

Investor kan investere i N risikofyldte aktiver og intet risikofrit aktiv. $\underline{\underline{\Sigma}} = (\Sigma_{ij})$ er varians-kovarians matricen af forventet afkast og π_i er den andel af porteføljen, der er investeret i aktiv i .

Fra kovariansen kan korrelationen mellem aktiverne udledes, som intuitivt er lettere at forklare og er mellem -1 og $+1$. Hvis korrelationen er $+1$ er aktiverne perfekt korrelerede, således at når et aktiv i stiger med 1% vil aktiv k ligeledes stige med 1% . Har aktiverne en korrelation på 0 , vil der ved en prisstigning på 1% for aktiv k ikke være en prisudvikling for aktiv i .

Studier stiller dog spørgsmålstejn ved modellens antagelser. Blandt andet har flere studier konkluderet, at historiske afkast har tykkere haler, end der bør findes ved normalfordelinger, hvor man i højere grad ser ekstremt høje eller lave afkast end ved en traditionel normalfordeling.

Da der kan være store forskelle på afkast og risiko alt afhængig af den valgte tidsperiode, anbefales det, at tidsperioden strækkes over tilpas lang tid, hvor både økonomiske opsving og nedture medtages i modellen for at få de bedst mulige estimater for afkast og risiko. Det er vigtigt, da modellen er meget sensitiv over for disse input. Mean-variance modellen kan således bruges til at estimere et optimalt mix af investeringer, der afbilleder en investors trade-off mellem afkast og risiko. Fra et givent forventet porteføljeafkast kan vægtene, der giver den lavest mulige varians for porteføljen, udledes. En veldiversificeret portefølje kan således minimere korrelationen mellem aktiverne, hvilket kan reducere den overordnede porteføljevariens. En ulempe ved modellen er dog, at den ofte giver meget lave eller meget høje allokering til bestemte aktiver (Munk, 2019).

Den efficiente rand

En portefølje siges at være mean-variance efficient, hvis den har den mindst mulige varians blandt alle porteføljer med samme afkast. De efficiente kombinationer af varians og afkast vil forme en hyperbel, som

kaldes den efficiente rand af risikofyldte aktiver, hvor den opadgående del af hyperblen udgør de rationelle porteføljevalg. Den efficiente rand udregnes på følgende måde:

$$\pi(\bar{\mu}) = \frac{(C\bar{\mu} - B)B}{D} \pi_{slope} + \frac{(A - B\bar{\mu})C}{D} \pi_{min} \quad (3)$$

Hvor konstanterne A, B, C og D findes som:

$$A = \mu^T \Sigma^{-1} \mu = \mu * \Sigma^{-1} \mu \quad (4.1)$$

$$B = \mu^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} = \mu * \Sigma^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mu = \mathbf{1} * \Sigma^{-1} \mu \quad (4.2)$$

$$C = \mathbf{1}^T \Sigma^{-1} \mathbf{1} = \mathbf{1} * \Sigma^{-1} \mathbf{1} \quad (4.3)$$

$$D = AC - B^2 \quad (4.4)$$

μ^T = vektor for forventet afkast transponeret

Σ^{-1} = den inverse kovariansmatrice

$\mathbf{1}$ = 1-vektoren

A, C, D er positive. B kan være både positiv og negativ, men skal dog være forskellig fra 0.

Minimumvariansportefølje

Minimumvariansporteføljen er den portefølje, der har den mindste varians blandt alle porteføljer (også kaldet global minimumvariansporteføljen) og findes på den efficiente rand:

$$\pi_{min} = \frac{1}{C} \Sigma^{-1} \mathbf{1} = \frac{1}{\mathbf{1} * \Sigma^{-1} \mathbf{1}} \Sigma^{-1} \mathbf{1} \quad (5)$$

Maksimumhædningsportefølje

Enhver portefølje af risikofyldte aktiver er lig et punkt (σ, μ) i et diagram med standard afvigelse på x-aksen og forventet afkast på y-aksen. Tegnes der en lige linje fra origo til den efficiente rand, vil hældningen på denne linje være μ/σ . Maksimeres hældningen på denne, findes maksimumhædningsporteføljen (maximum slope portfolio). Denne portefølje findes på den opadgående del af den efficiente rand, såfremt det forventede afkast af minimumvariansporteføljen er positivt, hvilket kun er tilfældet, når $B > 0$. Hædningsporteføljen findes ved følgende formel:

$$\pi_{slope} = \frac{1}{B} \Sigma^{-1} \mu = \frac{1}{\mathbf{1} * \Sigma^{-1} \mu} \Sigma^{-1} \mu \quad (6)$$

Tangentportefølje

Når det risikofrie aktiv introduceres, kan investor kombinere enhver portefølje af risikofyldte aktiver med en investering i det risikofrie aktiv. Således kan der dannes en lige linje fra $(0, r_f)$ og til et punkt på den efficiente rand (σ, μ) , der svarer til porteføljen af risikofyldte aktiver. Hældningen på denne linje er lig skarpe ratioen på den risikofyldte portefølje såfremt vægten af den risikofyldte portefølje er positiv. Hvis

vægten af den risikofyldte portefølje er negativ, vil hældningen være den nævnte Sharpe ratio med negativt fortegn. Tangentporteføljen maksimerer Sharpe ratio, hvorfor individuelle aktiver med høje Sharpe ratios vil få en høj vægt i tangentporteføljen. Dog kan der forekomme høje allokeringer til aktiver med lave Sharpe ratios, såfremt de har en lav korrelation med aktiver, der har høje Sharpe ratios, for at diversificere porteføljen mest muligt. Formlen for tangentporteføljen er:

$$\pi_{tan} = \frac{\Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu} - r_f \mathbf{1})}{\mathbf{1}' \Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu} - r_f \mathbf{1})} = \frac{1}{B - Cr_f} \Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu} - r_f \mathbf{1}) \quad (7)$$

For alle porteføljer udregnes forventet afkast som (formel (1) forsimplet):

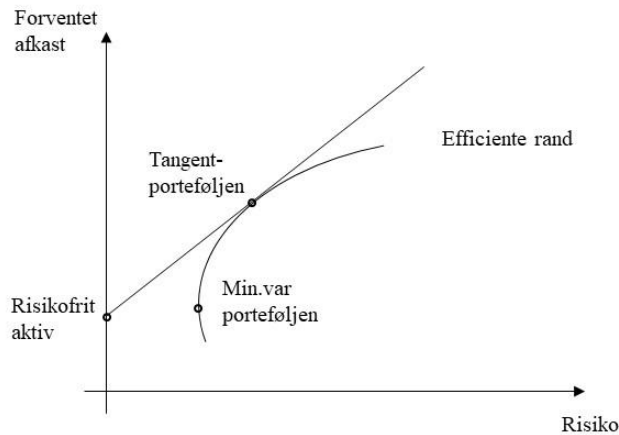
$$E[r_p] = \pi'_p \boldsymbol{\mu} \quad (8)$$

Varians og standardafvigelse for porteføljen findes ved (formel (2) forsimplet):

$$\sigma_p^2 = \pi'_p \Sigma \pi_p \quad (9)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} \quad (10)$$

Nedenfor er en illustration af den efficiente rand inklusiv det risikofrie aktiv, tangentporteføljen og minimumvarians porteføljen:



Figur 7-1: Den efficiente rand

Risk parity portefølje

Risk parity er en investeringsstrategi, der fokuserer på allokering af risiko på tværs af en portefølje. En risk parity portefølje fordeler risiko blandt forskellige aktivklasser ligeligt. Den forsøger hermed at balancere en portefølje til at performe godt uanset den økonomiske situation. fortalere for risk parity porteføljer argumenterer for, at traditionelle porteføljer i for høj grad sætter sin lid til aktier og dermed har alt for meget risiko i denne aktivklasse. Det faktum at risk parity i mindre grad investerer i aktier mindsker dermed også det forventede afkast, hvorfor risk parity porteføljer ofte anvender en høj grad af gearing for at opnå tilsvarende afkast (Asness, Frazzini, & Pedersen, 2012).

7.5.2 Flerfaktor model

Faktorinvestering er en alternativ investeringstilgang, der involverer faktorer som specifikke drivkræfter for afkast på tværs af forskellige aktivklasser og udnytter således brede og konsistente drivers for afkast. Faktorinvestering i kan hjælpe med at øge afkastmuligheder, reducere volatilitet og forbedre diversifikationen. Der er to hovedtyper af faktorinvestering; makroøkonomiske faktorer og style-faktorer (BlackRock, 2021b). Makroøkonomiske faktorer forklarer overordnede risici ved investering på tværs af aktivklasser, hvor style factors forklarer afkast og risiko inden for en bestemt aktivklasse. Derfor vil fokus i denne afhandling være på makroøkonomiske faktorer, da style factors primært anvendes i forbindelse med asset allocation. En traditionel tilgang til porteføljediversifikation ville bestå af allokering til aktier og obligationer. Denne tilgang bliver dog udfordret, som flere investeringsaktiver inddrages. Investeres der eksempelvis i en high yield kreditobligation, vil denne som udgangspunkt kategoriseres som en obligation, men prisen afhænger i høj grad af det underliggende selskabs finansielle ståsted, hvorfor en faktortilgang på den måde kan hjælpe med at give et bedre billede af de risikokarakteristika, der er i en portefølje, uanset hvilke aktivklasser de indeholder (ATP, 2017).

Ifølge Ilmanen og Kizer (2012) har faktor-diversifikation vist sig at være en mere effektiv måde til at sammensætte porteføljer på end aktivklasse-diversifikation generelt set og særligt under krisetider. Ved at anvende faktor-diversifikation går fokus fra at allokere kapital til allokering af risiko. Ved at måle risiko fremfor kapital afsløres ofte den dominerende rolle de mest volatile aktivklasser spiller samt porteføljens afhængighed af aktiemarkedets retning. Dog skal det nævnes, at anvendelse af en faktormodel medfører simplificerende antagelser og støj til estimeringer af forventede afkast for aktivklasserne (Ilmanen & Kizer, 2012; Ilmanen, 2011, s. 327).

En faktormodel antager, at kovariationen i aktivers afkast kommer fra følsomheden af afkast til nogle fælles faktorer. En faktormodel faciliterer en adskillelse mellem virksomhedsspecifik og makroøkonomisk analyse (Munk, 2019). Modellering af illikvide aktivers afkastudvikling ved hjælp af makrofaktorer kan hjælpe med at karakterisere risiko samt potentiale for investering i aktiverne.

I en K -faktor model determineres afkastet på hvert risikofyldt aktiv over en bestemt periode af K fælles faktorer og en idiosynkratisk komponent:

$$r_i - r_f = \beta_{i,1}(r_{F_1} - r_f) + \beta_{i,2}(r_{F_2} - r_f) + \dots + \beta_{i,K}(r_K - r_f) + \varepsilon_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (11)$$

r_f er et estimat for det risikofrie aktiv. $E(\varepsilon_i)$ er her per konstruktion lig 0, og det antages, at $Cov(F_k, \varepsilon_i) = 0$ og $Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$ (for $(i \neq j)$). r_{F_k} er i denne sammenhæng værdien af faktor k . Faktor betaen β_{ik} er en konstant, som repræsenterer aktiv i 's følsomhed til faktor k . Denne estimeres ud fra regressionsanalyser i

denne afhandling. De K faktorer har hermed til formål at fange den systematiske risiko for alle aktiver, hvorimod residualen ε_i repræsenterer det aktiv-specifikke afkast-komponent.

Faktor beta-vektoren af aktiv i udtrykkes som:

$$\beta_i = (\Sigma_F)^{-1} Cov[r_i, \mathbf{F}] \quad (12)$$

hvor Σ_F er $K \times K$ faktor varians-kovarians matricen.

Kovariansen mellem to aktiver findes ved formlen:

$$Cov[r_i, r_j] = \beta_i * \Sigma_F \beta_j \quad (13)$$

Variansen $Var(r_i)$ fås ved:

$$Var(r_i) = \beta_i * \Sigma_F \beta_i + Var[\varepsilon_i] \quad (14)$$

Korrelationen mellem to aktiver fås ved:

$$Corr[r_i, r_j] = \frac{Cov[r_i, r_j]}{\sigma_i * \sigma_j} \quad (15)$$

Afkastet på varians-kovarians matricen er dermed afhængig af faktor varians-kovarians matrice og aktivernes faktor beta vektor samt den usystematiske varianskomponent.

8 AKTIVKLASSER OG FAKTORER

Undersøgelsen anvender som beskrevet i afsnit 7.5.2 en faktormodel, da det kan være et stærkt værktøj til at identificere drivkræfter for afkast og risiko på tværs af aktivklasser. Dette kan være særligt relevant, når alternative investeringer inddrages, idet de i høj grad lider under dårlig datakvalitet, og faktorer således kan være med til at forklare de alternative aktivklassers udvikling. Til at repræsentere de respektive aktivklasser anvendes indekser. En svaghed ved denne fremgangsmåde er, at man kan risikere at vælge et indeks som ikke fyldestgørende repræsenterer aktivklassen. Derfor sammenlignes flere forskellige indekser fra uafhængige datakilder³ for at sikre, at det valgte indeks for den pågældende aktivklasse, er repræsentativ. Efter præsentationen af valgte aktivklasser foretages en analyse af historisk afkast og risiko, hvor resultaterne sammenholdes med anerkendte kilders fremtidige forventede afkast og risiko på disse aktivklasser. Yderligere analyseres aktivklassernes fordeling med afsæt i tredje og fjerde momenterne (skævhed og kurtosis).

Herefter introduceres afhandlingens valgte faktorer, der bruges til den videre regressionsanalyse som uafhængige variable. Da faktorerne bør være ukorreleerede, analyseres faktorerne for multikollinearitet, hvor faktorenes Variance Inflation Factor (VIF) udregnes. Herefter estimeres faktorenes forventede afkast og

³ Dette er gjort efter tilgængelighed, da vi ikke har ubegrænset adgang til alle datakilder og indekser

risiko, hvilket ligeledes sammenholdes med fremtidig forventet afkast og risiko, hvorefter faktorernes kovariansmatrice udregnes.

Der anvendes data på indekserne fra primo 2002 til ultimo 2020, grundet startdatoen på indekset for private debt ikke går længere tilbage. På de aktivklasser, hvor der kun forekommer kvartalsvis data, fordeles afkast ikke ud på måned (og dermed smoothe afkast og varians), da dette ville give et misvisende billede af datasættet, hvorfor der er anvendt kvartalsvis data. Eksempelvis er afkastene for private equity ikke fordelt ud på månedlig frekvens for at undgå, at data kommer til at indeholde postulater. Ved at uddele afkastet ville man risikere at implementere et postulat om, at private equity er mindre volatil end realiteten højest sandsynligt er. Dermed undgår undersøgelsen at implementere unødvendige biases i afhandlingens analyse. Dette betyder dog også, at vores modeller kun indeholder 73 observationer.

Data på alternative investeringer mangler oftest kvalitet og validitet, hvorfor der i analysen er foretaget betydelig datamodellering herunder 'smoothing' eller 'desmoothing' afhængig af det pågældende aktiv af afkast og risiko for at få nogle realistiske og mere robuste resultater og herefter indføre en række sanity-checks til at sikre validiteten af undersøgelsens fundne resultater.

8.1 AKTIVER

En populær porteføljesammensætning har historisk set været en 60/40 portefølje bestående af 60% aktier og 40% obligationer. I dag udfordres sådanne porteføljer i høj grad af de lave renteniveauer, der som allerede nævnt kommer af centralbankernes nedjustering af renterne for at stimulere økonomisk vækst. Det lave renteniveau medvirker til stigninger i særligt aktiers værdi, hvorfor forventede afkast mindskes, hvilket er en årsag til, at professionelle investorer ikke mener, at alene investering i aktier og obligationer er tilstrækkeligt. Dog forekommer samme værdi- og afkast-effekt ikke for alternative investeringer grundet disse aktivers kompleksitet, illikviditet, størrelse, tidshorisont mv. Af den grund har alternative investeringer opnået en stigende popularitet. Når aktiekurserne falder, og hvis der er brug for at yde støtte til økonomien, sænkes renterne og dermed stiger obligationspriserne. Heraf har der eksisteret en negativ korrelation mellem aktiepriser og obligationspriser. Endvidere vil investorer søge mod sikrere havne, når aktiekurserne falder. Grundet de i forvejen meget lave obligationspriser, er upside-potentialet for statsobligationer under recessioner dog faldet markant. Statsobligationer kan fremadrettet fortsat fungere som et diversifikationselement til porteføljen men giver et begrænset afkast. Et skift til en mere aktiedomineret portefølje såsom 80/20 vil kunne give et boost til afkast, men dette vil også føre til betydeligt højere volatilitet. Ifølge JP Morgan vil investorer således kunne drage fordel af at supplere porteføljer med allokering til alternative investeringer (J.P. Morgan Asset Management, 2021).

De lave renter har påvirket pensionssekskabers indtjening negativt, hvilket ifølge Finanstilsynet medvirker til en stigende risikoappetit. Dette leder til større allokeringer til aktier og alternative investeringer. En øgning i risikopåtagelsen øger dog også virksomhedernes eksponering overfor stigninger i risikopræmierne og tilbagegang i økonomien (Finanstilsynet, 2019).

På baggrund af afsnit 7.3 gør afhandlingen brug af følgende 12 aktivklasser i analysen: 1 globale aktier, 2 statsobligationer, 3 realkreditobligationer, 4 investment grade obligationer, 5 high yield obligationer, 6 emerging markets obligationer, 7 emerging markets aktier, 8 private equity, 9 private debt, 10 infrastruktur, 11 ejendomme og 12 hedgefonde. I de følgende afsnit gives en kort beskrivelse af aktivklasserne samt valgte benchmark, der har til formål at repræsentere den pågældende aktivklasse.

8.1.1 Globale aktier

Der forekommer forskellige indekser og måleenheder, der kan anvendes som benchmark for det globale aktiemarked for developed markets. Mange investorer anser S&P 500 som en indikator for, hvordan det går med den overordnede økonomi, idet denne inkluderer 500 førende virksomheder på tværs af forskellige amerikanske industrier og dækker over cirka 80% af tilgængelig markedsværdi (Bloomberg, 2021). Derfor gøres der brug af *S&P 500*, som et estimat for aktivklassen globale aktier. Man kunne alternativt have gjort brug af det globale aktieindeks MSCI World. Dog har dette ikke være muligt for denne afhandling at gøre brug af, da der ikke har været adgang til denne tidsserie via Bloomberg. Derfor vurderes S&P 500 at være et udmærket estimat for globale aktier.

8.1.2 Statsobligationer

Da vores portefølje har et globalt fokus, gør vi brug af et amerikansk indeks for statsobligationer med indekset *Bloomberg Barclays Series-E US Govt 5-7 Yr Bond index*, der har en gennemsnitlig varighed på 5,77 år (option adj spread duration, OASD) (kilde: Bloomberg). Der anvender et indeks på statsobligationer for både at inkludere rentebetalinger samt kursgevinst/tab i afkastet. Man kunne ligeledes have anvendt et 7-10 årigt indeks, men som det ses af bilag 1 er der en høj korrelation i udviklingen af de to indeksers afkastudvikling.

8.1.3 Realkreditobligationer

Danske institutionelle investorer har en central rolle som investor i danske realkreditobligationer. Eksempelvis er Nykredits – der er verdens største udsteder af covered bonds med pant i fast ejendom – primære investorer danske institutionelle investorer (Nykredit, 2021c, s. 30). Derfor vælges *Nykredit Realkreditindeks*, som estimat for realkreditobligationsaktiv. Indekset består af de 10 største obligationsgrupper på det

danske realkreditmarked og tager udgangspunkt i de mest likvide realkreditobligationer noteret på NASDAQ OMX Copenhagen (Nykredit Markets, 2021b).

8.1.4 Investment grade obligationer

Investment grade (IG) obligationer er de mest sikre virksomhedsobligationer, hvor udsteder ifølge kreditvurderinger har en meget lille sandsynlighed for at misligholde sine gældsforpligtelser men har normalvis også en lavere rente end eksempelvis high yield obligationer. En investment grade obligation har en BBB-rating eller højere fra S&P eller Fitch (Fidelity, 2021). Som repræsentation for aktivklassen anvendes *Bloomberg Global Investment Grade Corporate Bond Index*.

8.1.5 High yield obligationer

High yield (HY) obligationer har typisk højere rentebetalinger, hvilket skyldes, at de har lavere kreditratings og vurderes dermed til at have større sandsynlighed for at gå konkurs eller misligholde gældsforpligtelser. En high yield obligation har en rating lavere end BBB- fra S&P eller Fitch (Fidelity, 2021). Som repræsentation for aktivklassen anvendes *Bloomberg Barclays Global High Yield Total Return Index Value*.

8.1.6 Emerging markets obligationer

Emerging markets (EM) lande er typisk fordelt på fire regioner: Latin- og Centralamerika, Østeuropa, Afrika og Mellemøsten samt Asien (eksklusiv Japan). Obligationer udstedt i emerging markets giver ofte en højere rente, idet de besidder større risici (Sydinvest, 2021). For emerging markets obligationer er der generelt meget begrænset mængde af data, hvor de fleste indekser ikke har data, der strækkes længere tilbage i tid end ultimo 2007. I denne afhandling anvendes *J.P. Morgan USD EMBI Global Core Index* som indeks for udviklingen i emerging markets obligationer, da det er et af de tilgængelige indekser, der har en længere historik. Dette indeks indeholder både statsobligationer og kreditobligationer.

8.1.7 Emerging markets aktier

Investering i emerging markets aktier omfatter aktier i udviklingslande, hvor der ofte ses en lav gennemsnitsindkomst pr. indbygger men et stort vækstpotentiale og høj risiko. Som repræsentation for emerging markets aktier anvendes indekset *MSCI Emerging Markets Index (USD)*. Indekset fanger mid og large cap i 26 lande (MSCI, 2021). Der er for denne aktivklasse på samme vis som for emerging markets obligationer begrænset adgang til indekser, der dækker et repræsentativt benchmark, hvorfor det valgte indeks er bedste bud.

8.1.8 Private equity

Private equity er en type alternativ investering, hvor der forekommer meget begrænset adgang til data. *Cambridge Associates* (2020) udregner et globalt private equity index, der er baseret på data samlet fra

2.296 private equity fonde, hvor gebyrer, omkostninger mv. er trukket fra. Indekset inkluderer VC, growth equity og buyout fonde og anses som repræsentativt for denne aktivklasse, da Cambridge Associates kun gør brug af historisk data i form af kvartalsvis cash flows og net asset values for alle fondene i benchmarket. Indekset er således ikke baseret på Listed Private Equity, og derfor vurderes det at give et mere retvisende estimat for investeringer i private equity. Adskillelige analytikere og litteratur gør ligeledes brug af dette indeks som estimat for aktivklassen, herunder Richard C. Marston (2011, s. 263) og JP Morgan Asset Management (2020).

8.1.9 Private debt

På samme vis som for andre alternative aktivklasser er de tilgængelige data meget begrænset og har en begrænset historik. Optimalt set burde der gøres brug af data for et noteret indeks af private debt, ligesom for private equity. Benchmarket ILPA Private Markets Benchmark Private Credit, der har et samarbejde med Cambridge Associates, anses som et anerkendt indeks, men da der kun har været adgang til data for ILPAs private credit indeks til ultimo 2018 anvendes dette ikke, fordi det vil betyde at vores datasæt må begrænses til denne skæringsdato, hvilket ikke er optimalt for afhandlingens analyse. Af denne årsag anvendes *S&P/LSTA U.S. Leveraged Loan 100 Index* til at repræsentere private debt kategorien. Indekset er noteret og designet til at reflektere performance af de største faciliteter i leveraged loan markedet (kilde: Bloomberg). Dog eksisterer der kun data for dette indeks fra 2002, hvorfor analysen begrænses til dette starttidspunkt. Dette begrænser selvsagt opgavens konklusioner, da der ikke kan inddrage data med en længere tidshorisont.

Det ses af bilag 2, at S&P/LTSA Leveraged Loan og ILPAs private credit indeks har en høj korrelation (0,93), hvor S&P/LTSA U.S. Leveraged Loan 100 Index dog generelt har en lidt lavere volatilitet. Alligevel må Leveraged Loan indekset anses for at afspejle en stor del af den underliggende udvikling i private debt aktivklassen.

Leveraged loan indebærer lån til virksomheder med i forvejen store mængder gæld eller dårlig kredithistorik, og S&P/LSTA U.S. Leveraged Loan 100 Index er det første indeks til at tracke det investerbare seniorlån marked (S&P Dow Jones Indices, 2021). Indekset bruges af adskillelige analytikere som benchmark for banklån klassificeret under kategorien 'alternativ kredit'. Eksempelvis gør Blackstone brug af dette indeks i deres analyse fra 2018 (Blackstone, 2018, s. 7).

På baggrund af ovenstående argumenter, herunder særligt at der forekommer en meget høj korrelation mellem S&P/LSTA U.S. Leveraged Loan 100 Index (noteret indeks) og ILPA Private Markets Benchmark

Private Credit (unoteret benchmark), vurderes S&P/LSTA U.S. Leveraged Loan 100 Index at være et retvisende estimat for private debt. Dog skal det understreges, at det havde været et bedre og stærkere datasæt, hvis der havde været adgang til ILPAs private credit benchmark.

8.1.10 Infrastruktur

For unoteret infrastruktur er de tilgængelige data meget begrænset. Optimalt set burde afhandlingen have anvendt et indeks for unoteret infrastruktur. Da dette ikke har været muligt at få adgang til, gøres der i stedet brug af et indeks for noteret infrastruktur. Dette er en central svaghed i denne opgave, som skal have sin plads under resten af analysen.

Der findes adskillige indekser for noteret infrastruktur. Noteret infrastruktur indgår dog i globale aktier og derfor vil de have en høj korrelation. Heraf vil pensionsselskaberne også blot se infrastruktur-aktivklassen i denne afhandling som en del af globale aktier aktivklassen, når der gøres brug af et noteret indeks for infrastruktur.

Der gøres i undersøgelsen brug af *MSCI World Infrastructure Index* som repræsentation, som dækker mellemstore og store kapitalandele i 23 udviklede markeder (DM). Alle indeksbestanddele er kategoriseret i en af 13 under-industrier i henhold til Global Industry Classification Standard (GICS), og MSCI grupperer i fem infrastruktur sektorer: telekommunikation, utilities, energi, transport og social (MSCI, 2021). Alternativt til MSCI World Infrastructure Index kunne man anvende FTSE Global Core Infrastructure 50/50, Dow Jones Brookfield Global Infrastructure, UBS Global Infrastructure and Utilities eller S&P Global Infrastructure. I bilag 3 ses, at disse indekser følger samme udvikling i høj grad. Det er ikke et optimalt estimat for unoteret infrastruktur, men man må alt andet lige antage, at det noterede indeks følger det underliggende aktiv af unoteret infrastrukturens udvikling til en vis grad. Eksempelvis gør Pedersen et. al. (2014) brug af UBS Global Infrastructure and Utilities indeks som repræsentant for infrastruktur i deres modellering af aktivallokering ved brug af en flerfaktormodel⁴.

8.1.11 Ejendomme

Inden for ejendomme er der flere indekser man kan bruge, som afspejler den underliggende risiko for ejendomme. Nogle af de centrale indekser er NCREIF Property Index (NPI) og Cambridge Associates' Real Estate Private Equity Index. Cambridge Associates' indeks er et anerkendt indeks at gøre brug af, men da der kun har været adgang til data til ultimo 2018 for dette indeks, kan der ikke gøres brug af dette. Begge indekser afspejler den reelle underliggende værdi af ejendomme og vil derfor begge være acceptable at

⁴ Denne videnskabelige artikel er inddraget under litteratur reviewet.

bruge i afhandlingen. Jævnfør litteratur reviewet og da flere eksperter som blandt andet Ilmanen (2011, s. 48) og JP Morgan Asset Management (2020) gør brug af indekset *NCREIF Property Index*, har vi ligeså valgt at bruge dette indeks som repræsenterende for ejendomsinvesteringer i vores portefølje. NCREIF Property Index er et kvartalsvis unleveraged samlet afkast for private erhvervsejendomme, der kun holdes til investeringsformål (NCREIF, 2021).

Sammenholder man de to nævnte indeksers udvikling for den tilgængelige dataperiode observeres en samvariation mellem dem på 0,87 ud fra bilag 4. I forlængelse heraf fremstår det ligeledes af bilaget, at NCREIF har en lavere volatilitet end Cambridge Associates' indeks. Korrelationen der som udgangspunkt kunne forventes at være højere, samt forskellen i volatiliten skyldes, at Cambridge Associates har modelleret data (ved hjælp af blandt andet et-kvartals lag struktur) og indført flere tiltag til at kompensere for survivorship bias og backfill bias (Cambridge Associates, 2018). Derfor er der en forskel i udviklingen af de to indekser. Med dette in mente vil der under afsnit '8.3 Databehandling' blive behandlet NCREIF tidsserien, således at det får en lignende udvikling ved både at indføre et-kvartals lagstruktur samt 'desmoothing'.

Det skal understreges, at dette indeks dækker det amerikanske ejendomsmarked. Derfor skal der tages forbehold for, at der kan være forskel på, hvordan det amerikanske boligmarked bevæger sig i forhold til det danske.

8.1.12 Hedgefonde

Hedge Fund Research, Inc. (HFR) er hedgefond-industriens udbyder af pålidelige data vedrørende hedgefonde og analyser til investorer, asset managers mv. (J.P. Morgan Asset Management, 2020). Indekset *HFRI Fund of Funds Composite Index* er et 'funds of funds' indeks og er derfor et indeks for hedgefonde, der investerer i hedgefonde. Strategien bag dette indeks er en diversificeret portefølje af managers for at mindske risikoen (HFR, 2021). Ifølge Ilmanen (2011) giver dette indeks den mest realistiske repræsentation af hedgefondes performance, idet de er mindre udsat for diverse rapporterings-biases. Dette indeks gør adskillelige analytikere ligeledes brug af (J.P. Morgan Asset Management, 2020), og det vurderes derfor repræsentativt at bruge som estimat for investeringer i hedgefonde. Det bemærkes dog, det valgte indeks ikke har offentliggjort en beskrivelse af, hvilke konkrete strategier der gøres brug af i de forskellige fonde. Det må derfor kunne antages, at langt de fleste strategier under dette indeks vil være de mest udbredte hedgefond strategier, som ofte er likvide strategier jf. afsnit 7.3.5.

Et alternativ til HFRI Fund of Funds Composite Index er EurekaHedge Hedge Fund Index. I bilag 5 ses det, at disse to indeks følger hinanden tæt.

8.1.13 Overblik over aktivernes benchmarks

| Nr. | Aktivklasse | Benchmark |
|-----|-------------------------------|--|
| 1 | Globale aktier | S&P 500 |
| 2 | Statsobligationer | Bloomberg Barclays Series-E US Govt 5-7 Yr Bond index |
| 3 | Realkreditobligationer | Nykredit Realkreditindeks |
| 4 | Investment grade obligationer | Bloomberg Global Investment Grade Corporate Bond Index |
| 5 | High yield obligationer | Bloomberg Barclays Global High Yield Total Return Index Value Unhedge. |
| 6 | Emerging markets obligationer | J.P. Morgan USD EMBI Global Core Index |
| 7 | Emerging markets aktier | MSCI Emerging Markets Index |
| 8 | Private equity | Cambridge Associates |
| 9 | Private debt | S&P/LSTA U.S. Leveraged Loan 100 Index |
| 10 | Infrastruktur | MSCI World Infrastructure Index |
| 11 | Ejendomme | NCREIF Property Index (NPI) |
| 12 | Hedge fonde | HFRI Fund of Funds Composite Index |

Tabel 8-1: Aktivernes benchmarks

8.1.14 Aktivernes historiske afkast og risiko

I nedenstående tabel ses historiske afkast og risiko beregnet for de gennemgåede aktivers benchmarks på årlig basis i tidsperioden 2002 til 2020. Bemærk, at alle aktivklasser med undtagelse af private equity og ejendomme er udregnet med afsæt i månedlige data. Private equity og ejendomme er udregnet med kvartalsvis data.

| Aktiver | Data ultimo | n | Middel-værdi, E[r] | Std. afv. | E[r]/std | Skævhed | Kurtosis |
|-------------------------------|-------------|-----|--------------------|-----------|----------|---------|----------|
| Globale aktier | måned | 228 | 7,61% | 14,78% | 51,49% | -0,62 | 1,58 |
| Statsobligationer | måned | 228 | 4,82% | 4,63% | 104,02% | 0,14 | 1,01 |
| Realkreditobligationer | måned | 228 | 4,21% | 2,89% | 145,72% | 0,11 | 2,76 |
| Investment grade obligationer | måned | 228 | 5,47% | 4,54% | 120,51% | -1,18 | 6,55 |
| High yield obligationer | måned | 228 | 9,13% | 10,06% | 90,75% | -1,72 | 11,30 |
| Emerging markets obligationer | måned | 228 | 9,18% | 9,23% | 99,46% | -1,88 | 10,31 |
| Emerging markets aktier | måned | 228 | 12,77% | 21,08% | 60,56% | -0,57 | 1,87 |
| Private equity | kvartal | 76 | 13,98% | 10,37% | 134,80% | -1,13 | 4,65 |
| Private debt | måned | 228 | 4,84% | 7,09% | 68,23% | -1,30 | 12,87 |
| Infrastruktur | måned | 228 | 8,68% | 15,43% | 56,23% | -0,70 | 1,97 |
| Ejendomme | kvartal | 76 | 8,36% | 4,71% | 177,29% | -2,45 | 7,87 |

| | | | | | | | |
|---------------------|-------|-----|-------|-------|--------|-------|------|
| Hedgefonde | måned | 228 | 3,92% | 5,21% | 75,38% | -1,52 | 5,79 |
| Dato fra 31-12-2001 | | | | | | | |
| Dato til 31-12-2020 | | | | | | | |

Tabel 8-2: Aktivernes historiske afkast og risiko

De månedlige og kvartalsvise afkast og standardafvigelser er konverteret til årlige resultater med afsæt følgende formler:

$$r_{\text{årlig}} = (1 + r_{\text{kvartal}})^4 - 1 \quad (16.1)$$

$$r_{\text{årlig}} = (1 + r_{\text{månedlig}})^{12} - 1 \quad (16.2)$$

$$\sigma_{\text{årlig}} = \sigma_{\text{kvartal}} * \sqrt{4} \quad (16.3)$$

$$\sigma_{\text{årlig}} = \sigma_{\text{månedlig}} * \sqrt{12} \quad (16.4)$$

Af tabellen observeres det, at stats- og realkreditobligationer har høje afkast i forhold til risikoen. Dette giver nogle høje afkast ift. risikoen for begge aktivklasser, hvilket ikke er realistisk. En lignende tendens konstateres for investment grade obligationer, der også har høje afkast i forhold til volatiliteten. Disse aktivklasser anses alle at være sikre investeringer, hvilket også afspejles i de lave volatiliteter. Dog er afkastet ikke retvisende for nutiden, da man på markedet ser langt lavere afkast grundet det lave renteniveau, hvilket medfører lavere afkast. High yield og emerging markets obligationer er mere risikofyldte aktiver, og derfor er afkastet på disse aktivklasser ligeledes for høj i forhold til volatiliteten, der heraf er underestimeret set ift. afkastene.

De historiske afkast og volatiliteter for aktier, herunder globale aktier, emerging markets aktier og infrastruktur (der jf. afsnit 8.1.10 kan anses at indgå under aktier grundet databegrænsning), anses at være mere realistiske og sigende for nutidens forventninger. Det er klart, at der foretages sanity check af disse på samme måde som for de andre aktivklasser ved at sammenholde historisk data med samfundsforudsætningerne og Yale's estimer, men i store træk fås nogle fornuftige estimer, hvor emerging markets aktier har et højere afkast end globale aktier grundet den ekstra risiko man påtager sig ved at investere i denne aktivklasse. Heraf er volatiliteten lige så højere for emerging markets aktier sammenlignet med globale aktier. Infrastruktur har et historisk afkast og volatilitet der minder meget om globale aktier, hvilket som tidligere nævnt skyldes valget af indeks, der indeholder noteret infrastruktur jævnfør diskussionen i afsnit 8.1.10, hvor det belyses, at der ikke er adgang til data for unoteret infrastruktur. Derfor vil disse to indekser indeholde nogle af de samme selskaber, og have mange af de samme afkast- og risikokarakteristika.

Private equity har et meget højt afkast på 14% i forhold til risikoen, der endda er lavere end afkastet på 10%. Dette kan skyldes, at fonde, der investerer i illikvide aktiver, rapporterer afkast som er udglattet,

grundet diverse rapporteringsbiases, som allerede nævnt i afsnit '7.4 Biases på alternative investeringer'. Der konstateres også for hedgefonde en lav risiko på 5,21% i forhold til afkastet på 3,92%. Dette skyldes som nævnt, at afkastene er kunstigt udglattet, hvilket får disse investeringer til at se attraktive ud.

For ejendomme forekommer ekstraordinært høje afkast (8%) sammenholdt med risikoen (5%). Den lave risiko for ejendomme kan forklares ved de vurderingsbaserede værdiansættelsesmetoder. Afkastet på NCREIF kan siges at være overdrevet udglattet og forældede. Dette formindsker den observerede volatilitet ved investering i ejendomme og giver urealistisk høje afkast ift. risiko. Ifølge Ilmanen (2011, s. 211) kan statistiske de-smoothing metoder nemt fordoble volatiliteten. Den lave risiko på disse tre aktivklasser vurderes ikke som værende retvisende, hvorfor det kan det være en fordel at foretage desmoothing af data for ejendomme, private equity og hedgefonde.

Konkluderende vurderer vi, at det tilgængelige data indeholder en række urealistiske afkast og standardafvigelse, hvilket holdes op imod samfundsforudsætningerne og Yale Endowment's forventede afkast og risiko i de følgende afsnit.

Samfundsforudsætningerne

Samfundsforudsætningerne, som er beskrevet under teoriafsnittet, vil blive inddraget i afhandlingen både for at sammenholde med de historiske afkast og risiko, og senere i opgaven i forbindelse med de fremtidige forventninger. Optimalt set ville man inddrage de langsigtede afkast og risici, men da disse kun er opgjort på to aktivklasser (aktier og obligationer), inddrages estimerne for mellemlang sigt, da disse er opdelt på flere aktivklasser. Dog er opdelingen i samfundsforudsætningernes aktivklasser ikke præcis de samme, som de aktivklasser, der anvendes i denne afhandling. Samfundsforudsætningerne inkluderer stats- og realkreditobligationer under en aktivklasse og leverer som nævnt ikke prognoser for private debt, idet denne aktivklasse endnu ikke er udbredt nok til, at der har været ønske om, at Rådet for Afkastforventninger leverer forventet afkast på denne.

Hertil skal det dog understreges, at samfundsforudsætningerne har fået større kritik blandt andet af Pedersen og Neumann (2020), hvor en af svaghederne ved samfundsforudsætningernes estimer for 2020 er, at der er inkonsistens mellem afkast og risiko for nogle af aktivklasserne. Når den efficiente rand beregnes på baggrund af forudsætningerne fås, at porteføljerne består af store korte og lange positioner, og indlægges der kortsalgsbegrænsning er porteføljevægtene fortsat urealistiske (fundet ved at maksimere sharpe ratio med begrænsning af, at man ikke må gå kort i nogen af aktivklasserne). Vægtene konstateres at være enormt

ustabile i forhold til input i modellen. Dette skyldes dog også den velkendte svaghed ved mean-variance optimering, at den er meget følsom over for input, hvilket ikke hjælper. Den overordnede konklusion bunder i, at der ikke er en solid nok sammenhæng mellem afkast og kovariansmatrice for 2020 forudsætningerne. Derudover er der heller ikke en klar sammenhæng mellem afkast og risiko for nogle af aktivklasserne. Som Pedersen og Neumann (2020) pointerer, har investment grade obligationer, emerging markets aktier og private equity et relativt dårligt afkast i forhold til den tilhørende risiko for 2020 estimererne.

Ovenstående kritik af samfundsforudsætningerne gør sig ikke i samme grad gældende for 1. halvår 2021, idet denne kovariansmatrice er positiv semidefinit. I bilag 6 ses afkast og sharpe ratio for 1. halvår af 2021 (Rådet for Afkastforventninger, 2020)⁵. Det observeres blandt andet, at afkast i forhold til risiko for stats- og realkreditobligationer er mere realistisk, sammenholdt med vores historiske værdier. Investment grade og high yield obligationer konstateres ligeledes at have mere realistiske afkast ift. risiko sammenlignet med de historiske estimerer.

Aktier har historisk haft et højere afkast end de fremtidige udsigter, hvilket også kan tilskrives de lave renteniveauer. Såfremt renten vil stige i fremtiden, vil det medføre en højere diskonteringsrate, hvilket vil sænke værdien af risikofyldte aktiver samt gøre obligationer mere attraktive. Samtidig bemærkes det tydeligt, at den historiske risiko for aktivklasser som private equity, ejendomme og hedgefonde er meget underestimeret sammenlignet med de fremtidige forventninger i samfundsforudsætningerne, hvilket særligt skyldes datasættet, der ikke er repræsentativt for de underliggende udsving for de enkelte aktivklasser. Det kan selvfølgelig diskuteres, om samfundsforudsætningernes afkast og risici - som også er drøftet af Pedersen og Neumann (2020) - er retvisende og sammenhængende, men de anses dog fortsat som en pålidelig kilde at sammenholde data med, grundet deres ekspertviden inden for området som allerede nævnt.

Yale Endowment

Til sammenligning og vurdering af reliabiliteten af de historiske værdier, sammenholdes disse ligeledes med Yale Endowment Fund's forventede afkast og risici estimeret i deres seneste årsrapport (Yale Investments Office, 2020). Yale Endowment er blandt de førende inden for investeringer med et årligt afkast på 9,9% over de sidste 20 år og vurderes som relevante at sammenholde med. Det skal dog bemærkes, at Yale ikke opgør aktivklasserne på præcis samme måde, som det gøres i denne afhandling. Det ses af bilag 6 og 7, at der er en vis konsistens i de historiske afkast ud fra Yale's estimeringer for globale aktier, emerging markets aktier og hedgefonde. Obligationer har som nævnt et historisk højt afkast sammenlignet

⁵ Rådet for Afkastforventninger estimerer halvårligt de såkaldte samfundsforudsætninger, som er forventede afkast og risiko på 10 aktivklasser. Forventningerne for 1. halvår af 2021 er udgivet i oktober 2020.

med de forventede afkast grundet ændringer i renteniveauet. Yale estimerer endda cash & fixed income til 0% i afkast sammenlignet med samfundsforudsætningerne der har en forventning på 1%.

Buyouts og VC er delt op i Yales opgørelse, mens det i afhandlingen er antaget, at disse to begge indgår under private equity. Det observeres for begge aktiver, at risikoen er estimeret højere end det historiske data udtrykker, hvilket stemmer overens med vores forklaring af, at data på disse aktiver er udjævnet og da disse indeholder en række biases. Det samme gør sig gældende for ejendomme og hedgefonde.

Opsummering

Det kan konkluderes af ovenstående afsnit, at de historiske afkast har været høje sammenlignet med det fremtidig forventede afkast. De historiske afkast vurderes således ikke at være repræsentative for de reelle afkast og risici associeret med investering i disse aktivklasser, men angiver snarere manglen på kvalitet forbundet med de tilgængelige data på disse aktiver. Af denne grund foretages nogle justeringer af data i afsnit '8.3 Databehandling' for at imødekomme et mere repræsentativt datasæt til den videre analyse.

For alternative investeringer ses det af de akkumulerede afkast (bilag 8), at særligt private equity har performeret langt over niveau sammenlignet med globale aktier. Infrastruktur og ejendomme har ligeledes en god performance. Overordnet set har alle alternative aktivklasser en positiv historisk udvikling. De fremtidige forventninger afspejler den højere risiko, der forekommer ved alternative investeringer (modsat de historiske) samt de lavere forventelige afkast samfundsforudsætningerne og Yale estimerer.

Det skal pointeres, at årsagen til, at der ikke foretages sanity-check og sammenligner de fundne historiske afkast og risiko med danske pensionsselskabers forventede afkast og risiko for aktivklasserne skyldes, at pensionsselskaberne ikke offentliggør disse forventninger. Pensionsselskaber opgør kun afkast med en meget lav detaljeringsgrad.

8.2 FAKTORER

Der er udvalgt ni faktorer, som beskriver den systematiske risiko og medvirker til at kunne bygge en kovariansmatrice af alle aktiver, som er fremtidsrettet. Der forekommer mange forskellige faktorer, som man kan inddrage i en model. Der er taget udgangspunkt i anerkendte investorers tilgang til faktorinvestering herunder Gladstone et. al. (2021), Pedersen et. al. (2014), IImanen & Kizer (2012) samt Bass, Gladstone & Ang (2017), der også fungerer som belæg for vores valg af faktorer. Deraf kommer vi frem til følgende ni faktorer: 1 økonomisk vækst, 2 statsobligationsrente, 3 realkreditrente, 4 investment grade credit spread, 5 high yield credit spread, 6 emerging markets rente, 7 emerging markets vækst, 8 inflation og 9 likviditet.

Flere af disse faktorer er argumenteret som værende centrale faktorer for langsigtet afkast ifølge Ilmanen (2011, s. 321).

8.2.1 Økonomisk vækst

Økonomisk vækst kan afspejles af forskellige tidsserier såsom aktiemarkedet på udviklede markeder, BNP-udviklingen eller et prisindeks på råvarer eller ejendomme, som indikation for den økonomiske vækst. På baggrund af litteratur reviewets undersøgelse af anerkendt videnskabelig litteratur på området klarlægges det, at Gladstone et. al. (2021) og Pedersen et. al. (2014) gør brug af en faktormodel. Her bruger begge artikler udviklingen i aktier på udviklede markeder som et estimat for økonomisk vækst, og i tillæg bruger Pedersen et. al. (2014) S&P500 som estimat for økonomisk vækst. På baggrund af litteratur reviewet og nævnte argumentation er *S&P 500* derfor valgt som repræsentation for faktoren for økonomisk vækst.

8.2.2 Statsobligationsrente

Som et estimat for statsobligationsrentefaktoren anvendes indekset *Bloomberg Barclays Series-E US Govt 5-7 Yr Bond Index*, ligesom dette benchmark bruges til repræsentation af aktivklassen 'statsobligationer' ovenfor.

8.2.3 Realkreditrente

På samme måde som for statsobligationsrentefaktoren gøres der ligeledes brug af en realkreditrentefaktor med *Nykredit Realkreditindeks*. Vi har valgt både at inkludere en realkreditrentefaktor og statsobligationsrentefaktor, da det vurderes, at nogle aktivklasser (eksempelvis ejendomme) er mere afhængige af realkreditrenten end statsobligationsrenten.

8.2.4 Investment grade credit spread

Faktoren investment grade credit spread repræsenteres af *spreadet mellem investment grade obligationer og statsobligationer*. Denne faktor afspejler således den præmie, der er ved at låne til virksomheder med risiko for misligholdelse af gældsforpligtelser eller konkurs.

8.2.5 High yield credit spread

Faktoren for high yield credit spread repræsenteres sammenligneligt med IG credit spread ved *spreadet mellem high yield obligationer og statsobligationer*.

8.2.6 Emerging markets rente

Emerging markets rentefaktoren afspejles ligesom emerging markets vækst ved *emerging markets obligationer fratrukket developed markets obligationer*, for at afspejle præmien ved emerging markets obligationsinvestering i forhold obligationsinvestering i udviklede markeder.

8.2.7 Emerging markets vækst

Faktoren for emerging markets vækst afspejles ved *emerging markets aktier fratrukket developed markets aktier*. Denne faktor afspejler således den præmie, der er ved at optage eksponering i markeder med politisk og økonomisk risiko.

8.2.8 Inflation

Inflationsfaktoren repræsenterer risikoen ved eksponering overfor ændringer i nominelle priser og udtrykkes ved statsobligationer fratrukket inflationslinked obligationer: *Bloomberg Barclays Global Inflation Linked bonds*. Denne estimering og faktor gør Gladstone et. al. (2021) ligeledes brug af. Indekset afspejler investment grade inflationslinked statsobligationer fra 12 forskellige udviklede markeder (kilde: Bloomberg). Dette indeks afdækker således mod inflationsrisiko, da de inflationslinked obligationer stiger i værdi under inflationsstignede perioder.

8.2.9 Likviditet

Det kan være vanskeligt at måle likviditeten på forskellige aktivklasser. Det er særligt vanskeligt at måle for aktiver, der sjældent handles. Intuitivt giver det mening, at investorer skal tillægges en likviditetspræmie for at handle med illikvide aktiver, idet de påtager sig ekstra risiko herved. I denne afhandling anvendes *Pastor-Stambaugh's liquidity factor* som repræsentation for likviditetsfaktoren. Dette gør andre anerkendte kilder også brug af, eksempelvis MSCI (2020). Et alternativ hertil kunne være at udregne bid-ask spread på aktier og på den måde forsøge at måle likviditeten.

Pastor-Stambaugh faktoren fanger excess returns på aktier med store eksponeringer til ændringer i den samlede likviditet. Pastor & Stambaugh konstruerede deres likviditetsmål for hver aktie ved at estimere afkast-effekten associeret med et ordreflow (volume), hvor ideen bag er, at aktier med lavere likviditet vil opleve højere afkastskift ved perioder med højere volumener. Afkastet bag likviditetsrisikofaktoren i en given periode er defineret ved afkastene af en lang-kort portefølje af aktier rangeret efter deres følsomhed til ændringer i markedslivviditeten (likviditetsbetaer). Denne metode minder om fremgangsmåden anvendt til at udlede Fama-French faktorerne (Pedersen, Page, & He, 2014).

Franzoni, Nowak, & Phalippou (2012) bekræftede, at realiserede private equity afkast er påvirket af deres signifikante eksponering til Pastor-Stambaugh likviditetsfaktoren. De uddyber, at det som kobler afkast på private equity til likviditeten i markedet skyldes, at ændringer i illikviditeten påvirker afkast gennem tilgængelighed og omkostninger forbundet med finansiering af private equity deals som følge af den høje grad af gearing ved sådanne investeringer (Franzoni, Nowak, & Phalippou, 2012). Grundet høj gearing er

private equity investeringer sensitive over for kapitalbegrænsningerne, som gældsudbydere (primært banker og hedgefonde) sætter. Derfor vil perioder med lav markedslikviditet hænge sammen med perioderne, hvor private equity managers kan finde det svært at finansiere deres investeringer. Dette kan således oversættes til lavere afkast for aktivklassen.

Grundet de begrænsede adgange til mængder af data samt sværhedsgraden i at måle likviditet, anvendes Pastor Stambaugh's likviditetsfaktor i den videre analyse.

8.2.10 Overblik over faktorernes benchmarks

| Nr. | Faktor | Benchmark |
|-----|--------------------------------|---|
| 1 | Økonomisk vækst | S&P 500 |
| 2 | Statsobligationsrente | Bloomberg Barclays Series-E US Govt 5-7 Yr Bond index |
| 3 | Realkreditrente | Nykredit Realkreditindeks |
| 4 | Investment grade credit spread | Spreadet mellem investment grade obligationer og statsobligationer |
| 5 | High yield credit spread | Spreadet mellem high yield obligationer og statsobligationer |
| 6 | Emerging markets rente | Emerging markets obligationer fratrukket developed markets obligationer |
| 7 | Emerging markets vækst | Emerging markets aktier fratrukket developed markets aktier |
| 8 | Inflation | Statsobligationer fratrukket inflationlinked obligationer |
| 9 | Likviditet | Pastor-Stambaugh's likviditetsfaktor |

Tabel 8-3: Faktorenes benchmarks

8.3 DATABEHANDLING

For at sikre et repræsentativt datasæt for aktiverne og faktorerne analyseres, behandles og modelleres data i dette afsnit for at sikre robust data, samt at datasættet afspejler den pågældende tidsseries reelle egenskaber, idet offentligt tilgængelige data kan indeholde biases mv. som allerede nævnt.

8.3.1 Databehandling af aktivklasserne

På baggrund af ovenstående beskrevne benchmarks for de 12 valgte aktivklasser analyseres i dette afsnit data for tidsperioden. Her analyseres først datas kvalitet og dernæst fordelingen af data via plottede histogrammer samt de højere ordens momenter af de standardiserede tredje og fjerde ordens momenter (skævhed og kurtosis) til at analysere data fordeling.

Datakvalitet

Afkast og risiko på private equity, ejendomme og hedgefonde vurderes som tidligere nævnt ikke at være retvisende, idet ejendomme bærer præg af smoothede og vurderingsbaserede værdiansættelsesmetoder, samt private equity og hedgefonde indeholder en række rapporteringsbiases, der påvirker datakvaliteten negativt. Derudover forekommer der en mindre hyppig værdiansættelse af disse aktivklasser. For hedgefonde er det kendt viden i litteraturen, at man desmoothes afkast primært grundet rapporteringsbias, hvor risikoen ofte er underestimeret i historisk data (Gallais-Hamonno & Nguyen-Thi-Thanh, 2007). Af disse grunde foretages en desmoothing af afkastene på disse tre aktivklasser jævnfør afsnit 7.4.

En praktisk metode at desmoothe afkastene på beskrives af Okunev og White (2003) på baggrund af Gelters (1993) metode:

$$R_{1,t}^c = \frac{(R_t^0 - \rho_1^0 R_{t-1}^0)}{(1 - \rho_1^0)} \quad (17)$$

Hvor ρ_1^0 er autokorrelationskoefficienten af første ordre.

For de resterende (og mere hyppigt værdiansatte) aktivklasser udglattes afkastene ved at foretage et fireperioders glidende gennemsnit. Glidende gennemsnit er en meget brugt metode til at udglatte prisændringer og fjerne støj fra korte prisfluktuationer samt gøre data mere robust.

Smoothing og desmoothing af data er foretaget for, at analysen skal give mere troværdige og robuste resultater. Det er kendt, at mean-variance er meget følsom for input, hvorfor det har været nødvendigt at foretage smoothing og desmoothing af data (afhængig af den pågældende aktivklasse) og basere analysen på en række antagelser for at få nogle mere realistiske volatiliteter. Nedenfor ses effekten af at desmoothe tidsrækkerne.

| Aktiver | Historisk volatilitet | Desmoothing volatilitet | <i>Difference</i> |
|----------------|------------------------------|--------------------------------|-------------------|
| Private equity | 10,3% | 13,5% | 3,2% |
| Ejendomme | 4,6% | 17,3% | 12,7% |
| Hedgefonde | 6,8% | 7,6% | 0,8% |

Tabel 8-4: Desmoothing

Af bilag 9 ses det, at særligt ejendomme har en høj autokorrelationskoefficient. Dette indikerer, at der for ejendomme er en høj grad af autokorrelation, som kan skyldes bagudseende og subjektive værdiansættelsesmetoder. Derfor medfører en desmoothing af denne aktivklasse også en stor effekt, hvor volatiliteten stiger fra 4,6% til 17,3%. For private equity og hedgefonde observeres en lavere autokorrelationskoefficient, hvorfor desmoothing ikke har en lige så signifikant effekt.

Lagstruktur

Det kan for nogle aktivklasser være særlig relevant at implementere en lagstruktur grundet tidsforløbet af værdiansættelse og rapportering for den pågældende aktivklasse. Problemet opstår, når man har et datasæt hvor der for aktivklasserne er en mistanke om, at data ikke optræder i samme tidsenhed. Dette ses hovedsageligt at være tilfældet for illikvide aktivklasser, der rapporteres med en mindre frekvens. For vores aktivklasser kan dette problem særligt forekomme under private equity, ejendomme og hedgefonde. Private equity bør lagges grundet rapporteringsformen af private investments fund managers, der er bagudseende. Dette har private equity indekset af Cambridge Associates, som afhandlingen gør brug af, allerede taget højde for ved at rapportere med et ét-kvartalslag fra enden af performance kvartalet (Cambridge Associates, 2020). Af den grund er der ikke indført en lagstruktur, da dette allerede forekommer af tidsserien.

For ejendomme er de vurderingsbaserede værdiansættelser langsommere til at afspejle den reelle værdi, hvorfor der indføres en lagstruktur på et kvartal for ejendomme-aktivklassen. Dette argumenteres der ligeledes for under afsnit 8.1.11.

Hedgefonde ville også være en aktivklasse, man kunne lagge, grundet afhandlingens valg om at bruge et indeks, der bygger på funds of funds afkast. For hedgefonde har vi dog valgt ikke at indføre en lagstruktur, da der forekommer mange strategier i hedgefonde, herunder mere likvide strategier som allerede beskrevet, hvor værdiansættelsen af fondene bedre afspejles, og heraf at der ikke er behov for at indføre lagstruktur. Dette er ligeså antaget for valgte indeks i opgaven på baggrund af argumentation i afsnit 7.3.5 og 8.1.12.

Man kan diskutere, om der ikke også bør implementeres en lagstruktur for infrastruktur og private debt, da disse oftest også er unoterede investeringer og derfor kan indeholde forsinkede (laggede) værdiansættelser i dataudviklingen. Dog er der anvendt noterede indekser for disse aktivklasser, hvorfor lagging ikke relevant i dette tilfælde.

Fordeling

Under en normalfordeling vil skævhed være lig 0, hvor en positiv skævhed indikerer, at fordelingen er højre-skæv og en negativ skævhed er lig venstre-skævhed. Kurtosis angiver tykkelsen på halerne og vil i en normalfordeling som standard være lig 3 (Newbold, Carlson, & Thorne, 2013, s. 611).

I bilag 10 findes kurtosis, skævhed og histogrammer for aktiverne. Heraf kan det aflæses, at aktiverne har skævheder, der er forskellige fra 0, og større eller mindre end 3, hvilket indikerer skæve fordelinger, som histogrammerne også illustrerer. Eksempelvis konstateres globale aktier at være venstreskæv, hvilket indikerer mange små gevinster og få ekstreme tab. Dette stemmer fint overens med aktiemarkedets historik,

hvor det ses, at markedet historisk giver positive afkast, men under kriser medvirker til større tab. Excess kurtosis ($Excess\ Kurtosis = Kurtosis_{variable} - 3$) ses at være positiv, men dog tæt på 0. Dette indikerer, at data er tæt på normalfordelt (Corporate Finance Institute, 2021).

Derimod konstateres en høj positiv excess kurtosis for benchmark NCREIF property index for aktivklassen ejendomme, hvilket indikerer tyk(ke) hale(r) og store outliers, som histogrammet også understøtter, idet der ses en tyk venstre hale med en venstreskæv fordeling. Der forekommer en venstreskæv fordeling, hvor man kan se betydelige store tab i venstre hale i histogrammet for ejendomme under bilag 10. Årsagen til denne fordeling skyldes Finanskrisen i 2008, hvor man så betydelige tab på ejendomsmarkedet. Lånene for husejere blev dengang et problem, fordi boligpriserne faldt drastisk i takt med, at renten steg, hvilket medførte, at de mange husejere med såkaldte subprimelån med variabel rente, ikke kunne betale afdrag på deres lån, hvorfor huse blev sat på tvangsauktion.

Overordnet set har aktivklasserne globale aktier, emerging markets aktier, private equity, infrastruktur, ejendomme og hedgefonde venstreskæve fordelinger, hvilket vil sige, at de risikofyldte aktiver således ser mange små stigninger og få ekstreme tab ved eksempelvis økonomiske recessioner, konkurser mv. Af denne årsag giver det økonomisk god mening, at aktier og alle alternative aktivklasser med undtagelse af private debt er venstreskæve. Obligationerne og private debt forekommer at være højreskæve, hvilket betyder, at der vil være mange små fald (i form af de historisk faldende renter der giver lavere forventede afkast) og store ekstreme stigninger. Dette giver intuitiv mening, idet disse vurderes som værende stabile investeringer, men ved økonomiske overophedninger, kriser mv. kan der ses store stigninger til disse investeringer, idet man vil bevæge sig mod sikrere havne (ved investeringer i obligationer).

For at være sikker på hvorvidt aktivklasserne følger en normalfordeling eller ej for det pågældende datasæt udføres en numerisk test. En af de mest anvendte er Jarque-Bera test (JB), der gør brug af tredje og fjerde ordens momenter (Newbold, Carlson, & Thorne, 2013, s. 611).

$$JB = n \left[\frac{(skævhed)^2}{6} + \frac{(kurtosis - 3)^2}{24} \right] \quad (18)$$

Hvor n er antal observationer.

JB følger en chi-square fordeling med to frihedsgrader og tester hypotesen om skævhed lig 0 og kurtosis lig 3, og dermed er nulhypotesen, at der data er normalfordelt. Denne hypotese kan forkastes for alle aktivklasserne med et signifikansniveau på 0,10 (se bilag 10), og ingen af fordelingerne er hermed fundet at være normalfordelt. Disse fund er ikke overraskende, da det er kendt, at finansielle serier ikke er normalfordelt.

Denne test bliver imidlertid brugt til at anføre og anerkende dette faktum. Der forekommer at være større realisationer af negative afkast end normalfordelingen siger, men denne halerisiko (for at markedet falder meget) er svært at estimere grundet sjældnen indtræden af dette udfald. Dette argument gør Rådet for Pensionsprognoser ligeledes brug af (2019).

På baggrund af ovenstående argumenter antages derfor normalfordeling, og de to højere momenter ignoreres. Data antages således at være tilstrækkelige til at teste afhandlingens hypoteser, selvom de implicit kan være biased.

8.3.2 Databehandling af faktorerne

På samme vis som for afkast på aktivklasserne (afsnit 8.3.1) er formålet med dette afsnit at analysere de anvendte data for faktorerne. Først undersøges faktorernes histogrammer, skævhed og kurtosis. Dernæst foretages en undersøgelse af, hvorvidt der optræder multikollinearitet i de uafhængige variable og dermed tjekkes det, om nogle af faktorerne korrelerer med hinanden i for høj grad til, at de bør tages ud af analysen.

Der anvendes på samme måde som for aktiverne et simpelt fireperioders glidende gennemsnit for faktorernes udvikling til at gøre data mere robust ved at 'smoothe' afkastene/præmierne for at fjerne store outliers.

I bilag 11 findes histogrammer, skævhed og kurtosis for faktorerne. Heraf kan det aflæses, at de har skævheder, der er forskellige fra 0, og større eller mindre end 3, hvilket indikerer skæve fordelinger, som histogrammerne også illustrerer. Eksempelvis ses inflation at have en højreskæv fordeling, hvilket indikerer mange små fald og få ekstreme stigninger. Dette stemmer godt overens med, at der de fleste år er en moderat inflation, hvor Nationalbanken har et mål om en årlig inflation på cirka 2%. For afhandlingens valgte indeks for inflation vil man se udviklinger i kursen, der følger ændringer i inflationen, således at stigende inflation vil medføre stigninger for denne faktor, da det er et inflationsafdækket indeks. Excess kurtosis ses at være negativ, hvilket betyder, at der er tale om flade haler med små outliers (Corporate Finance Institute, 2021). Dette stemmer fint overens med, at man normalvis ikke ser ekstreme udsving i inflationen. Der forekommer kun små outliers. Dog kan der ske overophedninger af økonomien, økonomiske kriser mv., som kan medføre udsving i inflationen, der skaber outliers.

IG og HY credit spread er stort set normalfordelte ud fra forholdsvis symmetriske histogrammer samt både en excess kurtosis og skævhed tæt på 0. Dette indikerer, at der er tale om stabile investeringer med hverken store gevinster eller tab.

Ud fra JB testen fås det, at man kan forkaste nulhypotesen om normalfordeling for alle faktorerne med undtagelse af IG credit spread og HY credit spread. Dog gøres der her brug af samme argumentation, som i afsnit 8.3.1 om databehandling for aktiverne, hvor konklusionen er, at der gøres brug af datasættet på trods af, at ikke alle faktorer er normalfordelt (bilag 11).

Multikollinearitet

Multikollinearitet forekommer, når to eller flere uafhængige variable er højt lineært relaterede (korrelerer), hvilket bryder nogle af antagelserne bag en lineær regressions model, da uafhængige variable bør være *uafhængige*. Formålet med regressionsanalyser er netop at isolere forholdet mellem hver uafhængige variable og den afhængige variabel. Ved multikollinearitet vil modellen netop ikke være i stand til at give unik eller uafhængig information i regressionen for den afhængige og de uafhængige variable, fordi de uafhængige variablene selv er højt korrelerede.

I nedenstående tabel ses korrelationerne mellem de uafhængige variable. Det kan aflæses, at der er en høj korrelation mellem nogle af faktorerne. Særligt mellem investment grade credit spread, high yield credit spread og emerging markets rente ses det, at de samvarierer i høj grad. Dog skal det understreges, at korrelationen ikke nødvendigvis er et godt estimat for den afhængige struktur mellem variablene i en fordeling, der ikke er 100% normalfordelt jævnfør afsnit 8.3.1. Af den grund skal man være forsigtig med at udelade uafhængige variable udelukkende på grund af en høj korrelation. Nedenfor ses korrelationsmatricen for faktorerne:

| | <i>Økonomisk vækst</i> | <i>Statsobligationsrente</i> | <i>Realkreditrente</i> | <i>IG credit spread</i> | <i>HY credit spread</i> | <i>Emerging markets rente</i> | <i>Emerging markets vækst</i> | <i>Inflation</i> | <i>Likviditet</i> |
|---|------------------------|------------------------------|------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------------|-------------------------------|------------------|-------------------|
| 1 | 1 | | | | | | | | |
| 2 | -0,5846 | 1 | | | | | | | |
| 3 | -0,2472 | 0,2846 | 1 | | | | | | |
| 4 | 0,7622 | -0,6741 | 0,1629 | 1 | | | | | |
| 5 | 0,7674 | -0,6048 | 0,1754 | 0,9073 | 1 | | | | |
| 6 | 0,6929 | -0,4754 | 0,2833 | 0,8534 | 0,9272 | 1 | | | |
| 7 | 0,0603 | 0,0192 | 0,2755 | 0,2000 | 0,3802 | 0,4580 | 1 | | |
| 8 | -0,5810 | 0,3742 | -0,0905 | -0,5792 | -0,7122 | -0,7025 | -0,5083 | 1 | |
| 9 | 0,3031 | -0,1888 | -0,1901 | 0,2275 | 0,2387 | 0,2295 | 0,5267 | -0,4175 | 1 |

Tabel 8-5: Faktor korrelationsmatrice

Det fremgår af den estimerede korrelationsmatrice, at der er flere højt korrelerede faktorer, særligt de der er markeret med rødt. Et estimat for at måle omfanget/graden af multikollinearitet i en multipel regressionsmodel er at udregne Variance Inflation Factor (VIF), der måler, hvor meget adfærd (varians) en uafhængig variabel påvirkes af dens interaktion (korrelation) med de andre uafhængige variable.

$$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2} \quad (19)$$

Der er forskellige holdninger til graderne af multikollinearitet, men flere gør brug af nedenstående afgørelseskriterier inklusiv Kutner, Nachtsheim, & Neter (2004):

| VIF værdi | Multikollinearitet |
|-----------|--------------------|
| 1 | Ingen |
| 1-5 | Lav |
| 5-10 | Medium |
| 10< | Høj |

Tabel 8-6: VIF grænser

Dog skal man ved en VIF på over 5 være opmærksom på en større sandsynlighed for multikollinearitet. VIF findes for hver af de uafhængige variable til følgende (se bilag 12 for alle ni regressioner for hver af variablene):

| Faktorer | VIF |
|------------------------|---------|
| Økonomisk vækst | 6,7505 |
| Statsobligationsrente | 5,5281 |
| Realkreditrente | 2,6325 |
| IG credit spread | 11,1686 |
| HY credit spread | 21,9881 |
| Emerging markets rente | 14,1471 |
| Emerging markets vækst | 3,2326 |
| Inflation | 7,5070 |
| Likviditet | 1,4568 |

Tabel 8-7: VIF for faktorer

Af ovenstående ses det, at særligt variablene high yield spread og emerging markets rente har en høj VIF, og man bør derfor at tage disse ud af modellen. Dette giver intuitivt god mening, da disse alle repræsenterer renter på risikofyldte obligationer, hvor der vil være forskelligheder i forhold til kreditværdighed m.m. Heraf forklarer disse tre faktorer således i store træk samme udvikling på markedet. Problemet om multikollinearitet er som nævnt, når der er adskillelige uafhængige variable som har stærke interkorrelationer mellem hinanden. Multikollinearitet er ikke nødvendigvis et resultat af dårlige valg af data men nærmere

et resultat af det data, der er tilgængeligt for analysen. Der er ikke en definitiv god løsning til multikollinearitet. Man kan fjerne en eller flere højt korrelerede uafhængige variable, men dette kan lede til bias i koefficientestimeringen og man skal som nævnt derfor være forsigtig med dette (Newbold, Carlson, & Thorne, 2013, s. 576). Det vælges alligevel at udelade faktorerne med en VIF, der vurderes som værende for høj. Heraf fås nye VIF's, der alle viser en lav multikollinearitet mellem de uafhængige variable. Af den grund baseres den videre analyse på de tilbageværende seks faktorer (bilag 13):

| Faktorer | VIF |
|------------------------|------------|
| Økonomisk vækst | 2,2957 |
| Statsobligationsrente | 1,6093 |
| Realkreditrente | 1,6958 |
| Emerging markets vækst | 1,7624 |
| Inflation | 2,6624 |
| Likviditet | 1,6807 |

Tabel 8-8: Ny VIF for faktorer

Disse seks faktorer har alle en VIF under 5 og godtages derfor i den videre analyse.

8.3.3 Opsummering af datamodellering

Baseret på de forrige to afsnit er nedenstående figur et overblik over alle korrektionerne i modelleringen af data for at få et så repræsentativt datasæt som muligt at arbejde videre med i analysen. Flowet i behandlingen er således at kolonnen 'Vurdering' er vores bekymring for det rå data for den enkelte tidsserie. Af denne bekymring er der valgt et indeks, som vurderes at repræsentere aktivklassen bedst muligt ud fra datatilgængelighed mv., hvorefter data enten er smoothed for at sikre, at outliers ikke forstyrrer den generelle tidsserie eller desmoothed for således at sikre større svingninger i datasættet til at være mere repræsentativt for de reelle risici for aktivklassen for den pågældende tidsserie. Afslutningsvis er der for ejendomme indført en lagstruktur (private equity datasættet indeholder allerede et-kvartals lag).

| Databehandling | | | | | |
|----------------|--------------------------|--|----------------|-----------------------|--|
| | Data tidsserie | Vurdering | Valg af indeks | Smoothing/desmoothing | Lagstruktur |
| Aktiver | 1 Globale aktier | Likvid og gennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 2 Statsobligationer | Likvid og gennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 3 Realkreditobligationer | Likvid og gennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 4 IG obligationer | Likvid og gennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 5 HY obligationer | Likvid og gennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 6 EM obligationer | Likvid og gennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 7 EM aktier | Likvid og gennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 8 Private equity | Illikvid og uigennemsigtig data inkl biases Frivillig rapportering | Unoteret | Desmoothing | Allerede lagget med et kvartal af Cambridge Associates |
| | 9 Private debt | Illikvid og uigennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 10 Infrastruktur | Illikvid og uigennemsigtig data | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 11 Ejendomme | Illikvid og uigennemsigtig data inkl biases Vurderingsbaserede og bagudseende værdiansættelse | Unoteret | Desmoothing | Indført én-periodes lag |
| | 12 Hedgefonde | Illikvid og uigennemsigtig data inkl biases Frivillig rapportering | Unoteret | Desmoothing | Ikke indført én-periodes lag |
| Faktorer | 1 Økonomisk vækst | Globale aktier | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 2 Statsobligationsrente | Statsobligationer | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 3 Realkreditrente | Realkreditobligationer | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 4 EM vækst | (EM aktier) - (globale aktier) | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 5 Inflation | (Statsobligationer) - (inflationlinked obligationer) | Noteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |
| | 6 Likviditet | Pastor Stambaugh likviditetsfaktor | Unoteret | 4-perioders smoothing | Ikke indført lag |

Figur 8-1: Databehandlings flowchart

Overordnet set er det bærende argument for at foretage de ovenstående til- og fravalg, at analysen kræver et så robust datasæt som muligt, således at der fås bedst mulige outputs fra de anvendte modeller i analysen.

9 PORTEFØLJEKONSTRUKTIONER

I følgende afsnit vil der med afsæt i ovenstående aktivklasser og faktorer foretages en mean-variance analyse, hvor der udregnes minimumvariansporteføljen, hældningsporteføljen og tangentporteføljen samt deres tilhørende forventede afkast, volatilitet og sharpe ratio. MV optimering er som tidligere nævnt et af de mest anerkendte værktøjer til porteføljeoptimering og er brugt af adskillige anerkendte institutioner såsom Yale Endowment (2020, s. 5). Dog er modellen også ekstremt modtagelig over for input, som kan resultere i ekstreme vægt, hvorfor der vil blive opstillet porteføljer med en kortsalgsrestriktion samt en risk parity portefølje.

Til udledning af porteføljerne estimeres forventede afkast samt kovariansmatricen for faktorerne og foretages regressioner mellem aktivklasser og faktorer for at udlede betaværdierne til udregning af kovariansmatricen, som benyttes til udledning af de efficiente porteføljer jf. Munk (2019).

9.1 FORVENTET AFKAST OG RISIKO FOR FAKTORERNE

Faktorenes forventede afkast og risiko estimeres i dette afsnit, da disse skal bruges i udregningen af kovariansmatricen for faktorerne. Det er kendt, at historisk data ikke nødvendigvis er gode estimater til at afspejle fremtidige forventede afkast og risiko. Af bilag 14 fremgår de historiske estimater, men grundet historisk datas uhensigtsmæssighed for afkast og standardafvigelse, tages der derfor afsæt i samfundsforudsætningerne og Yale's forventede afkast og standardafvigelse for faktorerne. Andre endowments som Princeton, Harvard og Stanford oplyser ikke risiko for hver aktivklasse, som Yale gør. Det ville have været oplagt også at inkludere disse i estimeringen af forventet afkast og risiko for faktorerne. Dog må det antages, at de nævnte endowments har sammenlignelige estimerede afkast og risici. Nedenfor ses samfundsforudsætningerne og Yale's estimater af fremtidige forventede afkast og standardafvigelse:

| Faktor | Samfundsforudsætningerne 2021 | | Yale 2020 | |
|------------------------|-------------------------------|-------------------------|-----------------------|-------------------------|
| | $E[r_{Fi}]$ årligt | $Std[r_{Fi}]$ årligt | $E[r_{Fi}]$ årligt | $Std[r_{Fi}]$ årligt |
| Økonomisk vækst | 6,20% | 13,30% | 7,39% | 19,09% |
| Statsobligationsrente | 1,00% | 3,50% | 0,00% | 3,00% |
| Realkreditrente | 1,00% | 3,50% | 0,00% | 3,00% |
| Emerging markets vækst | 9,10% | 28,50% | 11,00% | 23,00% |

Tabel 9-1: Samfundsforudsætninger & Yale, forventet afkast og risiko

På baggrund af ovenstående fås følgende estimater for forventet afkast og risiko for økonomisk vækst, statsobligationsrente, realkreditrente og emerging markets vækst, hvor der er taget et simpelt gennemsnit for samfundsforudsætningerne og Yale data ved udregningerne.

| Faktor | $E[r_{Fi}]$ årligt | $Std[r_{Fi}]$ årligt |
|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| Økonomisk vækst | 6,80% | 16,19% |
| Statsobligationsrente | 0,50% | 3,25% |
| Realkreditrente | 0,50% | 3,25% |
| Emerging markets vækst | 10,05% | 25,75% |
| Inflation* | -0,99% | 3,50% |
| Likviditet* | 0,37% | 3,66% |

Tabel 9-2: Faktorenes forventede afkast og risiko

* Historisk da hverken samfundsforudsætningerne eller Yale ikke estimerer disse.

Deraf fås ovenstående forventede afkast og volatiliteter for faktorerne. Inflationen og likviditetsfaktoren fastholdes ud fra de historiske estimater, da disse ikke er end del af scopet for samfundsforudsætningerne eller Yale.

9.2 KOVARIANSMATRICE FOR FAKTORERNE

Varians-kovariansmatricen mellem faktorerne estimeres, da denne skal danne grundlag for matricen for aktivklasserne jævnfør teoretisk matematiske fremgangsmetode gennemgået i afsnit 7.5.2 (Munk, 2019). Dette gøres ud fra historiske korrelationer samt standardafvigelserne fra afsnit 9.1. Kovarianserne er fundet på baggrund af formel 15 i teoriafsnittet.

| | Økonomisk vækst | Statsobligationsrente | Realkreditrente | Emerging markets vækst | Inflation | Likviditet |
|------------------------|-----------------|-----------------------|-----------------|------------------------|-----------|------------|
| Økonomisk vækst | 0,00656 | | | | | |
| Statsobligationsrente | -0,00077 | 0,00026 | | | | |
| Realkreditrente | -0,00033 | 0,00008 | 0,00026 | | | |
| Emerging markets vækst | 0,00063 | 0,00004 | 0,00058 | 0,01658 | | |
| Inflation | -0,00082 | 0,00011 | -0,00003 | -0,00114 | 0,00031 | |
| Likviditet | 0,00018 | -0,00002 | -0,00010 | 0,00089 | -0,00012 | 0,00034 |

Tabel 9-3: Faktor kovariansmatrice

9.3 REGRESSIONER

I følgende afsnit foretages regressionsanalyser for faktorerens forklaringsgrad for aktivklasserne for at estimere betaværdierne der bruges i udregningen af aktivernes kovariansmatrice (afsnit 9.4.2). De likvide aktivklasser, der også indgår som faktorer (forklarende variable), har en faktor, der er 100% forklarende, hvorfor der ikke er foretaget regressioner på disse. Eksempelvis vurderes globale aktier at være 100% påvirket af faktoren økonomisk vækst (der har samme benchmark som globale aktier). For de resterende aktivklasser er der foretaget regressionsanalyser med den enkelte aktivklasse som den uafhængige variabel og relevante faktorer, baseret på økonomisk intuition samt inspiration fra ATP og Pedersen, Page & He (2014), som forklarende variable, hvor insignifikante faktorer er frasorteret. Når de signifikante faktorer for hver af aktivklasserne er fundet, vurderes regressionerne ud fra adjusted R Square, Significance F samt p-værdierne for de respektive faktorer. Herefter undersøges modellerne for heteroskedasticitet, hvilket kort vil blive redegjort for i følgende afsnit.

En ulempe ved denne fremgangsmåde kan være identifikationen af relevante faktorer. I praksis vil alle faktorer have en indvirkning på hver af aktiverne til en vis grad. Dog kan man ved regressionsanalyser risikere at få nogle lave forklaringsgrader, idet man ikke inddrager faktorer, der afspejler prisudviklingen og de underliggende risici fyldestgørende. Derfor udvælges faktorer, som vurderes at være særligt relevante for de respektive aktivklasser på baggrund af økonomisk teori og principper af de underliggende investeringer. Samme metodik gør blandt andet Pedersen et. al. (2014) også brug af i deres faktormodel med alternative investeringer. Bevæggrunden for alle valg vil blive gennemgået yderligere under aktivklassernes respektive regressioner.

En ulempe, ved denne metode er dog, at de respektive faktorer kan have forskellige påvirkning på tværs af aktivklasser. Dog vurderes det fortsat, at faktorinvestering er en relevant fremgangsmåde til at afspejle risikoelementer på tværs af aktivklasser og er en metode flere anerkendte investorer gør brug af, herunder ATP og JP Morgan.

Nedenfor ses en opsummering af, hvilke faktorer der påvirker de 12 aktivklasser.

| Nr. | Aktiver | Økono- misk vækst | Statsobli- gations- rente | Real- kredit- rente | Emerging markets vækst | Infla- tion | Likvi- ditet |
|-----|-------------------------------|-------------------------|---------------------------------|---------------------------|------------------------------|----------------|-----------------|
| 1 | Globale aktier | x | | | | | |
| 2 | Statsobligationer | | x | | | | |
| 3 | Realkreditobligationer | | | x | | | |
| 4 | Investment grade obligationer | x | x | x | | x | |
| 5 | High yield obligationer | x | x | x | x | x | |
| 6 | Emerging markets obligationer | x | x | x | x | x | |
| 7 | Emerging markets aktier | | | | x | | |
| 8 | Private equity | x | x | | | | x |
| 9 | Private debt | x | | x | x | x | x |
| 10 | Infrastruktur | x | x | x | x | x | x |
| 11 | Ejendomme | x | | x | | x | x |
| 12 | Hedgefonde | x | x | | x | | x |

Tabel 9-4: Faktor-påvirkning på aktivklasser

De rødt markerede x'er i ovenstående tabel er faktorer, der bør inddrages i en regressionsanalyse for det pågældende aktiv, men på grund af insignifikant koefficient frasorteres denne faktor og indgår således ikke i den estimerede regressionsmodel for den enkelte aktivklasse. Dette uddybes under de relevante regressionsafsnit, der beskrives i de følgende afsnit 9.3.1-9.3.8.

Heteroskedasticitet

I regressionsanalysen antages det, at residualerne har uniform varians og er ukorrelerede med hinanden. Heteroskedasticitet forekommer i modeller, hvor residualerne ikke alle har den samme varians (Newbold, Carlson, & Thorne, 2013, s. 578). Derfor er det essentielt at undersøge for, om fejleddene i regressionsmodellerne for aktivklasserne er heteroskedastiske, eller om man kan forkaste dette og antage homoskedasticitet. Dette gøres ved først at plote residualerne mod de uafhængige (signifikante) variable i den pågældende regressionsanalyse. Her kan det i første omgang tydes, om der er en tendens til heteroskedasticitet i observationerne ud fra, om de alle har forholdsvis samme afstand til den lineære linje af den uafhængige x

variabel, der indsættes i plottet, eller om observationerne i takt med en stigende x , får større afstand til linjen.

Efter den visuelle observering af residualerne, foretages en White's test med nulhypotesen om, at residualerne ε_i alle har samme varians mod det alternativ, at deres varianser afhænger af de forventede værdier:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1x_{1i} + b_2x_{2i} + \dots + b_Kx_{Ki} \quad (20)$$

Dette gøres ved at estimere en regression med den afhængige variabel som residualerne opløftet i anden, e_i^2 , og de uafhængige variable som de forudsagte værdier (predicted values), \hat{y}_i og \hat{y}_i^2 . Vi lader R^2 være bestemmelseskoefficienten for denne hjælpe regression. Det testes med signifikansniveau α (i vores tilfælde 0,10), at nulhypotesen afvises, hvis nR^2 er større end $\chi_{1,\alpha}^2$, hvor $\chi_{1,\alpha}^2$ er den kritiske værdi af chi-square tilfældige variable med 1 frihedsgrad og sandsynlighed af fejl α og n er datasættet (Newbold, Carlson, & Thorne, 2013, s. 580). I vores regressionsanalyser gøres der brug af et signifikansniveau lig 10%, hvilket giver en $\chi_{1,0,10}^2 = 2,706$.

Herefter foretages en Breusch-Pagan test for heteroskedasticitet. Dette gøres ved at foretage en regression af squared residuals mod de uafhængige variable. Breusch-Pagan testen er ligesom White's test en chi-squared test, hvor nulhypotesen forkastes, hvis P-værdien er over signifikansniveauet.

Løsningen på heteroskedasticitet kan være at tage log afkast i stedet. Dog anbefales det kun at gøre dette, såfremt data er tidsserier, der er eksponentielt stigende over tid (Newbold, Carlson, & Thorne, 2013, s. 581). En anden løsning til heteroskedasticitet er at anvende Huber-White's robuste standard errors. Da dette i mindre grad vil påvirke datasættet, gøres det for regressioner, hvor der observeres heteroskedasticitet. Til dette anvendes programmet SPSS, hvor regressionen foretages med afsæt i *heteroskedasticity consistent standard errors* (HC3). Der forekommer fire forskellige metoder til udregning af robuste standard errors (heteroskedasticity consistent standard errors): HC1, HC2, HC3 og HC4. Ifølge Long & Ervin (2000) foretrækkes HC3, når datasættet indeholder mindre end 250 observationer, hvorfor denne anvendes til udregning af robuste standard errors.

9.3.1 Investment grade obligationer

Investment grade obligationer er som nævnt kreditobligationer med høje kredit-ratings og vurderes derfor at være en stabil og forholdsvis sikker investering. Værdien af en investment grade obligation påvirkes af det underliggende selskabs finansielle situation, som i høj grad afhænger af den økonomiske vækst. Derudover vil værdien også afhænge af det generelle renteniveau (både stats- og realkreditrente), fordi dette er

afgørende for de løbende kuponbetalinger. Investment grade obligationer påvirkes også af inflationsfaktoren, idet en stigning i inflationen vil medføre fald i afkast for obligationer alt andet lige. Stigende inflation eroderer værdien af obligationer, fordi deres kuponbetalinger bliver mindre attraktive, såfremt renterne forbliver konstante eller stiger. Dette sker som følge af, at rentebetalingerne på allerede eksisterende obligationer giver lavere rentebetalinger i forhold til nye obligationer udstedt med højere kuponrenter. Grundet dårlig forklaringsgrad er inflationsfaktoren dog frasorteret (se bilag 15). Det vurderes derfor, at investment grade obligationer påvirkes af økonomisk vækst, statsobligationsrenten og realkreditrenten. Nedenfor ses, at regressionen har en adjusted R^2 på 69,48% og ud fra P-værdien ses det, at de inkluderede faktorer er signifikante med et signifikansniveau på 10%. Endvidere ses det af Significance F, at modellen er signifikant og kan dermed ikke forkastes.

| <i>Regression Statistics</i> | | | | | |
|------------------------------|--|---------|--|--|--|
| Multiple R | | 0,84112 | | | |
| R Square | | 0,70749 | | | |
| Adjusted R Square | | 0,69477 | | | |
| Standard Error | | 0,00653 | | | |
| Observations | | 73 | | | |

| <i>ANOVA</i> | | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-------------|----------|-----------------------|
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>Significance F</i> |
| Regression | 3 | 0,00711 | 0,00237 | 55,62914 | 2,16464E-18 |
| Residual | 69 | 0,00294 | 4,25922E-05 | | |
| Total | 72 | 0,01005 | | | |

| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | <i>P-value</i> |
|-----------------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------------|
| Intercept | -0,00520 | 0,00171 | -3,03811 | 0,00336 |
| Økonomisk vækst | 0,24655 | 0,02414 | 10,21163 | 1,95E-15 |
| Statsobligationsrente | 0,41688 | 0,08001 | 5,21040 | 1,86E-06 |
| Realkreditrente | 0,84473 | 0,09955 | 8,48574 | 2,59E-12 |

Figur 9-1: Regression, IG obligationer

Betaværdierne er alle positive for investment grade obligationer, hvilket betyder, at ved en stigning i faktorerne, vil der også ske en stigning i afkastet for investment grade obligationer. Dette er forventeligt, hvor eksempelvis en stigning i økonomisk vækst på 1% vil medføre en stigning på 0,25% i afkast af investment grade obligationer. Dette skyldes, at fremgang i økonomien alt andet lige medvirker til en forbedret økonomisk situation for selskaberne, der vil øge sikkerheden ved investering heri. Investering i investment grade obligationer hænger ligeledes positivt sammen med renterne, hvor særligt realkreditrentefaktoren antydes at have en stor effekt på udviklingen i afkastet på investment grade obligationer med 0,84% ved en stigning på 1% blandt andet grundet, at de indgår i den overordnede samme aktivklasse af obligationer som en sikker investering.

Når der testes for heteroskedasticitet er første step at se på de illustrative grafer for residualerne på 2. akse og den enkelte uafhængige variabel. I dette tilfælde ses der på tre grafer for hver af de forklarende variable

(se bilag 15). Det kan ud fra disse grafer alene være svært at vurdere, om der optræder et forhold mellem nogen af de uafhængige variable og residualerne. Derfor foretages White's test for sporing af heteroskedasticitet som allerede beskrevet, hvor H_0 , om residualerne ε_i alle har samme varians, testes ved at lave regression af residualerne mod de forklarende variable 'predicted value' og 'predicted value squared'. Her fås, at nulhypotesen afvises, hvis P-værdien er større end 0,05. Af White's test fås det, at nulhypotesen om homoskedasticitet bør afvises, idet der fås en P-værdi lavere end 0,1. Herefter foretages den modificerede Breusch-Pagan test. Breusch-Pagan giver ligeledes en P-værdi på under 0,1, hvorfor nulhypotesen om homoskedasticitet afvises.

| White Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | |
|--|----|-----------|--|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 36.210 | 9 | .00003639 | 7.423 | 1 | .00643798 |
| a. Dependent variable: Investment_grade_obligationer | | | a. Dependent variable: Investment_grade_obligationer | | |
| b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. | | | b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. | | |
| c. Design: Intercept + Økonomisk_vækst + Statsobligationsrente + Realkreditrente + Økonomisk_vækst * Økonomisk_vækst + Økonomisk_vækst * Statsobligationsrente + Økonomisk_vækst * Realkreditrente + Statsobligationsrente * Statsobligationsrente + Statsobligationsrente * Realkreditrente + Realkreditrente * Realkreditrente | | | c. Predicted values from design: Intercept + Økonomisk_vækst + Statsobligationsrente + Realkreditrente | | |

Figur 9-2: Heteroskedasticitet tests, IG obligationer (SPSS udklip)

Da der er konstateret, at modellen indeholder heteroskedasticitet, er de udregnede standard errors samt t-test og P-værdier ikke retvisende. Derfor udregnes de robuste standard errors ved hjælp af SPSS. Heraf fås nye heteroskedasticitet-konsistente standard errors samt retvisende P-værdier. Det kan konkluderes, at de inkluderede faktorer er signifikante for modellen.

| Parameter Estimates with Robust Standard Errors | | | | | | |
|---|------------|--------------------------------|------------|-----------|-------------------------|-------------|
| Dependent Variable: Investment_grade_obligationer | | | | | | |
| Parameter | B | Robust Std. Error ^a | t | Sig. | 95% Confidence Interval | |
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| Intercept | -.00519520 | .00158361 | -3.2806128 | .00162612 | -.00835441 | -.00203599 |
| Økonomisk_vækst | .24655179 | .03103585 | 7.94409531 | .00000000 | .18463695 | .30846662 |
| Statsobligationsrente | .41688307 | .08804453 | 4.73491183 | .00001131 | .24123905 | .59252710 |
| Realkreditrente | .84472776 | .13907846 | 6.07374962 | .00000006 | .56727382 | 1.12218170 |
| a. HC3 method | | | | | | |

Figur 9-3: Robuste standard errors, IG obligationer (SPSS udklip)

9.3.2 High yield obligationer

High yield obligationer er en mere spekulativ investering og vurderes derfor at være mere cyklisk og drives af mere aktielignende karakteristika (økonomisk vækst og emerging markets vækst) samt renteniveauet (Pedersen, Page, & He, 2014). Her er statsobligationsrenten frasortet samt inflation (som ligeledes blevet frasortet under IG obligationer) grundet for lav forklaringsgrad. Begge disse faktorer burde være inddraget

på samme vis som for IG obligationer (se afsnit 9.3.1 for argumentation). Af den grund vurderes det, at high yield obligationer påvirkes af økonomisk vækst, realkreditrenten og emerging markets vækst. High yield obligationer vurderes således både at være påvirket af aktierisiko, da de udstedende selskaber for high yield obligationer har sammenlignelige karakteristika som emerging markets selskaber grundet risikoprofil mv. Ligeledes er HY obligationer påvirket af renterisiko, hvor statsobligationsrentefaktoren dog er fraserteret grundet for lav forklaringsgrad (se bilag 16). Regressionen har en adjusted R^2 på 80,65% og ud fra P-værdien ses det, at de inkluderede faktorer er signifikante med et signifikansniveau på 10%. Endvidere ses det af Significance F, at modellen er signifikant og kan dermed ikke forkastes.

| <i>Regression Statistics</i> | |
|------------------------------|---------|
| Multiple R | 0,90404 |
| R Square | 0,81730 |
| Adjusted R Square | 0,80655 |
| Standard Error | 0,01346 |
| Observations | 73 |

| ANOVA | | | | | |
|------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------------------|
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>Significance F</i> |
| Regression | 4 | 0,05510 | 0,01378 | 76,04715 | 2,28334E-24 |
| Residual | 68 | 0,01232 | 0,00018 | | |
| Total | 72 | 0,06742 | | | |

| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | <i>P-value</i> |
|---------------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------------|
| Intercept | -0,00578 | 0,00301 | -1,91995 | 0,05906 |
| Økonomisk vækst | 0,48464 | 0,05696 | 8,50845 | 2,6E-12 |
| Realkreditrente | 1,57622 | 0,21288 | 7,40428 | 2,6E-10 |
| Emerging markets væ | 0,17357 | 0,04528 | 3,83366 | 0,00028 |
| Inflation | -0,31041 | 0,13793 | -2,25049 | 0,02766 |

Figur 9-4: Regression, HY obligationer

På samme måde som for investment grade obligationer ses positive koefficienter, hvilket er som forventet. Realkreditrentefaktoren har en høj betaværdi på 1,57. Dette indikerer, at ved en stigning i realkreditrenten på 1%, ses en stigning i afkastet på high yield obligationer på 1,57%, hvilket understreger, at high yield obligationer er en risikofyldt investering, der i høj grad er afhængig af realkreditrenteniveauet. For inflationen forekommer en negativ betaværdi på -0,31, hvilket skyldes, at stigninger i inflationen alt andet lige vil medføre lavere afkast på high yield obligationer.

Af undersøgelsen om heteroskedasticitet, ses det nedenfor, at modellen indeholder heteroskedasticitet. Både White's test og Breusch-Pagan testen giver en P-værdi under 0,1, hvorfor nulhypotesen om homoskedasticitet forkastes. Se residualplots under bilag 16.

| White Test for Heteroskedasticity ^{a,b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity ^{a,b,c} | | |
|--|----|-----------|--|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 45.307 | 14 | .00003636 | 14.382 | 1 | .00014922 |
| a. Dependent variable: High yield obligationer b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Design: Intercept + Økonomiskvækst + Realkreditrente + Emergingmarketsvækst + Inflation + Økonomiskvækst * Økonomiskvækst + Økonomiskvækst * Realkreditrente + Økonomiskvækst * Emergingmarketsvækst + Økonomiskvækst * Inflation + Realkreditrente * Realkreditrente + Realkreditrente * Emergingmarketsvækst + Realkreditrente * Inflation + Emergingmarketsvækst * Emergingmarketsvækst + Emergingmarketsvækst * Inflation + Inflation * Inflation | | | a. Dependent variable: High yield obligationer b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Predicted values from design: Intercept + Økonomiskvækst + Realkreditrente + Emergingmarketsvækst + Inflation | | |

Figur 9-5: Heteroskedasticitet tests, HY obligationer (SPSS udklip)

Derfor udregnes de robuste standard errors. Heraf fås nye heteroskedasticitet-konsistente standard errors samt retvisende P-værdier. Det kan konkluderes, at de inkluderede faktorer fortsat er signifikante for modellen.

| Parameter Estimates with Robust Standard Errors | | | | | | |
|---|------------|--------------------------------|------------|-----------|-------------------------|-------------|
| Dependent Variable: High yield obligationer | | | | | | |
| Parameter | B | Robust Std. Error ^a | t | Sig. | 95% Confidence Interval | |
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| Intercept | -.00578324 | .00287243 | -2.0133620 | .04803685 | -.01151509 | -.00005140 |
| Økonomiskvækst | .48463899 | .06687943 | 7.24645792 | .00000000 | .35118316 | .61809482 |
| Realkreditrente | 1.57621586 | .21759775 | 7.24371393 | .00000000 | 1.14200631 | 2.01042541 |
| Emergingmarketsvækst | .17357417 | .04654622 | 3.72907109 | .00039386 | .08069263 | .26645571 |
| Inflation | -.31040917 | .14540203 | -2.1348338 | .03638122 | -.60055440 | -.02026394 |

a. HC3 method

Figur 9-6: Robuste standard errors, HY obligationer (SPSS udklip)

Dermed anses regressionsanalysen for high yield som værende brugbar i den videre analyse.

9.3.3 Emerging markets obligationer

Emerging markets vurderes at være påvirket af økonomisk vækst, statsobligationsrente, realkreditrente samt emerging markets vækst, da denne aktivklasse, ligesom investment grade og high yield obligationer, anses for at være påvirket af aktierisiko, renterisiko og inflation. Modellen har en adjusted R^2 på 76,68%, og modellens faktorer er alle signifikante. Den overordnede model er ifølge Significance F også signifikant, og nulhypotesen kan derfor ikke forkastes.

| <i>Regression Statistics</i> | |
|------------------------------|---------|
| Multiple R | 0,88485 |
| R Square | 0,78296 |
| Adjusted R Square | 0,76676 |
| Standard Error | 0,01045 |
| Observations | 73 |

| <i>ANOVA</i> | | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------------------|
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>Significance F</i> |
| Regression | 5 | 0,02638 | 0,00528 | 48,33862 | 6,42616E-21 |
| Residual | 67 | 0,00731 | 0,00011 | | |
| Total | 72 | 0,03369 | | | |

| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | <i>P-value</i> |
|------------------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------------|
| Intercept | -0,00645 | 0,00280 | -2,30335 | 0,02437 |
| Økonomisk vækst | 0,33164 | 0,04729 | 7,01214 | 1,4E-09 |
| Statsobligationsrente | 0,58224 | 0,12948 | 4,49663 | 2,8E-05 |
| Realkreditrente | 1,23820 | 0,16819 | 7,36176 | 3,4E-10 |
| Emerging markets vækst | 0,15180 | 0,03527 | 4,30440 | 5,6E-05 |
| Inflation | -0,19861 | 0,10823 | -1,83503 | 0,07094 |

Figur 9-7: Regression, EM obligationer

Der er en positiv betaværdi for alle faktorerne på nær inflation, hvilket er som forventet. Særligt realkreditrenten har i stil med high yield obligationer en høj betaværdi, hvilket betyder, at en stigning på 1% i realkreditrenten medfører en stigning på 1,24% i emerging markets obligationers afkast. Inflationsfaktoren har – ligesom regressionen for HY – en negativ betaværdi, hvilket som nævnt skyldes, at fald i inflationen alt andet lige vil medføre i højere afkast på emerging markets obligationer.

For emerging markets obligationer foretages en White's test og Breusch-Pagan test, som begge giver P-værdier over 0,1, hvorfor nulhypotesen om homoskedasticitet ikke kan forkastet. Se residualplots under bilag 17.

| White Test for Heteroskedasticity ^{a,b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | |
|--|----|-----------|--|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 18.292 | 20 | .56815743 | .621 | 1 | .43075247 |
| a. Dependent variable: Emerging markets obligationer b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Design: Intercept + Økonomiskvækst + Statsobligationsrente + Realkreditrente + Emergingmarketsvækst + Inflation + Økonomiskvækst * Økonomiskvækst + Økonomiskvækst * Statsobligationsrente + Økonomiskvækst * Realkreditrente + Økonomiskvækst * Emergingmarketsvækst + Økonomiskvækst * Inflation + Statsobligationsrente * Inflation + Statsobligationsrente * Realkreditrente + Statsobligationsrente * Emergingmarketsvækst + Statsobligationsrente * Inflation + Realkreditrente * Realkreditrente + Realkreditrente * Emergingmarketsvækst + Realkreditrente * Inflation + Emergingmarketsvækst * Emergingmarketsvækst + Emergingmarketsvækst * Inflation + Inflation * Inflation | | | a. Dependent variable: Emerging markets obligationer b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Predicted values from design: Intercept + Økonomiskvækst + Statsobligationsrente + Realkreditrente + Emergingmarketsvækst + Inflation | | |

Figur 9-8: Heteroskedasticitet tests, EM obligationer (SPSS udklip)

Af ovenstående kan det konkluderes, at regressionsanalysen for emerging markets obligationer anses som værende brugbar i den videre analyse.

9.3.4 Private equity

For private equity vurderes det, at denne aktivklasse påvirkes af økonomisk vækst, idet de noterede selskabers værdi i høj grad vil afhænge af, hvordan det går med den globale økonomi. I tillæg hertil vurderes private equity at være påvirket af likviditetsfaktoren, idet private equity er et unoteret og illikvidt aktiv. Dette stemmer overens med ATP's faktormodel (2017). Man kunne ligeledes argumentere for, at statsobligationsrenten vil være en relevant faktor at inkludere, idet denne vil påvirke diskonteringsrenten og dermed værdisætningen af virksomhederne. Dog er denne faktor frasorteret grundet for lav forklaringsgrad (se bilag 18). Nedenfor ses, at regressionen har en adjusted R^2 på 70,69% og ud fra P-værdien aflæses det, at de inkluderede faktorer er signifikante med et signifikansniveau på 10%. Jævnfør Significance F er modellen signifikant og kan dermed ikke forkastes.

| <i>Regression Statistics</i> | |
|------------------------------|---------|
| Multiple R | 0,84561 |
| R Square | 0,71506 |
| Adjusted R Square | 0,70692 |
| Standard Error | 0,01831 |
| Observations | 73 |

| ANOVA | | | | | |
|------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------------------|
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>Significance F</i> |
| Regression | 2 | 0,05890 | 0,02945 | 87,83161 | 8,25137E-20 |
| Residual | 70 | 0,02347 | 0,00034 | | |
| Total | 72 | 0,08237 | | | |

| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | <i>P-value</i> |
|-----------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------------|
| Intercept | 0,02305 | 0,00240 | 9,59102 | 2,2E-14 |
| Økonomisk vækst | 0,60646 | 0,05690 | 10,65840 | 2,64E-16 |
| Likviditet | 0,68416 | 0,12075 | 5,66599 | 3,01E-07 |

Figur 9-9: Regression, PE

Økonomisk vækst har en positiv betaværdi, hvilket indikerer, at værdien af private equity stiger i takt med stigninger i den økonomiske vækst, hvilket er som forventet. Endvidere ses det, at likviditeten har en positiv betaværdi på 0,68%, hvilket vil sige at man i perioder med høj markedslikviditet vil se højere afkast for aktivklassen og visa versa, jf. Franzoni et al. (2012) og afsnit 8.2.9 vedrørende argumentation for likviditetsfaktoren. Derudover er den generelle tendens, at illikvide aktiver opnår højere afkast, fordi de er eksponeret overfor en større likviditetsrisiko, sammenlignet med traditionelle likvide aktiver.

White's test og Breusch-Pagan test for heteroskedasticitet foretages. Heraf fås det, at begge test indikerer, at nulhypotesen om homoskedasticitet ikke kan forkastes, idet begge tests giver en p-værdi større en 0,1. Se residualplots under bilag 18.

| White Test for Heteroskedasticity^{a,b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity^{a,b,c} | | |
|---|----|-----------|---|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 4.216 | 5 | .51876207 | 1.122 | 1 | .28957392 |
| a. Dependent variable: Private equity b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Design: Intercept + Økonomiskvækst + Likviditet + Økonomiskvækst * Økonomiskvækst + Økonomiskvækst * Likviditet + Likviditet * Likviditet | | | a. Dependent variable: Private equity b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Predicted values from design: Intercept + Økonomiskvækst + Likviditet | | |

Figur 9-10: Heteroskedasticitet tests, PE (SPSS udklip)

Af ovenstående kan det konkluderes, at regressionsanalysen for private equity anses som værende brugbar i den videre analyse.

9.3.5 Private debt

På samme måde som investment grade obligationer, high yield obligationer og emerging markets obligationer er private debt påvirket af renterisiko, aktierisiko og inflation. Derudover er investering i private debt ligeledes en illikvid investering, idet disse ikke er noterede produkter. Dog er likviditetsfaktoren ikke relevant for denne regression, da det valgte indeks tracker institutionelle investorers gearede lån med en højere grad af likviditet. Det har været nødvendigt at frasortere faktorerne statsobligationsrente og inflation grundet for lav forklaringsgrad (se bilag 19). Disse to faktorer anses ellers for at være relevante at inddrage i denne aktivklasse med samme argumentation som for under blandt andet regressionen for high yield obligationer. Der foretages derfor en regression for private debt med økonomisk vækst, realkreditrente og emerging markets vækst. Modellen har en adjusted R^2 på 66,21%. De uafhængige variable er alle signifikante, og modellen har en significance-F under 10%, hvorfor modellen ikke kan forkastes.

| <i>Regression Statistics</i> | |
|------------------------------|---------|
| Multiple R | 0,82227 |
| R Square | 0,67613 |
| Adjusted R Square | 0,66205 |
| Standard Error | 0,01299 |
| Observations | 73 |

| ANOVA | | | | | |
|------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------------------|
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>Significance F</i> |
| Regression | 3 | 0,02430 | 0,00810 | 48,01696 | 7,10522E-17 |
| Residual | 69 | 0,01164 | 0,00017 | | |
| Total | 72 | 0,03594 | | | |

| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | <i>P-value</i> |
|------------------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------------|
| Intercept | -0,00643 | 0,00275 | -2,33564 | 0,022424 |
| Økonomisk vækst | 0,40977 | 0,04128 | 9,92636 | 6,32E-15 |
| Realkreditrente | 0,90786 | 0,20307 | 4,47062 | 2,98E-05 |
| Emerging markets vækst | 0,13746 | 0,03761 | 3,65459 | 0,0005 |

Figur 9-11: Regression, PD

Heraf ses i stil regressionerne for de andre obligationsaktivklasser, at der forekommer positive betaværdier for alle tre faktorer, hvilket giver intuitiv mening. Værdien af private debt vil stige i takt med, at virksomhedernes finansielle situation forbedres, hvilket vil ske i takt med forbedringer til den økonomiske situation (økonomisk vækst og emerging markets vækst). Derudover vil afkastet for private debt stige i takt med stigninger i realkreditrenten.

White's test og Breusch-Pagan test foretages for heteroskedasticitet. Heraf fås, at begge test indikerer, at nulhypotesen om homoskedasticitet bør forkastes. Se residualplots under bilag 19.

| White Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | |
|--|----|-----------|--|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 41.634 | 9 | .00000383 | 6.376 | 1 | .01156868 |
| a. Dependent variable: Private_debt b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Design: Intercept + Økonomisk_vækst + Realkreditrente + Emerging_markets_vækst + Økonomisk_vækst * Økonomisk_vækst + Økonomisk_vækst * Realkreditrente + Økonomisk_vækst * Emerging_markets_vækst + Realkreditrente * Realkreditrente + Realkreditrente * Emerging_markets_vækst + Emerging_markets_vækst * Emerging_markets_vækst | | | a. Dependent variable: Private_debt b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Predicted values from design: Intercept + Økonomisk_vækst + Realkreditrente + Emerging_markets_vækst | | |

Figur 9-12: Heteroskedasticitet tests, PD (SPSS udklip)

Derfor udregnes de robuste standard errors. Heraf fås nye heteroskedasticitet-konsistente standard errors samt retvisende P-værdier. Det kan konkluderes, at de inkluderede faktorer fortsat er signifikante for modellen.

| Parameter Estimates with Robust Standard Errors | | | | | | |
|---|-------|--------------------------------|--------|------|-------------------------|-------------|
| Dependent Variable: Private_debt | | | | | | |
| Parameter | B | Robust Std. Error ^a | t | Sig. | 95% Confidence Interval | |
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| Intercept | -.006 | .003 | -2.339 | .022 | -.012 | -.001 |
| Økonomisk_vækst | .410 | .067 | 6.123 | .000 | .276 | .543 |
| Realkreditrente | .908 | .224 | 4.045 | .000 | .460 | 1.356 |
| Emerging_markets_vækst | .137 | .053 | 2.571 | .012 | .031 | .244 |

a. HC3 method

Figur 9-13: Robuste standard errors, PD (SPSS udklip)

Af ovenstående kan det konkluderes, at regressionsanalysen for private debt anses at være brugbar i den videre analyse.

9.3.6 Infrastruktur

Infrastruktur er som aktivklasse meget bred og heterogen, hvor aktivtyperne spænder fra transport til energi og kommunikation med mere som allerede nævnt. Af den grund vurderes det, at aktivklassen påvirkes af både aktierisiko, renterisiko og inflationsrisiko. Derfor inddrages alle faktorer på nær likviditet, da der gøres brug af et noteret indeks for infrastruktur. Modellen har en adjusted R^2 på 98,84%. Ligesom de andre modeller er et signifikansniveau på 10% anvendt, hvorfor den overordnede model ikke kan forkastes.

| <i>Regression Statistics</i> | | | | | |
|------------------------------|--|---------|--|--|--|
| Multiple R | | 0,99460 | | | |
| R Square | | 0,98922 | | | |
| Adjusted R Square | | 0,98842 | | | |
| Standard Error | | 0,00451 | | | |
| Observations | | 73 | | | |

| <i>ANOVA</i> | | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------------------|
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>Significance F</i> |
| Regression | 5 | 0,12486 | 0,02497 | 1230,11 | 1,85407E-64 |
| Residual | 67 | 0,00136 | 0,00002 | | |
| Total | 72 | 0,12622 | | | |

| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | <i>P-value</i> |
|------------------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------------|
| Intercept | 0,00513 | 0,00121 | 4,24764 | 6,8E-05 |
| Økonomisk vækst | 0,94381 | 0,02040 | 46,26856 | 1,4E-52 |
| Statsobligationsrente | -0,18581 | 0,05585 | -3,32709 | 0,00143 |
| Realkreditrente | -0,19458 | 0,07254 | -2,68225 | 0,0092 |
| Emerging markets vækst | 0,19956 | 0,01521 | 13,11992 | 3,5E-20 |
| Inflation | -0,12233 | 0,04668 | -2,62064 | 0,0108 |

Figur 9-14: Regression, infrastruktur

For infrastruktur ses en høj betaværdi for økonomisk vækst på 0,94, hvilket kan forklares ved valget af et noteret indeks for infrastruktur, da der forekommer en høj korrelation mellem økonomisk vækst (afspejlet ved globale aktier) og infrastruktur. Derudover ses en negativ betaværdi for statsobligationsrentefaktoren og realkreditrentefaktoren, hvilket skyldes, at når renterne falder, vil infrastruktur-investering således virke mere attraktivt grundet lavere afkast på de sikre obligationer. I tillæg hertil vil lave renteniveauer medføre til højere prisfastsættelser af infrastruktur grundet en lavere diskonteringsrate. Den negative betaværdi for inflation giver ligeledes fin mening, idet et fald i inflationen alt andet lige vil medføre positiv udvikling i afkastet for noteret infrastruktur.

White's test og Breusch-Pagan test for heteroskedasticitet foretages. Begge tests indikerer, at nulhypotesen om homoskedasticitet ikke kan forkastes, idet begge tests giver en P-værdi større en 0,1. Se residualplots under bilag 20.

| White Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | |
|--|----|-----------|--|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 27.323 | 20 | .12642565 | .000 | 1 | .98839716 |
| a. Dependent variable: Infrastruktur b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Design: Intercept + Økonomiskvækst + Statsobligationsrente + Realkreditrente + Emergingmarketsvækst + Inflation + Økonomiskvækst * Økonomiskvækst + Økonomiskvækst * Statsobligationsrente + Økonomiskvækst * Realkreditrente + Økonomiskvækst * Emergingmarketsvækst + Økonomiskvækst * Inflation + Statsobligationsrente * Statsobligationsrente + Statsobligationsrente * Realkreditrente + Statsobligationsrente * Emergingmarketsvækst + Statsobligationsrente * Inflation + Realkreditrente * Realkreditrente + Realkreditrente * Emergingmarketsvækst + Realkreditrente * Inflation + Emergingmarketsvækst * Emergingmarketsvækst + Emergingmarketsvækst * Inflation + Inflation * Inflation | | | a. Dependent variable: Infrastruktur b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Predicted values from design: Intercept + Økonomiskvækst + Statsobligationsrente + Realkreditrente + Emergingmarketsvækst + Inflation | | |

Figur 9-15: Heteroskedasticitet tests, infrastruktur (SPSS udklip)

Af ovenstående kan det konkluderes, at regressionsanalysen for infrastruktur anses som værende brugbar i den videre analyse.

9.3.7 Ejendomme

Ejendomsinvesteringer påvirkes af den overordnede økonomi, renteniveauet, inflationen og indeholder samtidig en likviditetsrisiko. Afkastet på ejendomme er som tidligere nævnt forsinket, og deraf kan det ses, at de vurderingsbaserede værdiansættelser er langsommere til at afspejle den reelle værdi, hvorfor der er indført en lagstruktur på ét kvartal på ejendomme. Modellen har en adjusted R^2 på 37,01%, hvilket er noget mindre end de andre modeller. Dog har regressionen en Significance F under 10% og kan derfor ikke forkastes.

| Regression Statistics | |
|-----------------------|---------|
| Multiple R | 0,63645 |
| R Square | 0,40507 |
| Adjusted R Square | 0,37008 |
| Standard Error | 0,01702 |
| Observations | 73 |

| ANOVA | | | | | |
|------------|----|---------|---------|-------|----------------|
| | df | SS | MS | F | Significance F |
| Regression | 4 | 0,01342 | 0,00335 | 11,58 | 3,17087E-07 |
| Residual | 68 | 0,01971 | 0,00029 | | |
| Total | 72 | 0,03312 | | | |

| | Coefficients | Standard Error | t Stat | P-value |
|-----------------|--------------|----------------|----------|---------|
| Intercept | 0,02297 | 0,00417 | 5,50967 | 6E-07 |
| Økonomisk vækst | 0,16509 | 0,07241 | 2,27986 | 0,02576 |
| Realkreditrente | -0,59383 | 0,30802 | -1,92788 | 0,05805 |
| Inflation | -0,17536 | 0,16921 | -1,03638 | 0,3037 |
| Likviditet | 0,30448 | 0,13667 | 2,22779 | 0,0292 |

Figur 9-16: Regression, ejendomme

Det ses, at den økonomiske vækst har en positiv betaværdi, hvilket stemmer overens med, at ejendomspriserne vil stige, når den økonomiske vækst er i fremgang. Modsat ses en negativ betaværdi for realkreditrente, hvilket indikerer, at når renten falder – og det dermed bliver billigere at låne – vil ejendomspriserne stige. Der kan være flere årsager til at inflationsfaktoren har en negativ koefficient. Ejendomsinvesteringer kan anses som en inflationsafdækkende investering, fordi ejendomspriserne vil stige i takt med inflationen (Ilmanen, 2011). Dog medvirker dette ikke implicit i positive afkast, hvorfor der ses en negativ koefficient.

White's test og Breusch-Pagan test for heteroskedasticitet foretages. Begge test indikerer, at nulhypotesen om homoskedasticitet bør forkastes, idet begge tests giver en P-værdi mindre end 0,1. Se residualplots under bilag 21.

| White Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity ^{b,c} | | |
|---|----|-----------|---|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 31.703 | 14 | .00441366 | 2.744 | 1 | .09761415 |
| a. Dependent variable: Ejendomme, 1 lag b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Design: Intercept + Økonomiskvækst + Realkreditrente + Inflation + Likviditet + Økonomiskvækst * Økonomiskvækst + Økonomiskvækst * Realkreditrente + Økonomiskvækst * Inflation + Økonomiskvækst * Likviditet + Realkreditrente * Realkreditrente + Realkreditrente * Inflation + Realkreditrente * Likviditet + Inflation * Inflation * Likviditet + Likviditet * Likviditet | | | a. Dependent variable: Ejendomme, 1 lag b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Predicted values from design: Intercept + Økonomiskvækst + Realkreditrente + Inflation + Likviditet | | |

Figur 9-17: Heteroskedasticitet tests, ejendomme (SPSS udklip)

Derfor udregnes de robuste standard errors. Heraf fås nye heteroskedasticitet-konsistente standard errors samt retvisende p-værdier. Det kan konkluderes, at de inkluderede faktorer er signifikante for modellen.

| Parameter Estimates with Robust Standard Errors | | | | | | |
|---|-------|--------------------------------|--------|------|-------------------------|-------------|
| Dependent Variable: Ejendomme, 1 lag | | | | | | |
| Parameter | B | Robust Std. Error ^a | t | Sig. | 95% Confidence Interval | |
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| Intercept | .023 | .005 | 4.954 | .000 | .014 | .032 |
| Økonomiskvækst | .165 | .095 | 1.745 | .086 | -.024 | .354 |
| Realkreditrente | -.594 | .416 | -1.428 | .158 | -1.424 | .236 |
| Inflation | -.175 | .186 | -.944 | .348 | -.546 | .195 |
| Likviditet | .304 | .152 | 2.007 | .049 | .002 | .607 |

a. HC3 method

Figur 9-18: Robuste standard errors, ejendomme (SPSS udklip)

Det ses endvidere, at inflation og likviditet ikke er signifikante med et signifikansniveau på 10%. Dog vurderes det, at disse faktorer afspejler vigtige risikoelementer for ejendomme, hvorfor de beholdes i modellen. Endvidere fås en lavere forklaringsgrad, hvis disse variable udelades.

Af ovenstående kan det konkluderes, at regressionsanalysen for ejendomme anses at være forholdsvis brugbar i den videre analyse. Dog skal der tages forbehold for en lav R^2 værdi samt insigifikante uafhængige variable.

9.3.8 Hedgefonde

Hedgefonde investerer med en højere grad af frihed end traditionelle investeringsselskaber og har mulighed for at anvende en lang række forskellige derivater samt opererer ofte med høj gearing. Grundet hedgefondes alsidige investeringsprofil inkluderes faktorerne økonomisk vækst, emerging markets vækst og likviditet. Det kunne være relevant at have inddraget statsobligationsrentefaktoren, blandt andet da hedgefonde opererer med en høj grad af gearing. Dog er denne faktor udeladt af modellen, grundet for lav forklaringsgrad (se bilag 22). Dette giver en model med adjusted R^2 på 84,57%. Modellen har en Significance-F under 10% og kan derfor ikke forkastes.

| <i>Regression Statistics</i> | | | | | |
|------------------------------|--|--|---------|--|--|
| Multiple R | | | 0,92310 | | |
| R Square | | | 0,85212 | | |
| Adjusted R Square | | | 0,84569 | | |
| Standard Error | | | 0,00679 | | |
| Observations | | | 73 | | |

| <i>ANOVA</i> | | | | | |
|--------------|-----------|-----------|-----------|----------|-----------------------|
| | <i>df</i> | <i>SS</i> | <i>MS</i> | <i>F</i> | <i>Significance F</i> |
| Regression | 3 | 0,01832 | 0,00611 | 132,53 | 1,42652E-28 |
| Residual | 69 | 0,00318 | 0,00005 | | |
| Total | 72 | 0,02150 | | | |

| | <i>Coefficients</i> | <i>Standard Error</i> | <i>t Stat</i> | <i>P-value</i> |
|------------------------|---------------------|-----------------------|---------------|----------------|
| Intercept | 0,00127 | 0,00091 | 1,40330 | 0,16501 |
| Økonomisk vækst | 0,32067 | 0,02116 | 15,15716 | 1,2E-23 |
| Emerging markets vækst | 0,13912 | 0,01998 | 6,96351 | 1,5E-09 |
| Likviditet | 0,19719 | 0,04736 | 4,16342 | 0,0001 |

Figur 9-19: Regression, HF

For hedgefonde ses positive betaværdier for aktiefaktorerne, hvilket giver intuitiv mening, idet hedgefonde i høj grad investerer i aktiemarkedet med forskellige strategier. Dog er disse betaværdier forholdsvis lave, hvilket kan skyldes, at størstedelen af hedgefonde forsøger at være ukorrelerede med noterede markeder og dermed opnå høje afkast uanset den økonomiske situation.

Ved test af heteroskedasticitet for hedgefonde ses af White's test en P-værdi under 0,1, hvilket indikerer, at der optræder heteroskedasticitet i modellen. For Breusch-Pagan testen ses dog en P-værdi over signifikansniveauet på 0,13. Denne ligger dog tæt på grænsen, hvilket kan indikere, at der forekommer en grad af heteroskedasticitet. Se residualplots under bilag 22.

| White Test for Heteroskedasticity ^{a,b,c} | | | Modified Breusch-Pagan Test for Heteroskedasticity ^{a,b,c} | | |
|--|----|-----------|---|----|-----------|
| Chi-Square | df | Sig. | Chi-Square | df | Sig. |
| 18.119 | 9 | .03382005 | 2.262 | 1 | .13260212 |
| a. Dependent variable: Hedge fonde b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Design: Intercept + Økonomiskvækst + Emergingmarketsvækst + Likviditet + Økonomiskvækst * Økonomiskvækst + Økonomiskvækst * Emergingmarketsvækst + Økonomiskvækst * Likviditet + Emergingmarketsvækst * Emergingmarketsvækst + Emergingmarketsvækst * Likviditet + Emergingmarketsvækst * Likviditet * Likviditet | | | a. Dependent variable: Hedge fonde b. Tests the null hypothesis that the variance of the errors does not depend on the values of the independent variables. c. Predicted values from design: Intercept + Økonomiskvækst + Emergingmarketsvækst + Likviditet | | |

Figur 9-20: Heteroskedasticitet tests, HF (SPSS udklip)

Derfor estimeres de robuste standard errors. Heraf fås nye heteroskedasticitet konsistente standard errors samt retvisende P-værdier. Det kan konkluderes, at de inkluderede faktorer fortsat er signifikante for modellen.

| Parameter Estimates with Robust Standard Errors | | | | | | |
|---|------|--------------------------------|-------|------|-------------------------|-------------|
| Dependent Variable: Hedge fonde | | | | | | |
| Parameter | B | Robust Std. Error ^a | t | Sig. | 95% Confidence Interval | |
| | | | | | Lower Bound | Upper Bound |
| Intercept | .001 | .001 | 1.058 | .294 | -.001 | .004 |
| Økonomiskvækst | .321 | .035 | 9.290 | .000 | .252 | .390 |
| Emergingmarketsvækst | .139 | .022 | 6.450 | .000 | .096 | .182 |
| Likviditet | .197 | .049 | 3.993 | .000 | .099 | .296 |

a. HC3 method

Figur 9-21: Robuste standard errors, HF (SPSS udklip)

Af ovenstående kan det konkluderes, at regressionsanalysen for hedgefonde anses som værende brugbar i den videre analyse.

9.3.9 Overblik over faktorerens påvirkning på aktiver

Fra regressionsanalyserne fås følgende samlede tabel for alle aktivklassernes estimerede betaværdier samt residual MS:

| Faktorer\aktiver | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|--------------------------|---|---|---|---------|----------|---------|---|--------|---------|---------|---------|--------|
| Intercept | | | | -0,0052 | -0,0058 | -0,0064 | | 0,0231 | -0,0064 | 0,0051 | 0,0230 | 0,0013 |
| Økonomisk vækst | 1 | | | 0,2466 | 0,4846 | 0,3316 | | 0,6065 | 0,4098 | 0,9438 | 0,1651 | 0,3207 |
| Statsobligationsrente | | 1 | | 0,4169 | | 0,5822 | | | | -0,1858 | | |
| Realkreditrente | | | 1 | 0,8447 | 1,5762 | 1,2382 | | | 0,9079 | -0,1946 | -0,5938 | |
| Emerging markets vækst | | | | | 0,1736 | 0,1518 | 1 | | 0,1375 | 0,1996 | | 0,1391 |
| Inflation | | | | | -0,31041 | -0,1986 | | | | -0,1223 | -0,1754 | |
| Likviditet | | | | | | | | 0,6842 | | | 0,3045 | 0,1972 |
| Adjusted R Square | | | | 0,6948 | 0,8065 | 0,7668 | | 0,7069 | 0,6621 | 0,9884 | 0,3701 | 0,8457 |
| Observations | | | | 73 | 73 | 73 | | 73 | 73 | 73 | 73 | 73 |
| Residual MS | 0 | 0 | 0 | 4,3E-05 | 0,00018 | 0,00011 | 0 | 0,0003 | 0,00017 | 2E-05 | 0,00029 | 5E-05 |

Figur 9-22: Betaværdier og residual MS (Var[e_i])

Disse indgår i udregningen af kovariansmatricen i næstkommende afsnit.

9.4 PORTEFØLJER (1)

I dette afsnit estimeres porteføljer med afsæt i Munks (2019) flerfaktormodel på baggrund af det behandlede data samt input til modellen. Til dette udregnes først de forventede afkast, hvortil der gives en kort gennemgang af den risikofrie rente, som anvendes. Herefter præsenteres de estimerede afkast og volatiliteter for aktivklasserne, og kovariansmatricen udregnes. Endeligt estimeres og diskuteres minimumvariansporteføljen (med og uden kortsalgsbegrænsning), maksimumhædningsporteføljen, tangensporteføljen (med og uden kortsalgsbegrænsning) samt risk parity porteføljen.

9.4.1 Forventet afkast og risiko for aktiverne

Vi anvender som nævnt en 6-faktor model med 12 aktivklasser. Deraf fås følgende formel:

$$r_i - r_f = \beta_{i,1}(r_{F_1} - r_f) + \beta_{i,2}(r_{F_2} - r_f) + \dots + \beta_{i,12}(r_{F_{12}} - r_f) + e_i, \quad i = 1,2,3,4,5,6,7,8,9. \quad (21)$$

Vi antager $r_{F_1}, r_{F_2}, r_{F_3}, r_{F_4}, r_{F_5}, r_{F_6}, e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}, e_{11}, e_{12}$ alle er indbyrdes uafhængige.

Vi bestemmer det forventede afkast hvert aktiv, $E[r_i]$. Eftersom $E[e_i] = 0$ har vi at:

$$E[r_i] = r_f + \beta_{i,1}(E[r_{F_1}] - r_f) + \beta_{i,2}(E[r_{F_2}] - r_f) + \dots + \beta_{i,12}(E[r_{F_{12}}] - r_f)$$

Og det følger at:

$$E[r_1] = r_f + \beta_{1,1}(E[r_{F_1}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_2}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_3}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_4}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_5}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_6}] - r_f)$$

$$E[r_2] = r_f + 0 * (E[r_{F_1}] - r_f) + \beta_{2,2}(E[r_{F_2}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_3}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_4}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_5}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_6}] - r_f)$$

...

$$E[r_{12}] = r_f + \beta_{12,1}(E[r_{F_1}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_2}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_3}] - r_f) + \beta_{12,4}(E[r_{F_4}] - r_f) + 0 * (E[r_{F_5}] - r_f) + \beta_{12,6}(E[r_{F_6}] - r_f)$$

Hvor r_f er lig det risikofrie aktiv.

Variansen på fejleddene for hver aktivklasse $Var[e_i]$ fås at være estimeret 'Residual MS' fra ANOVA-analysen i hver af regressionsmodellerne (Munk, 2019, s. 308). Variansen for hvert aktiv, $Var(r_i)$, findes ved formel 14, jf. teori-afsnittet, på baggrund af betaværdierne for aktiv i , faktor-kovariansmatricen og variansen for ε_i .

Risikofri rente

Den risikofrie rente udtrykker, hvor meget investor kan kapitalisere uden at påtage sig risiko. Teoretisk set er den risikofrie rente lig renten på nul-kuponobligationer, hvoraf den mest brugte metode til at bestemme

denne, er renten på statslige nul kuponobligationer grundet den underliggende antagelse om, at investeringen er risikofri (Petersen & Plenborg, 2007, s. 249). Begrebet 'risikofri' indebærer, at der ikke er konkurs- eller reinvesteringsrisiko. Derfor tilrådes det i praksis, at renten på en 10-årig statsobligation anvendes, som estimat for den risikofrie rente (Petersen & Plenborg, 2007, s. 251) & (Damodaran, 2020). Da der gøres brug af et amerikansk benchmark for aktivklassen statsobligationer, vil renten for en 10-årige amerikansk statsobligation (US 10 Year Treasury Yield) derfor anvendes som risikofri rente. Historisk set har denne været faldende – på samme vis som den danske statsobligationsrente – (se bilag 23) og havde et niveau på 1,40% ultimo februar 2021 (kilde: Bloomberg). Af bilag 23 ses ligeså 3-årigs glidende gennemsnit, hvor der fås en risikofri rente på 1,84% ultimo februar 2021. Dette estimat anses som mere retvisende for den risikofrie rente, idet den 10-årige statsobligations udsving over perioden udjævnes.

Professor i Financial Management hos IESE Business School samt formand for PWC Corporate Finance, Pablo Fernández udarbejder årligt en undersøgelse af forskellige landes risikofrie renter og markedsrisikopræmier, som er meget anvendt og anerkendt i praksis. I marts 2020 undersøgte og fastlagde Fernández blandt andet den risikofrie rente for markedet i 2020 for 81 lande på baggrund af en spørgeskemaundersøgelse besvaret af finansierings- og økonomiprofessorer, analytikere og ledere af større virksomheder samt universiteter (Fernandez, Apellániz, & Acín, 2020). Undersøgelsen viste, at 2.156 amerikanske virksomheder i gennemsnit gør brug af en risikofri rente på 1,9%. Da der endnu ikke er en rapport tilgængelig for 2021 anvendes rapporten fra primo 2020. Det betyder dog også at data er baseret på observationer før COVID-19 krisen for alvor ramte verden, hvilket medførte store dyk til renterne. Det antages at renteniveauet på sigt vil komme tilbage på niveau, hvorfor der ikke nedjusteres på satsen 1,9%.

Et gennemsnit af de to nævnte estimater beregnes til 1,87%. Dette estimat vurderes at være retvisende set i forhold til det nuværende og forventede fremtidige renteniveau, hvorfor der gøres brug af 1,87% som den årlige risikofrie rente i de videre beregninger.

Opsummering af de fundne værdier

| Aktiv | Kvartalsvis | | | | | Årlig | | |
|------------------------|-------------|------------|------------|------------|------------|----------|------------|--------|
| | $E[r_i]$ | $Var[r_i]$ | $Std[r_i]$ | $Var[e_i]$ | $Std[e_i]$ | $E[r_i]$ | $Std[r_i]$ | SR |
| Globale aktier | 1,66% | 0,66% | 8,10% | 0,00% | 0,00% | 6,80% | 16,19% | 41,96% |
| Statsobligationer | 0,12% | 0,03% | 1,63% | 0,00% | 0,00% | 0,50% | 3,25% | 15,38% |
| Realkreditobligationer | 0,12% | 0,03% | 1,63% | 0,00% | 0,00% | 0,50% | 3,25% | 15,38% |
| IG obligationer | 0,33% | 0,04% | 2,09% | 0,00% | 0,65% | 1,33% | 4,17% | 31,80% |
| HY obligationer | 1,07% | 0,32% | 5,68% | 0,02% | 1,35% | 4,34% | 11,36% | 38,22% |
| EM obligationer | 0,68% | 0,17% | 4,14% | 0,01% | 1,04% | 2,75% | 8,28% | 33,19% |
| EM aktier | 2,42% | 1,66% | 12,88% | 0,00% | 0,00% | 10,05% | 25,75% | 39,03% |
| Private equity | 0,93% | 0,31% | 5,53% | 0,03% | 1,83% | 3,79% | 11,06% | 34,23% |
| Private debt | 0,91% | 0,18% | 4,21% | 0,02% | 1,30% | 3,71% | 8,42% | 44,01% |
| Infrastruktur | 2,20% | 0,74% | 8,59% | 0,00% | 0,45% | 9,08% | 17,18% | 52,88% |
| Ejendomme | 0,87% | 0,08% | 2,79% | 0,03% | 1,70% | 3,55% | 5,57% | 63,63% |
| Hedgefonde | 1,05% | 0,12% | 3,44% | 0,00% | 0,68% | 4,25% | 6,88% | 61,81% |

Tabel 9-5: Aktivers forventede afkast og risiko

Her bemærkes det blandt andet, at der fås nogle høje årlige volatiliteter særligt for high yield obligationer og emerging markets obligationer, der ikke nødvendigvis afspejles i det tilhørende afkast grundet den anvendte teoretiske formel og den forholdsvis høje risikofrie rente, der er antaget i afhandlingen. Derudover ses der nogle meget lave volatiliteter særligt for ejendomme og hedgefonde i forhold til det estimerede afkast, hvilket vurderes at give meget høje Sharpe ratios for disse aktivklasser. Det kan blandt andet skyldes dårlig datakvalitet på disse alternative aktivklasser. Både ejendomme og hedgefonde er som nævnt kendt for at indeholde bias og burde have en højere volatilitet. Det er forsøgt at korrigere for disse biases ved at desmoothe afkastene under afsnit 8.3.1. Dog ses der fortsat en lav risiko i forhold til afkastene. Dette vil blive et problem i MV analysen i det næstkommende afsnit '9.4.3 Porteføljeeestimeringer', og højst sandsynligt give urealistisk høj vægtning til disse to aktivklasser grundet deres høje Sharpe ratios.

9.4.2 Kovariansmatrice for aktiverne

Kovariansmatricen er et centralt element i mean-variance analysen. I dette afsnit findes kovariansmatricen for aktivklasserne ud fra en flerfaktor model (Munk, 2019). For at bestemme kovariansmatricen antages det, at $r_{F_1} \dots r_6$; $e_1 \dots e_{12}$ alle er indbyrdes uafhængige, og det følger derfor, at kovariansen mellem to aktiver er givet ved formel 13 jf. teori afsnittet.

På baggrund af afsnit '9.2 Kovariansmatrice for faktorerne', '9.3 Regressioner' samt ovenstående estimeringer af forventet afkast og risiko, er kovariansmatricen for aktivklasserne estimeret:

Porteføljekonstruktioner

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|----------|----------|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 0,00656 | | | | | | | | | | | |
| 2 | -0,00077 | 0,00026 | | | | | | | | | | |
| 3 | -0,00033 | 0,00008 | 0,00026 | | | | | | | | | |
| 4 | 0,00102 | -0,00002 | 0,00017 | 0,00043 | | | | | | | | |
| 5 | 0,00303 | -0,00028 | 0,00037 | 0,00094 | 0,00323 | | | | | | | |
| 6 | 0,00158 | -0,00002 | 0,00036 | 0,00068 | 0,00212 | 0,00172 | | | | | | |
| 7 | 0,00063 | 0,00004 | 0,00058 | 0,00066 | 0,00445 | 0,00369 | 0,01658 | | | | | |
| 8 | 0,00410 | -0,00048 | -0,00027 | 0,00059 | 0,00192 | 0,00101 | 0,00099 | 0,00306 | | | | |
| 9 | 0,00248 | -0,00024 | 0,00019 | 0,00067 | 0,00219 | 0,00148 | 0,00306 | 0,00157 | 0,00177 | | | |
| 10 | 0,00662 | -0,00079 | -0,00025 | 0,00109 | 0,00382 | 0,00222 | 0,00392 | 0,00428 | 0,00302 | 0,00738 | | |
| 11 | 0,00148 | -0,00020 | -0,00024 | 0,00008 | 0,00045 | 0,00016 | 0,00023 | 0,00104 | 0,00042 | 0,00155 | 0,00078 | |
| 12 | 0,00223 | -0,00024 | -0,00004 | 0,00041 | 0,00161 | 0,00104 | 0,00268 | 0,00152 | 0,00124 | 0,00274 | 0,00055 | 0,00118 |

Tabel 9-6: Aktiv kovariansmatrice (1)

Note: 1 globale aktier, 2 statsobligationer, 3 realkreditobligationer, 4 investment grade obligationer, 5 high yield obligationer, 6 emerging markets obligationer, 7 emerging markets aktier, 8 private equity, 9 private debt, 10 infrastruktur, 11 ejendomme og 12 hedgefonde.

Ud fra kovariansmatricen og standardafvigelseerne er nedenstående korrelationsmatrice fundet jf. formel 15 fra teori afsnittet:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 1,00 | | | | | | | | | | | |
| 2 | -0,58 | 1,00 | | | | | | | | | | |
| 3 | -0,25 | 0,28 | 1,00 | | | | | | | | | |
| 4 | 0,60 | -0,05 | 0,51 | 1,00 | | | | | | | | |
| 5 | 0,66 | -0,30 | 0,40 | 0,79 | 1,00 | | | | | | | |
| 6 | 0,47 | -0,03 | 0,53 | 0,79 | 0,90 | 1,00 | | | | | | |
| 7 | 0,06 | 0,02 | 0,28 | 0,25 | 0,61 | 0,69 | 1,00 | | | | | |
| 8 | 0,92 | -0,53 | -0,30 | 0,51 | 0,61 | 0,44 | 0,14 | 1,00 | | | | |
| 9 | 0,73 | -0,35 | 0,27 | 0,76 | 0,91 | 0,85 | 0,56 | 0,68 | 1,00 | | | |
| 10 | 0,95 | -0,57 | -0,18 | 0,61 | 0,78 | 0,63 | 0,35 | 0,90 | 0,84 | 1,00 | | |
| 11 | 0,65 | -0,43 | -0,52 | 0,14 | 0,28 | 0,14 | 0,07 | 0,68 | 0,36 | 0,65 | 1,00 | |
| 12 | 0,80 | -0,44 | -0,08 | 0,57 | 0,83 | 0,73 | 0,61 | 0,80 | 0,86 | 0,93 | 0,57 | 1,00 |

Tabel 9-7: Aktiv korrelationsmatrice

Ud fra ovenstående korrelationsmatrice ses det blandt andet, at aktivklasserne globale aktier og statsobligationer har en negativ korrelation på -0,58. Det giver intuitivt mening, at denne korrelation er negativ, jævnfør afsnit 8.1 omkring aktiver, hvor det beskrives, at eksempelvis ved nedgang i markedet går centralbanker ind og gør statsobligationer attraktive for at hjælpe økonomien. Samme situation gør sig gældende for globale aktier og realkreditobligationer, der har en korrelation på -0,25. Når markedet er i nedgang, vil flertallet af investorer ofte søge mod sikre aktiver som stats- og realkreditobligationer. Det vil sige, at når kurserne falder på aktier, stiger de på obligationer (Danske Bank, 2020). Statsobligationer har en negativ korrelation med alle alternative aktivklasser, idet når økonomien går mindre godt, søger man mod mere sikre investeringer som statsobligationer og ikke mere risikofyldte aktiver, og visa versa.

Korrelationen for realkreditobligationer og ejendomme er negativ med en værdi på -0,52, hvilket stemmer fint overens med, at når renten eksempelvis falder og det heraf bliver billigere at tage lån, vil ejendomspriserne stige (dette er også beskrevet i afsnit 9.3.7 vedrørende regression for ejendomme).

Globale aktier og emerging markets aktier har en lav korrelation tæt på nul (0,06), hvor en korrelation på nul kan betegne en ideel diversifikationsmulighed. Det kan dog være undrende, at disse to aktivklasser ikke samvarierer mere med hinanden, og kan skyldes de teoretiske udregninger via flerfaktormodellen, hvorfor der senere i afhandlingen (afsnit 9.5) udledes en kovariansmatrice, der ikke estimeres på baggrund af Munks (2019) teoretiske flerfaktor fremgangsmetode. Denne lave korrelation må derfor tilskrives den anvendte teoretiske fremgang. Der tilhører en lang række risikoelementer for emerging markets som kan være forklarende for en lavere korrelation, men emerging markets aktier må alt andet lige have en større korrelation i praksis, da de i høj grad er eksponeret for lignende risici. Emerging markets er typisk mindre og mere illikvide markeder, som er meget sårbare over for politisk risiko, svingende råvarepriser og ændringer i pengepolitikken (Blackrock, 2021a).

Infrastruktur og hedgefonde har begge høje korrelationer med globale aktier på henholdsvis 0,95 og 0,80. Den høje korrelation for infrastruktur og globale aktier skyldes valget af indeks for infrastruktur, idet dette er noteret og som tidligere nævnt har det deraf en høj korrelation. På samme vis skyldes den høje korrelation mellem hedgefonde og globale aktier, at hedgefonde som allerede nævnt ofte gør brug af likvide equity strategier og heraf må der være en høj samvariation mellem de to aktivklasser.

9.4.3 Porteføljeeestimeringer

Der foretages en MV analyse, hvor konstanterne A, B, C og D først estimeres ved formel 4.1, 4.2, 4.3 og 4.4, da konstanterne simplificerer porteføljeudregningerne.

$$A = 0,93$$

$$B = 211,33$$

$$C = 59.057,86$$

$$D = 10.349,97$$

Heraf kan vægtene for henholdsvis minimumvariansporteføljen, maksimumhædningsporteføljen, tangentporteføljen og risk parity porteføljen udregnes.

| Aktiv | Minimum varians pf | Minimum varians pf m. beg | Max hældnings pf | Tangent pf | Tangent pf m. beg. | Risk pa- rity pf | |
|---------------------------|--------------------------|---------------------------------|------------------------|---------------|--------------------------|---------------------|--------|
| | π_{min} | π_{min} | $\pi_{hæld}$ | π_{tan} | $\pi_{tan.kort}$ | π_{RP} | Risiko |
| Globale aktier | -3,95% | 0,00% | -13,16% | 26,89% | 0,00% | 4,01% | 0,083 |
| Statsobligationer | 32,39% | 12,81% | 38,63% | 11,49% | 32,19% | -33,65% | 0,083 |
| Realkreditobligationer | 84,00% | 59,43% | 89,83% | 64,43% | 28,07% | 55,71% | 0,083 |
| IG obligationer | -20,20% | 0,00% | -26,23% | 0,00% | 0,00% | 15,35% | 0,083 |
| HY obligationer | -11,78% | 0,00% | -11,79% | -11,73% | 0,00% | 4,62% | 0,083 |
| EM obligationer | -20,49% | 0,00% | -22,88% | -12,46% | 0,00% | 7,01% | 0,083 |
| EM aktier | -0,91% | 5,23% | -2,21% | 3,47% | 0,00% | 3,52% | 0,083 |
| Private equity | 1,01% | 0,00% | -3,91% | 17,53% | 0,00% | 6,16% | 0,083 |
| Private debt | -4,57% | 0,00% | -5,93% | 0,00% | 0,00% | 6,29% | 0,083 |
| Infrastruktur | 18,92% | 0,00% | 36,88% | -41,26% | 0,00% | 3,32% | 0,083 |
| Ejendomme | 7,76% | 17,60% | 8,62% | 4,88% | 29,72% | 19,49% | 0,083 |
| Hedgefonde | 17,81% | 4,93% | 12,15% | 36,76% | 10,02% | 8,17% | 0,083 |
| Sum | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 1,000 |
| $E[R]_{\text{årlig}}$ | 1,4390% | 1,6734% | 1,7747% | 0,3198% | 1,7249% | 3,0682% | |
| $\sigma_{\text{årlig}}^2$ | 0,0068% | 0,0725% | 0,0083% | 0,0244% | 0,0318% | 0,3597% | |
| $\sigma_{\text{årlig}}$ | 0,8230% | 2,6921% | 0,9134% | 1,5624% | 1,7843% | 5,9974% | |
| $SR_{\text{årlig}}$ | 1,75 | 0,62 | 1,94 | 0,20 | 0,97 | 0,51 | |

Tabel 9-8: Porteføljer (1)

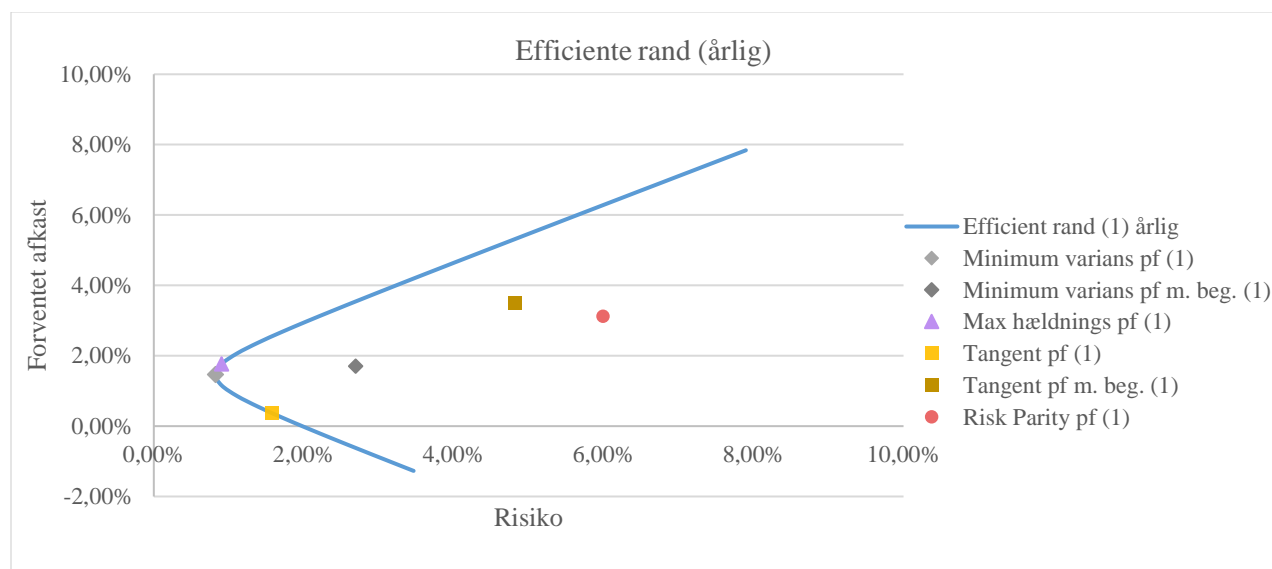
Se tilhørende excel-fil fane 'Porteføljer (1.1)'

Som tidligere nævnt er en af ulemperne ved mean-variance, at den kan give ekstreme vægte til aktivklasser. Resultaterne af mean-variance er meget følsomme over for de input modellen gives (Garbage-In-Garbage-Out, GIGO). Derudover kan små ændringer i input medføre store ændringer i output. I tangentporteføljen uden begrænsninger, ses det, at der er bruttoeksponering langt over en, hvorfor man ville være nødt til at operere med en høj grad af gearing for at realisere disse porteføljer. De ekstreme vægte eksemplificerer sig i eksempelvis i realkreditobligationer med en vægt på 64,43% og infrastruktur med en vægt på -41,26%. Det er naturligvis ikke realistisk, hvorfor der indføres en kortsalgsbegrænsning. Heraf fås dog også nogle vægte som fortsat ikke vurderes at være realistiske, hvor eksempelvis ejendomme og hedgefonde tilsammen udgør knap 40% af porteføljen. Dette er dog som forventet, idet de udregnede afkast og risiko for disse aktivklasser, som nævnt i afsnit 9.4.1 ikke vurderes at være retvisende. Endvidere optages kun eksponering i 4 ud af 12 aktivklasser, hvor der eksempelvis ikke optages eksponering i globale aktier (der ellers udgør størstedelen af danske pensionsselskabers porteføljer). Af den grund estimeres også en risk parity portefølje, der fordeler risikoen ligeligt mellem alle aktivklasser. Denne portefølje lider dog fortsat af urealistiske

vægte, hvor statsobligationer har en vægt på -33,65% og globale aktier har en vægt på kun 4,01%. Yderligere har realkreditobligationer en vægt på 55,71%.

Af ovenstående estimater skal det dog nævnes, at der forekommer positive porteføljevarianser, hvilket understreger, at kovariansmatricen er positiv semidefinite, som er et af de centrale krav for en kovariansmatrice, vi vil gå yderligere i dybden med under afsnit '9.5.1 Robust kovariansmatrice'.

I nedenstående graf ses den efficiente rand, minimumvariansporteføljen, maksimumhædningsporteføljen, tangentporteføljen samt risk parity-porteføljen. Både minimumvarians- og tangentporteføljen med kortsalgsbegrænsninger samt risk parity-porteføljen ligger ikke på den efficiente rand, idet begrænsningerne selvsagt mindsker de mulige porteføljesammensætninger. Det forekommer endvidere, at tangentporteføljen uden begrænsninger ligger på den nedadgående del af den efficiente rand, hvilket skyldes, at der er estimeret en høj risikofri rente, hvorfor størstedelen af aktiverne merafkast bliver negativt. Dette eksemplificerer mean-variance's store svaghed, hvor der udregnes urealistiske porteføljer, ingen rationel investor ville vælge.



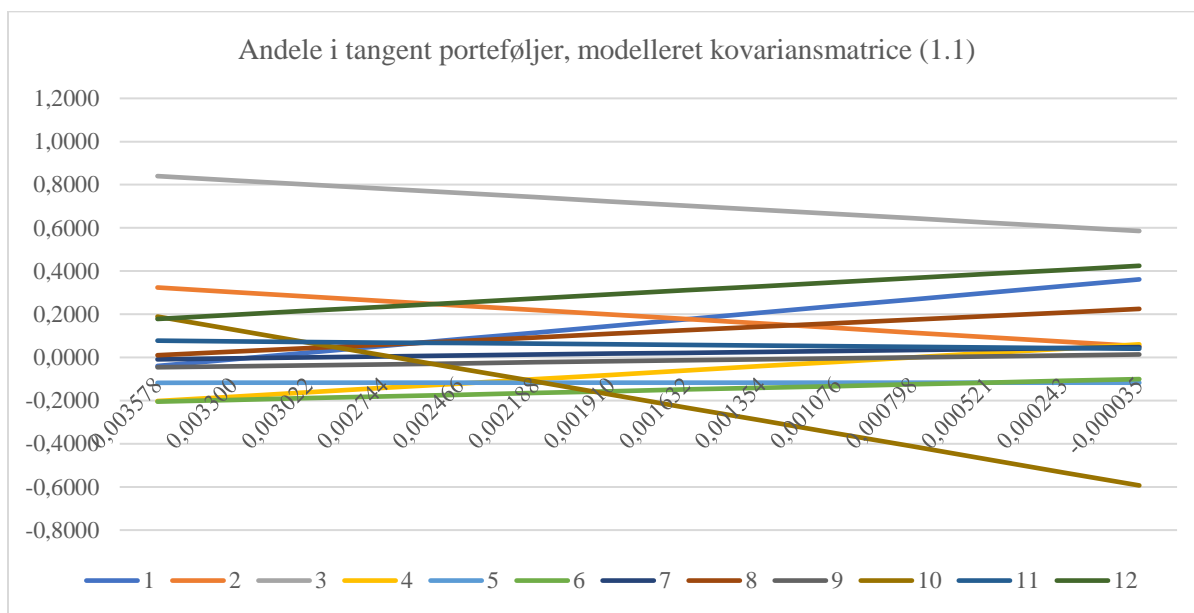
Figur 9-23: Den efficiente rand (årlig), Porteføljer (1)

Som nævnt i teori afsnittet vil maksimumhædningsporteføljen findes på den opadgående del af den efficiente rand, såfremt det forventede afkast af minimumvariansporteføljen er positiv, hvilket kun er tilfældet, når den udregnede konstant B er større eller lig nul. Da der fås en positiv B -værdi, findes maksimumhædningsporteføljen på den opadgående del af den efficiente rand.

Minimumvariansporteføljen uden begrænsning og hældningsporteføljen er de porteføljer med de højeste sharpe ratios. Risk parity porteføljen anses for at være en mere realistisk portefølje, som en investor vil gøre brug af, idet denne har en lige spredning af risiko for alle aktivklasserne.

De estimerede porteføljer bærer tydeligt præg af manglende kvalitet af data på alternative investeringer, hvor Munks (2019) flerfaktormodel medfører nogle urealistiske porteføljer. De udregnede afkast og risiko passer ikke sammen grundet udregningerne foretaget på baggrund af formel 11 og 14, jævnfør teori afsnittet. Det kan med andre ord konkluderes, at Munks flerfaktormodel er vanskelig at bruge i praksis, hvor regressionerne til estimering af betaværdier, ikke er en ideel løsning med begrænset datakvalitet. Samtidig kan det være et faktum, at modellen ikke fungerer optimalt, når alternativer inddrages i porteføljen og indekser bruges som repræsentanter for aktivklasserne. Heraf kan det altså siges, at denne mean-variance optimering lider af GIGO.

Ud fra ovenstående resultater skildres en illustrativ udvikling i porteføljesammensætningen nedenfor.



Figur 9-24: Andele i tangent porteføljer (1)

Note: 1. aksens lave værdier skyldes, at data er opgjort på kvartal på ikke årlig.

Figuren ovenfor illustrerer, hvor sensitiv den efficiente rand er over for antagelserne i modellen. Eksempelvis ses store skift i vægten for realkreditobligationer (3, grå), som går fra 0,84 til 0,60, infrastruktur (10, brun), som går fra cirka 0,20 til -0,60 grundet den høje risiko estimeret og hedgefonde (12, mørkegrøn), som går fra cirka 0,20 til 0,40 grundet den høje sharpe ratio. I praksis ønsker man som investor selvsagt ikke at se store skift i vægtene. På baggrund af dette udregnes nye porteføljer i følgende afsnit, der ikke

længere udledes på baggrund af Munks (2019) flerfaktormodel, men hvor faktorerne vil blive inddraget ved at anvende forecastede værdier af aktivklasserne, der udøves regression på.

9.4.4 Opsummering af porteføljer (1)

Til estimering af ovenstående porteføljer er der således taget afsæt i Munks (2019) flerfaktormodel. Kovariansmatricen for aktivklasserne er udregnet på baggrund af formlerne gennemgået i afsnit 7.5 med afsæt den historiske faktor-kovariansmatrice samt betaværdierne udledt ved at foretage regressionsanalyser for aktivklasserne med relevante faktorer som de uafhængige variable. Aktivklassernes forventede afkast og varians er udregnet med afsæt i formlerne 11 og 14. Her forekommer dog skarpe ratios på nogle af aktivklasserne at være mindre intuitive (eksempelvis ejendomme og hedgefonde med høje SRs), hvorfor det kan konkluderes, at Munks (2019) flerfaktormodel vil lide under GIGO ved foretagelse af mean-variance optimering på trods af betydelig databehandling jævnfør afsnit 8.3. Minimumvariansporteføljen (med og uden kortsalgsbegrænsning), maksimumhældningsporteføljen, tangentporteføljen (med og uden kortsalgsbegrænsning) og en risk parity-portefølje er estimeret. Heraf ses det som nævnt, at modellen producerer urealistiske porteføljer, som ingen rationel investor ville vælge, hvor eksempelvis tangentporteføljen ligger på den nedre del af den efficiente rand.

9.5 REVIDEREDE PORTEFØLJER (2)

På baggrund af afsnit '9.4 Porteføljer (1)' går vi væk fra at anvende Munks (2019) flerfaktormodel, da denne model producerer urealistiske outputs særligt grundet datakvaliteten af alternativer mv. I stedet estimerer en mere robust kovariansmatrice for aktiverne, hvor der vil diskuteres flere mulige metoder, samt undersøgelsens valg af model til estimering af matricen. På baggrund af dette estimeres reviderede porteføljer, der anvender den nye robuste kovariansmatrice.

9.5.1 Robust kovariansmatrice

Kovariansmatricen er en central byggesten i adskillige analyser for risikostyring, porteføljeoptimering mv. Det er derfor helt essentielt at estimere en så retvisende og robust kovariansmatrice som muligt, der er velstruktureret og har hensigtsmæssige egenskaber. For mange analytikere kan holdningen til matriceestimeringen være afslappet og blot være en matrice, der estimeres uden videre analyse af dens egenskaber. Det vil dog ikke være optimalt for en troværdig og realistisk analyse. Ifølge Swensen (2000) repræsenterer kovariansmatricen en af de mest vanskelige variable at estimere til en mean-variance optimering, der i forvejen er meget følsom overfor input. Swensen (2000) hævder ligeledes, at det kræver mange års erfaring og kendskab inden for de forskellige aktivklasser at estimere en repræsentativ og robust kovariansmatrice. Dette eksemplificeres blandt andet i, at Yale begyndte at anvende mean-variance optimering i 1986, men

først i 1994 fik korrelationsmatricen vurderingsbaserede modifikationer for at inkorporere mere konsistente fremtidige forventninger.

Denne afhandling vil inddrage en kort analyse af estimering af kovariansmatricen for at sikre en valid matrice til den videre analyse. Det skal dog understreges, at det ikke er afhandlingens primære fokus, og da estimering af en perfekt kovariansmatrice i sig selv er meget kompleks, bør der tages forbehold for dette. De følgende afsnit vil behandle, hvilke egenskaber en robust kovariansmatrice bør have og dernæst selve estimering af matricen, hvor forskellige metoder til dette vil blive diskuteret.

Robust kovariansmatrice

En kovariansmatrice bør være intuitiv samt intern konsistent, hvilket vil sige, at den skal være positiv-semidefinit. For at sikre en positiv-semidefinit matrice skal varianser og kovarianser udregnes konsistent. Hvis varianser er udregnet med lige vægt til historisk data, bør det samme således også gøres for kovarianserne. En positiv semidefinit kovariansmatrice skal derudover altid resultere i en porteføljevarians større eller lig nul, uanset hvilke vægte der vælges. Det ses eksempelvis, at samfundsforudsætningernes kovariansmatrice for 2020 ikke er positiv semidefinit. Af bilag 24 ses det, at hvis minimumsvariansporteføljen udregnes med afsæt i samfundsforudsætningernes kovariansmatrice for 2020 fås en minimumsvariansportefølge med negativ varians. Dette illustrerer vigtigheden i at have konsistens mellem afkast og risiko, når man arbejder med mean-variance. Afkast og kovariansmatrice skal passe sammen, således at aktiver med høj porteføljerisiko også har et højt afkast og omvendt. Endvidere bør en robust kovariansmatrice ikke resultere i ekstreme skift i vægtene over randen (Pedersen & Neumann, 2020). Det er derfor vigtigt ved brug af en kovariansmatrice i analyser, at man sikrer, at der er sammenhæng i matricen således, at den er intuitiv. Kovariansmatricens egenskaber kan dog være vanskelig at analysere, hvorfor korrelationsmatricen ofte kan være mere anvendelig til vurdering af konsistens.

Estimering af kovariansmatrice

Inden for litteraturen er der mange metoder til at estimere en robust kovariansmatrice, idet kovariansmatricer kan være meget følsomme over for outliers. I det følgende inddrages udvalgte metoder⁶ og afslutningsvis diskuteres valg af model til estimering af kovariansmatricen.

⁶ Grundet afhandlingens scope er de valgte metoder ikke udtømmende for mulighederne inden for området. Det vil være et centralt videre forskningsprojekt at estimere en endnu mere robust kovariansmatrice, jf. afsnit 12.1

Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

En metode til at udregne volatiliteter er at anvende en Exponentially Weighted Moving Average model (EWMA). En svaghed ved almindelige historiske volatiliteter kan siges at være, at alle afkast tillægges lige stor vægt. Derfor nuancerer EWMA den simple volatilitet ved at tillægge nyere data mere vægt. EWMA har deraf også den attraktive fordel, at den blot kræver beskeden historik. Ved et givent tidspunkt behøves kun det nuværende estimat af variansen og den nyeste observation af markedsvARIABLEN. Når der fås en ny observation af markedsvARIABLENS værdi, kan man udregne en ny procentvis ændring til at opdatere estimatet af variansen (Hull, 2018).

$$\sigma_n^2 = \lambda\sigma_{n-1}^2 + (1 - \lambda)\mu_{n-1}^2 \quad (22.1)$$

$$cov_n = \lambda cov_{n-1} + (1 - \lambda)x_{n-1}y_{n-1} \quad (22.2)$$

Her introduceres lambda (λ), der fungerer som udjævningsparameter. En højere lambda (f.eks. som RiskMetrics 94%) indikerer langsommere forfald i serien. Det vil sige, at i relative termer vil man have flere datapunkter i serien, og de vil "falde af" langsommere. Modsat hvis lambda reduceres, indikerer det højere henfald: Vægtene falder hurtigere, og som et direkte resultat af det hurtige henfald bruges færre datapunkter (Hull, 2018, s. 226).

Når man udregner en kovariansmatrice via EWMA modellen antages en generel lambda for alle kovarianserne mellem to aktiver jf. Hull (2018). Denne metode understøttes ligeledes af den metodiske tilgang undervist i valgfaget 'Investment Policy and Risk Management in Pension Funds' på CBS af Niels Henrik Pedersen⁷. Fra litteraturen gøres der generelt brug af lambda lig 0,94 herunder RiskMetrics, hvorfor denne antagelse vurderes repræsentativ som estimat for lambda til modellering af kovariansmatricen.

GARCH

En anden metode til estimering af volatiliteter er at anvende en GARCH model (Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity).

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha u_{n-1}^2 + \beta \sigma_{n-1}^2 \quad (23.1)$$

Hvor γ er vægten for V_L , α er vægten for u_{n-1}^2 og β er vægten for σ_{n-1}^2 . Disse vægte skal summe til 0:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1 \quad (23.2)$$

En GARCH(1,1) indikerer, at σ_n^2 er baseret på den nyeste observation af u^2 og den nyeste observation af variansen. GARCH(1,1) modellen er den samme som EWMA modellen bortset fra, at den udover at til-

⁷ CBS valgfag efterår 2020, kursus ID KAN-CCMVV2603U

lægge eksponentielt mindskende vægt til historiske u_t^2 , tillægger den også vægt til den langsigtede gennemsnitlige varians. GARCH(1,1) inkorporerer således mean reversion, hvor variansen bevæger sig mod det langsigtede gennemsnit, hvilket EWMA ikke gør.

Den mere generelle GARCH(p,q) udregner σ_n^2 fra de nyeste p observationer af u^2 og q estimater af variansen. Antagelserne bag GARCH modellen er, at volatiliteten ændrer sig over tid. I nogle perioder vil volatiliteten være høj og i nogle perioder vil den være lav. Sagt på en anden måde, når u^2 er høj, er der en tendens til at $u_{i+1}^2, u_{i+2}^2, \dots$ også vil være høj og vice versa. Hvis en GARCH model fungerer godt, vil den fjerne denne autokorrelation. Der findes en række udvidelser og modificerede GARCH modeller, der søger at forbedre GARCH modellen. Et eksempel herpå er en GARCH model, der tillægger forskellig vægt til u_i^2 afhængig af, om u_i er positiv eller negativ.

Shrinkage

Wang og Taylor (2018) beskriver, hvordan en robust target portefølje opnås ved enten at introducere porteføljevægte-restriktioner eller en variation i kovariansmatricen. I forbindelse med kovariansmatricen gør de brug af EWMA, GARCH og ARCH modeller. Dertil anvendes i artiklen en 'shrinkage' metode, hvor den estimerede kovariansmatrice krympes via korrelationsmatricen med 50% mod nul for robusthed. Ved at krympe korrelationerne smoothes ekstreme variationer ud. Denne justering bruger Wang og Taylor (2018) blandt andet til den fremadrettede estimerede kovariansmatrice Et centralt argument for at gøre brug af shrinkage estimering forekommer for denne analyse at være, grundet datasættet ikke indeholder et stort datasæt n (grundet illikvide aktiver som giver færre observationer).

Valg af model

Der findes en række andre metoder til at gøre kovariansmatricen mere robust herunder eksempelvis Minimum Covariance Determinant som ligeledes er mere resistent over for outliers. Disse metoder kan hjælpe med at gøre mean-variance mere anvendelig i praksis og mindre følsom over for ændringer i inputs. Mange af disse metoder er dog meget komplekse af natur og kræver avancerede algoritmer i diverse softwareprogrammer. Da det ikke er opgavens fokus, afgrænses afhandlingen fra at dykke yderligere ned i estimering af en robust kovariansmatrice. Endvidere anvendes der ikke komplekse programmeringspakker til udregning af kovariansmatricer, idet transparensen omkring udregningerne kompromitteres. Derfor vil der ikke blive dykket yderligere ned i andre metoder til at øge kovariansmatricens robusthed.

Som tidligere nævnt skal kovariansmatricen være positiv semidefinite. Det vil sige, at hvis varianserne er udregnet ved EWMA, bør det samme gøres for kovarianserne. Anvendelse af en GARCH model til at opdatere en varians-kovariansmatrice er mere vanskelig og kræver en multivariat model. EWMA er et stærkt værktøj til konstruktion af mere robuste kovariansmatricer. Dog eksisterer der en række problemstillinger ved anvendelse af EWMA i forbindelse med porteføljekonstruktioner i kraft af det faktum, at modellen tillægger nyeste data højere vægt. Ved anvendelse af EWMA kan der således stilles spørgsmålstejn ved, hvorvidt dette blot afspejler et øjebliksbillede. Af den grund kan porteføljekonstruktioner med afsæt i EWMA modellen, resultere i porteføljesammensætninger, der er meget sårbare over for ændringer i den økonomiske situation og dermed ikke er lige så repræsentativ for de egenskaber, som man vil have i en all-weather sammenhæng. Særligt pensionselskaber ønsker ved porteføljekonstruktion at danne en robust portefølje, der kan fungere godt, også når den økonomiske situation ændres, idet de har en meget lang investeringshorisont. EWMA kan dog give et brugbart øjebliksbillede af, hvordan en efficient portefølje kan konstrueres og kan i en risiko-sammenhæng være et stærkt værktøj til at estimere risikoen i forskellige scenarier.

I undersøgelsen vælger vi at anvende EWMA til at estimere en mere robust kovariansmatrice. Endvidere sammenholdes denne matrice med den historiske kovariansmatrice, idet denne ikke i samme grad er lige så nutidsorienteret. Som nævnt kan brugen af EWMA resultere i porteføljekonstruktioner, der kun passer til den nuværende økonomiske situation. Dog vurderes modellen at give et solidt øjebliksbillede af, hvordan en efficient portefølje kan sammensættes under den nuværende økonomiske, særligt i den nuværende økonomiske situation, hvor der er lave renteniveauer. Da det vil være vanskeligt at spå om fremtidige renteutviklinger, tages der udgangspunkt i EWMA for at give et retvisende billede af forholdene under de nuværende omstændigheder. Derudover krympes korrelationerne med 50% for at udglatte ekstreme variationer jf. Wang & Taylor (2018).

9.5.2 Kovariansmatrice for aktiverne

Faktorenes effekt på aktiverne er fortsat relevant at inddrage, særligt for de alternative aktivklasser, da data for disse aktiver er mere begrænset og af dårligere kvalitet end mere likvide aktivklasser (eksempelvis globale aktier). Derfor inkorporeres faktorenes effekt på aktivklasserne med undtagelse af globale aktier, stats- og realkreditobligationer samt emerging markets aktier, som har en faktor er 100% forklarende. Dette gøres ved at bruge de 'forecastede' værdier for aktivklasserne (\hat{y}_t) fundet på baggrund af regressionsmodellernes koefficienter (β) ud fra følgende formel:

$$\hat{y}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_{1,t} + \dots + \hat{\beta}_j x_{j,t} \quad (24)$$

Hvor $x_{i,t}$ til $x_{j,t}$ er faktorerne på det pågældende tidspunkt t .

De fundne forecastede værdier for aktiverne (\hat{y}_t) danner grundlag for udregning af EWMA-modellen. Ved at inkorporere disse predicted values fås en struktur på data, der giver en interaktion mellem de to dimensioner af faktorerne og aktiverne, særligt grundet den ringere datakvalitet for alternative aktiver. På denne måde sikres en bedre forklaring af data, der er mere robust, ved at gøre brug af faktorenes påvirkning.

Det skal på baggrund af ovenstående pointeres, at implementering af faktoreksponering på strukturel vis vil være et oplagt område at undersøge mere i dybden for 'viderevidere forskning. Vores ovenstående beskrevne tilgang er én metode til at inddrage faktorerne i en porteføljesammensætning, men det vil være nærliggende at forsøge at opstille en model, der kan kvantificere faktor-risikoen ved de respektive porteføljesammensætninger. Dette er derfor et åbenlyst område i litteraturen, der vil være interessant at undersøge nærmere.

På baggrund af vores tilgang til inddragelse af faktoreksponeringen samt EWMA modellen fås følgende kovariansmatrice:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 1 | 0,00136 | | | | | | | | | | | |
| 2 | 0,00010 | 0,00027 | | | | | | | | | | |
| 3 | 0,00009 | 0,00003 | 0,00008 | | | | | | | | | |
| 4 | 0,00022 | 0,00008 | 0,00005 | 0,00020 | | | | | | | | |
| 5 | 0,00042 | 0,00004 | 0,00009 | 0,00016 | 0,00071 | | | | | | | |
| 6 | 0,00033 | 0,00010 | 0,00008 | 0,00015 | 0,00026 | 0,00046 | | | | | | |
| 7 | 0,00063 | 0,00003 | 0,00008 | 0,00020 | 0,00053 | 0,00038 | 0,00203 | | | | | |
| 8 | 0,00071 | 0,00017 | 0,00012 | 0,00025 | 0,00043 | 0,00036 | 0,00060 | 0,00177 | | | | |
| 9 | 0,00027 | 0,00003 | 0,00005 | 0,00010 | 0,00022 | 0,00016 | 0,00034 | 0,00027 | 0,00028 | | | |
| 10 | 0,00067 | 0,00008 | 0,00009 | 0,00021 | 0,00045 | 0,00033 | 0,00072 | 0,00069 | 0,00029 | 0,00139 | | |
| 11 | 0,00037 | 0,00011 | 0,00006 | 0,00013 | 0,00021 | 0,00019 | 0,00029 | 0,00049 | 0,00013 | 0,00036 | 0,00057 | |
| 12 | 0,00023 | 0,00002 | 0,00003 | 0,00007 | 0,00016 | 0,00012 | 0,00027 | 0,00024 | 0,00010 | 0,00024 | 0,00013 | 0,00018 |

Tabel 9-9: Aktiv kovariansmatrice (2)

Note: 1 globale aktier, 2 statsobligationer, 3 realkreditobligationer, 4 investment grade obligationer, 5 high yield obligationer, 6 emerging markets obligationer, 7 emerging markets aktier, 8 private equity, 9 private debt, 10 infrastruktur, 11 ejendomme og 12 hedgefonde.

Samt korrelationsmatrice:

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1 | 1,00 | | | | | | | | | | | |
| 2 | 0,17 | 1,00 | | | | | | | | | | |
| 3 | 0,28 | 0,24 | 1,00 | | | | | | | | | |
| 4 | 0,42 | 0,34 | 0,42 | 1,00 | | | | | | | | |
| 5 | 0,43 | 0,10 | 0,37 | 0,41 | 1,00 | | | | | | | |
| 6 | 0,41 | 0,27 | 0,41 | 0,48 | 0,46 | 1,00 | | | | | | |
| 7 | 0,38 | 0,05 | 0,21 | 0,31 | 0,44 | 0,40 | 1,00 | | | | | |
| 8 | 0,46 | 0,25 | 0,33 | 0,42 | 0,38 | 0,40 | 0,31 | 1,00 | | | | |
| 9 | 0,44 | 0,10 | 0,35 | 0,41 | 0,50 | 0,46 | 0,45 | 0,38 | 1,00 | | | |
| 10 | 0,49 | 0,12 | 0,27 | 0,40 | 0,45 | 0,42 | 0,43 | 0,44 | 0,46 | 1,00 | | |
| 11 | 0,42 | 0,28 | 0,31 | 0,39 | 0,33 | 0,37 | 0,27 | 0,49 | 0,32 | 0,40 | 1,00 | |
| 12 | 0,46 | 0,11 | 0,26 | 0,38 | 0,45 | 0,42 | 0,46 | 0,43 | 0,46 | 0,48 | 0,40 | 1,00 |

Tabel 9-10: Aktiv korrelationsmatrice (2)

Det understreges, at ovenstående korrelationsmatrice er krympet med 0,5 jf. Wang og Taylor (2018) for at sikre en mere robust kovariansmatrice at arbejde videre med i porteføljekonstruktionen. Derfor er ovenstående korrelationer ikke nødvendigvis 100% intuitive sammenlignet med virkeligheden. I forlængelse heraf er EWMA modellen ligeledes et mere øjebliksbillede, hvor nyeste observationer (afkast) vægtes højest, hvilket der også skal tages forbehold for.

Af korrelationsmatricen kan det aflæses, at der er en relativt høj korrelation mellem globale aktier og infrastruktur (hvor der skal tages forbehold for, at matricen er krympet). Det ses også, at både globale aktier og infrastruktur har sammenlignelige korrelationer med de resterende aktivklasser, hvilket tyder på, at korrelationsmatricen er konsistent. Modsat ses en lav korrelation mellem globale aktier og statsobligationer, hvor der også ses en stor forskel mellem disse to aktivklassers korrelationer med de resterende aktiver, hvilket er forventeligt og underbygger, at matricen er intuitiv.

Da der allerede under afsnit '9.4.2 Kovariansmatrice for aktiverne' under Porteføljer (1) er beskrevet mange af de økonomiske intuitioner bag samvariation mellem de forskellige aktiver, vil dette ikke gentages yderligere.

9.5.3 Forventet afkast og risiko for aktiverne

De forventede afkast og risiko estimeres med afsæt i samfundsforudsætningerne og Yale's forventede afkast og risiko. Med afsæt i EWMA er aktivklassernes volatiliteter udregnet, hvortil der er lavet en skalering af forventet afkast efter samfundsforudsætningerne og Yale's estimerede sharpe ratios. Det skal dog næv-

nes, at samfundsforudsætningerne og Yale ikke opererer med præcist samme aktivklasser, som denne afhandling tager afsæt i. Derfor er private debt baseret på historisk data, og investment grade obligationer, high yield obligationer og emerging markets obligationer er baseret på samfundsforudsætningerne alene.

| Aktiv | Samfundsforudsætningerne og Yale | | | Skalering ud fra sharpe ratios | | |
|-------------------------------|----------------------------------|------------------|------------|--------------------------------|------------------|------------|
| | $E[r_i]$ årlig | $Std[r_i]$ årlig | SR årlig | $E[r_i]$ årlig | $Std[r_i]$ årlig | SR årlig |
| Globale aktier | 6,80% | 16,19% | 41,96% | 3,10% | 7,38% | 41,96% |
| Statsobligationer | 0,50% | 3,25% | 15,38% | 0,50% | 3,28% | 15,38% |
| Realkreditobligationer | 0,50% | 3,25% | 15,38% | 0,27% | 1,76% | 15,38% |
| Investment grade obligationer | 1,60% | 4,10% | 39,02% | 1,11% | 2,86% | 39,02% |
| High yield obligationer | 4,00% | 7,50% | 53,33% | 2,81% | 5,27% | 53,33% |
| Emerging markets obligationer | 4,40% | 8,30% | 53,01% | 2,29% | 4,32% | 53,01% |
| Emerging markets aktier | 10,05% | 25,75% | 39,03% | 3,52% | 9,02% | 39,03% |
| Private equity | 9,73% | 28,63% | 33,97% | 2,85% | 8,40% | 33,97% |
| Private debt* | 5,00% | 9,15% | 54,61% | 1,81% | 3,32% | 54,61% |
| Infrastruktur | 7,30% | 18,50% | 39,46% | 2,94% | 7,44% | 39,46% |
| Ejendomme | 5,15% | 12,65% | 40,71% | 1,95% | 4,79% | 40,71% |
| Hedgefonde | 4,00% | 7,75% | 51,61% | 1,37% | 2,66% | 51,61% |

Tabel 9-11: Aktivernes forventede afkast og risiko

* Historisk estimeret

Standardafvigelse estimeres som nævnt ud fra EWMA. Heraf ses de at være lave i forhold til samfundsforudsætningerne og Yale's forventede volatiliteter. Af den grund nedjusteres det forventede afkast, så det stemmer overens med standardafvigelse. Dette vil dog medføre porteføljeafkast, som ikke vil være retvisende, da disse er skaleret i forhold til volatiliteten. Dog er det primære fokus allokeringen til de forskellige aktivklasser, hvorfor skaleringen nærmere er en matematisk funktionalitet.

9.5.4 Porteføljeestimeringer

På baggrund af den estimerede robuste kovariansmatrice samt de forventede afkast fås følgende konstanter og porteføljer.

$$A = 0,13$$

$$B = 17,09$$

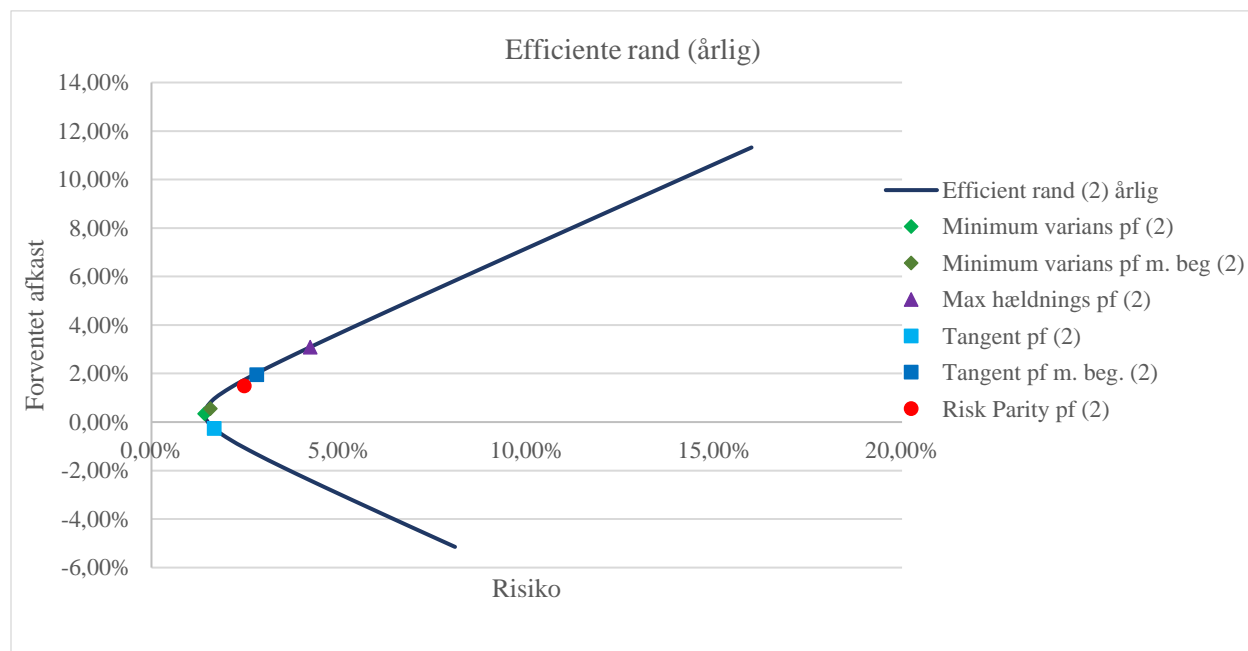
$$C = 20.012,45$$

$$D = 2.382,65$$

| Aktiv | Minimum varians pf | Minimum varians pf m. beg | Max hædnings pf | Tangent pf | Tangent pf m. beg. | Risk parity pf | |
|---------------------------|--------------------------|---------------------------------|-----------------------|---------------|--------------------------|----------------|--------|
| | π_{min} | π_{min} | $\pi_{hæld}$ | π_{tan} | $\pi_{tan.kort}$ | π_{RP} | Risiko |
| Globale aktier | -2,84% | 0,00% | 1,71% | -3,89% | 0,64% | 4,09% | 0,083 |
| Statsobligationer | 12,15% | 12,48% | 4,62% | 13,90% | 0,00% | 14,17% | 0,083 |
| Realkreditobligationer | 59,81% | 64,60% | -75,56% | 91,28% | 0,00% | 20,04% | 0,083 |
| IG obligationer | 8,61% | 0,74% | 8,33% | 8,68% | 0,00% | 10,37% | 0,083 |
| HY obligationer | -3,51% | 0,00% | 24,86% | -10,11% | 14,75% | 5,73% | 0,083 |
| EM obligationer | -4,53% | 0,00% | 33,42% | -13,35% | 19,82% | 6,79% | 0,083 |
| EM aktier | -1,77% | 0,00% | -0,92% | -1,96% | 0,00% | 3,80% | 0,083 |
| Private equity | -4,90% | 0,00% | -3,99% | -5,11% | 0,00% | 3,59% | 0,083 |
| Private debt | 9,45% | 1,28% | 52,66% | -0,60% | 27,17% | 9,18% | 0,083 |
| Infrastruktur | -2,25% | 0,00% | -3,79% | -1,89% | 0,00% | 4,07% | 0,083 |
| Ejendomme | 0,05% | 0,00% | 18,24% | -4,19% | 9,60% | 6,66% | 0,083 |
| Hedgefonde | 29,73% | 20,91% | 40,43% | 27,25% | 28,02% | 11,51% | 0,083 |
| Sum | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 1,000 |
| $E[R]_{\text{årlig}}$ | 0,3510% | 0,5559% | 3,1011% | -0,2804% | 1,9796% | 1,4999% | |
| $\sigma^2_{\text{årlig}}$ | 0,0200% | 0,0246% | 0,1748% | 0,0284% | 0,0785% | 0,0609% | |
| $\sigma_{\text{årlig}}$ | 1,4138% | 1,5679% | 4,1807% | 1,6840% | 2,8016% | 2,4688% | |
| $SR_{\text{årlig}}$ | 0,25 | 0,35 | 0,74 | -0,17 | 0,71 | 0,61 | |

Tabel 9-12: Reviderede porteføljer (2)

Se tilhørende excelfil fane 'Porteføljer (2.1)'



Figur 9-25: Den efficiente rand (årlig), Reviderede porteføljer (2)

Minimumvariansporteføljen

Af ovenstående udledes det, at minimumvariansporteføljen har en høj allokering til realkreditobligationer med en vægt på 59,81%. Den relativt højere vægt set i forhold til statsobligationer må forklares ved den højere standardafvigelse (dog har de to aktivklasser samme Sharpe ratios) samt korrelationerne. Når risikoen minimeres, dominerer realkreditobligationer således porteføljeallokeringen. Derudover ses det, at der optages kortpositioner i globale aktier, high yield obligationer, emerging markets obligationer, emerging markets aktier, private equity samt infrastruktur. Tilføjes en kortsalgsrestriktion øges positionen på realkreditobligationer til at udgøre 64,60% af den samlede portefølje. Derudover optages kun eksponering i 5 aktivklasser ud af 12, hvor investment grade obligationer og private debt har meget små beholdninger. Disse minimale beholdninger ville ifølge Swensen (2000) ikke give mening i en porteføljekonstruktion, da de ikke vil kunne påvirke den overordnede portefølje. Dog har Swensen også kun 4-5 aktivklasser i sin anbefaling, idet flere aktivklasser vil være uhåndterbart ifølge ham.

Det fremgår, at realkreditobligationer klart dominerer porteføljen, hvor der også tages relativt store positioner i statsobligationer og hedgefonde. Det kan være undrende, at der ses en høj allokering til hedgefonde i alle porteføljer, når der er foretaget en desmoothing af data for at kompensere for data biases. Det kunne tyde på, at der var grundlag for at foretage yderligere desmoothing heraf. Dertil skal det dog noteres, at både samfundsforudsætningerne og Yale estimerer en høj Sharpe ratio for hedgefonde på over 50%, hvilket medfører de høje vægte til hedgefonde i de estimerede porteføljer. Det kan ligeledes være undrende, at der ikke optages en højere eksponering af infrastruktur, idet samfundsforudsætningerne er relativt positive over for denne aktivklasse. Dog gøres der som nævnt brug af et noteret indeks. Allokeringen ville have set anderledes ud, hvis der var brugt et unoteret indeks for infrastruktur. Yale estimerer en mindre Sharpe ratio for infrastruktur, hvilket forklarer den lavere allokering hertil ift. at der skaleres ud fra Yale også. For minimumvariansporteføljen ses en relativt lav Sharpe ratio, hvilket forbedres ved indførelse af kortsalgsbegrænsning. Det skyldes, at man ved at indføre kortsalgsbegrænsning mindsker de investerbare muligheder, hvorfor der ikke kan gås kort i de risikofyldte aktiver. Deraf fås en øget risiko samt afkast og heraf øget Sharpe ratio.

Tangentporteføljen

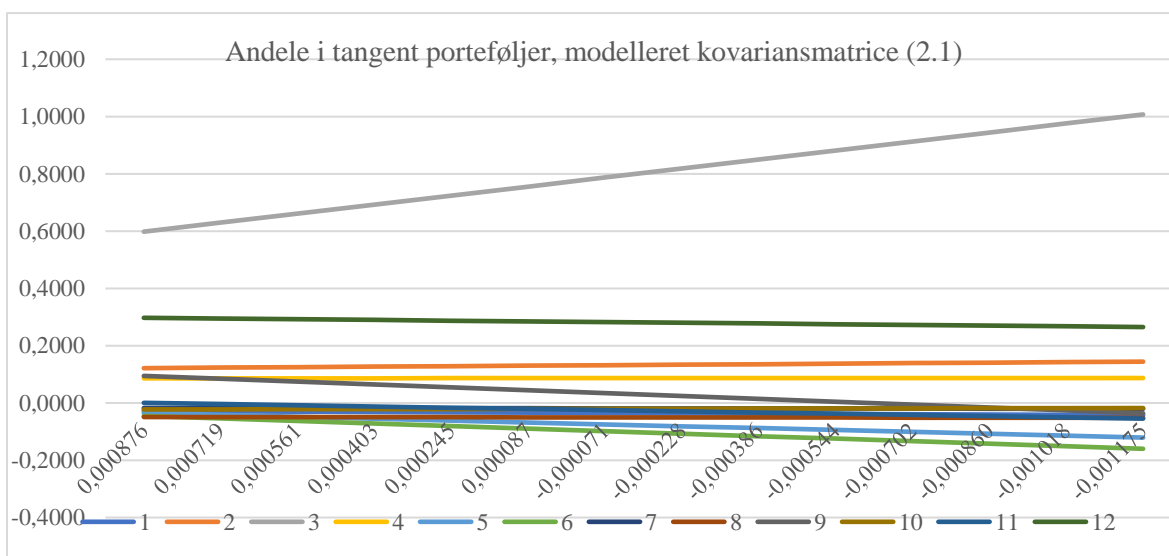
Tangentporteføljen har en negativ Sharpe ratio og opererer med en høj grad af gearing, idet bruttoeksponering langt overstiger 100%, hvor eksempelvis realkreditobligationer har en vægt på 91,28% og hedgefonde har en vægt på 27,25%. Når der indføres kortsalgsrestriktion for tangentporteføljen, ses nogle meget skiftende vægte fra tangentporteføljen uden kortsalgsbegrænsning samt store skift mellem korte og lange positioner. Alle disse punkter ved tangentporteføljen indikerer, at der er grundlag for yderligere forbedringer til

input i mean-variance analysen. Modellen estimerer fortsat porteføljer, der er meget langt fra, hvordan pensionsselskaberne sammensætter deres porteføljer jf. afsnit 9.6. Dette skyldes blandt andet den dårlige data-kvalitet, der eksisterer på alternative investeringer, og afspejler vanskeligheden i at producere en robust kovariansmatrice. Det kan konkluderes, at modellen til trods for betydelig databehandling/modellering samt estimering af en mere robust kovariansmatrice fortsat lider af GIGO. Dog skal det understreges, at det længe har været et kendt faktum, at MV-optimering lider af betydelige svagheder, der ofte forårsager mindre intuitive porteføljevægte.

Risk parity portefølje

I risk parity porteføljen fås der fortsat, at globale aktier er underrepræsenterede (4,09%), som ellers er en aktivklasse, der udgør størstedelen af pensionsselskabers porteføljer (>50%) for en 'middel risiko, 30 år til pension' portefølje jævnfør afsnit 9.6. Vægten er dog større end i de andre porteføljer, men det er alligevel en meget lav vægt. I praksis ville man manipulere sin struktur, så man fik en større allokering til globale aktier. For statsobligationer, realkreditobligationer, investment grade obligationer, private debt samt hedgefonde fås høje vægte. Dette skyldes den lave estimerede risiko ved disse aktivklasser. Den lave risiko på hedgefonde anses dog at være indikation af den dårlige datakvalitet på aktivklassen frem for et reelt billede af risikoen associeret med denne type investering. For porteføljerne skal der således tages forbehold for, at der kan være en forskel i estimeret risiko og de reelle risici forbundet med investering i disse aktivklasser, hvorfor risikoen ved investering heri kan være underestimeret for disse aktiver.

På samme vis som under afsnittet 'Porteføljer (1)' skildres også for 'Reviderede porteføljer (2)' en illustrativ udvikling i porteføljesammensætningen over randen beregnet ud fra kovariansmatricen nedenfor.



Figur 9-26: Andele i tangent porteføljer (2)

Note: De nedadgående vægte skyldes det negative afkast for tangentporteføljen. Derudover skyldes 1. aksens lave værdier, at data er opgjort på kvartal og ikke årlig.

Sammenholdes ovenstående figur med figur 9-24 under afsnittet 'Porteføljer (1)', ses det, at kovariansmatricen ændres langsommere over randen, og dermed at porteføljeandelene er mere stabile for kovariansmatrice (2). Realkreditobligationer (3, grå) har fortsat store skift i vægtene over randen, der går fra 0,6 til 1.

Historisk kovariansmatrice

For at sammenligne ovenstående estimerede vægte ud fra den mere robuste kovariansmatrice, findes den historiske kovariansmatrice. Ved estimering af den historiske kovariansmatrice for aktiverne inklusiv shrinkage på 0,5 fås en mere optimistisk sharpe ratio for minimumvariansporteføljen sammenlignet med porteføljen udregnet på baggrund af EWMA modellen alt andet lige⁸. Det kan tyde på, at historisk data er mere optimistisk, hvor en udregning af kovariansmatricen ved hjælp af EWMA forekommer at være mere konservativ og robust.

| Aktiv | Minimum | Minimum | Max | Tangent | Tangent | Risk parity pf | |
|---------------------------|---------------|----------------------|-----------------|-------------|-------------------------|----------------|--------|
| | varians pf | varians pf m. beg | hældnings pf | pf | pf m. beg. | π_{RP} | Risiko |
| | π_{min} | π_{min} | $\pi_{hæld}$ | π_{tan} | $\pi_{tan\text{ kort}}$ | | |
| Globale aktier | 2,65% | 2,56% | 4,29% | 0,45% | 4,13% | 3,25% | 0,083 |
| Statsobligationer | 45,54% | 45,84% | 46,13% | 44,75% | 43,22% | 36,59% | 0,083 |
| Realkreditobligationer | 33,71% | 33,19% | -2,65% | 82,40% | 0,00% | 18,98% | 0,083 |
| IG obligationer | 11,09% | 9,89% | -4,70% | 32,24% | 0,00% | 9,74% | 0,083 |
| HY obligationer | 2,16% | 0,99% | 10,34% | -8,81% | 9,36% | 5,33% | 0,083 |
| EM obligationer | -4,14% | 0,00% | 9,52% | -22,45% | 8,45% | 4,71% | 0,083 |
| EM aktier | -0,39% | 0,00% | 0,07% | -1,01% | 0,06% | 1,75% | 0,083 |
| Private equity | -0,35% | 0,00% | 0,33% | -1,26% | 0,32% | 1,79% | 0,083 |
| Private debt | 2,21% | 1,90% | 12,28% | -11,28% | 11,35% | 4,73% | 0,083 |
| Infrastruktur | 1,99% | 1,76% | 1,85% | 2,19% | 1,82% | 2,71% | 0,083 |
| Ejendomme | 1,15% | 0,02% | 5,02% | -4,04% | 4,71% | 3,96% | 0,083 |
| Hedgefonde | 4,39% | 3,86% | 17,52% | -13,19% | 16,57% | 6,47% | 0,083 |
| Sum | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 100,00% | 1,000 |
| $E[R]_{\text{årlig}}$ | 1,0674% | 1,1359% | 2,9949% | -1,4715% | 2,8681% | 2,2980% | |
| $\sigma_{\text{årlig}}^2$ | 0,0433% | 0,0445% | 0,1206% | 0,1820% | 0,1111% | 0,0831% | |
| $\sigma_{\text{årlig}}$ | 2,0808% | 2,1098% | 3,4730% | 4,2659% | 3,3326% | 2,8827% | |
| $SR_{\text{årlig}}$ | 0,51 | 0,54 | 0,86 | -0,34 | 0,86 | 0,80 | |

Tabel 9-13: Porteføljer (2.2), historisk kovariansmatrice

Se excel-fil fane "Porteføljer 2.2"

⁸ Bemærk, at det fortsat er meget lave afkast som skyldes nedskaleringen på baggrund af de lave volatiliteter EWMA giver. Derfor skal denne sammenligning ses ud fra en 'alt andet lige' betragtning

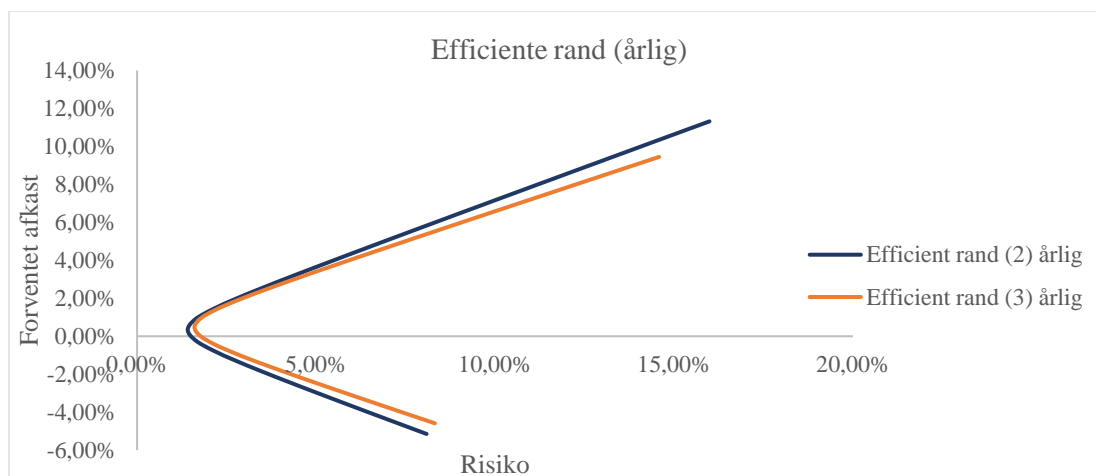
Sammenlignet med EWMA fås der for porteføljerne udregnet via den historiske korrelationsmatrice ovenfor nogle meget positive vægte (>36%) i statsobligationer. Dette kan skyldes, at EWMA tillægger nylige observationer højere værdi, og da renteniveauet på nuværende tidspunkt ligger på et meget lavt niveau, vil investering i statsobligationer være mindre attraktivt i en EWMA model sammenlignet med historiske korrelationer.

Her ses høje allokeringer til statsobligationer, hvilket primært skyldes den lave korrelation, der historisk har været mellem statsobligationer og alle de andre aktivklasser, jf. tabel 9-7. Generelt allokeres der mindre til realkreditobligationer sammenlignet med EWMA modellens porteføljer. Heraf forekommer der en større spredning i vægtene, og der allokeres særligt mindre til private debt og hedgefonde ud fra den historiske matrice. Eksempelvis for private debt er der kommet et større fokus på aktivklassen inden for nyere tid og er dermed blevet mere populær at investere i, end den historisk set har været.

Den historiske kovariansmatrice kan dog bidrage til en mere all-weather matrice modsat EWMA, der i højere grad kan give et nutidsbillede. Dog ses den historiske matrice at producere mere optimistiske resultater i form af højere Sharpe ratios og en venstreforskudt efficient rand (bilag 25), og for at sikre nogle konservative resultater vurderes EWMA modellen at give mere retvisende resultater.

Den efficiente rand uden alternative investeringer

På trods af at der fås nogle ekstreme vægte særligt for minimumvariansporteføljen, maksimumhædningsporteføljen og tangentporteføljen (tabel 9-12) ses det af nedenstående porteføljerande, at man uden inddragelse af alternative investeringer i sin portefølje – og dermed kun har traditionelle aktiver som aktier og obligationer med i porteføljen – vil få en højre-forskydning af den efficiente rand. Alt andet lige understreger dette, at når alternative investeringer inkluderes i porteføljen, skabes der større diversifikation og dermed højere afkast. Heraf ses det ligeså, at kurven for den efficiente rand inklusiv alternative investeringer er mere stejl end for randen eksklusiv alternative investeringer, hvilket betyder, at man som investor får et højere afkast ved at påtage sig mere risiko ved de mere risikable alternative investeringer.



Figur 9-27: Den efficiente rand (årlig), Reviderede porteføljer (2) uden alternative investeringer

9.5.5 Opsummering af reviderede porteføljer (2)

I denne del af analysen forkastes Munks (2019) flerfaktormodel, og der anvendes henholdsvis historisk data for de aktivklasser, der også indgår som faktorer og derfor har en faktor, som er 100% forklarende, og forecastede dataobservationer for de aktivklasser der forklares af specifikke faktorer. Dette anvendes til estimering af en robust kovariansmatrice for aktivklasserne baseret på EWMA og shrinkage. Aktivklassernes forventede afkast og risiko er udregnet på baggrund af samfundsforudsætningerne og Yale's estimerede fremadrettede forventninger, hvorfor der gives mere intuitive sharpe ratios. På baggrund af dette er det forsøgt at estimere en mere robust kovariansmatrice for aktivklasserne, der i højere grad lever op til kravene gennemgået i afsnit 9.5.1. Dog konkluderes det, at de estimerede porteføljer fortsat indeholder urealistiske vægte. Derudover kan det aflæses af figur 9-24 og 9-26, at vægtene under Reviderede porteføljer (2) er mindre omskiftelige over randen sammenlignet med Porteføljer (1), hvorfor det kan argumenteres, at vi får en mere robust model alt andet lige.

Endvidere er der konstrueret porteføljer ud fra historisk data for at sammenholde med en alternativ kovariansmatrice. Dette har vi valgt at gøre, idet der er taget afsæt i EWMA, som vægter nyere data højere, og dermed kan siges at være mindre repræsentativ for en længere tidshorizont med økonomiske konjunktursving. Den historiske model er mere optimistisk og angiver, at der fås et højere afkast for samme risiko sammenlignet med EWMA, hvilket underbygger, at modellen i Reviderede porteføljer (2) er mere konservativ.

Afslutningsvis er der konstrueret en efficient rand, som ikke inkluderer alternative investeringer, og her ses det som forventet, at den efficiente rand forskydes mod højre og forekommer at være mindre stejl. Heraf

afbilledes det, at man som investor kan opnå diversifikationsfordele ved at inkludere alternative investeringer i sin portefølje.

9.6 SCENARIEANALYSE

For at undersøge en porteføljekombination der er mere realistisk og virkelighedsnær set i lyset af, hvordan pensionselskaber i praksis konstruerer porteføljer, undersøges de gængse 'markedsvægte', der i denne afhandling antages at være lig en 'middel risiko, 30 år til pension' portefølje. Disse markedsvægte bruges til at foretage en scenarieanalyse ved at estimere mean-variance porteføljer, hvor sharpe ratio maksimeres med begrænsningen, at vægtene for hver aktivklasse skal indeholde en vis (minimum) procentvis andel af markedsvægtene. Det skal understreges, at dette ikke er reelle restriktioner, som pensionselskaberne er underlagt, men har til formål at afspejle udviklingen i allokering og sharpe ratio i tangentporteføljen ved en porteføljesammensætning, der går fra tangentporteføljen (med kortsalgsbegrænsning) mod markedsvægtene og således bevæger sig mod en mere realistisk porteføljevægtning, der i højere grad minder om pensionselskabernes faktiske allokeringer.

Markedsvægte

Da der indgår alternative aktiver i porteføljen, kan markedsvægtene for disse aktivklasser ikke estimeres ud fra market-cap, grundet databegrænsningen. Af den grund estimeres markedsvægtene for alle aktivklasserne ud fra et simpelt gennemsnit af de fem største pensionselskaber i Danmark som er medlem af brancheorganisationen Forsikring & Pension; PFA, Danica Pension, Velliv, PensionDanmark og AP Pension. Der gøres brug af pensionselskabernes investeringsvægte for en portefølje med middel risiko, 30 år til pension (se bilag 26 for udregninger) (Forsikring og Pension, 2020). Heraf fås følgende fordeling af de 12 aktivklasser:

| Aktivklasse | Vægt |
|-------------------------------|-------------|
| Globale aktier | 55,4% |
| Statsobligationer | 4,7%* |
| Realkreditobligationer | 3,9%* |
| Investment grade obligationer | 2,8% |
| High yield obligationer | 6,5% |
| Emerging markets obligationer | 3,3% |
| Emerging markets aktier | 6,9% |
| Private equity | 3,5%** |
| Private debt | 3,5%** |
| Infrastruktur | 3,0% |
| Ejendomme | 5,6% |
| Hedgefonde | 1,0% |
| Sum | 100% |

Tabel 9-14: Markedsvægte

* Uddybning af fordeling mellem stats- og realkreditobligationer:

Da pensionsselskaberne ikke opdeler statsobligationer og realkreditobligationer i to aktivklasser – som vi gør i vores portefølje, har vi ud fra Nationalbankens statistikbank fundet den procentvise fordeling for pensionsselskabers beholdning i henholdsvis statsobligationer og realkreditobligationer (bilag 27). Her fås fordelingen til 55% statsobligationer og 45% realkreditobligationer, som pensionsselskabernes aktivklasse 'stats- og realkreditobligationer' splittes op med.

** Uddybning af fordeling af private equity og private debt:

Pensionsselskaberne har ikke private debt med som en særskilt aktivklasse i opgørelsen af deres investeringsstrategi blandt andet grundet at private debt er en forholdsvis ny og ikke så anvendt aktivklasse. For at kunne opgøre private debt, som vi har valgt at inddrage i afhandlingen som en aktivklasse jævnfør teori af snittet, har vi antaget, at private debt indgår under private equity. Dette kan antages, da private debt strategier førhen har været en underkategori til private equity investeringer, men med tiden nu er ved at blive en mere og mere separat anvendt aktivklasse (Prequin, 2021b). Dermed opdeles denne vægt i to ud fra regnskabsværdier for de pågældende fem pensionsselskaber. Fordelingen fås som følgende:

| Fordeling af PE og PD | PFA | Danica Pension | Velliv | Pension-Danmark | AP Pension | Gns. | Gns. Afrund |
|-----------------------|--------|----------------|--------|-----------------|------------|-------|-------------|
| PE | 20.699 | 13.439 | 2.313 | 5,30% | 3.013 | | |
| PD | 15.559 | 5.783 | 7.199 | 2,10% | 8.230 | | |
| Total | 36.258 | 19.222 | 9.512 | 7% | 11.244 | | |
| PE % | 57% | 70% | 24% | 72% | 27% | 49,9% | 50,0% |
| PD % | 43% | 30% | 76% | 28% | 73% | 50,1% | 50,0% |

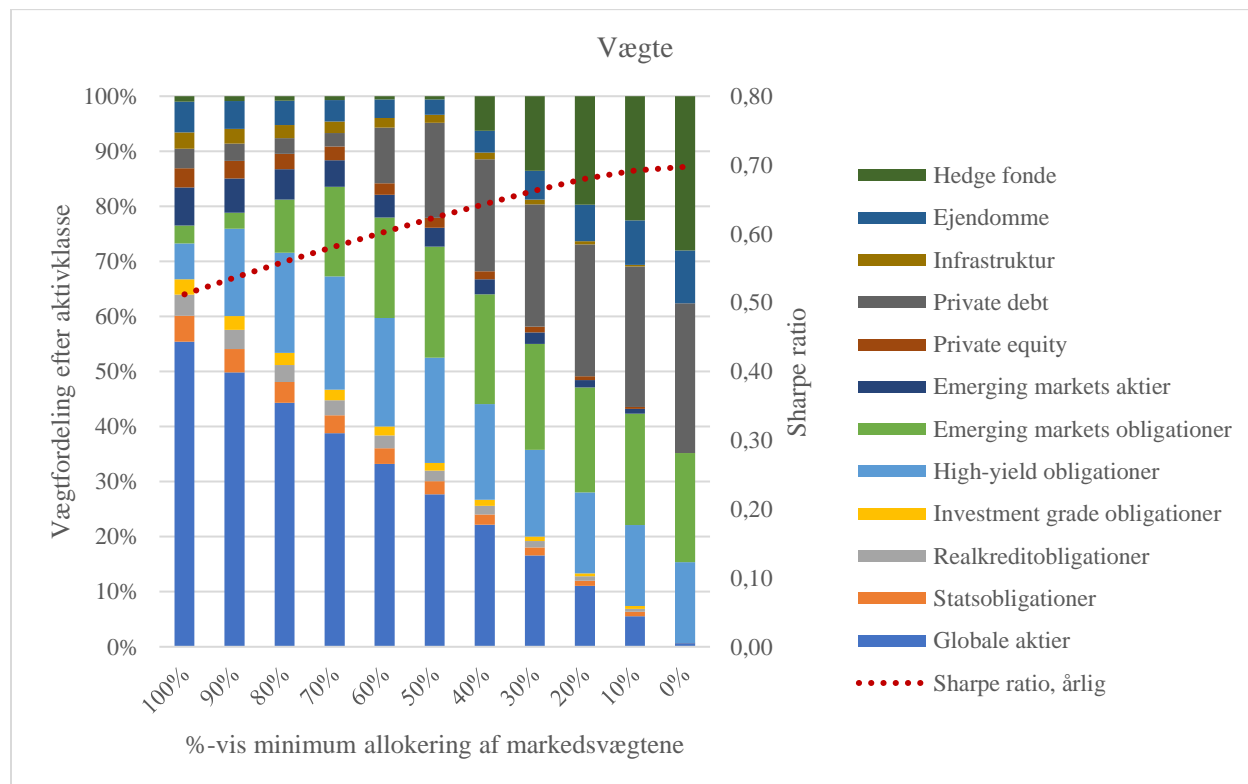
Tabel 9-15: Fordeling af PE og PD

Det skal understreges, at antagelsen om, at private debt indgår som en del af private equity ikke er en optimal løsning. Scenarieanalysen har dog udelukkende til formål at afspejle udviklingen mellem pensionsselskabernes faktiske allokeringer og afhandlingens teoretisk udregnede porteføljer ved indførelse af allokeringsrestriktioner. Derfor er denne fordeling mellem de to alternative aktivklasser det bedste bud på en fordeling heraf. Af ovenstående ses det, at en afrundet gennemsnitlig fordeling er 50% af private equity til private debt aktivklassen.

Ud fra de estimerede markedsvægte fås en samlet allokering til alternative investeringer på 16,6%. Dette stemmer nogenlunde overens med Finanstilsynets senest estimerede allokeringsssats til alternativer på 13,5% samlet set for 2019 (eksklusiv ejendomme, se bilag 28).

Scenarier

Nedenstående porteføljer findes ved at maksimere sharpe ratio ud fra begrænsning om en minimumsallokering på x% af markedsvægtene fra 0 til 100%. En vægt på 100% indikerer en porteføljesammensætning lig markedsvægtene. En vægt på 50% indikerer, at allokeringen er foretaget ud fra vægte baseret på minimum 50% allokering til de enkelte aktivklassers markedsvægte og resten af vægtningen løses ud fra at solve for en maksimal sharpe ratio (tangentporteføljen). Eksempelvis skal globale aktier hermed minimum udgøre $55,4\% * 50\% = 27,7\%$.



Figur 9-28: Scenarieanalyse

Af ovenstående figur ses det, at jo mindre minimumsbegrænsninger af vægtene, jo tættere går vægtene mod tangentporteføljen med kortsalgsbegrænsning ("0%"). Generelt fås det, at ved mindre begrænsninger allokeres der mindre til globale aktier, hvilket ikke anses for at være realistisk i praksis. Globale aktier udgør i dag en markant andel af pensionssekskabernes porteføljer (>50%), hvorfor der her ses en stor difference mellem de udregnede porteføljer, herunder tangentporteføljen der ses ovenfor (med en allokering på 0,43% til globale aktier), og markedsvægtene. Endvidere har pensionssekskaberne en højere allokering til emerging markets aktier, hvilket kan afspejle, at pensionssekskaberne anser denne aktivklasse som værende et område med store vækstpotentialer og mulighed for at skaffe høje afkast. Modsat ses en lavere vægt til high-yield obligationer og emerging markets obligationer i markedsvægtene. Dette kan tolkes som en indikation af, at pensionssekskaberne vurderer, at risikoen ved sådanne investeringer er underestimeret i tangentporteføljen.

Dertil allokeres der i samme takt mere til hedgefonde, grundet samfundsforudsætningerne og Yale's høje estimerede sharpe ratio. Af ovenstående ses således også en betydelig forskel mellem teoretiske udregninger, og hvordan porteføljerne rent faktisk konstrueres i praksis. Det kan skyldes en række andre faktorer som eksempelvis likviditetskrav mv., hvilket kan medføre, at der i praksis bliver allokeret mindre til alternative investeringer. Der er i tangentporteføljen en allokering på cirka 65% til alternative investeringer, og en allokering på 0,43% til globale aktier. Det kan tyde på, at risikoen ved investering i alternativer er underestimeret.

En årsag til forskellen mellem vores estimerede porteføljer og pensionsselskabernes faktiske allokering, kan dog også skyldes, at pensionsselskaber historisk set i høj grad har sat sin lid til traditionelle aktier og obligationer. En omstrukturering af porteføljerne fra disse klassiske aktiver er dog noget, der tager lang tid at opbygge, da disse investeringer kræver grundig due diligence m.m., hvor der også kan være lange investeringshorisonter. En typisk private equity fond investerer eksempelvis over en 5-årig periode og frasælger ligeledes over en 5-årig periode. Derudover har de øgede allokeringer til alternativer medført en stor mediedækning, herunder en hård kritik fra Finanstilsynet, hvorfor pensionsselskaberne kan være tøvende over for at være first-movers i forhold til en større allokering til disse typer af investering grundet den øgede risiko, illikviditet og længere investeringshorisont. I tillæg til dette, er der som nævnt flere gange, begrænset data og historik, som kan underbygge pensionsselskabernes argumenter, om at alternative investeringer kan øge kundernes risikojusterede afkast. Samtidig kan der forekomme peer-tendenser imellem pensionsselskaberne, da man ikke ønsker at afvige for meget fra konkurrenternes porteføljesammensætninger. En øget allokering til alternative investeringer kan således siges rent faktisk at medføre øgede sharpe ratios for pensionsselskabernes porteføljer jævnfør figur 9-28, men blandt andet på grund af peer-tendenser, kritik fra Finanstilsynet og at sådanne porteføljer tager lang tid at opbygge ses sådanne porteføljer ikke i praksis. Yale Endowment har allerede en høj allokering til alternativer, hvilket først og fremmest skyldes, at de er startet med at allokere til alternativer lang tid før danske pensionsselskaber, men at de også er underlagt færre reguleringer sammenlignet med danske pensionsselskaber.

Dog skal det nævnes, at der er relativt stor forskel på de fem største pensionsselskabers porteføljekonstruktioner for en middel risiko (30 år til pension). Eksempelvis ses det af bilag 26, at PFA har 20,6% allokeret til stats- og realkreditobligationer, hvor Danica pension er helt nede på en allokering på 3,3%. Modsat har Danica pension en allokering på 65,4% til globale aktier, hvor PFA har 48,4%. PFA har imidlertid en høj allokering til alternative investeringer på 19,5%, hvoraf ejendomme udgør størstedelen med en allokering på 10,1%. Danica Pension har en allokering på 14% domineret af private equity med 8,8%. Det kan indikere, at der er væsentlige forskelle i, hvilke aktivklasser pensionsselskaberne ser potentialer for fremtidige

afkast. Det kunne ellers forestilles, at selskaberne sammenlignede og justerede sine allokeringer mere ud fra hinandens vægtning ud fra en peer-betragtning, således at de fleste selskaber havde nogenlunde samme allokeringer til de forskellige aktivklasser. Dette er dog i mindre grad tilfældet, hvilket vil blive diskuteret i afsnit 10.

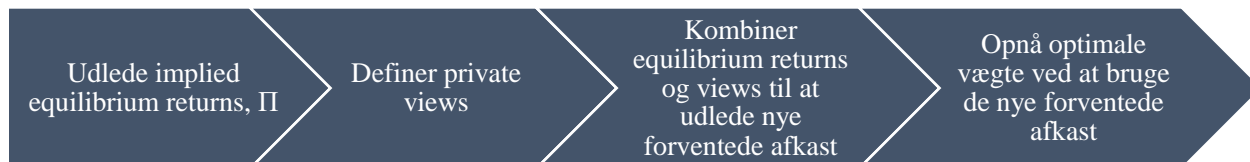
Til videre undersøgelse kunne det derfor være interessant at undersøge, hvilke baggrunde pensionsselskaberne har for at sammensætte sine porteføljer, samt hvilke værktøjer de anvender hertil. Ud fra analysen kan det være svært at forestille sig, at pensionsselskaberne udelukkende anvender sig af mean-variance optimering, idet den producerer porteføljer meget langt fra de porteføljekonstruktioner, der ses i praksis.

9.7 BLACK-LITTERMAN MODEL

Et centralt problem ved porteføljioptimeringsmodellerne er produktionen af ekstreme vægte, der giver urealistiske porteføljer i form af enten meget lange og korte eksponeringer. Man kan løse dette problem ved at indføre kortsalgsrestriktioner, men dette begrænser selvsagt de investerbare muligheder, der kan medvirke til at give et højere merafkast i porteføljen. Markowitz (1952) gør brug af backtesting, hvilket medvirker til, at modellen ikke bliver lige så realistisk, da historiske data ikke umiddelbart er retvisende for de fremtidige forventede afkast af porteføljens aktiver. Det har vi forsøgt at imødekomme med en optimering, der indeholder en robust kovariansmatrice i afsnit '9.5 Reviderede porteføljer (2)'. For at undersøge om de fundne resultater forekommer realistiske vil dette afsnit gøre brug af samfundsforudsætningernes data for forventede afkast, risiko samt korrelationer (og heraf kovariansmatrice) i udregningen af en optimal porteføljekonstruktion. Til dette vil der gøres brug af den såkaldte 'Black-Litterman model' (BL).

Fisher Black og Robert Litterman (1990) udviklede i starten af 90'erne en model, der kombinerer kvalitativ og kvantitativ forskning i en optimeringsproces, idet den tillader at inddrage subjektiv viden og synspunkter i en kvantitativ model. På den måde overkommer modellen problemer med mindre intuitive porteføljer, input-sensitivitet og 'estimation error maximization'. Disse relaterede og veldokumenterede problemer kan i høj grad forklare, hvorfor mean-variance modellen ikke bruges af flere analytikere i praksis. Endvidere var BL modellen designet til at forbedre en af svaghederne ved moderne porteføljeteori vedrørende anvendelsen af historiske afkast samt modellens tendens til at give urealistiske porteføljevægte. Modellen inddrager observeret markedsdata samtidig med investorers fremskrivninger af fremtidige afkast (Black & Litterman, 1992). Bevan og Winkelemann (1998) pointerer i en artikel udgivet af Goldman Sachs, at investorer bør tage risiko hvor de har views og heraf optage mest risiko, der hvor de har de stærkeste views. Modellen vil ved at inkorporere investorers synspunkter give en mere intuitiv portefølje, da der fås et bedre estimat for de forventede afkast.

Vi har implementeret modellen, som Idzorek (2007) beskriver. Nedenfor ses en kort oversigt over proceduren for modellen:



Figur 9-29: BL proces

Udgangspunktet er, at man som investor har forskellige informationer såsom information om markedet, privat information og analytisk information. Ved at mikse disse informationer om markedet og private views fås et bedre og bredere sæt af informationer, der anvendes til at finde nye vektorer af forventede afkast.

Reversed optimization: Første step i BL modellen er at udlede referencepunktet, som er den underforståede ligevægt forventede afkast vektor (implied equilibrium expected return vector) (Idzorek, 2007)

$$\Pi = \lambda \Sigma w_{mkt} \quad (25)$$

hvor

Π = implied excess equilibrium return vector ($N * 1$ vektor)

λ = risikoaversions-koefficient, der karakteriserer det forventede risiko-afkast tradeoff hvormed en investor vil give afkald på forventet afkast for mindre varians.

Σ = kovariansmatrice af excess returns ($N * N$ matrice)

w_{mkt} = markeds cap vægte ($N * 1$ vektor) af aktiverne

I udregningen af *implied equilibrium returns* (Π) bruges således kovariansmatricen fundet på baggrund af samfundsforudsætningernes risiko og korrelationer. Hertil gøres der brug af en årlig markedspræmie på 6,1% på baggrund af Fernandez, Apellániz & Acín (2020)⁹, der estimerer denne procent for Danmark (da samfundsforudsætningerne vedrører det danske marked, bruges estimatet for Danmark og dermed ikke for USA).

Markedsvægtene for aktivklasserne er fundet under afsnit '9.6 Scenarieanalyse' (se evt. bilag 26). Vægtene ses således i nedenstående tabel. Dertil fås markedspræmier for hver aktivklasse ud fra markedsvægtene til følgende afkast under antagelsen af markedspræmien er lig 6,1%.

⁹ Denne kilde er allerede beskrevet under afsnittet om den risikofrie rente og vurderes derfor som troværdig til ligeledes at bruge for antagelsen om markedspremium.

| Nr. | Aktivklasse | Markeds- vægte | Årlig marked- sprem. | Historisk årlig E[r]* |
|------------|----------------------------------|-------------------|-------------------------|--------------------------|
| 1 | Stats- og realkreditobligationer | 8,6% | -0,19% | 4,51%** |
| 2 | Investment grade obligationer | 2,8% | 0,64% | 5,47% |
| 3 | High yield obligationer | 6,5% | 3,04% | 9,13% |
| 4 | Emerging markets obligationer | 3,3% | 2,26% | 9,18% |
| 5 | Globale aktier | 55,4% | 6,84% | 7,61% |
| 6 | Emerging markets aktier | 6,9% | 12,31% | 12,77% |
| 7 | Private equity | 7,0% | 12,84% | 13,98% |
| 8 | Infrastruktur | 3,0% | 3,78% | 8,68% |
| 9 | Ejendomme | 5,6% | 2,38% | 8,36% |
| 10 | Hedgefonde | 1,0% | 3,82% | 3,92% |
| Sum | | 100% | | |

Tabel 9-16: BL, aktivers markedspræmier

* Historiske årlige afkast er egne estimater

** For stats- og realkreditobligationer er der taget et simpelt gennemsnit for deres historiske afkast på henholdsvis 4,82% for statsobligationer og 4,21% for realkreditobligationer.

Bemærk at de historiske afkast er beregnet som et simpelt gennemsnit ud fra den givne tidsperiode og på kvartalsvis basis.

På baggrund af ovenstående værdier beregnes den nye kombinerede afkast vektor, der er givet ved formelen:

$$E[R] = [(\tau\Sigma)^{-1} + P'\Omega^{-1}P]^{-1}[(\tau\Sigma)^{-1}\Pi + P'\Omega^{-1}\varrho] \quad (26)$$

Hvor

- $E[R]$ den nye kombinerede afkast vektor ($N * 1$ kolonne vektor)
- τ scaling faktor/ skaleringsparameter
- Σ kovariansmatricen af afkastene ($N * N$ matrice)
- P en matrice der identificerer de aktiver, der er involveret i de private views ($K * N$ matrice)
- Ω diagonal kovariansmatricen af error terms fra de givne views, hvilket repræsenterer usikkerheden i hver enkel view ($K * K$ matrice)
- Π implied equilibrium return vektor ($N * 1$ vektor)
- ϱ view vektoren ($K * 1$ vektor), der udtrykker justeringerne af afkast enten som absolutte eller relative afkast, dvs. forventet afkast for et pågældende aktiv (absolut afkast) eller forventet ændring i afkast mellem aktiver

En af antagelserne man i BL modellen skal forholde sig til, er skaleringsparameteren, τ , der udtrykker usikkerheden i CAPM-modellen. Der er i litteraturen forskellige holdninger til værdien af denne. Både Black og Litterman (1992) og Lee (2000) adresserer, at faktoren bør være tæt på nul. Lee sætter typisk værdien

mellem 0,01 og 0,05, hvor Satchell og Scowcroft (2000) hævder, at de fleste bruger en τ værdi på 1. Dette synes dog at være et højt estimat, og det vurderes rimeligt at gøre brug af en τ på 0,05, da $\tau\Sigma$ kan fortolkes som en standardfejl på estimatet af vektoren med de implicitte afkast (Π) og et godt estimat for τ derfor er $1/n$, med n lig antallet af observationer (Plesner, 2016). Vi vil dog i denne udregning gøre brug af $\tau = 0,05$, som He og Litterman (1999) bruger.

Private views (Q)

De private views, der tilføjes til modellen, er samfundsforudsætningernes forventede afkast, da vi ønsker at holde disse op mod afhandlingens fundne resultater. Generelt er dette element, hvor man kan tilføje private views, en central styrke i optimeringsteori, da modellen muliggør, at investorer kan kombinere subjektive afkastskøn (absolutte eller relative) med objektive forventninger, der er teoretisk estimeret i CAPM. Dette fører til en intuitiv og veldiversificeret portefølje.

I dette tilfælde tilføjes absolutte views for alle aktivklasserne ud fra de forventede estimater, samfundsforudsætningerne indebærer:

| Views (Q) | Aktivklasse | Årligt absolut afkast |
|-----------|----------------------------------|-----------------------|
| 1 | Stats- og realkreditobligationer | 1,0% |
| 2 | Investment Grade obligationer | 1,6% |
| 3 | High Yield obligationer | 4,0% |
| 4 | Emerging markets obligationer | 4,4% |
| 5 | Globale aktier | 6,2% |
| 6 | Emerging markets aktier | 9,1% |
| 7 | Private equity | 9,0% |
| 8 | Infrastruktur | 6,1% |
| 9 | Ejendomme | 4,8% |
| 10 | Hedge fonde | 4,5% |

Tabel 9-17: BL, private views

(Rådet for Afkastforventninger, 2020)

Ved inddragelse af private views i modellen inddrages investors usikkerhed omkring sine views i en $k * k$ kovariansmatrice (Ω)

$$\Omega = \begin{bmatrix} w_{1,1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & w_{k,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (p_1 \Sigma p_1) * \tau & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & (p_k \Sigma p_k) * \tau \end{bmatrix} \quad (27)$$

Matricen er diagonal, da det forudsættes, at views er uafhængige. Denne antagelse forekommer dog noget stærk, da det er svært at forestille sig, at views inden for eksempelvis en sektor skulle være uafhængige (Plesner, 2016). I forlængelse heraf er der også den svaghed ved modellen, at det kan være vanskeligt at

specificere skaleringsparameteren, τ , som allerede nævnt. Disse elementer (τ og Ω) bestemmer vægtningen af investors views med CAPM-ligevægtsafkastene. Dog er BL modellen fortsat anvendt i høj grad grundet adskillelige (allerede nævnte) fordele. Det kræver dog, at investorer kan identificere hvilke aktiver der under- og overperformer.

På baggrund af ovenstående beskrevne views udregnes de nye kombinerede afkast jf. formel 26.

| Aktiv | Nye kombinerede afkast | Implied equilibrium returns, Π | Difference | Nye vægte | Markeds-vægte | Difference |
|----------------------------------|-------------------------------|--|-------------------|------------------|----------------------|-------------------|
| Stats- og realkreditobligationer | 0,51% | -0,19% | 0,70% | 33,74% | 8,6% | 25,18% |
| Investment grade obligationer | 1,45% | 0,64% | 0,82% | 7,64% | 2,8% | 4,88% |
| High yield obligationer | 3,70% | 3,04% | 0,66% | 6,34% | 6,5% | -0,18% |
| Emerging markets obligationer | 3,53% | 2,26% | 1,26% | 10,90% | 3,3% | 7,64% |
| Globale aktier | 6,80% | 6,84% | -0,04% | 16,94% | 55,4% | -38,47% |
| Emerging markets aktier | 12,27% | 12,31% | -0,04% | -0,57% | 6,9% | -7,47% |
| Private equity | 11,96% | 12,84% | -0,89% | -0,46% | 7,0% | -7,50% |
| Infrastruktur | 4,94% | 3,78% | 1,16% | 6,33% | 3,0% | 3,35% |
| Ejendomme | 3,36% | 2,38% | 0,98% | 14,78% | 5,6% | 9,22% |
| Hedgefonde | 4,12% | 3,82% | 0,30% | 4,36% | 1,0% | 3,36% |
| Sum | | | | 100,00% | 100,00% | |
| $E[R]_{\text{årlig}}$ | | | | 2,9176% | 6,2707% | |
| $\sigma_{\text{årlig}}^2$ | | | | 0,2245% | 1,3314% | |
| $\sigma_{\text{årlig}}$ | | | | 4,7383% | 11,5385% | |
| $SR_{\text{årlig}}$ | | | | 0,43 | 0,47 | |

Tabel 9-18: BL porteføljevægte

Se bilag 29 eller tilhørende excelfil for alle udregninger i BL modellen

Af ovenstående ses mindre differencer fra markedsafkastene til samfundsforudsætningernes forventede afkast. Eksempelvis opjusteres afkastet på stats- og realkreditobligationer fra -0,19% til 0,51%. En lignende opjustering af afkast gør sig gældende for alle andre aktivklasser med undtagelse af globale aktier, emerging markets aktier og private equity. Særligt for emerging markets obligationer opjusteres markedsafkastet med 1,26%-point til at ligge på 3,53%. Som et resultat af nedjusteringen i afkast for emerging markets aktier og private equity ses, at BL modellen giver kortsalgsinvesteringer for disse to aktivklasser.

For at analysere de optimale vægte estimeret ud fra BL modellen med samfundsforudsætningernes input, anses det relevant at sammenholde disse med risk parity porteføljen, der er estimeret under afsnit '9.5 Reviderede porteføljer (2)', da denne vurderes at være en af de mere realistiske porteføljer, man som investor i praksis ville gøre brug af for at sikre risikospredning. Der angives fortsat en høj vægt til stats- og realkreditobligationer, hvor begge porteføljekonstruktioner har vægte på omkring 34%. Der forekommer overordnet set en nogenlunde enighed i andelen, der bør allokeres til investment grade obligationer, high yield obligationer, emerging markets obligationer og infrastruktur. BL estimeringen indikerer som nævnt mindre kortsalgspositioner for emerging markets aktier og private equity (vægtene er dog praktisk talt lig 0), hvilket vurderes at være undrende, set i forhold til markedsvægtene, da adskillelige investorer ser et større vækstpotentiale for disse aktivklasser, herunder Yale Endowment. Det må dog skyldes den høje risiko associeret ved investering i disse aktivklasser, hvilket afspejles i høje betaværdier, hvor begge aktivklasser har en betaværdi over 2 (bilag 29).

Ejendomme vurderes i BL modellen at have en høj vægtning (14,8%) sammenlignet med markedsvægten (5,6%) og den fundne vægtning i risk parity porteføljen (6,7%), idet BL estimerer en over dobbelt så stor vægtning til denne aktivklasse. Globale aktier anses at få en mere repræsentativ allokering via BL med en vægt på 16,9% sammenlignet med risk parity porteføljen, der har en meget lille allokering på 4,1%. Dog er der fortsat stor forskel på allokeringen til globale aktier i forhold til markedsvægtene på 55,4%. Dog anses BL's allokering til hedgefonde at være mere retvisende på 4,4% end risk parity porteføljen, der har en lidt større allokering på 6,5%.

Da samfundsforudsætningerne som allerede nævnt ikke har en separat aktivklasse for private debt skal det understreges, at der, ved sammenligning med Reviderede Porteføljer (2), skal tages forbehold for denne allokering. Den reviderede risk parity-portefølje allokerer 9,2% til private debt, hvilket deraf vil "mangle" under BL allokering, og dermed blive allokeret til andre aktivklasser.

Konkluderende vurderes det, at modellen giver mere realistiske og intuitive vægte i størstedelen af aktivklasserne sammenholdt med de udregnede porteføljer (1) og (2). Dog observeres der som nævnt fortsat en difference i forhold til markedsvægtene (særligt vedrørende globale aktier), hvilket kan skyldes, at de anvendte modeller ikke tager højde for handelsomkostninger, omkostninger til værdiansættelse og risikostyring, interne retningslinjer mv. samt andre ukendte private views pensionsselskaberne har.

Ved antagelse om at differencerne mellem BL vægtene og markedsvægtene skyldes pensionsselskabernes implicite views på de respektive aktivklasser undersøges dette nærmere. Her kan man via Excel's solver-

funktion løse ligningerne, at vægtene i Black-Litterman modellen skal være lig markedsvægtene ved at ændre på de private views af absolutte afkast for aktivklasserne. Dog er en central ulempe ved solver-funktionen, hvis der findes flere løsninger, at solveren resulterer i lokale løsninger afhængig af de værdier, der tages afsæt i. Dette bør man tage forbehold for denne estimering. Det vurderes alligevel, at ved at gøre brug af samfundsforudsætningernes forventede afkast som de private views som startpunkt/udgangspunkt, når der solves, fås nogle nærtliggende resultater, der i gennemsnit har en difference fra markedsvægtene på 0,35%, hvilket ikke er en stor difference.

| Aktiv | Reviderede private views (årlige afkast) | Samf. Forud. | Difference |
|----------------------------------|---|---------------------|-------------------|
| Stats- og realkreditobligationer | -0,19% | 1,00% | -1,19% |
| Investment grade obligationer | 0,63% | 1,60% | -0,97% |
| High yield obligationer | 3,01% | 4,00% | -0,99% |
| Emerging markets obligationer | 2,24% | 4,40% | -2,16% |
| Globale aktier | 6,73% | 6,20% | 0,53% |
| Emerging markets aktier | 12,16% | 9,10% | 3,06% |
| Private equity | 12,69% | 9,00% | 3,69% |
| Infrastruktur | 3,74% | 6,10% | -2,36% |
| Ejendomme | 2,35% | 4,80% | -2,45% |
| Hedgefonde | 3,79% | 4,50% | -0,71% |
| Gennemsnit | | | -0,35% |

Tabel 9-19: BL, reviderede private views

Heraf fås nogle lavere absolutte afkast for alle aktivklasser på nær for globale aktier, emerging markets aktier og private equity, hvilket giver intuitiv mening, da disse tre vægte har en højere allokering i markedsvægtene end i BL vægtene. Afkastene for emerging markets aktier og private equity stiger begge med over 3%. Dette understøtter, at pensionsselskaberne som nævnt anser emerging markets aktier og private equity som værende et område med store vækstpotentialer og mulighed for at skaffe høje afkast.

Modsat bemærkes der også nedjusteringer i afkast for nogle aktivklasser, hvor pensionsselskaberne har mindre positive views end samfundsforudsætningerne. Særligt emerging markets obligationer, infrastruktur og ejendomme får en nedjustering i afkast på mere end 2%. Med andre ord forventer pensionsselskaberne nogle lavere afkast for disse tre aktivklasser, end hvad samfundsforudsætningerne har estimeret. En forklaring kan være at private equity er mere udbredt, hvor eksempelvis infrastruktur, som er en kompleks og stor investering, ikke har lige så veletablerede investeringsprocesser (endnu).

Man skal dog fortsat tage forbehold for at ovenstående estimater er fundet via solver funktionen, og der derfor er flere mulige løsninger, hvilket intuitivt giver fin mening, da hvert pensionsselskab må have hver

sine private views. Det ville være urealistisk at antage, at alle selskaber har de præcist samme views om forventede afkast. Alligevel bør der være nogle ligheder blandt selskaberne, grundet peer-sammenligning, samfundsforudsætningernes estimater mange selskaber gør brug af samt adskillige andre faktorer.

9.8 DELKONKLUSION PÅ ANALYSE

De estimerede porteføljer (1) udregnet på baggrund af Munk (2019) konkluderes at være af urealistisk karakter på trods af betydelig databehandling. De reviderede porteføljer (2), hvor der ikke inddrager Munks flerfaktormodel, men dog fortsat inddrager påvirkningen af faktorerne for de relevante aktivklasser, producerer mere robuste porteføljer. Det skyldes, at der er estimeret en mere robust kovariansmatrice baseret på EWMA modellen samt shrinkage. Robustheden afspejles i, at vægtene over randen på de reviderede porteføljer (2) er mindre omskiftelige, hvorfor denne model anses at være bedre alt andet lige. Dog fås fortsat nogle urealistiske vægte i de reviderede porteføljer (2), hvor risk parity modellen anses som værende en mere realistisk portefølje. Tangentporteføljen ligger dog stadig på den nedadgående del af den efficiente rand på samme måde som i porteføljer (1).

For at undersøge en porteføljekombination, der er mere realistisk og virkelighedsnær set i lyset af, hvordan pensionsselskaber i praksis sammensætter sine porteføljer, foretages en scenarieanalyse, hvor der konstrueres porteføljer, baseret på markedsvægte der går mod tangentporteføljen ved hjælp af en procentvis minimumsallokering af markedsvægtene. Vægtene estimeres ved at tage afsæt i de fem største pensionsselskaber som er medlem af brancheorganisationen Forsikring & Pension. Der gøres brug af et gennemsnit af de fem pensionsselskabers investeringsstrategi for en '30 år til pension, middel risiko' portefølje. Af scenarieanalysen kan det konkluderes, at enkelte aktivklasser ændrer betydelig vægtning, jo tættere der gås mod tangentporteføljen. Alt andet lige observeres der en difference mellem de teoretisk udregnede porteføljer og pensionsselskabers faktiske allokeringer. Dette kan skyldes adskillige faktorer som eksempelvis pensionsanalyzers private views eller at pensionsselskaber er underlagt en række reguleringer og lovkrav som følge af Solvency II direktivet.

For at undersøge en mere praktisk tilgang til porteføljekonstruering, og dermed ikke gøre brug af mean-variance modellen, der meget følsom over for input og kan resultere i ekstreme vægte, tages der afsæt i Black-Litterman modellen. Denne analyse motiveres af forskellen mellem de teoretiske og praktiske porteføljevægte fundet i scenarieanalysen. Modellen anses for at være en mere praktisk anvendt model, der tillader inddragelse af subjektive holdninger. For at sammenholde den teoretiske tilgang til porteføljekonstruktioner under kapitel 9 med en mere praktisk fremgangsmåde, er der gjort brug af samfundsforudsæt-

ningernes input i Black-Litterman modellen, da disse input er kendt for at blive brugt af adskillige pensionsselskaber. Denne model vurderes at give mere realistiske og intuitive vægte i størstedelen af aktivklasserne sammenholdt med de udregnede porteføljer (1) og (2). Der observeres fortsat en difference mellem markedsvægtene og de udregnede vægte på baggrund af Black-Litterman. Hertil er det vigtigt at nævne, at de anvendte modeller ikke tager højde for handelsomkostninger samt omkostninger til værdiansættelse og risikostyring mv. En årsag til differencerne mellem Black-Litterman vægtene og markedsvægtene kan skyldes pensionsselskabernes private views, hvor det afspejles, at pensionsselskaberne har mere positive views for emerging markets aktier og private equity sammenlignet med samfundsforudsætningerne. En yderligere undersøgelse af årsager til disse differencer i porteføljevægte vil blive diskuteret i det følgende kapitel.

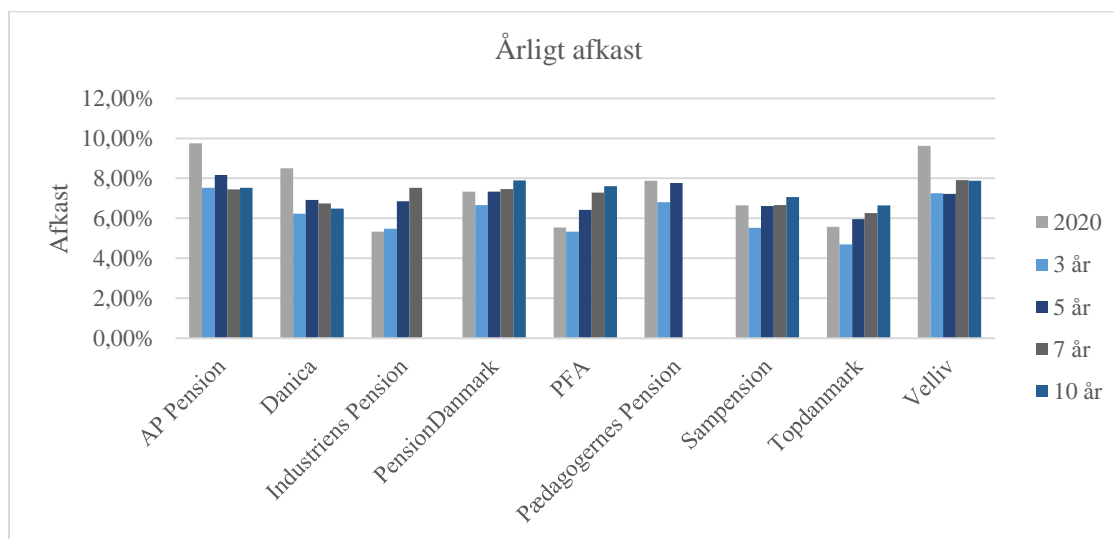
10 DISKUSSION: PENSIONSSKABERS PORTEFØLJEALLOKERINGER

På baggrund af afhandlingens analyse fremstår det tydeligt, at hvis man udregner en optimal porteføljekonstruktion inklusiv alternative aktiver med en teoretisk tilgang, fås ikke samme vægtning sammenlignet med, hvordan fem af de største pensionsselskaber i Danmark i dag allokerer til en '30 år til pension, middel risiko' portefølje. I følgende afsnit vil der blive diskuteret årsager til, hvorfor forekommer denne forskel mellem de teoretisk udregnede porteføljer og de porteføljekonstruktioner, der ses i praksis blandt pensionsselskaberne. For at kvantificere dette, kan det være interessant at undersøge, hvordan danske pensionsselskaber performer, sammenlignet med hvilken allokeringsstrategi de har til alternative investeringer. Det skal dog understreges, at en undersøgelse af afkast i sig selv er et større studie, og da dette ikke er afhandlingens hovedfokus, der kun inddrages overordnede betragtninger og estimater baseret på deskriptiv statistik for at give en kortfattet indikation af performance og allokering af alternativer for danske pensionsselskaber. Hertil skal det ligeledes nævnes, at pensionsselskaber er underlagt en lang række reguleringer og investeringsprincipper, som ikke er det primære fokus i denne opgave, hvorfor disse ikke vil blive beskrevet dybdegående.

Overordnet set kan der være mange faktorer, der kan forklare denne forskel mellem en teoretisk porteføljekonstruktion og allokeringer i praksis. Det kan eksempelvis være ringe datakvalitet på illikvide aktiver, private views, handelsomkostninger, interne politiske risikopolitikker og restriktioner, regulering & lovkrav mv.

Som tidligere nævnt i afhandlingen har de lave renteniveauer været en central motivation for en stigende allokering til alternative investeringer. For at opnå højere afkast i et lavrentemiljø, kunne man alternativt øge allokering til aktier. Det vil dog ligeledes øge porteføljens risiko betragteligt, hvorfor alternativer i højere grad kan give en diversifikationsgevinst. Den stigende allokering til alternativer er dog et område behæftet med stor usikkerhed i forhold til afkast og risiko. Kasper Lorenzen, koncerndirektør hos PFA, beskriver, hvordan man ved investering i alternative aktivklasser tilføjer nogle ekstra risikodimensioner og fraskriver fleksibilitet, hvor der går mange år, før man ved, om dette er den rigtige investeringsbeslutning (Finans, 2019). I kraft af alternative investeringers lange investeringshorisont, kan det være vanskeligt at vurdere, om det afkastmæssigt har været risikoen værd.

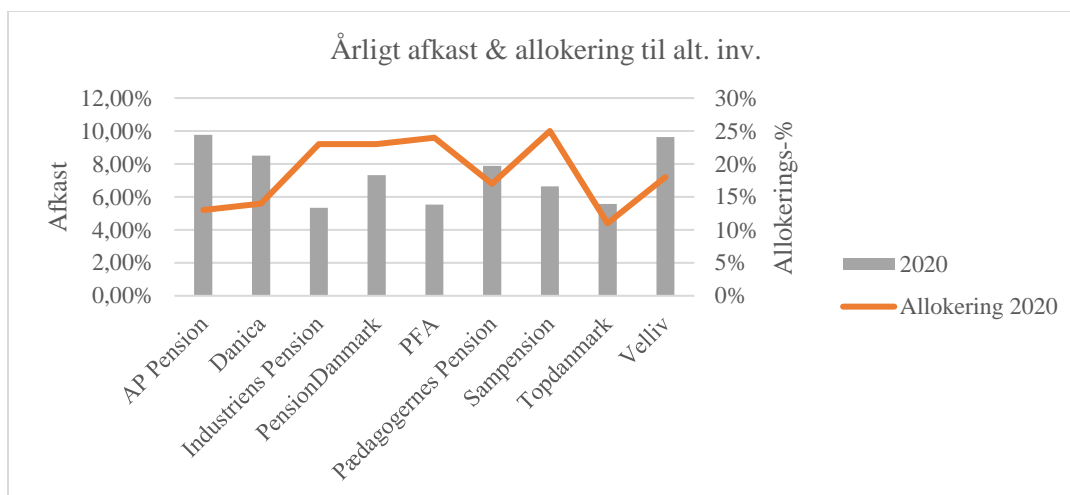
Ud fra afkastanalyser udarbejdet af investeringsekspert, Nikolaj Holdt Mikkelsen, forekommer ni centrale danske pensionsselskabers årlige afkast ved moderat risiko og 15 år til pension at se fornuftige ud, hvor der eksempelvis er et gennemsnitligt årligt afkast på 7,03% på baggrund af de seneste fem år (Inside Business, 2021).



Figur 10-1: Pensionsselskaber, årligt afkast

Sammenholdes de årlige afkast med, hvor meget selskaberne allokere til alternative investeringer¹⁰ viser det, at der umiddelbart ikke er en klar sammenhæng mellem en høj allokering og højt afkast (figur 10-2). Eksempelvis har AP Pension og Velliv i 2020 et højt afkast, men er ikke de selskaber med den højeste allokeringssats for alternative investeringer i 2020. PFA og Sampension er de selskaber der i 2020 havde de største allokeringssatser til alternativer og får et afkast på henholdsvis 5,5 og 6,6%.

¹⁰ Vi har kun adgang til den procentvise allokeringssats til alternativer for pensionsselskaberne for 2020 grundet begrænset dataadgang.



Figur 10-2: Pensionsselskaber, årligt afkast & allokering til alternative investeringer

Note: I grafen ses afkast af de grå søjler med akse til venstre og allokeringen afspejles ved den orange linje med akse til højre.

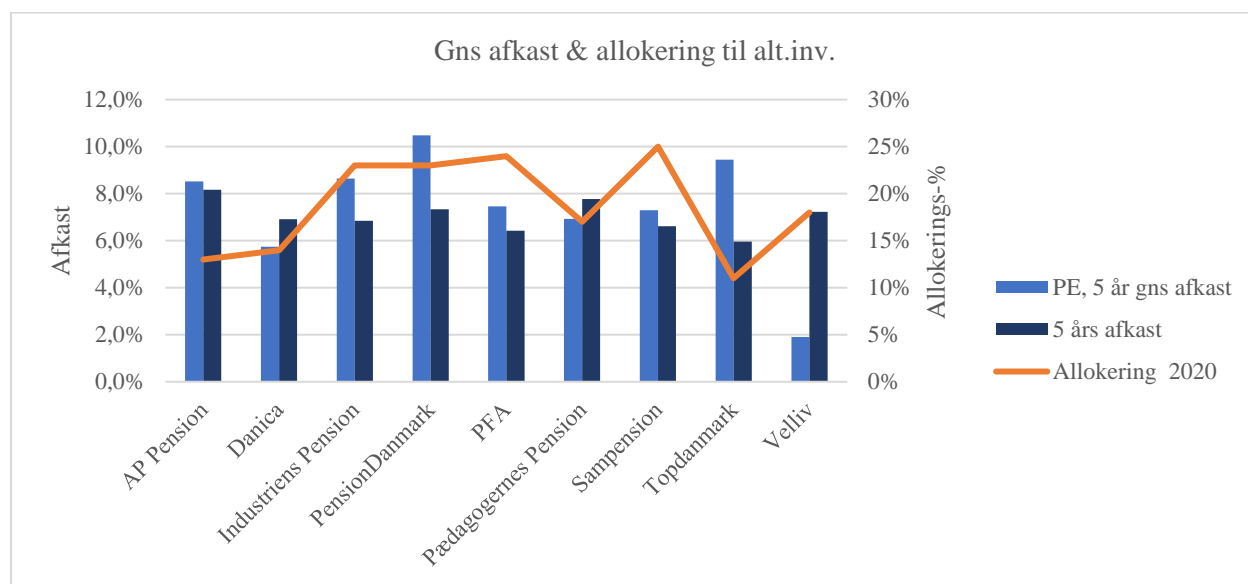
Af figur 10-3 fremgår pensionsselskabernes gennemsnitlige afkast på private equity for de sidste fem år (se bilag 30 for afkast på ejendomme). Valget af en undersøgelse af netop private equity skyldes den begrænsede data, der optræder i pensionsselskabernes årsregnskaber, hvorfor der tages udgangspunkt i private equity for at give en indikation af afkast på en alternativ aktivklasse. Dog må det understreges, at dette selvsagt ikke er det fulde billede af afkast på alternativer.

Heraf ses det, at alle pensionsselskaber får afkast på 5,7% eller derover for private equity på nær Velliv. PensionDanmark, der har en forholdsvis høj allokering til alternativer, får det højeste private equity afkast i gennemsnit de seneste fem år. Heraf får selskabet også et af de højeste samlede årlige afkast for de seneste fem år (7,3%). Topdanmark får ligeledes et højt gennemsnitligt private equity afkast på 9,4%, men har en lav allokering til alternativer og et af de lavere totale afkast for hele porteføljen over de sidste fem år (6%). Man kunne derfor anbefale selskabet at opjustere deres allokering til private equity på denne baggrund. Dog er der mange faktorer, som spiller ind til årsagen for selskabets allokering, hvor interne retningslinjer kan være årsagen til den lavere allokering, på trods af et højt afkast til private equity.

Velliv ses modsat de andre selskaber at have et gennemsnitligt lavt private equity afkast for de seneste fem år (2%), og på samme tid har selskabet et af de højeste totale afkast for de sidste fem år på 7,2% (figur 10-3). Dette kan tyde på, at deres private equity investering ikke er årsagen til deres totale høje afkast, og at man derfor ikke nødvendigvis bør allokere en stor andel til private equity eller, at Velliv ikke har været gode til at investere i aktivklassen. Dog er dette som nævnt ikke det fulde billede af alternative investeringer,

men det understreger, at der kan være mange forskellige scenarier hos hvert selskab, og hertil at der ikke nødvendigvis er en umiddelbar klar konklusion på, hvorvidt selskaber bør allokere mere eller mindre til alternative investeringer. Afkast afhænger i høj grad af, hvor gode pensionsselskaberne er til at screene de alternative investeringer herunder også hvilke private equity fonde og andre alternative investeringer, de satser på.

En tydelig fremtræden af figuren er ligeledes AP Pension, der med det højeste gennemsnitlige årlige totale afkast for de sidste fem år (8,2%) ikke allokere mere end 13% til alternativer. Modsat fokuserer AP Pension særligt på at investere i globale aktier, jævnfør afhandlingens estimerede markedsvægte (se evt. bilag 26), hvor AP indgår i udregningen, og her allokere de 65% til globale aktier for en middel risiko, 30 år til pension. Dermed er det ikke nødvendigvis en anbefaling at allokere mere til alternativer.



Figur 10-3: Pensionsselskaber, gennemsnitligt afkast & allokering til alternative investeringer

Note: I grafen ses afkast af søjlerne med akse til venstre og allokeringen afspejles ved den orange linje med akse til højre.

I afsnit 9.5.4 blev det beskrevet, hvordan inddragelse af alternative investeringer får en stejlere og venstre-forskudt efficient rand, idet der skabes større diversifikation og højere afkast. Alternative investeringer kan hermed være en løsning på problematikken om faldende renter for pensionsselskaberne. Dog viser ovenstående, at der ikke nødvendigvis er en klar sammenhæng mellem allokering til alternative aktiver og høje afkast. Finanstilsynet har af flere omgange udtrykt sin bekymring over for pensionsselskabernes øgede allokering til alternative investeringer, hvor flere pensionsselskaber også har fået en række påbud for håndteringen. Eksempelvis har Danica fået et påbud for værdiansættelsen af sine alternative investeringer

(Finanswatch, 2020). Pensionsselskabers investering i alternative aktiver er, som alle øvrige investeringer, omfattet af Solvens II-direktivets indførelse af PPP, der blev redegjort for under afsnit 7.1. Er betingelserne ikke opfyldt, anses investeringen således for ulovlig. Der findes en lang række reguleringer vedrørende risikostyring og værdiansættelse af alternative aktiver, hvilket stiller store krav til pensionsselskabernes kompetencer hertil.

En yderligere problemstilling vedrørende pensionsselskabernes værdiansættelse af alternative investeringer i markedsrenteprodukter vedrører, hvis en kunde eksempelvis ved et jobskifte skifter pensionsselskab, kan der opstå tvivl om, hvorvidt man som pensionskunde forlader pensionsselskabet med en for høj eller lav værdiansat pensionsopsparing, hvis en (stor) andel af opsparingen er bundet op i illikvide investeringer. Under COVID-19 krisen så man eksempelvis væsentlige forskelle i pensionsselskabernes værdireguleringer på alternativer og de udsving i værdier, der kan observeres i de noterede finansielle markeder i samme periode. Dette fremgår af bilag 31, hvor det ses, at de likvide aktiver har større udsving (reaktion) sammenlignet med de illikvide aktiver i hvert kvartal for 2020 på det danske marked.

Derudover forekom der store forskelle i timing og størrelse af pensionsselskabernes værdireguleringer inden for samme alternative aktivklasser. Heraf vurderer Finanstilsynet, at pensionsselskabernes forskelle i værdiansættelsesprocesser og -metoder kan forklare en del af forskellene mellem selskabernes værdireguleringer (Finanstilsynet, 2020). Konkluderende er investering i alternative aktiver således forbundet med markante omkostninger i forbindelse med risikostyring og værdiansættelse for at leve op til PPP-kriterierne.

Generelt er der adskillige omkostninger forbundet med at investere i alternative aktivklasser. Ud over store omkostningsposter grundet alle regulatoriske krav pensionsselskaber må leve op til, er der ligeledes store handelsomkostninger. Som nævnt eksisterer der ved investering i alternativer muligheder for at drage fordel af illikviditetspræmier samt udnytte markeds-ineffektiviteter gennem aktiv investering, idet markedet for alternative investeringer kan siges at være mindre effektivt prissat end noterede aktier. Dog kan det udledes af ovenstående grafer, at det kræver kompetente medarbejdere at udnytte disse markeds-ineffektiviteter ved at foretage en dybdegående screening af de alternative investeringer, herunder udvælgelse af fonde, ejendomme m.m.

Pensionsselskaberne kan drage inspiration fra amerikanske endowments, idet disse har været first-movers inden for en høj allokering til alternative investeringer. Tager man udgangspunkt i nogle af de større endowments (som Yale, Stanford og Harvard), allokerer de en stor andel af sin portefølje til alternative investeringer på hele 65-75%, og deres samlede porteføljer giver i gennemsnit over de senere år et årligt

afkast på mellem 7 og 11% (bilag 32). Dette kan understøtte argumentet om at inddrage en større andel af alternative investeringer i sin portefølje som pensionsselskab. Hertil skal det dog nævnes, at endowments ikke er underlagt samme regulatoriske krav eller står over for samme problemstillinger vedrørende værdiansættelse af alternativer som pensionsselskaberne.

I diskussionen af hvor meget danske pensionsselskaber bør investere i alternative aktivklasser kan en undersøgelse foretaget af Preqin (2020) inddrages til perspektivering af forventninger og allokering til alternativer. Undersøgelsen indeholder en spørgeskemaundersøgelse med 400 institutionelle investorers forventninger mv. angående seks alternative aktivklasser; private equity & VC, private debt, hedgefonde, ejendomme, infrastruktur og naturressourcer. Ud fra rapporten kan det tolkes, at investorerne generelt har positive forventninger til alternative investeringer, særligt idet man diversificerer sin portefølje, da veldiversificerede porteføljer ofte er mere robuste i forhold til udsving i økonomien. Af den grund vil de færreste investorer nedjustere deres allokeringer i de pågældende alternative aktivklasser. Langt over størstedelen vil enten beholde deres nuværende allokeringsniveau eller opjustere det (se evt. bilag 33).

Afslutningsvis kan det konkluderes, at der eksisterer en række muligheder og risici vedrørende investering i alternative aktivklasser. De lave renteniveauer udfordrer pensionsselskabernes mulighed for at skaffe afkast og øger derfor deres risikoappetit. Af analysen kan det konkluderes, at den efficiente rand venstreforskydes, når alternative investeringer inddrages i porteføljen. Dog forbindes dette også med store omkostninger som følge af PPP-kriterierne. Deraf vurderes det, at pensionsselskaber generelt kan drage fordel af at inddrage alternative investeringer i porteføljen, også set i lyset af diskussionen under scenarieanalysen (9.6). Allokeringssatsen vil dog blandt andet afhænge af pensionsselskabets ressourcer og kompetencer til at foretage en effektiv og frekvent risikostyring og værdiansættelse af disse investeringer. Ovenstående grafer viser dog også, at en øget allokeringssats til alternative investeringer ikke nødvendigvis medfører øget afkast. Afkast afhænger af, hvor gode selskaberne er til at screene de alternative investeringer, herunder også hvilke private equity fonde og andre alternative investeringer, som de investerer i.

Det kan således diskuteres hvorvidt endowments' positive afkast samt Preqin's (2020) undersøgelse med 400 respondenters positive holdning til alternative investeringer, er ensbetydende med, at danske pensionsselskaber bør gå i sporene af disse betragtninger/forventninger og øge deres allokeringer til alternativer. Der forekommer selvsagt en betydelig risiko ved alternative investeringer blandt andet grundet illikviditeten og på trods af, at endowments skildrer et meget positivt totalt afkast gennem årene, blandt andet grundet deres høje allokering til alternative aktivklasser, er der som nævnt en lang investeringshorisont, hvor man

ikke kan være sikker på realisationsværdien undervejs. Dette kan delvist blive løst ved, at der etableres bedre rammer (og evt. strammere regulering) for opgørelser af de illikvide aktivers værdier.

11 BE- ELLER AFKRÆFTELSE AF HYPOTESER

Nedenfor præsenteres resultaterne af hypotesetestene fremstillet under afsnit 5.2.

| Hypotese | Resultater | Be-/ afkræftet |
|--|--|-------------------|
| 1. En mean-variance analyse inklusiv alternative investeringer vil resultere i urealistiske og ekstreme porteføljevægte. | Under afsnit 9.4 blev det konkluderet, at mean-variance optimering på baggrund af Munks (2019) flerfaktormodel resulterede i urealistiske porteføljer. | Bekræftet |
| 2. En robust kovariansmatrice og retvisende forventede afkast og risiko vil give mere intuitive resultater. | Under '9.5 Reviderede porteføljer (2)' blev det konkluderet, at der sker mindre skift hen over randen efter estimering af en mere robust kovariansmatrice for aktivklasserne med afsæt i EWMA og shrinkage. Dog resulterer modellen fortsat i ekstreme vægte og urealistiske porteføljer, hvorfor det konkluderes, at der er grundlag for yderligere analyse af estimering af robuste kovariansmatricer. | Bekræftet |
| 3. Der er forskel mellem teoretisk udregnede og praktisk observerede porteføljevægte inklusiv alternative investeringer. | Af analysen blev det konkluderet, at der er stor forskel mellem markedsvægtene og de teoretiske porteføljevægte. I diskussionen skildres, hvilke årsager der kan ligge til grund for denne difference, herunder muligheder og risici ved inddragelse af alternative investeringer i pensionsselskabernes porteføljer. | Bekræftet |

Tabel 11-1: Hypotesekonklusioner

12 KONKLUSION

Formålet med denne afhandling har været at afdække, hvorledes en optimal og realistisk porteføljesammensætning kvantificeres for danske pensionsselskaber, når alternative aktivklasser inkluderes. Afhandlingen tager afsæt i 12 aktivklasser og 9 faktorer. Dog blev 3 faktorer fjernet som følge af multikollinearitet, hvorfor afhandlingen herefter har gjort brug af de resterende 6 faktorer. Aktivklasserne repræsenteres af en blanding af noterede og unoterede indekser afhængig af datatilgængelighed. Faktorerne repræsenteres ved en kombination af indekser og spreads, som afspejler den præmie, der forekommer ved at optage eksponering inden for den givne risikofaktor. Da data på alternative investeringer generelt er meget begrænset, og kvaliteten af det tilgængelige data kan være lav, blev der med afsæt i troværdige kilder foretaget en række modelleringer. Eksempelvis blev afkast på private equity, ejendomme og hedgefonde desmoothed, og der blev indført af én-periodes lagstruktur på private equity og ejendomme grundet de subjektive og bagudseende værdiansættelsesmetoder.

For at modellere faktorenes påvirkning på aktivklasserne, blev der foretaget regressioner til at udregne aktivklassernes betaværdier og varians på fejllid. Med afsæt i Claus Munks (2019) flerfaktormodel er der foretaget en mean-variance analyse, hvor der blev udregnet en minimumvarians-, maksimumhældning-, tangent- og risk parity-portefølje (Porteføljer (1)). Modellen gav dog ekstreme vægte, der vurderes at være urealistiske (på trods af en indførelse af kortsalgsbegrænsning). Idet alternative investeringer inddrages, og data er af begrænset kvalitet, blev det dog konkluderet, at modellen led af garbage-in-garbage-out, hvilket er en velkendt afledt effekt af at anvende mean-variance, der er meget følsom overfor input. Med andre ord medførte den begrænsede datakvalitet nogle resultater, der ikke understøtter økonomisk teori og intuition.

På baggrund af ovenstående blev der udregnet nye porteføljer (Reviderede porteføljer (2)), som ikke tog afsæt i Munks (2019) flerfaktormodel. I disse porteføljer blev der estimeret en mere robust kovariansmatrix for aktiverne, hvor faktorerne blev inkluderet ved at anvende forecastede værdier for de aktiver, der blev lavet regressionsanalyser på. Matricen blev estimeret ved brug af en EWMA-model og shrinkage af korrelationerne. Aktivklassernes forventede afkast blev udregnet på baggrund af samfundsforudsætningerne og Yale Endowment's fremadrettede estimeringer for aktivklasserne. De estimerede MV porteføljer gav dog fortsat ekstreme og urealistiske vægte, der er langt fra, hvordan pensionsselskaberne rent faktisk sammensætter sine porteføljer. Vægtene i risk parity porteføljen forekom dog at være mere realistiske alt andet lige, med undtagelse af enkelte aktivklasser, der ikke gav økonomisk intuitiv mening, eksempelvis globale aktier med en meget lav allokering.

Til sammenligning blev markedsvægtene estimeret med afsæt i de fem største pensionsselskaber i Danmark, der er medlem af Forsikring & Pension: PFA, Danica Pension, Velliv, PensionDanmark og AP Pension. Deraf konkluderes det, at de Reviderede porteføljer (2) fortsat i høj grad differentierer sig fra markedsvægtene. Eksempelvis allokerede tangentporteføljen en lav vægt til globale aktier, hvilket er langt fra markedsvægten for denne aktivklasse. Ligeledes er der høje vægte til stats- og realkreditobligationer, idet der er lav risiko associeret med investering i disse aktivklasser. Dog vil en høj allokering hertil også medføre lave afkast. Der er nogenlunde ligelig fordeling mellem de resterende aktivklasser, hvor der dog forekommer en høj allokering til hedgefonde. Der ses mindre omskiftelige vægte over randen sammenlignet med Porteføljer (1), hvorfor det kan argumenteres, at vi får en mere robust model alt andet lige.

Da de reviderede porteføljer (2) fortsat gav urealistiske vægte, blev der foretaget en scenarieanalyse, hvor nye porteføljer blev udregnet ved at maksimere sharpe ratio, ud fra forskellige minimumsallokeringer af markedsvægtene. Heraf udledes det, at de udregnede sharpe ratios bliver mindre, jo tættere man går imod pensionsselskabernes faktiske investeringssammensætninger (markedsvægtene). Differencen mellem markedsvægtene og den estimerede tangentportefølje kan skyldes forskellige årsager. Eksempelvis kan det skyldes, at pensionsselskaberne har forskellige views i forhold til fremtidige vækstpoterentialer, samt at de skal leve op til regulatoriske krav i forhold til risikostyring og værdiansættelse mv. Derudover kan der forekomme peer-tendenser, samt det faktum at der historisk for mange institutionelle investorer har været en tradition for porteføljer domineret af traditionelle aktiver, hvoraf det tager tid at omstrukturere porteføljerne, således at der allokeres en større andel til alternative investeringer. Disse årsager er en central motivation for afhandlingens diskussion.

For at anvende en mere praktisk tilgang til porteføljekonstruering, og dermed ikke gøre brug af mean-variance modellen, blev der anvendt en Black-Litterman model, der tillader inddragelse af subjektive holdninger. Der blev gjort brug af samfundsforudsætningernes estimerede afkast, risiko og korrelationsmatrice som input til modellen, da disse er kendt for at blive brugt af adskillige pensionsselskaber. Modellen vurderes at give mere realistiske og intuitive vægte i størstedelen af aktivklasserne sammenholdt med de udregnede porteføljer (1) og (2). Dog blev der fortsat observeret differencer mellem markedsvægtene og de udregnede vægte på baggrund af Black-Litterman. Disse differencer kan siges at være pensionsselskabernes implicitte views (absolutte afkast) på de respektive aktivklasser, hvor pensionsselskaberne har mere positive views for globale aktier, emerging markets aktier og private equity, og lavere forventede afkast for de resterende aktivklasser sammenlignet med samfundsforudsætningernes estimeringer. Særligt emerging markets aktier og private equity er to aktivklasser, som selskaberne anser for at have høje vækstpoterentialer.

På baggrund af analysen blev det konkluderet at ved at inkludere alternative investeringer i porteføljen, øges diversifikation og muligt afkast. Der ses dog i praksis ikke en åbenlys sammenhæng mellem pensionselskabernes allokeringssatser til alternative aktiver og afkast, herunder hverken det totale afkast eller private equity som et eksempel på en alternativ aktivklasse, idet selskaber med høj allokering til alternativer ikke nødvendigvis ses at have det højeste afkast. Dette kan skyldes flere årsager herunder pensionselskabers evne til at screene attraktive alternative investeringer.

Afsluttende kan det konkluderes, at der eksisterer en lang række muligheder ved at inkludere alternative investeringer såsom øget diversifikation og afkastmuligheder. Dog forekommer der også flere problematikker, herunder konstruktionen af urealistiske porteføljer ved anvendelse af klassiske porteføljemodeller på baggrund af den begrænsede tilgængelige information. På baggrund af dette, er det en nødvendighed at gøre brug af mere retvisende data samt foretage relevant datamodellering, når man skal estimere en realistisk og optimal portefølje, der indeholder alternative aktivklasser.

12.1 VIDERE FORSKNING

På baggrund af afhandlingens undersøgelse opfordres det kraftigt til yderligere forskning inden for området kvantificering af optimale og realistiske porteføljer for danske pensionselskaber, hvor alternative investeringer inddrages, for at bygge videre på afhandlingens konklusioner.

Der er i undersøgelsen nævnt adskillige gange at datatilgængelighed og datakvalitet er en central udfordring, når alternative investeringer inddrages i en sådan analyse. En større datatransparens for disse aktivklasser, hvor der er fokus på at justere for potentielle biases, ville først og fremmest gøre afhandlingens undersøgelse stærkere og mere pålidelig. Derfor vil et bedre datasæt (hvor alle alternativer er unoterede indekser/benchmarks) være en videre undersøgelse, der er særlig relevant for området, idet data er et stort problem.

En videre undersøgelse af denne afhandling kunne derudover tage afsæt i estimering af en mere robust kovariansmatrice baseret på andre metodiske tilgange (eksempelvis GARCH), med afsæt i et software program som eksempelvis R., der kan foretage mere avancerede udregninger. Dette vil sikre mere robust input i porteføljemodellerne og dermed alt andet lige et mere robust output.

I brugen af faktormodellen der som udgangspunkt ikke giver realistiske resultater, vil en videre forskning være at undersøge andre mulige strategier og modeller for at kvantificere og konceptualisere den faktoreksponering, der er ved investering i en specifik aktivklasse. Her vil det være særligt relevant, når alternative

aktivklasser inkluderes i porteføljen grundet den manglende data-kvalitet og -tilgængelighed. Denne afhandling har taget afsæt i regressionsmodellering og anvendt predicted values, men det er klart et område at undersøge nærmere til forklaring af alternativer aktivers udvikling.

Afslutningsvis vil en undersøgelse af pensionsselskabernes tilgang til at estimere optimale porteføljer i høj grad være relevant. Her ville man enten kunne foretage interviews af porteføljemanagere i pensionsselskaber eller foretage en dybdegående spørgeskemaundersøgelse med fokus på at undersøge baggrunden og den metodiske fremgangsmåde til at estimere optimale porteføljer i selskaberne. Dette kunne afspejle, hvorvidt selskaberne estimerer porteføljer på sammenlignelige måder eller om de gør brug af værktøjer i stil med denne afhandling. Det kan ligeledes være interessant at undersøge, hvorvidt de anvender peer-analyser og heraf forholder sig til hinandens allokeringer, da der eksempelvis kan være tale om trends i form af eksempelvis en større allokering til alternative aktivklasser.

13 LITTERATURLISTE

- Ackermann, C., McEnally, R., & Ravenscraft, D. (1999). The Performance of Hedge Funds: Risk, Return, and Incentives. *The Journal of Finance*, 833-874.
- Alcock, J., Baum, A., Colley, N., & Steiner, E. (2013). The Role of Financial Leverage in the Performance of Private Equity Real Estate Funds. *Journal of Portfolio Management*, 99-110.
- Andersen, I. (2016). *Den skinbarlige virkelighed - Vidensproduktion i samfundsvidenskaberne*. Samfundslitteratur.
- Asness, C., Frazzini, A., & Pedersen, L. (2012). Leverage Aversion and Risk Parity. *Financial Analysts Journal*, 47-59.
- ATP. (09 2017). *Factor investing the ATP way*. Hentet fra ATP.dk: <https://www.atp.dk/en/dokument/factor-investing-atp-way> (d. 02.03.2021)
- Baker, H. K., & Filbeck, G. (2013). *Alternative Investments: Instruments, Performance, Benchmarks, and Strategies*. John Wiley & Sons, Inc.
- Baker, H., Filbeck, G., & Kiymaz, H. (2015). *Private Equity, Opportunities and Risks*. New York: Oxford University Press.
- Baker, K., & Filbeck, G. (19. June 2013a). *europaefinancialreview.com*. Hentet fra <https://www.europanfinancialreview.com/alternative-investments-and-benchmark-biases/>
- Bass, R., Gladstone, S., & Ang, A. (2017). Total Portfolio Factor, Not Just Asset, Allocation. *The Journal of Portfolio Management*.
- Bevan, A., & Winkelmann, K. (1998). *Using the Black-Litterman Global Asset Allocation Model: Three Years of Practical Experience*. Goldman, Sachs & Co.
- Black, F., & Litterman, R. (1990). *Asset Allocation: Combining Investor Views With Market Equilibrium*. Goldman, Sachs & Co.
- Black, F., & Litterman, R. (1992). Global Portfolio Optimization. *Financial Analysts Journal*, 28-43.
- Blackrock. (04. 15 2021a). Hentet fra Blackrock.com: <https://www.blackrock.com/us/individual/education/equities/emerging-markets>
- BlackRock. (2021b). *blackrock.com*. Hentet fra What is factor investing?: <https://www.blackrock.com/us/individual/investment-ideas/what-is-factor-investing> (d. 27.03.2021)
- Blackstone. (November 2018). *blackstone.com*. Hentet fra Where Credit Is Due - The Opportunity in "Alternative" Fixed Income: https://www.blackstone.com/wp-content/uploads/sites/2/2020/06/where-credit-is-due_standard_v25_web.pdf (hentet d. 15.03.2021)
- Bloomberg. (2021). *bloomberg.com*. Hentet fra S&P 500 INDEX: <https://www.bloomberg.com/quote/SPX:IND> (d. 14.03.2021)

- British Business Bank. (02 2020). *UK Private Debt Research Report 2020*. Hentet fra british-business-bank.co.uk: <https://www.bvca.co.uk/Portals/0/Documents/Research/2021%20Reports/UK-Private-Debt-Research-Report-2020.pdf> (d. 10.04.2021)
- Cambridge Associates. (30. 06 2018). *Real Estate Index and Selected Benchmark Statistics*. Hentet fra <https://www.cambridgeassociates.com/>: <https://www.cambridgeassociates.com/wp-content/uploads/2018/10/WEB-2018-Q2-Real-Estate-Benchmark-Book.pdf> (d. 02.04.2021)
- Cambridge Associates. (2020). *Private equity - Index and selected benchmark statistics*. Cambridge Associates.
- Cambridge Associates. (februar 2021). *cambridgeassociates.com*. Hentet fra Private Investment Benchmarks: <https://www.cambridgeassociates.com/private-investment-benchmarks/> (hentet d. 13.03.2021)
- Corporate Finance Institute. (2021). <https://corporatefinanceinstitute.com/>. Hentet fra What is Kurtosis?: <https://corporatefinanceinstitute.com/resources/knowledge/other/kurtosis/> (d. 02.04.2021)
- Cumming, D., Hass, L. H., & Schweizer, D. (2014). Strategic Asset Allocation and the Role of Alternative Investments. *European Financial Management*, 521-547.
- Damodaran, A. (1. Januar 2020). *Discount Rates*. Hentet fra <http://people.stern.nyu.edu/>: <http://people.stern.nyu.edu/adamodar/podcasts/valUGspr20/session4slides.pdf> (hentet d. 20.04.2021)
- Danske Bank. (19. marts 2020). *Overraskende kursfald på danske realkreditobligationer*. Hentet fra danskebank.com: <https://danskebank.com/da/news-og-insights/nyhedsarkiv/insights/2020/19032020> (hentet d. 06.04.2021)
- Dengsøe, P., & Juel, F. (22. Oktober 2019). *Berlingske.dk*. Hentet fra Trods mørkere udsigter bliver du forgyldt på din pensionsopsparing: <https://www.cbs.dk/files/cbs.dk/pensionsprognoser.pdf> (hentet d. 30.03.2021)
- Dorsey, A. H. (2007). *Active Alpha: A Portfolio Approach to Selecting and Managing Alternative Investments*. Wiley.
- Fernandez, P., Apellániz, E., & Acín, J. F. (2020). *Survey: Market Risk Premium and Risk-Free Rate used for 81 countries in 2020*. Navarra: IESE Business School.
- Fidelity. (2021). *Understanding investment grade and high yield bonds*. Hentet fra [Fidelity.com](https://www.fidelity.com): <https://www.fidelity.com/hk/en/start-investing/learn-about-investing/bond-investing-made-simple/understanding-investment-grade-and-high-yield-bonds>
- Finans. (10. december 2019). *Pensionskasser satser 735 mia. kr. i risikofyldt jagt på afkast*. Hentet fra finans.dk: <https://finans.dk/finans2/ECE11806011/pensionskasser-satser-735-mia-kr-i-risikofyldt-jagt-paa-afkast/?ctxref=ext> (d. 30.04.2021)
- Finanstilsynet. (2018). *Vejledning om alternative investeringer og gode investeringsprocesser i lyset af prudent person-princippet*. Finanstilsynet.
- Finanstilsynet. (2019). *Markedsudvikling 2019: Livsforsikringselskaber og tværgående pensionskasser*. Finanstilsynet.

- Finanstilsynet. (2020). *Løbende værdiansættelse af alternative investeringer i 2020*. Finanstilsynet.
- Finanstilsynet. (2021). *Temaundersøgelse om pensionssekskabers investeringer i illikvid kredit*. Finanstilsynet.
- Finanswatch. (27. 05 2020). *Tilsyn sætter pensionssekskabers værdiansættelse af alternativer under lup*. Hentet fra Finanswatch.dk: <https://finanswatch.dk/Finansnyt/Pension/article12171488.ece>
- Forsikring & Pension. (23. 03 2018). *forsikringogpension.dk*. Hentet fra <https://www.forsikringogpension.dk/media/2152/rapport-udarbejdet-af-fp-gode-pensioner-med-kontrolleret-risiko-23032018.pdf>
- Forsikring & Pension og Finans Danmark. (2018). *Kommissorium for Rådet for Afkastforventninger*. Hentet fra [afkastforventninger.dk: https://www.afkastforventninger.dk/media/1439/kommissorium-for-raadet-for-afkastforventninger.pdf](https://www.afkastforventninger.dk/media/1439/kommissorium-for-raadet-for-afkastforventninger.pdf) (hentet d. 04.03.2021)
- Forsikring og Pension. (09 2020). *Markedsandele for pensionssekskaber*. Hentet fra [Forsikringogpension.dk: https://www.forsikringogpension.dk/statistik/markedsandele-for-pensionssekskaber/](https://www.forsikringogpension.dk/statistik/markedsandele-for-pensionssekskaber/)
- Francis, J. C., & Ibbotson, R. G. (2009). Contrasting Real Estate with Comparable Investments, 1978 to 2008. *The Journal of Portfolio Management*, 141-155.
- Franzoni, F., Nowak, E., & Phalippou, L. (2012). Private Equity Performance and Liquidity Risk. *Journal of Finance*, 2341-2373.
- Fraser-Sampson, G. (2006). Eppur si muove - Risk and alternative asset classes for pension funds. *Pensions*, 82-87.
- Gallais-Hamonn, G., & Nguyen-Thi-Thanh, H. (2007). *The necessity to correct hedge fund returns: empirical evidence and correction method*. Hentet fra <https://core.ac.uk/download/pdf/6840989.pdf?fbclid=IwAR2P4hJipUpbTFPwvtsmT95RiQqZcNf-qXiRMj6kFFP6dj7Ktou5QDqwcSU> (d. 10.04.2021)
- Geltner, D. (1993). Estimating Market Values from Appraised Values without Assuming an Efficient Market. *Journal of Real Estate Research*, 325-345.
- Giuzio, M., Gintschel, A., & Paterlini, S. (2018). The Components of Private Debt Performance. *The Journal of Alternative Investments*, 21-35.
- Gladstone, S., Madhavan, A., Rana, A., & Ang, A. (2021). Macro Factor Model: Application to Liquid Private Portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, 1-19.
- Glascok, J. L., Lu, C., & So, R. W. (2000). Further Evidence on the Integration of REIT, Bond, and Stock Returns. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 177-194.
- Groot, W. d., & Swinkels, L. (2000). Focus Section: Alternative Assets - Incorporating uncertainty about alternative assets in strategic pension fund asset allocation. *Pensions*, 71-77.
- Harris, R., Jenkinson, T., & Kaplan, S. (2014). Private Equity Performance: What Do We Know? *The Journal of Finance*, 1851-1882.

- Harvard University. (2021). *Annual Financial Report*. Hentet fra finance.harvard.edu/annual-report: <https://finance.harvard.edu/annual-report> (d. 03.04.2021)
- He, G., & Litterman, R. (1999). *The Intuition Behind Black-Litterman Model Portfolios*. Investment Management Research, Goldman, Sachs & Company.
- HFR. (2021). *HFRI Indices - Index Descriptions*. Hentet fra [hfr.com](https://www.hfr.com/hfri-indices-index-descriptions): <https://www.hfr.com/hfri-indices-index-descriptions> (d. 20.03.2021)
- Holm, A. B. (2018). *Videnskab i Virkeligheden*. København: Samfundslitteratur.
- Hull, J. (2018). *Risk Management and Financial Institutions*. John Wiley & Sons.
- Idzorek, T. (2007). A step-by-step guide to the Black-Litterman model. In *Forecasting expected returns in the financial markets*, 16-38.
- Ilmanen, A. (2011). *Expected Returns: An Investor's Guide to Harvesting Market Rewards*. John Wiley & Sons Ltd.
- Ilmanen, A., & Kizer, J. (2012). The Death of Diversification Has Been Greatly Exaggerated. *The Journal of Portfolio Management*, 12-27.
- Inside Business. (14. 01 2021). *Her er de bedste og dårligste afkast i pensionsbranchen i 2020*. Hentet fra [ib.dk](https://ib.dk/her-er-de-bedste-og-daarligste-afkast-i-pensionssselskaberne-i-2020/): <https://ib.dk/her-er-de-bedste-og-daarligste-afkast-i-pensionssselskaberne-i-2020/> (d. 01.05.2021)
- J.P. Morgan Asset Management. (31. August 2020). *am.jpmorgan.com*. Hentet fra Guide to Alternatives: <https://am.jpmorgan.com/content/dam/jpm-am-aem/emea/regional/en/insights/market-insights/mi-guide-to-alternatives-ce-en.pdf> (hentet d. 21.03.2021)
- J.P. Morgan Asset Management. (2021). *am.jpmorgan.com*. Hentet fra Rethinking the 60:40 portfolio: <https://am.jpmorgan.com/lu/en/asset-management/adv/insights/market-insights/investment-outlook/rethinking-the-60-40-portfolio/#> (hentet d. 20.03.2021)
- Kaplan, S., & Schoar, A. (2005). Private Equity Performance: Returns, Persistence, and Capital Flows. *The Journal of Finance*, 60, 1791-1823.
- Kat, H. M. (2003). The Dangers of Using Correlation to Measure Dependence. *The Journal of Alternative Investments*, 54-58.
- Kuhn, T. (1962). *The Structure of Scientific Revolutions*. Chicago: The University of Chicago Press.
- Kutner, M., Nachtsheim, C., & Neter, J. (2004). *Applied Linear Regression Models*. London: McGraw-Hill Education.
- Lee, W. (19. Januar 2000). *Advanced Theory and Methodology of Tactical Asset Allocation*. Hentet fra https://faculty.fuqua.duke.edu/~charvey/Teaching/IntesaBci_2001/Leex.pdf (hentet d. 03.04.2021)
- Letournea, N., & Allen, M. (2006). Post-Positivists Critical Multiplism: A Beginning Dialouge. *Jones and Bartlett Publisher Inc.*, 221-232.
- Ljungqvist, A., & Richardson, M. (2003). *The Cash Flow, Return and Risk Characteristics of Private Equity*. National Bureau of Economic Research.

- Long, S., & Ervin, L. (2000). *Using Heteroscedasticity Consistent Standard Errors in the Linear Regression Model*. The American Statistician.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 77-91.
- Marston, R. C. (2011). *Portfolio Design: A Modern Approach to Asset Allocation*. Wiley Finance.
- Mathonet, P.-Y., & Meyer, T. (2007). *J Curve Exposure - Managing a Portfolio of Venture Capital and Private Equity Funds*. John Wiley & Sons, Ltd.
- MSCI. (2020). *msci.com*. Hentet fra MSCI Factor Analytics:
<https://www.msci.com/documents/1296102/8473352/MSCI-Factor-Analytics-brochure.pdf/bcb05811-5cad-ab9a-d931-6fa5cbae5e9d> (hentet 30.03.2021)
- MSCI. (31. Marts 2021). *msci.com*. Hentet fra MSCI World Infrastructure Index (USD):
<https://www.msci.com/documents/10199/5e3049fe-c559-4508-90b1-ee5888c2a744> (hentet d. 01.04.2021)
- MSCI. (31. Marts 2021). *msci.com*. Hentet fra MSCI Emerging Markets Index (USD):
<https://www.msci.com/documents/10199/c0db0a48-01f2-4ba9-ad01-226fd5678111> (hentet d. 02.04.2021)
- Munk, C. (2019). *Financial Markets and Investments*. Copenhagen Business School. Hentet fra
<https://sites.google.com/view/claumunk/home>
- NCREIF. (2021). *NCREIF Property Index (NPI)*. Hentet fra ncreif.org: <https://www.ncreif.org/data-products/property/> (d. 02.04.2021)
- Newbold, P., Carlson, W. L., & Thorne, B. M. (2013). *Statistics for Business and Economics*. Pearson Education Limited.
- Newell, G., Peng, H., & Francesco, A. (2011). The performance of unlisted infrastructure in investment portfolios. *Journal of Property Research*, 59-74.
- Nykredit. (2021a). *nykredit.com*. Hentet fra Obligations udstedelse: <https://www.nykredit.com/investor-relations/debt/> (d. 15.03.2021)
- Nykredit. (2021c). *Årsrapport 2020*. København: Nykredit.
- Nykredit Markets. (3. Februar 2021b). *nykredit.dk*. Hentet fra Nykredit Realkreditindeks:
https://www.nykredit.dk/globalassets/markets/ftp/markets/dk/indeks/realkreditindeks/realkreditindeks_beskrivelse.pdf (hentet d. 20.03.2021)
- Okunev, J., & White, D. (2003). *Hedge Fund Risk Factors and Value at Risk of Credit Trading Strategies*. New York: Okunev, Principal Global Investors.
- Olsen, P. B., & Pedersen, K. (2003). *Problemløst projektarbejde*. Samfundslitteratur.
- Oyedele, J., Adair, A., & McGreal, S. (2014). Performance of global listed infrastructure investment in a mixed asset portfolio. *Journal of Property Research*, 1-25.
- Pedersen, N. L., & Neumann, R. (2020). Samfundsforudsætninger - metodemæssige overvejelser. *Finans/Invest*, (4), 24-29.

- Pedersen, N., Page, S., & He, F. (2014). *Asset Allocation: Risk Models for Alternative Investments*. Financial Analysts Journal.
- Pedersen, N., Tiwari, A., & Hoffmann, A. (2012). *Modeling the Risk Characteristics of Real Estate Investments*. PIMCO.
- Petersen, C. V., & Plenborg, T. (2007). *Regnskabsanalyse for beslutningstagere*. København: Forlaget Thomson A/S.
- Petersen, C., Plenborg, T., & Kinserdal, F. (2017). *Financial Statement Analysis*. Bergen: Fagbokforlaget.
- PFA. (04 2021). <https://pfa.dk/privat/opsparing/opsparing-i-gennemsnitsrente/>. Hentet fra pfa.dk: <https://pfa.dk/privat/opsparing/opsparing-i-gennemsnitsrente/>
- Plesner, S. (2016). Black-Litterman modellen - en bayesiansk tilgang til aktivt porteføljevalg. *Finans/Invest*, 21-29.
- Preqin. (2020). *Preqin Ltd*. Hentet fra www.preqin.com: <https://docs.preqin.com/reports/Preqin-Investor-Outlook-Alternative-Assets-H1-2020.pdf> (hentet d. 15.04.2021)
- Preqin. (2021a). *Private Debt*. Hentet fra [Preqin.com](http://www.preqin.com): <https://www.preqin.com/academy/lesson-4-asset-class-101s/private-debt>
- Preqin. (2021b). *Private Debt*. Hentet fra [preqin.com](http://www.preqin.com): <https://www.preqin.com/academy/lesson-4-asset-class-101s/private-debt> (d. 15.04.2021)
- Preqin. (2021c). *Private Equity & Venture Capital*. Hentet fra [preqin.com](http://www.preqin.com): <https://www.preqin.com/academy/lesson-4-asset-class-101s/private-equity-venture-capital> (d. 03.03.2021)
- Preqin. (2021d). *Infrastructure*. Hentet fra [preqin.com](http://www.preqin.com): <https://www.preqin.com/academy/lesson-4-asset-class-101s/real-estate> (d. 03.03.2021)
- Preqin. (2021e). *Hedge Fund Strategies*. Hentet fra [preqin.com](http://www.preqin.com): <https://www.preqin.com/academy/lesson-3-hedge-funds/hedge-fund-strategies>
- Princeton. (2021). *Report of the Treasurer*. Hentet fra finance.princeton.edu/report-treasurer: <https://finance.princeton.edu/report-treasurer> (d. 06.04.2021)
- Ross, S. A., & Zisler, R. C. (1991). Risk and Return in Real Estate. *Journal of Real Estate Finance and Economics*, 175-190.
- Rådet for Afkastforventninger. (1. 10 2020). *Rådet for Afkastforventninger har offentliggjort forventninger for 1. halvår 2021*. Hentet fra afkastforventninger.dk: <https://www.forsikringogpension.dk/media/6463/samfundsforudsætninger-2021.pdf> (hentet d. 01.04.2021)
- Rådet for Afkastforventninger. (2021). *Om Rådet*. Hentet fra afkastforventninger.dk: <https://www.afkastforventninger.dk/om-raadet/> (d. 02.04.2021)
- Rådet for Pensionsprognoser. (September 2019). *afkastforventninger.dk*. Hentet fra Langsigtede forventninger til finansielle afkast: <https://www.afkastforventninger.dk/media/1424/notat-om-langsigtede-forventninger.pdf> (hentet d. 30.03.2021)

- S&P Dow Jones Indices. (2021). <https://www.spglobal.com/>. Hentet fra S&P/LSTA U.S. Leveraged Loan 100 Index: <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/fixed-income/sp-lsta-us-leveraged-loan-100-index/#overview> (hentet 15.03.2021)
- Satchell, S., & Scowcroft, A. (2000). A Demystification of the Black-Litterman Model: Managing Quantitative and Traditional Construction. *Journal of Asset Management*, 138-150.
- Saunders, M., Lewis, P., & Thornhill, A. (2016). *Research Methods for Business Students*. Harlow, England: Pearson Education Limited.
- Stanford. (2021). *Annual Report*. Hentet fra annualreport.stanford.edu: <https://annualreport.stanford.edu/archive/> (d. 02.04.2021)
- Stewart, S. D., Piros, C. D., & Heisler, J. C. (2019). *Portfolio Management: Theory and Practice*. John Wiley & Sons, Inc.
- Swensen, D. F. (2000). *Pioneering Portfolio Management*. New York: The Free Press.
- Sydinvest. (2021). *sydinvest.dk*. Hentet fra Hvad er Emerging Markets?: <https://www.sydinvest.dk/om-investering/hvad-er-emerging-markets/> (d. 25.03.2021)
- Terhaar, K., Staub, R., & Singer, B. (2003). Appropriate Policy Allocation for Alternative Investments. *The Journal of Portfolio Management*, 101-110.
- TIAA Global Asset Management. (09 2016). *Private debt: The opportunity for diversification with illiquid assets*. Hentet fra ilpa.org: <https://ilpa.org/wp-content/uploads/2017/01/Private-Debt-White-Paper.pdf>
- Tomperi, I. (2010). Performance of private equity real estate funds. *Journal of European Real Estate Research*, 96-116.
- Wang, J., & Taylor, N. (2018). A comparison of static and dynamic portfolio policies. *International Review of Financial Analysis*, 111-127.
- Yale Investments Office. (2020). *The Yale Endowment 2020*. Hentet fra investments.yale.edu: <https://static1.squarespace.com/static/55db7b87e4b0dca22fba2438/t/606f6e1e3c67f1392de78ec9/1617915432818/2020+Yale+Endowment.pdf> (hentet d. 10.04.2021)
- Yale Investments Office. (2021a). *Endowment Reports*. Hentet fra investments.yale.edu/reports: <https://investments.yale.edu/reports> (d. 03.04.2021)
- Yale Investments Office. (2021b). *Yale's Strategy*. Hentet fra investments.yale.edu: <https://investments.yale.edu/about-the-yio> (d. 13.04.2021)